Rapport INRIA 1994 — Programme 6

Analyse Mathématique & Traitement Numérique de Modèles Non Linéaires

PROJET NUMATH

3 mai 1995

PROJET NUMATH

Analyse Mathématique & Traitement Numérique de Modèles Non Linéaires

Localisation : *Nancy*

Mots-clés :

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Michel Pierre, Professeur (UHP[1]), délégué à l'Inria

Responsable permanent

Francis Conrad, Professeur (UHP)

Secrétaire

Fabienne Pérani, Inria

Personnel Inria

Olivier Coulaud, Chargé de recherche
Elisabeth Rouy, Chargée de recherche

Personnel CNRS

Philippe Laurençot, Chargé de recherche (> sept 94)

Personnel universitaire

[1] Université Henri Poincaré Nancy I

Christine Bernier, Maître de conférences (UHP)
Bruno Pinçon, Maître de conférences (ESIAL[2], UHP)
Bopeng Rao, Maître de conférences (UHP), puis Professeur (univ. de Strasbourg)
Jean-Rodolphe Roche, Maître de conférences (UHP)
Adnan Yassine, Maître de conférences (ESIAL, UHP)
Jan Sokolowski, Cons. Sc. Inria, puis Professeur (UHP)

Collaborateurs extérieurs

Saïd Benachour, Professeur (univ. de Nancy 2)
Jean-Pierre Brancher, Professeur (ENSEM[3] et LEMTA[4], Nancy)
Antoine Henrot, Professeur (univ. de Besançon)
Otared Kavian, Professeur (univ. de Versailles)
Vilmos Komornik, Professeur (univ. de Strasbourg)
Pierre Vuillermot, Professeur (UHP)

Chercheurs post-doctorants

Abdelhak Ahjaou, ATER (UHP)
Evgueni Kazantsev, Postdoc MESR (> nov 94)

Chercheurs doctorants

Laurence Daval, ingénieur CIRIL
Laurence Fleuret, boursière MESR
Mohammed Hayouni, boursier CNRS
Abdelkrim Mifdal, boursier du gouv. marocain
Arjan Novruzi, stagiaire, puis boursier inria
Bruno Salque, boursier MESR
Didier Schmitt, boursier MESR
Sandrine Tagni, boursière MESR
Ont quitté à l'automne 94 :
Khalid Benmlih, boursier du gouv. marocain
Mohammad Cherkaoui, ATER (UHP)
Fatna Maach, boursière du gouv. marocain
Nouveaux thésards (> septembre 94) :
Mimoun Benmimoun
Djebar Hammouche

[2] Ecole Supérieure d'Informatique et Applications de Lorraine

[3] Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique

[4] Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée

Yue-Yun Hu

Remarques : Ph. Laurençot et E. Kazantsev viennent d'arriver dans le projet. Leur activité de l'année ne figure donc pas dans ce rapport. B. Rao a été promu Professeur à Strasbourg : il restera collaborateur du projet en 95. O. Kavian est désormais installé dans la Région Parisienne et reste aussi collaborateur du projet.

Numath est un projet commun à l'INRIA, au CNRS et à l'Université Henri Poincaré Nancy 1. Il est accueilli par l'Institut Elie Cartan qui devrait prochainement devenir laboratoire commun à ces trois organismes. Certains des collaborateurs sont aussi membres de ce laboratoire : seule une partie de leurs activités de recherche entre alors dans le cadre du projet.

2 Présentation des objectifs

L'activité du projet relève de l'application des mathématiques à la résolution de problèmes d'origine industrielle. Elle est plus particulièrement centrée (sans que ce soit limitatif) sur l'étude des équations aux dérivées partielles non linéaires sous les trois aspects :

- analyse mathématique
- traitement numérique
- modélisation et applications.

Les recherches effectuées peuvent se situer à divers maillons de la chaîne allant des problèmes industriels à la simulation numérique, à savoir : la modélisation mathématique, l'étude théorique des modèles obtenus, la description d'une méthodologie de résolution, la mise sur pied d'algorithmes numériques adéquats et leur implémentation effective. Les travaux sont menés avec le double souci de résoudre des problèmes précis, points de départ de la réflexion, et de dégager des méthodes ou de développer des outils à portée plus générale. Les domaines d'applications peuvent donc être variés. Les questions mathématiques soulevées relèvent quant à elles, des équations ou systèmes d'équations aux dérivées partielles, de leur contrôle et, par extension, des problèmes variationnels et d'optimisation éventuellement sous-jacents.

3 Actions de recherche

3.1 Optimisation de formes et problèmes à frontières libres; problèmes connexes

Les recherches sur le thème "optimisation de formes et problèmes à frontières libres" ont été initialement motivées par l'étude des configurations d'équilibre de liquides conducteurs soumis à des champs magnétiques. Plus généralement, il s'agit de la modélisation des procédés de traitement électromagnétique des métaux liquides. Nous renvoyons à l'article de synthèse [38], où sont mentionnées de nombreuses applications. Certaines sont déjà bien établies dans les processus industriels de traitement des métaux : coulée de lingots d'aluminium par confinement électromagnétique, chauffage par induction, fusion des métaux, traitements de surfaces, trempe de pièces de sécurité, brassage électromagnétique, ...; d'autres sont en cours d'étude : formage, coulée en creuset froid, lévitation, guidage et freinage, nouveaux traitements de surface,...). Le savoir-faire acquis sur l'analyse mathématique et la simulation numérique de ces modèles nous a conduit à élargir notre champ d'applications et à considérer des problèmes connexes nouveaux. Nous décrivons ci-après :

- Les modèles issus des métaux liquides, et, en particulier, le modèle magnétostatique, les résultats obtenus et les études en cours
- Les problèmes connexes abordés (chimie, fissures, analyse de sensibilité, analyse et synthèse d'images, équations d'Hamilton-Jacobi...)

3.1.1 Formage de métaux liquides : la modélisation

Participants : Jean-Pierre Brancher, Olivier Coulaud, Laurence Daval

Nous considérons des modèles mathématiques pour le traitement de métaux liquides par des procédés électromagnétiques. La prise en compte simultanée de tous les phénomènes en jeu est très complexe car il y a couplage d'électromagnétisme, d'hydrodynamique, de thermique, tout ceci avec des frontières libres de type air/métal liquide ou liquide/solide pour la solidification. La modélisation se fait par couplage des équations de Maxwell, des équations de Navier-Stokes et de lois de comportements à préciser. Un travail important de modélisation a été réalisé dans [45]: l'ensemble des systèmes d'équations est établi dans le cadre des applications en vue (hypothèse de magnétohydrodynamique en particulier).

Notre intérêt concerne plus particulièrement le cas de “hautes fréquences” pour le courant alternatif imposé dans les conducteurs : une étude asymptotique est faite dans [45] [53] [52] en vue de retrouver les modèles limites lorsque la fréquence tend vers l'infini. Elle nécessite la prise en compte de deux échelles de temps (magnétique et hydrodynamique) et l'introduction de deux "petits" paramètres moteurs pour les deux couches limites qui apparaissent : la couche limite magnétique due à “l'effet de peau” et la couche limite de paroi usuelle en hydrodynamique. Une étude par des techniques de perturbations singulières montre qu'à l'échelle des fréquences magnétiques tout est figé dans les conducteurs. On peut alors calculer la frontière libre; pour cela, on introduit une décomposition en valeur moyenne + perturbation. Sous certaines conditions, on retrouve ainsi, en fréquence infinie, les modèles magnétostatiques, dont il est question ci-dessous. Tous ces résultats ont fait l'objet de communications dont une au GDR "Couplage d'équations". Une validation numérique de cette approche est en cours d'étude dans le cadre du **Centre Charles Hermite** : elle repose sur un calcul multidomaine, donc parallélisable. Le but est d'analyser l'influence de la fréquence sur la forme du liquide. Dans le cadre du même centre, nous avons également mis en place un environnement de programmation C^{++}: nous avons développé des classes d'objets, basées sur PVM, pour une programmation parallèlle plus aisée. Ceci a consisté à construire des méthodes de décomposition de domaines, des streams PVM, des vecteurs distribués, des grilles distribuées,...

Par ailleurs, nous continuons à analyser en détail les modèles magnétostatiques obtenus pour l'interface air/métal liquide en fréquence infinie et évoqués ci-dessus (voir RA précédents). Les modèles, à la fois 2-d et 3-d, admettent des formulations variationnelles où les formes sont obtenues comme des minima de la fonctionnelle d'énergie. A ce titre, ils entrent dans la catégorie des problèmes d'**optimisation de formes** et suscitent un grand nombre de questions mathématiques et numériques à caractère très général. Plusieurs d'entre elles relèvent des préoccupations du GDR "optimisation de formes" auquel le projet participe. Nous énumérons ci-dessous certains des aspects abordés et les résultats obtenus.

3.1.2 Régularité des formes optimales

Participants : Mohamed Hayouni, Michel Pierre

Souvent, les résultats d'existence fournissent des formes peu régulières (voire seulement des ensembles mesurables de $I\!R^N$) même si les interprétations physiques laissent penser qu'elles doivent être régulières. D'où la nécessité de développer des méthodes systématiques pour prouver la régularité de ces formes.

Dans cette direction, nous montrons le caractère Lipschitz de la solution de l'équation d'état pour un problème d'optimisation de formes dans $I\!R^N$. Ceci montre déjà que les formes sont des ouverts et permet d'attaquer la régularité de la frontière. C'est une généralisation au cas de dimension quelconque, d'un résultat de M. Crouzeix obtenu par une méthode spécifique à la dimension 2. Elle repose sur des techniques fines d'estimations pour des opérateurs elliptiques.

3.1.3 Problème de forme inverse tridimensionnelle

Participants : Michel Pierre, Elisabeth Rouy

Il s'agit de déterminer les formes prises par une bulle de métal liquide en lévitation. La forme de la bulle est donnée (i.e. une surface fermée régulière Σ); est-il possible de disposer des inducteurs pour que la bulle prenne exactement cette forme à l'équilibre ? Comme expliqué dans les RA précédents, ceci nécessite la résolution, comme problème intermédiaire (intéressant en soi), de l'équation de Hamilton-Jacobi suivante sur la surface donnée Σ:

$$||\nabla_\Sigma u|| = f$$

où $u : \Sigma$ dans $I\!R$ est la fonction inconnue, $||\,||$ est la norme euclidienne, ∇_Σ le gradient surfacique et f une fonction donnée dépendant de la courbure moyenne de la surface. Il existe toujours (ou presque) des solutions faibles (dites de "viscosité") à cette équation, mais il s'agit ici d'obtenir des solutions régulières. Une caractérisation des surfaces "admissibles" est obtenue lorsque f s'annule en exactement deux points. Le cas de surfaces de révolution peut être à peu près complètement résolu. De petites perturbations analytiques de "bonnes" surfaces s'avèrent ne pas être toujours admissibles [59].

3.1.4 Calcul numérique des formes

Participants : Arjan Novruzi, Michel Pierre, Jean-Rodolphe Roche

Des simulations numériques 2-d et 3-d avaient été précédemment développées. Le problème de calcul de formes optimales 3-d présente des difficultés génériques : grande taille du problème, optimisation de grands systèmes, représentation adéquate des surfaces, résolution 3-d des équations d'état...Nous nous sommes récemment concentrés sur l'utilisation de méthodes de Newton : elles nécessitent une bonne compréhension des dérivées secondes par rapport au domaine (en général non symétriques). Nous analysons leur discrétisation et leur efficacité pour notre problème de magnéto-formage et nous comparons aux méthodes de Quasi-Newton. Le cas 2-d fait l'objet des publications [36] [35] ; l'extension au cas 3-d est en cours d'étude. Ceci constitue un projet du Centre Charles Hermite.

3.1.5 Stabilité des formes optimales

Participants : Antoine Henrot, Michel Pierre

Nous poursuivons l'étude engagée sur ce sujet (voir RA précédent) qui consiste à analyser la positivité des dérivées secondes sur le sous-espace tangent aux contraintes. Les espaces sous-jacents sont les espaces fonctionnels de déplacements autour de la forme d'équilibre. Pour les modèles de formage 2-d, la réponse dépend seulement de la géométrie des courbes d'équilibre. On montre qu'en formage intérieur (confinement du métal), toutes les courbes convexes sont stables. Par contre, en formage extérieur, des perturbations analytiques de cercles peuvent être stables ou instables. Outre ces résultats précis, nous dégageons des techniques à caractère général [54].

3.1.6 Identification et sensibilité de formes

Participants : Michel Pierre, Jean-Rodolphe Roche, Jan Sokolowski

- Identification de fissures ou inclusions dans un solide par des méthodes non destructives : il s'agit, à partir de données connues sur la surface d'un solide, de déterminer la position d'une fissure ou inclusion. A partir d'un modèle variationnel où la fissure est obtenue comme forme optimale, nous avons obtenu l'existence de la solution. Nous établissons ensuite des conditions nécessaires d'optimalité de premier ordre à l'aide de la dérivée matérielle. Par ailleurs, nous avons conçu une méthode numérique pour le calcul d'une solution. Les résultats ont fait l'objet d'une première publication [40]. Un article est actuellement en préparation avec des résultats numériques.

- Analyse de sensibilité en contrôle de frontières libres : l'analyse mathématique relève généralement de la dérivabilité des projections dans des espaces fonctionnels. Les applications concernent la sensibilité des problèmes de contrôle avec des contraintes sur l'état. La difficulté est de travailler dans des espaces de Sobolev où la troncature n'opère pas. Des contre-exemples et résultats positifs sont obtenus [37]

3.1.7 Optimisation de forme et problèmes à frontières libres en mécanique du solide

Participants : Jan Sokolowski

Ces thèmes font l'objet d'une collaboration avec l'Institut de Recherche en Systèmes de l'Académie des Sciences de Pologne.

En collaboration avec M.P. Bensoe (Lyngby, Danemark), nous avons étudié la combinaison de méthodes d'optimisation de topologie et d'optimisation de formes pour les modèles de solides avec compliance optimale [8, 9]. Nous comptons appliquer nos résultats en sensibilité dans le cadre de méthodes numériques d'optimisation.

D'autres analyses de contrôle avec contraintes sur l'état sont réalisées: pour des modèles non linéaires de matériaux avec mémoire de forme, en collaboration avec J. Sprekels (Berlin) [28] [42] et pour les modèles de type Penrose-Fife "Phase-field", en commun avec J. Sprekels et W. Horn (UCLA) [62].

Un livre est en fin de rédaction par J. Sokolowski et A.M. Khludnev de l'Institut Lavrentiev d'Hydrodynamique de l'Académie des Sciences de Russie à Novosibirsk [56]. Le sujet de cet ouvrage est la modélisation, l'identification et le contrôle en mécanique des solides pour les problèmes non linéaires comme : des problèmes de contacts pour des coques, des plaques, les problèmes en plasticité, l'identification de fissures pour des plaques élastiques etc. La rédaction de cet ouvrage a fait l'objet d'un contrat avec l'Agence Polonaise de Recherche (Komitet Badan Naukowych) pour une période de trois ans : oct 91-sept 94.

Nous décrivons maintenant les thèmes de recherche connexes, non directement orientés optimisation de forme, mais s'abordant avec des outils communs.

3.1.8 Calcul du potentiel électrique sur une surface moléculaire

Participants : Olivier Coulaud, Bruno Pinçon

Il s'agit ici d'une collaboration avec des chercheurs du laboratoire de chimie théorique de Nancy qui concerne la modélisation en génie moléculaire. Afin de simuler des réactions à l'échelle moléculaire par des méthodes de chimie quantique, il est nécessaire d'introduire dans l'opérateur de Schrödinger le potentiel électrique de réaction dû à la polarisation du solvant par les charges internes de la molécule. Une méthode naturelle pour calculer ce potentiel conduit à résoudre des équations intégrales sur les surfaces de la molécule accessibles par le solvant. Différents travaux sur le sujet mettent l'accent sur le fait que la représentation de la surface et le choix du maillage sont cruciaux pour un calcul quantique rapide (ceci rejoint des questions évoquées en 3.1.4). Une première étape a consisté à bien reformuler mathématiquement le problème proposé. Nous cherchons maintenant un critère, dépendant de la position des charges internes et de la surface, permettant de mailler de façon "optimale".

3.1.9 Equations d'Hamilton-Jacobi stationnaires

Participants : Elisabeth Rouy

L'équation eikonale introduite en section 3.1.3 est un exemple simple, et d'ordre 1, d'équations d'Hamilton-Jacobi. Plus généralement, il s'agit d'équations aux dérivées partielles complètement non linéaires de la forme

$$H(x, u(x), \nabla u(x), D^2u(x)) = 0,\ \ x \in \Omega,$$

où Ω est, en ce qui nous concerne, un domaine de $\mathbb{R}^n$ ou d'un espace de Hilbert séparable $\mathbf{H}$ et où u est la fonction inconnue, définie de Ω dans $\mathbb{R}$. Ces équations interviennent, tant en dimension finie qu'infinie, dans de nombreux domaines d'application, notamment dans les problèmes de contrôle optimal (équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman), dans les jeux différentiels (équations d'Isaac) et donc aussi dans les problèmes de formage en ce qui concerne l'ordre 1. En dimension finie, les "bonnes" solutions de ces équations sont les solutions de viscosité, introduites dans les années 80 par M. G. Crandall et P.L. Lions.

Nous étudions, en particulier, les phénomènes de bifurcation. Par exemple, si Ω est un ouvert borné de $\mathbb{R}^n$ et H est uniformément elliptique et positivement homogène de degré 1, on peut montrer qu'il existe un réel strictement positif λ_1 tel que l'équation

$$H(D^2u) = \lambda u \text{ dans } \Omega,\ u = 0 \text{ sur } \partial\Omega$$

admet la fonction nulle comme unique solution de viscosité positive si $\lambda < \lambda_1$ et que pour λ au-delà il existe au moins une autre solution qui ne s'annule pas dans Ω (cf [41], [47]). On peut, grâce à ce genre de résultats, obtenir de l'unicité pour les équations d'Hamilton-Jacobi sous des hypothèse plus faibles que celles considérées habituellement (travaux en cours avec A. Chambolle à Dauphine et B. Alziary à Toulouse).

Le cas de la dimension infinie est beaucoup plus délicat. Considérons ainsi l'équation de Kolmogorov suivante:

$$\lambda u = \frac{1}{2}Tr(QD^2u) + < Ax, \nabla u > + H(\nabla u) - \psi,\ x \in \mathbf{H}.$$

Dans les cas où l'opérateur Q est de trace finie, le problème a été compris (voir, par exemple les travaux de G. Da Prato et de P.L. Lions). Sinon, il faut pouvoir donner un sens au terme d'ordre 2. En fait, il apparaît que si l'opérateur A est non borné, alors on peut donner un sens à la partie linéaire de l'équation prise dans son ensemble moyennant des hypothèses de contrôlabilité. Une étude de cette équation et de ses dérivées dans ce cas, qui utilise des résultats d'analyse fonctionnelle, est menée en collaboration avec G. Da Prato et F. Gozzi de l'Ecole Normale Supérieure de Pise. L'analyse des solutions obtenues est menée avec G. Da Prato et M. Fuhrman de l'Ecole Polytechnique de Milan.

3.1.10 Problèmes en analyse et synthèse d'image :

Participants : Laurence Fleuret, Michel Pierre, Bruno Salque, Adnan Yassine

En collaboration avec les projets communs Movi et Graph'is de l'INRIA-Lorraine, nous étudions l'application de techniques mathématiques

- d'une part, au suivi de contours dans $\mathbb{R}^3$ par une caméra : nous examinons l'unicité du mouvement de la caméra pour l'observation d'une courbe rigide et nous implémentons la résolution numérique du système d'équations régissant le mouvement

- d'autre part, nous introduisons des méthodes multi-domaines dans la résolution des équations intégrales surfaciques de la radiosité en simulation d'éclairage, en vue d'une parallélisation.

Mentionnons également le travail [22] réalisé en collaboration avec le LIFIA (Grenoble) pour la reconstruction d'un objet 3D à partir des données obtenues par plusieurs photos.

3.2 Stabilisation de structures flexibles

Au cours de cette année, nous avons poursuivi l'étude de la stabilisation par feedback frontière non linéaire de certains systèmes élastiques (équations hyperboliques, systèmes hybrides). L'orientation générale de ce thème reste l'étude de la stabilisation d'équations d'évolution du deuxième ordre, au moyen de feedbacks non linéaires non bornés, essentiellement. L'un de nos objectifs est de développer maintenant l'étude spectrale des systèmes dans le but d'obtenir des estimations fines des taux de décroissance de l'énergie des systèmes.

3.2.1 Stabilisation d'un Modèle de Pont Roulant

Participants : Francis Conrad, Abdelkrim Mifdal, BoPeng Rao

Il s'agit d'un système hybride composé d'une équation des ondes à coefficient variable et de deux équations différentielles ordinaires. Après avoir établi la stabilisation forte pour le système câble et chariot et le taux de décroissance uniforme de l'énergie pour le système câble et charge (voir RA 93), nous considérons maintenant le système câble, chariot et charge. Nous établissons la stabilisation forte du système complet et nous obtenons des résultats partiels pour la stabilisation uniforme. Nous nous orientons maintenant vers une étude spectrale fine du système pour estimer des taux de décroissance et voir l'influence des paramètres de la commande. L'étude de la contrôlabilité exacte du système est aussi en cours.

3.2.2 Contrôle et stabilisation d'un bras robot flexible en torsion

Participants : Mohammad Cherkaoui, Francis Conrad

On agit sur le système à une extrémité, par un contrôle qui dépend à la fois de termes distribués et de termes frontière. Des résultats de stabilisation (forte ou uniforme) sous des conditions portant sur les termes distribués, avaient été obtenus antérieurement, et généralisés au cas d'une poutre en flexion. Cette année, l'étude spectrale du système a été menée sur des modèles simplifiés, pour lesquels on a montré que les vecteurs propres du système forment une base de Riesz. Dans le cas d'une condition de Dirichlet homogène à l'extrémité libre, le résultat s'obtient par perturbation d'un cas classique (contrôle par la vitesse uniquement). Dans le cas Neumann, on applique des résultats abstraits pour les problèmes aux limites à une variable d'espace [5].

3.2.3 Equations des cordes et poutres vibrantes avec masse

Participants : Francis Conrad, BoPeng Rao

Nous continuons l'étude de modèles de corde et poutre vibrantes fixées ou encastrées à un bout, avec une masse attachée à l'autre bout. La loi de commande de type feedback en cette extrémité met en jeu non seulement la vitesse transversale, mais aussi la vitesse angulaire, ce qui assure alors la stabilisation uniforme exponentielle du système. Pour les cordes, nous avons pu (en collaboration avec O. Mörgul) déterminer le taux optimal de décroissance uniforme de l'énergie en montrant que les vecteurs propres du système formaient une base de Riesz de l'espace d'énergie [12, 51]. Pour les poutres, à nouveau, le feedback met en jeu des dérivées d'ordre assez élevé pour assurer la stabilisation uniforme du système. La détermination exacte du taux de décroissance de l'énergie par mise en évidence d'une base de Riesz formée de vecteurs propres du système est en cours (le problème est plus délicat que dans le cas d'un opérateur d'ordre deux en espace).

3.2.4 Stabilisation de l'équation des plaques par feedback dynamique

Participant : BoPeng Rao

Nous avons poursuivi cette année l'étude de la stabilisation de l'équation des plaques de Kirchhoff par feedback frontière d'ordre élevé. Plus précisément, nous avons considéré un modèle de plaque avec une partition de frontière : $\Gamma = \Gamma_c \cup \Gamma_f \cup \Gamma_d$, où Γ_c est la partie encastrée, Γ_f la partie libre et Γ_d la partie contrôlée. Formulant le problème dans un espace Hilbert convenablement choisi, nous avons montré que la méthode de perturbation compacte s'applique dans certains cas particuliers, par exemple, pour des feedbacks de "type intégral". L'étude du taux de décroissance et l'analyse spectrale seront envisagées dans la suite.

3.2.5 Contrôle et stabilisation des équations des poutres

Participant : BoPeng Rao

Dans cette direction, nous avons poursuivi l'étude des problèmes suivants :

- Stabilisation de l'équation de poutre de Rayleigh. Nous avons considéré l'équation de poutre:

$$\begin{cases} y_{tt} - \gamma y_{xxtt} + y_{xxxx} = 0 \ , \qquad 0 < x < 1 \ , \\ y(0,t) = y_x(0,t) = 0 \ , \\ y_{xx}(1,t) + \alpha y_{xt}(1,t) = 0 \ , \\ y_{xxx}(1,t) - \gamma y_{xtt}(1,t) - \beta y_t(1,t) = 0 \ , \end{cases}$$

  où $\gamma > 0$ est une constante positive et où $\alpha y_{xt}(1,t)$ et $\beta y_t(1,y)$ désignent respectivement le contrôle moment et le contrôle force. Dans le cas où $\gamma = 0$, ce qui correspond à l'équation d'Euler–Bernoulli, il a été démontré (Chen 1987) que l'énergie du système décroît exponentiellement vers zéro. Dans le cas $\gamma > 0$, la décroissance exponentielle de l'énergie a été établie seulement pour $\alpha > 0, \beta > 0$ (*cf.* Lagnese 1989). En appliquant la méthode de perturbation compacte, nous montrons dans [25] qu'en raison de la présence du terme de moment d'inertie, le terme $\beta y_t(1,y)$ est simplement une perturbation compacte du système non contrôlé et joue donc un rôle secondaire pour la décroissance de l'énergie.

Ainsi nous montrons facilement que le système à boucle fermée n'est exponentiellement stable que pour $\alpha > 0$ et $\beta \geq 0$. En effet, dans le cas où $\alpha = 0$ et $\beta > 0$, le système est fortement stable seulement pour $\gamma > 0$ suffisamment grand.

- Contrôlabilité exacte du modèle SCOLE : en appliquant la méthode HUM, nous avons établi la contrôlabilité exacte de ce modèle par des contrôles réguliers. Ceci a été réalisée par de nouveaux multiplicateurs.

3.2.6 Stabilisation de systèmes d'équations des ondes

Participants : Vilmos Komornik, BoPeng Rao

On considère un système de deux équations des ondes couplées par un terme linéaire d'ordre zéro, avec dissipation frontière. En appliquant un argument de perturbation compacte (pour le terme de couplage) et une caractérisation spectrale pour la stabilité forte, on montre que le système couplé est uniformément stable, ce qu'on ne sait pas démontrer directement par des multiplicateurs.

Mentionnons enfin la publication d'une monographie sur la controlabilité exacte et la méthode des multiplicateurs à partir d'un cours de DEA fait à Nancy et Strasbourg [1].

3.3 Problèmes d'évolution non linéaires

Pour les problèmes d'évolution non linéaires évoqués dans ce paragraphe, nous examinons des questions d'existence, de comportement asymptotique et d'approximation. Bien que les applications sous-jacentes soient très variées, de nombreux outils et techniques sont communs.

3.3.1 Existence globale dans les systèmes de réaction-diffusion

Participants : Fatna Maach, Michel Pierre, Didier Schmitt

Nous poursuivons l'étude de l'existence globale en temps de solutions pour des systèmes de réaction-diffusion présentant deux caractéristiques fondamentales : la positivité des solutions est préservée au cours du temps et la somme des termes réactifs est négative ou nulle (ce qui implique en général que la masse totale des composants est décroissante au cours du temps). Ces systèmes s'écrivent par exemple

$$\frac{\partial u}{\partial t} - d_1 \Delta u = f(u,v), \frac{\partial v}{\partial t} - d_2 \Delta v = g(u,v)$$

où $d_1, d_2 > 0$ sont les coefficients de diffusion , $f, g : I\!R^2 \to I\!R$ représentent les interactions non linéaires. On suppose donc que la positivité est préservée au cours du temps et que $f + g \leq 0$. De nombreux systèmes (chimie, biologie, dynamique des populations) entrent dans cette classe. Il s'agit de déterminer dans quelle mesure ces deux propriétés, naturelles dans les applications, assurent la non-explosion en temps fini des solutions. Noter que c'est le cas si on supprime les diffusions ou si elles sont égales. Par contre, la question se pose pour des diffusions differentes. Les années précédentes, nous avions, d'une part, dégagé plusieurs techniques pour obtenir l'existence globale de solutions classiques pour une sous-classe. D'un autre côté, un résultat majeur récemment obtenu est la possibilité d'explosion en temps fini des solutions bien que leur norme L^1 reste uniformément bornée en temps. Nous avons construit un contre-exemple à l'aide d'un logiciel formel (MAPLE). Ainsi, la masse totale des composants décroît avec le temps, mais il peut se produire des phénomènes ponctuels de concentration infinie.

De nombreuses questions restent en suspens. Nous avons abordé par exemple le cas où f et g dépendent aussi de $\nabla u, \nabla v$ et ont une "bonne" structure triangulaire. Le problème est délicat car des estimations sur u et v ne suffisent plus. Des résultats positifs sont obtenus dans [6] pour une version elliptique. De même l'influence des conditions au bord est assez surprenante, certains couplages pour u et v pouvant produire l'explosion. Des études complètes figurent dans [6] pour la version elliptique et dans [46] pour la version parabolique. Enfin, les techniques d'existence peuvent être appliquées pour résoudre des difficultés identiques dans des modèles de dynamique des populations où, de plus, une dépendance en âge intervient (travail en cours avec M. Langlais).

3.3.2 Problèmes d'évolution semi-linéaires et approximation spectrale dans les domaines non bornés

Participants : Abdelhak Ahjaou, Otared KavianSandrine Tagni

L'étude concerne l'analyse mathématique et l'approximation numérique des solutions d'équations semi-linéaires dans des ouverts non bornés.

Les applications relèvent de la résolution de problèmes de mécanique des fluides dans des domaines extérieurs. L'idée centrale, détaillée dans les rapports d'activité précédents, consiste à exploiter la structure de la partie principale de l'opérateur aux dérivées partielles (qui, par définition du terme semi-linéaire, est linéaire) pour exhiber une base spectrale de représentation des solutions, tenant compte, en particulier, de la décroissance à l'infini en espace de ces solutions.

Ainsi nous étudions la mise au point d'algorithmes utilisant les méthodes spectrales, pour plusieurs équations non linéaires dans des domaines extérieurs. Nous couplons les méthodes classiques d'approximation dans un domaine borné (différences finies, éléments finis ou méthodes spectrales), avec une méthode spectrale *à l'infini*. Ceci a fait l'objet de la thèse [3]. Des algorithmes y sont implémentés pour l'équation de Burger et une équation de la chaleur semi-linéaire ainsi que pour l'équation de Schrödinger. Nous montrons la convergence de l'approximation par les polynômes d'Hermite et nous validons les résultats théoriques sur de nombreuses expériences numériques(voir [3]). Par ailleurs, des travaux en ce sens ont été réalisés en collaboration avec F.B. Weissler sur des équations non linéaires [20].

3.3.3 Prédicibilité des circulations océaniques et atmosphériques :

Participants : Christine Bernier, Evgueni Kazantsev

Ce thème, assez récent dans le projet, porte sur l'analyse mathématique et numérique d'un modèle quasi-géostrophique multicouche pour les circulations océaniques et atmosphériques. Le problème de prédicibilité consiste, par exemple, à donner une estimation du nombre de jours (ou d'heures) pendant lesquels on est capable de prédire raisonnablement l'évolution météorologique (compte-tenu de l'état présent). Du point de vue mathématique, cela concerne à la fois des questions asymptotiques de systèmes dynamiques (existence et dimension d'attracteurs [11]), des estimations spectrales pour les linéarisations le long des trajectoires et des calculs d'exposants de Lyapounov et donc de valeurs propres. Cette année nous avons étendu au modèle multicouche les estimations a priori des valeurs propres, obtenues jusqu'à présent pour le modèle monocouche.

Cette recherche s'effectue en collaboration avec l'Institut de Mathématiques Numériques de l'Académie des Sciences de Russie à Moscou. E. Kazantsev, chercheur de cet Institut, est en postdoc dans le projet pour un an et le travail se poursuivra donc en commun ; les résultats théoriques seront confrontés aux simulations numériques effectuées par E.V. Kazantsev. Cette activité sera développé dans le cadre du Centre Charles Hermite. Noter qu'elle fait l'objet depuis cette année d'un projet dans le cadre de l'Institut Lyapounov. Des collaborations sont également en cours sur ce sujet avec l'Institut Mécanique de Grenoble (J. Verron, C. Le Provost) et le projet IDOPT (J. Blum, F.X. Le Dimet).

3.3.4 Systèmes dynamiques de dimension infinie et applications

Participants : Mimoun Benmimoun, Djebar Hammouche, Yue-Yun Hu, Pierre Vuillermot

Nous utilisons ici des méthodes géométriques pour comprendre la structure de l'ensemble des solutions d'équations aux dérivées partielles non linéaires et leur comportement asymptotique. Cette année les thèmes abordés ont été les suivants :

- Stabilisation des solutions d'une classe d'équations paraboliques non autonomes sous forme divergentielle où la non-linéarité dépend du gradient de la fonction inconnue, ce en collaboration avec S.R. Bernfeld (Université du Texas) [49].
- Formation de structures presque-périodiques dans les fluides, par l'étude des équations d'Oberbeck-Boussinesq dans le cadre d'un projet commun avec W. Von Wahl (Université de Bayreuth), financé par la DFG (Deutsche Forschungsgemeinschaft).
- Etude du comportement asymptotique des solutions d'équations du type milieu poreux.

3.3.5 Comportement asymptotique d'équations de diffusion-convection :

Participants : Saïd Benachour, Michel Pierre

Le travail sur les équations du type

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u + |\nabla u| = 0, u(0) = u_0 \text{ dans } (0, \infty)\text{x}\mathbb{R}^N$$

se poursuit. On avait précédemment décrit le comportement asymptotique dans $L^1(\mathbb{R}^N)$ de la solution. En collaboration avec les probabilistes de l'Institut Elie Cartan, S. Benachour a travaillé sur une nouvelle approche, de type probabiliste. En dimension 1, elle permet d'écrire explicitement la solution fondamentale ainsi que les solutions pour une large classe de données initiales. En conséquence, des comportements asymptotiques très précis peuvent être obtenus. Pour $d > 1$, une représentation probabiliste peut également être obtenue et permet aussi de bien préciser les comportements à l'infini et les taux de décroissance.

4 Actions industrielles

Cette année a été peu propice aux actions contractuelles. Mentionnons

- La fin d'un contrat d'étude (O. Coulaud), sur la modélisation et la simulation numérique d'un front de gel dans un milieu hétérogène, avec le laboratoire CNRS d'aérothermique de Marne-la-Vallée. Il concerne la modélisation du pergelisol dans le Nord Canada (sol gelé qui dégèle pendant une partie de l'année). Nous avons affiné les algorithmes de calcul de la frontière libre afin de prendre en compte de nouveaux paramètres suggérés par les applications.

- Des contacts sont en cours avec l'IRSID (Institut Français pour la Recherche en Sidérurgie) de Mézières-lès-Metz pour envisager des collaborations sur de nouvelles utilisations de procédés électromagnétiques dans le traitement de l'acier. Plusieurs problèmes ont été évoqués: contrôle de l'usure dans les fours, décapage des tôles,...

- Un projet a été déposé dans le cadre d'INTERREG, en collaboration avec les universités de Saarbrücken (A. Louis) et de Kaiserslautern (W. Neunzert), en vue d'organiser en commun des actions de coopération avec le milieu industriel allemand et français au niveau interrégional.

5 Actions nationales et internationales

5.1 Niveau national

- Participation au G.R. Automatique, pôle SARTA (groupe de travail “Systèmes à paramètres répartis”) (F. Conrad, B.P. Rao). Le groupe de travail doit être réactivé cette année pour faire collaborer des spécialistes dans le domaine du contrôle dans les EDP avec des automaticiens.
- Participation au GDR “Conception de formes et calcul scientifique” (A. Henrot, M. Hayouni, M. Pierre, J.R. Roche, J. Sokolowski) et au GDR “Couplage d'équations” (O. Coulaud).
- Participation aux activités et à l'animation du Centre Charles Hermite, “centre de compétence lorrain en modélisation et calcul à haute performance” (O. Coulaud, J.R.Roche, Ch. Bernier, M. Pierre). Animation de la commission d'équipement (O. Coulaud). Participation à la commission d'équipement (J.R. Roche). Organisation de deux actions de formation (O. Coulaud):
  -“Méthodes multidomaines”: P. Le Tallec (Paris-Dauphine et projet MENUSIN), Ch. Bernardi (Paris VI), F.X. Roux (Onera)
  -“Parallélisme par échange de messages. La bibliothèque PVM”.
- Organisation d'un Workshop en commun avec le laboratoire d'Analyse non linéaire de Besançon autour de deux mini-cours assurés par
  -Giuseppe Buttazzo, Professeur à l'Université de Pise : “Résultats d'existence en optimisation de formes”
  - Guy Barles, Professeur à l'Université de Tours : “Le point sur les solutions de viscosité”.
- Egalement avec l'Université de Besançon : démarrage d'une collaboration sur le thème des matériaux intelligents. L'objectif est d'associer des mathématiciens et des physiciens de Besançon, Nancy, Strasbourg, pour des actions de recherche pluridisciplinaires. Mentionnons aussi que Ph. Laurençot, recruté cette année dans le projet, est originaire du groupe de Besançon.
- Présidence du comité des projets de l'INRIA-Lorraine et de la commission de spécialistes 25è-26è sections de l'université Henri Poincaré Nancy I, participation à la commission 01 du comité national de la recherche scientifique (M. Pierre).

- Collaborations ou échanges fréquents :
  - laboratoire de mathématiques de l'université de Besançon (équipes d'analyse non-linéaire et d'analyse numérique, Ph. Bénilan, A. Henrot, J.M. Crolet,...).
  - centre de mathématiques appliquées de l'Ecole des Mines de Paris à Sophia-Antipolis (J.P. Marmorat)
  - centre d'automatique et systèmes de l'Ecole des Mines de Paris à Fontainebleau (B. d'Andréa-Novel)
  - division mathématiques appliquées de l'Université Technologique de Compiègne (échanges croisés de conférenciers de séminaires)
  - laboratoire de mathématiques de l'université de Strasbourg (V. Komornik, collaborateur du projet et B.P. Rao qui y a été recruté comme Professeur en septembre)
  - à Grenoble : projet IDOPT (coll. de Ch. Bernier avec P. Baras, J. Blum, F.X Le Dimet); Institut Mécanique de Grenoble (coll. de Ch. Bernier et E. Kazantsev avec J. Verron; E. Kazantsev, actuellement postdoc dans le projet, a séjourné 6 mois comme boursier dans ce laboratoire; coll. de A. Yassine avec J.R. Clermont du labo. de rhéologie); LIFIA (coll. de A. Yassine avec R. Horaud)
  - CEREMADE, Paris-Dauphine (visites de E. Rouy)
  - à Paris-Sud : F. Abergel a assuré à Nancy une série de cours sur le thème "Interfaces stationnaires dans les écoulements de Navier-Stokes". Ces conférences sont en cours de rédaction en vue d'une publication sous forme de "Lecture Notes" (par F. Abergel et E. Rouy)
  - LEMTA de Nancy (Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée) : J.P. Brancher est collaborateur du projet
  - laboratoire LMI de l'INSA de Rouen (coll. de A. Yassine avec Ph.D. Tao)
  - institut non linéaire de Nice; laboratoire de probabilités de Paris VI (coll. de P. Vuillermot avec M. Yor)

5.2 Niveau international

- Mise sur pied d'un projet de collaboration avec l'Institut de Mathématiques Numériques (INM) de l'Académie des Sciences de Russie à Moscou au sein de l'Institut Lyapounov.
- Démarrage d'un projet dans le cadre du programme franco-allemand PROCOPE sur les thèmes de "frontières libres et contrôle" avec les universités de Essen, Tübingen, Paderborn, Berlin et Besançon pour la France. Workshop de 2 jours à Essen et visites réciproques de chercheurs.
- Demarrage d'un projet TEMPUS sur l'optimisation de formes avec, en particulier, des universités polonaises (J. Sokolowski, M. Pierre); le coordinateur est B. Rousselet de Nice.
- Participation de B.P. Rao au projet européen "Junctions in Elastic Multi-Structures" (du programme "S.C.I.E.N.C.E." de la C.E.E). Ce projet regroupe des chercheurs portugais, espagnols et français travaillant en élasticité non linéaire.
- Suite de l'accord programme avec l'E.N.S. et l'université d'Alger. Encadrement de doctorats d'état à Alger par S. Benachour.
- Poursuite des collaborations avec les Universités de Milan, Pise (Italie), Köln, Berlin (Allemagne) et Paris XI, Versailles dans le cadre du Programme européen ERASMUS (resp. O. Kavian).
- J. Sokolowski est éditeur pour les revues Control and Cybernetics et Computational Optimization and Applications. M. Pierre est éditeur pour le SIAM Journal on Mathematical Analysis et éditeur associé pour Control and Cybernetics.
- séjour de 3 semaines de Ch. Bernier à l'Institut de Mathématiques Numériques de Moscou (INM)
- séjours de E. Rouy à l'Ecole Normale Supérieure de Pise
- séjour de Ph. Laurençot à l'université de Prague en octobre (coll. avec E. Feireisl) et à Berlin en novembre (coll. avec J. Sprekels)
- séjour d'un mois de P. Vuillermot (sur contrat DFG) à l'université de Bayreuth (groupe "dynamique des fluides, W. Von Wahl) et d'un mois à l'université du Texas (groupe "systèmes dynamiques", S.R. Bernfeld)

- visites de chercheurs étrangers: G. Buttazo (Italie), B. Scarpellini (Suisse), J. Nohel (Suisse), H. Amann (Suisse), E. Sachs (Allemagne), M. Pedersen (Danemark), G. Liao (USA), J. Read (Allemagne), T. Burczinski (Pologne), I. Chueshov (Ukraine), E. Kazantsev (Moscou).

6 Diffusion des résultats

6.1 Conférences invitées

- European Conference for Mathematics in Industry (ECMI 94), Kaiserslautern (O. Coulaud)
- 26 ème Congrès National d'Analyse Numérique aux Karellis, Savoie, conférence plénière (M. Pierre)
- 14th World Conference on Computation and Applied Mathematics (IMACS 94), Georgia (USA) (M. Pierre)
- Colloque international d'analyse non linéaire, Université de Fès, Maroc (M. Pierre, P. Vuillermot)
- Colloque en l'honneur des 60 ans de J. Descloux, EPFL Lausanne (A. Henrot, M. Pierre)
- IFIP Conference on Control of PDE's and Applications, Laredo, Espagne, septembre 1994 (J. Sokolowski)
- Conférence internationale Henri Poincaré, Université de Nancy II, conférence plénière (P. Vuillermot)
- Conférence internationale sur les EDP stochastiques, Université d'Aix-Marseille I, conférence plénière, (P. Vuillermot)
- Journées "Problèmes aux frontières inconnues", Université de Paris-Sud (M. Pierre)

6.2 Communications

- International Congress of Mathematicians, Zürich (O. Kavian, B.P. Rao)
- 26 ème Congrès National d'Analyse Numérique, Les Karellis, Savoie, 3 communications (M. Cherkaoui, F. Maach, A. Novruzi-J.R.Roche)
- 23rd International Symposium on "Modelling in Mechanics", the Silesian Beskid Mountains (Wisla) in Poland (J. Sokolowski, J.R. Roche)
- Colloque international: "Elliptic and parabolic PDE's and Applications", Capri, (E. Rouy)

- 2nd International Conference on Elliptic and Parabolic Problems, Metz (O. Kavian, B.P. Rao)
- Workshop “Stochastic control” à Pise (E. Rouy)
- Workshop “PDE’s methods in control, shape optimization and stochastic modelling” à Pise (E. Rouy)
- 7th french-german Conference on Optimization, Dijon (J. Sokolowski)
- Séminaires du GDR ”Conception de formes et calcul scientifique” (A. Henrot, M. Hayouni, M. Pierre, J. Sokolowski)
- Réunion des GDR “Couplage d’équations” et “Optimisation de formes” à Lausanne (O. Coulaud)
- Workshop PROCOPE, Essen (F. Conrad, M. Hayouni, F. Maach, E. Rouy)
- Conférence EDP 94, université du Texas/Arlington (P. Vuillermot)

6.3 Autres conférences

- Journées du Centre Charles Hermite, Nancy (Ch. Bernier, O. Coulaud, J.R. Roche)
- Université de Zürich (P. Vuillermot), de Tetouan (F. Conrad, M. Pierre), de Essen, Casablanca, Marrakech, Metz (M. Pierre), de Grenoble (A. Yassine); ENS Ulm (M. Pierre); INRA Champenoux (J.R. Roche).

Un séminaire sur les “Equations aux dérivées partielles et applications” se tient chaque semaine. La responsabilité en est assurée par P. Vuillermot. Un groupe de travail se réunit par ailleurs toutes les semaines.

6.4 Actions d’enseignement

La majorité des membres du projet sont enseignants-chercheurs et s’investissent donc largement dans des actions d’enseignement. Nous en décrivons quelques aspects:

DEA de Mathématiques (UHP). Responsable pour 94-95: F. Conrad. L’ option “Equations aux dérivées partielles non linéaires et applications” est assurée par les membres du projet: S. Benachour, Ch. Bernier, F. Conrad, V. Komornik, J. Sokolowski, P. Vuillermot).

DESS d’Ingénierie Mathématique et Outils Informatiques (UHP). Responsable : J.R. Roche jusqu’en septembre 94, puis F. Conrad. Ce

DESS est très largement encadré par des membres de NUMATH . Il offre un option Calcul Scientifique. Y enseignent Ch. Bernier, J.P. Brancher, F. Conrad, O. Coulaud, J.R. Roche, J. Sokolowski. Les mêmes enseignants participent à l'encadrement de projets et au parrainage des stages en entreprise.

Autres : Enseignements par plusieurs membres du projet du calcul scientifique et de l'analyse numérique en licence, en maîtrises de mathématiques, en DESS Informatique Double Compétence, à l'ESIAL (formation universitaire d'ingénieurs en informatique de Nancy), à l'ENSEM.

7 Publications

Livres et monographies

[1] V. Komornik, *Exact Controllability and Stabilization. The Multiplyer Methods*, *36*, Masson-John Wiley, Paris, 1994, Collection RMA (ed. P.G. Ciarlet et J.L. Lions).

[2] J. Sokolowski, *Proceedings of minisemester at the Banach Center, Warsaw, Pologne, 1993. Part 1: Shape Design and Optimisation, Part 2: Modelling, Identification, Sensitivity Analysis and Control of Structures*, Polish Academy of Science, 1994, in Control and Cybernetics, Nos. 3, 4.

Thèses

[3] A. Ahjaou, *Approximation numérique de certaines EDP non-linéaires en domaine non borné par les méthodes spectrales de type Hermite, Legendre et Laguerre*, thèse de doctorat, Université de Nancy 1, janvier 1994.

[4] K. Benmlih, *Etude qualitative de certains problèmes semi-linéaires elliptiques*, thèse de doctorat, Université de Nancy 1, septembre 1994.

[5] M. Cherkaoui, *Sur la stabilisation d'une poutre déformable en torsion ou en flexion par une classe de contrôles frontière*, thèse de doctorat, Université de Nancy 1, juillet 1994.

[6] F. Maach, *Existence pour des systèmes de réaction-diffusion quasi-linéaires avec loi de balance*, thèse de doctorat, Université de Nancy 1, juillet 1994.

[7] B. Rao, *Sur des questions d'élasticité non linéaires ainsi que sur la stabilisation de quelques systèmes flexibles*, Habilitation à diriger les recherches, Université de Nancy 1, janvier 1994.

Articles et chapitres de livre

[8] M. Bendsoe, J. Sokolowski, « Analiza wrazliwosci ze wzgledu na ksztalt dla pewnej klasy funkcjonalow w optymalizacji konstrukcji », *Zeszyty Naukowe Politechniki slaskiej, Serie Mechanika 116*, 1994, p. 37–46.

[9] M. Bendsoe, J. Sokolowski, « Shape sensitivity analysis of optimal compliance functionals », *Mechanics of Structures and Machines*, accepté.

[10] Y. Bereaux, J. Clermont, A. Yassine, « Numerical Simulation of Viscoelastic Complex Flows Using the Stream-Tube Method and Optimization Algorithm », *Communications in Numerical Methods in Engineering*, accepté.

[11] C. Bernier, « Existence of attractor for the quasi geostrophic approximation of the Navier-stokes equations and estimate of its dimension », *Advances in Math. Sci. and Appl.*, accepté.

[12] F. Conrad, O. Morgul, B. Rao, « On the stabilization of a cable with a tip mass », *IEEE Trans. Autom. Control. 39*, 10, 1994, p. 2140–2145.

[13] F. Conrad, M. Pierre, « Stabilization of second order evolution equations by unbounded nonlinear feedback », *Ann. Inst. Henri Poincaré, Analyse Non Linéaire 11*, 5, 1994, p. 485–515.

[14] O. Coulaud, A. Henrot, « Numerical approximation of a free boundary problem arising in electromagnetic shape », *SIAM J. Numer. Anal. 31*, 4, 1994, p. 1109–1127.

[15] B. d'Andrea Novel, F. Boustany, F. Conrad, B. Rao, « Feedback stabilization of a hybrid PDE-ODE system: Application to an overhead crane », *Math. Control Signals Systems 7*, 1994, p. 1–22.

[16] A. Henrot, « Continuity with respect to the domain for the Laplacian : a survey », *Control and Cybernetics 23*, 3, 1994, p. 427–443.

[17] A. Henrot, « Subsolutions and supersolutions in a free boundary problem », *Arkiv för Matematik 32*, 1994, p. 79–98.

[18] K.-H. Hoffmann, J. Sokolowski, « Interface optimization problems for parabolic equations », *Control and Cybernetics 3-4*, 1994, p. 445–452.

[19] O. Kavian, B. Rao, « Une remarque sur l'existence de solutions non nulles des équations de Marguerre-von Kàrmàn », *C.R. Acad. Sci. Paris 317, Série I*, 1994, p. 1137–1142.

[20] O. Kavian, F. Weissler, « Self-similar solutions of the pseudo-conformally invariant nonlinear Schrodinger equation », *Michigan Math. Journal*, accepté.

[21] V. Komornik, « On the nonlinear boundary stabilization of Kirchoff plates », *Nonlinear Diff. Equations and Appl. 1*, 1994, p. 323–337.

[22] T. Phong, R. Horaud, A. Yassine, D. Pham, « Optimal estimation of Object Pose from a Single Perspective View », *International Journal on Computer Vision IJCV 94*, 1994.

[23] C. L. Provost, C. Bernier, E. Blayo, « A comparaison of two numerical methods for integrating a quasi geostrophic multilayer model of ocean circulations », *J. of Computational Physics 110*, 2, 1994.

[24] B. Rao, « A justification of a nonlinear model of a spherical shell », *Asymptotic Analysis 8*, 1994, p. 259–276.

[25] B. Rao, « A compact perturbation method for the boundary stabilization of the Rayleigh beam equation », *Journal of Applied Mathematics and Optimization*, accepté.

[26] B. Rao, « Marguerre-von Kàrmàn equations and membrane model », *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, accepté.

[27] B. Rao, « Uniform stabilization of a hybrid system of elasticity », *SIAM J. Control Opt.*, accepté.

[28] J. Sokolowski, J. Sprekels, « Control problems with state constraints for shape memory alloys », *Mathematical Methods in Applied Sciences*, 1994, accepté.

[29] P. Vuillermot, « Almost periodic attractors for a class of nonautonomous reaction-diffusion equations on $\mathbb{R}^N$, *III* : Center curves and Lyapounov stability », *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications 22*, 5, 1994, p. 533–559.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[30] M. Cherkaoui, « Sur la stabilisation d'une poutre déformable en torsion ou en flexion par une classe de contrôles frontière », *in : Actes du 26^e Congrès National d'Analyse Numérique*, Les Karellis, Savoie, juin 1994.

[31] O. Coulaud, « Electromagnetic-hydrodynamic coupling in the treatment of liquid metal », *in : Actes of the 8th conference of the European Consortium for Mathematics in Industry*, Kaiserslautern, September 1994.

[32] O. Kavian, B. Rao, « Existence of Nontrivial Solutions to the Marguerre-von Kármán Equations », *in : Proceedings of the Second International Conference on Elliptic and Parabolic Problems*, Metz, juin 1994.

[33] O. Kavian, B. Rao, « On the Marguerre-von Kármán Equations and the buckling of shallow shells », *in : Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Zurich, aôut 1994.

[34] F. Maach, « Existence pour des systèmes de réaction-diffusion quasi-linéaires avec loi de balance », *in : Actes du 26^e Congrès National d'Analyse Numérique*, Les Karellis, Savoie, juin 1994.

[35] A. Novruzi, J. Roche, « Méthode de Newton et Quasi-Newton dans la simulation Numérique en Magnétoformage », *in : Actes du 26^e Congrès National d'Analyse Numérique*, Les Karellis, Savoie, juin 1994.

[36] A. Novruzi, J. Roche, « Newton and Quasi-Newton methods in numerical computation of free surfaces in the electromagnetic shaping of liquid metals », *in : Proceedings of the XXXIII International Conference in Mechanics*, Visla, Pologne, 1994.

[37] M. Pierre, J. Sokolowski, « Differentiability of projection and applications », *in : Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, Marcel Dekker, E. Casas (Ed.), 1994.

[38] M. Pierre, « Quelques problèmes mathématiques en traitement électromagnétique des métaux liquides », *in : Actes du 26^e Congrès National d'Analyse Numérique*, Les Karellis, Savoie, juin 1994.

[39] B. Rao, « Recent progress in non-uniform and uniform stabilization of the SCOLE model with boundary feedbacks », *in : Boundary Control and Boundary Variation, Lecture notes in Pure and Applied Mathematics*, *163*, J-P. Zolésio (Ed.), Marcel Dekker, Inc., p. 357–365, 1994.

[40] J. Roche, J. Sokolowski, « Numerical methods for shape identification problems », *in : Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, Marcel Dekker, J.P. Zolésio (Ed.), 1994.

[41] E. Rouy, « First eigenvalue of nonlinear elliptic oprators », *in : Actes du Colloque International on Elliptic and Parabolic PDE's and Application*, Capri, septembre 1994.

[42] J. Sokolowski, J. Sprekels, « Control problems for shape memory alloys with constraints on the shear strain », *in : Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, *165*, Marcel Dekker, G. Da Prato, L. Tubaro (Eds), p. 189–196, 1994.

Rapports de recherche et publications internes

[43] S. Benachour, B. Roynette, P. Vallois, « Asymptotic estimates of solutions of $u_t - \frac{1}{2}\Delta u = -|\nabla u|$ », *rapport de recherche n° 17*, Institut Elie Cartan, 1994, soumis á Journal of Functional analysis.

[44] S. Benachour, B. Roynette, P. Vallois, « Solutions fondamentales de $u_t - \frac{1}{2}u_{xx} = \pm|u_z|$ », *rapport de recherche n° 9*, Institut Elie Cartan, 1994, soumis á Astérisque.

[45] O. COULAUD, « Modélisation haute fréquence en magnétohydrodynamique : aspect magnétique », *rapport de recherche n° 2407*, Rapport Inria, 1994.

[46] R. MARTIN, M. PIERRE, « Influence of mixed boundary conditions in some reaction-diffusion systems », *rapport de recherche n° 30*, Institut Elie Cartan, 1994, soumis à Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa.

[47] E. ROUY, « First eigenvalue of nonlinear elliptic oprators », *rapport de recherche n° 25*, Institut Elie Cartan, 1994.

Divers

[48] M. BENDSOE, J. SOKOLOWSKI, « Shape sensitivity analysis of nonsmooth shape functionals », soumis aux actes de colloque franco-allemand.

[49] S. BERNFELD, Y. HU, P. VUILLERMOT, « Homogénéisation spatiale et équivalence asymptotique pour une classe d'équations paraboliques semilinéaires non autonomes », soumis aux C.R. Acad. Sc., Paris.

[50] M. CHOULLI, A. HENROT, « Use of domain derivative to prove symmetry results in pde », soumis à Archive for Rational Mechanics and Analysis.

[51] F. CONRAD, O. MORGUL, B. RAO, « On the stabilisation of a beam with a tip mass », manuscrit.

[52] O. COULAUD, « Asymptotic analysis for magnetic induction in high frequency : Liquid Conductors », manuscrit.

[53] O. COULAUD, « Asymptotic analysis for magnetic induction in high frequency : Solid Conductors », manuscrit.

[54] A. HENROT, M. PIERRE, « Stability and instability in optimal shaping problems », manuscrit.

[55] A. HENROT, H. SHAHGHOLIAN, « Convexity of free boundaries with Bernoulli type boundary condition », soumis à Communications in PDE.

[56] A. KHLUDNEV, J. SOKOLOWSKI, « Free Boundary Problems and Shape Optimization », livre en préparation pour Birkhauser Verlag.

[57] V. KOMORNIK, B. RAO, « Boundary stabilization of compactly coupled wave equations », manuscrit.

[58] A. NOVRUZI, J. ROCHE, « Newton and Quasi-Newton methods in the numerical computation of free surfaces in the electromagnetic shaping of liquid metals », manuscrit.

[59] M. PIERRE, E. ROUY, « Study of the boundary condition of the inverse problem in electromagnetic shaping », manuscrit.

[60] B. Pinçon, G. Joly, J. Yvon, «Theoretical and numerical study of a model describing a forced convective boiling system», soumis à RAIRO Modélisation mathématique et analyse numérique.

[61] E. Rouy, «First eigenvalue of nonlinear elliptic operators», soumis aux C.R. Acad. Sc., Paris.

[62] J. S. W. Horn, J. Sokolowski, «Control problem with State Constraints for the Penrose-Fife Phase-fiels model», manuscrit.

[63] A. Yassine, «Algorithmes de sous-gradients pour la résolution du probl ‘eme d’analyse multidimensionnelle des tableaux de dissimilarité», soumis à Engineering Optimization.

8 Abstract

The project falls into the scope of the applications of mathematics to industrial problem solving. More precisely, it is concentrated on models leading to the study of nonlinear partial differential equations according to the three following viewpoints :

- mathematical analysis
- numerical simulation and analysis
- modelization and applications.

Inside this field, our interest may be at various stages of the continuous spectrum going from industrial problems to their numerical treatment: mathematical modelling, theoretical study of the models, description of methods and tools of resolution, analysis of numerical algorithms and numerical simulation. Our main topics of interest can be classified as follows :

- Shape optimization and free boundary problems : one of the main application is the control of surfaces in the electromagnetic treatment of liquid metals (shaping, confining, levitating, casting..). Our research concerns the numerical computation of the shapes, their existence and stability, inverse problems like ”shapability”; our mathematical approach carries over to many other situations where free boundaries are involved.
- Stabilization of flexible structures : underlying applications concern the stabilization of vibrating systems like satellite antennas or flexibles part of robots. Models are mainly wave- beam- or

plate-like equations and stabilization is to be obtained by various nonlinear feedbacks.

- Nonlinear evolution problems and applications: it concerns the mathematical analysis of reaction-diffusion systems, the numerical analysis of spectral approximations in unbounded domains, the asymptotic behavior of some dynamical systems and the predicibility in meteorology and oceanography models.

Table des matières