

Rapport INRIA 1994 — Programme 4  
Géométrie, Algorithmes et Robotique

PROJET PRISME

3 mai 1995



PROJET PRISME

---

# Géométrie, Algorithmes et Robotique

---

**Localisation :** *Sophia-Antipolis*

**Mots-clés :** analyse d'algorithme (1, 4, 5, 7, 8), commande optimale (1), géométrie algorithmique (1, 4, 5, 7, 8), imagerie médicale (1, 14), mécanique (1, 10), modélisation géométrique (1, 5, 7), modélisation moléculaire (1, 15), parallélisme (1), planification de trajectoire (1, 12, 13), robot manipulateur (1, 10), robot parallèle (1, 10), robotique (1, 10, 12), robotique mobile (1, 12).

## 1 Composition de l'équipe

### Responsable scientifique

Jean-Daniel Boissonnat, directeur de recherche

### Secrétaire

Corinne Zuzia

### Responsable permanent

Jean-Pierre Merlet, directeur de recherche

### Personnel Inria

Francis Avnaim, chargé de recherche, jusqu'au 30 octobre

Olivier Devillers, chargé de recherche

Monique Teillaud, chargée de recherche

### Personnel CNRS

Mariette Yvinec, chargée de recherche

**Conseiller scientifique**

André Cérézo, Université de Nice

**Chercheurs invités**

Jurek Czyzowicz, Université du Québec à Hull, jusqu'au 30 juin

Sue Whitesides, Université de Mac Gill, depuis le 1<sup>er</sup> décembre

**Collaborateur extérieur**

Elena Degtiariova-Kostova, Université de Nice

**Chercheurs post-doctorants**

Bernhard Geiger, depuis le 1<sup>er</sup> avril

Matthew Katz, depuis le 6 septembre

**Chercheurs doctorants**

Xuân-Nam Bui, boursière INRIA, jusqu'au 31 mai

Pascal Desnoguès, boursier MESR, Université de Nice

Katrin Dobrindt, boursière MESR, Université de Nice, jusqu'au 28 février

Jacqueline Duquesne, boursière X

Andreas Fabri, boursier INRIA, jusqu'au 28 février

Sylvain Lazard, boursier MESR, Université Paris VI

Franck Nielsen, élève ENS-Lyon, depuis le 1<sup>er</sup> août

Luc Tancredi, boursier INRIA

**Autres personnels**

Alain Rozenbaum, contrat emploi solidarité depuis le 1<sup>er</sup> juillet

**Stagiaires**

Emmanuel Fabre, stagiaire ESSI 2<sup>ème</sup> année, du 1<sup>er</sup> juillet au 30 septembre

Eelco de Lange, stagiaire Masters, Université d'Utrecht, du 1<sup>er</sup> mars au 30 septembre

Stéphane Malgrand, stagiaire DEA Robotique et Vision, du 15 février au 30 juin

Franck Nielsen, stagiaire DEA ENS-Lyon, du 21 février au 6 juillet

Pierluigi Sbaiz, stagiaire COMETT, Université de Gênes, du  
1<sup>er</sup> février au 30 avril

Eric Torreborre, stagiaire ENSIMAG, 2<sup>ème</sup> année, du 8 août  
au 18 septembre

## 2 Présentation du projet

Les activités du projet sont centrées sur la géométrie algorithmique et les aspects géométriques de la robotique. Les études sont motivées par les nombreux domaines d'application, et en premier lieu la robotique, qui nécessitent de faire des calculs géométriques de manière efficace.

L'objectif poursuivi en géométrie algorithmique est de concevoir des algorithmes et d'en analyser les performances théoriques et pratiques. Cette année, nos recherches ont porté sur des méthodes algorithmiques générales (algorithmes adaptatifs, randomisés), certains diagrammes de Voronoï et triangulations, les algorithmes pour les sphères. Par ailleurs, nous avons développé une bibliothèque d'algorithmes géométriques C++GAL et abordé les problèmes liés à la programmation des algorithmes géométriques, notamment les problèmes de précision numérique.

Les recherches menées en robotique s'articulent autour de deux grands axes : modélisation des mécanismes et planification de trajectoires. Le travail engagé sur les robots parallèles s'est poursuivi, avec, pour objectifs, de simplifier le calcul du modèle géométrique direct et de construire des outils d'aide à la conception de tels manipulateurs. En ce qui concerne la planification de trajectoires, nous nous sommes intéressés d'une part au développement de méthodes de calcul de trajectoires optimales de robots mobiles et, d'autre part, à deux applications en dehors du champ de la robotique : la simulation d'endoscopie en chirurgie, et le «docking» en chimie moléculaire.

## 3 Actions de recherche

### 3.1 Méthodes algorithmiques

#### 3.1.1 Algorithmes géométriques adaptatifs

*Participants* : Jean-Daniel Boissonnat, Franck Nielsen, Mariette Yvinec

La plupart des algorithmes géométriques ont une complexité (en temps de calcul, en mémoire ou en ressources critiques) donnée dans le cas le pire. Ainsi, par exemple, si on veut calculer l'enveloppe convexe de  $n$  points dans le plan, on pourra le faire par un algorithme utilisant le paradigme “diviser-pour-régner” en temps optimal  $\Theta(n \log n)$ . L'enveloppe convexe de  $n$  points en position générale a une taille qui varie de 3 à  $n$  dans le plan et de  $d + 1$  à  $\Omega(n^{\lfloor \frac{d}{2} \rfloor})$  en dimension  $d$ . Il est donc important de disposer d'algorithmes adaptatifs dont la complexité dépend de la taille du résultat. Après un état de l'art des méthodologies employées par ces algorithmes [44], une thèse a débuté sur ce sujet. Un premier résultat porte sur le calcul de l'enveloppe convexe de  $n$  objets généraux dans le plan. Nous avons étudié plusieurs situations géométriques où l'on peut dériver des algorithmes en  $O(n \log h)$  où  $h$  est la taille de la sortie par l'approche “mariage-avant-conquête”. Dans le cas général, nous obtenons un algorithme en  $O(nm \times h^\epsilon)$  où  $m$  est la taille maximale de l'enveloppe convexe de deux objets et  $\epsilon$  une constante positive arbitraire.

#### 3.1.2 Algorithmes randomisés

*Participante* : Monique Teillaud

Nous proposons [45] des algorithmes pour effectuer deux nouvelles opérations sur un arrangement de segments dans le plan, représenté par une carte des trapèzes : la coupure de la carte le long d'une droite verticale  $D$  donnée, et l'union de deux cartes construites dans deux bandes verticales du plan, adjacentes selon une droite verticale  $D$ . La structure de données utilisée est un graphe d'influence modifié, permettant des insertions et suppressions dynamiques de segments dans la carte. Nous montrons qu'il est possible d'effectuer la coupure d'un graphe d'influence modifié, et l'union de deux graphes d'influence modifiés.

L'analyse des algorithmes, randomisée, suppose que les  $n$  segments sont insérés dans la carte des trapèzes dans un ordre aléatoire. Cependant,

aucune hypothèse n'est faite sur la droite verticale  $D$  considérée. On peut alors montrer que les algorithmes proposés pour chacune des deux opérations ont une complexité  $O(s_D \log n + \log^2 n)$ , où  $n$  est le nombre total de segments dans la carte, et  $s_D$  est le nombre de segments coupés par  $D$ . La modification du graphe d'influence pénalise la complexité des opérations de mise à jour d'un facteur logarithmique.

Les algorithmes sont simples, ils pourront être implantés et intégrés à la bibliothèque C++GAL.

## 3.2 Diagrammes de Voronoï et triangulations

### 3.2.1 Diagrammes de Voronoï pour des normes polyédriques convexes

*Participants* : Jean-Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec

Le diagramme de Voronoï d'un ensemble de sites est une structure géométrique dont l'importance pratique dans de nombreux domaines n'est plus à démontrer. En particulier, ces structures permettent de répondre efficacement aux problèmes de proximité (site le plus proche d'un point de requête, plus petite distance entre deux sites, etc) et jouent un rôle important dans le domaine de la planification de trajectoires. En effet, si les sites sont vus comme les obstacles encombrant l'environnement d'un robot, les faces du diagramme de Voronoï constituent les lieux des points les plus éloignés de tout obstacle donc des lieux privilégiés pour y placer ou déplacer le point de référence du robot.

L'allure et la complexité d'un diagramme de Voronoï dépendent de la nature des sites, de la fonction distance et de la dimension de l'espace. Si ces diagrammes sont bien connus en toutes dimensions dans le cas de sites ponctuels et de la distance euclidienne, il n'en est pas de même dans les autres cas. Les diagrammes relatifs aux distances polyédriques convexes (distances dont la boule unité est un polyèdre convexe, comme par exemple les distances  $L_1$  et  $L_\infty$ ) présentent l'avantage d'être constitués par des surfaces et des courbes linéaires par morceaux lorsque les sites sont eux-mêmes des objets linéaires. Cette année, nous avons pu borner la complexité asymptotique de certains de ces diagrammes et montrer en particulier qu'elle n'excède pas la complexité des diagrammes euclidiens [35]. Nos résultats concernent les ensembles de sites ponctuels, en dimension  $d$  pour la norme  $L_\infty$  et pour toute distance simpliciale

(associée à un simplexe) et en dimension 3 pour la norme  $L_1$ . Un algorithme de calcul de ces diagrammes, randomisé et dont la complexité en moyenne est quasiment optimale, a également été proposé.

Ces recherches sont menées en collaboration avec Micha Sharir et Boaz Tagansky, *Université de Tel Aviv*.

### 3.2.2 Diagramme de Voronoï de points mobiles

*Participant* : Olivier Devillers

Le travail entamé l'année dernière [40] s'est poursuivi avec une approche un peu différente [20, 39].

Il s'agit d'un problème de poursuite qui s'énonce de la manière suivante : étant donné  $n$  postiers se déplaçant à vitesse constante de répondre efficacement à deux types de requêtes : “quel est, à l'instant  $t$ , le postier le plus proche d'un chien situé au point  $q$  ?” et “quel est le postier que le chien peut atteindre le plus vite en partant du point  $q$  à l'instant  $t$  et en courant à la vitesse  $v$  ?” On suppose que le chien court plus vite que tous les postiers.

Les nouvelles solutions que nous proposons sont déterministes (et non plus randomisées) et permettent différents compromis entre taille mémoire et temps de requête.

Travail effectué en collaboration avec M. Golin, *Université de Hong Kong*. K. Kedem, *Université Ben Gurion (Israël)*. S. Schirra, *Max Planck Institute (Allemagne)*.

### 3.2.3 Approximation de surfaces

*Participants* : Pascal Desnougès, Olivier Devillers

Soit une surface  $z = f(x, y)$  et  $\mathcal{P}$  un ensemble de points pris sur cette surface. Si on projette  $\mathcal{P}$  dans le plan  $xy$  et qu'on construit une triangulation de son enveloppe convexe, on obtient, en relevant cette triangulation, une approximation linéaire par morceaux de la surface. La qualité d'une triangulation est alors liée à une mesure de l'erreur de l'approximation et on cherche à caractériser les triangulations optimales de ce point de vue.

Dans le cas de l'approximation de certaines familles de surfaces convexes, il a été prouvé que la triangulation de Delaunay est optimale, au sens

de toutes les normes  $L_p$ . On s'est attaché à généraliser ce résultat et à trouver une triangulation optimale, au sens de la norme  $L_2$  pour les fonctions, d'une surface non convexe d'équation simple : le parabolöide hyperbolique défini par  $z = x^2 - y^2$ .

La recherche menée a permis de trouver un critère local de choix des triangles : on sait maintenant calculer la zone d'influence de tout triangle, c'est-à-dire la région du plan qui ne doit contenir aucun point de  $\mathcal{P}$  pour que le triangle soit retenu dans la triangulation. La connaissance de ces zones d'influence et des courbes qui les délimitent permet de construire la triangulation de manière simple.

Une implantation d'un algorithme incrémental faisant appel à la technique de l'échange d'arêtes a été effectuée, à l'aide de la bibliothèque C++GAL mise au point par le projet Prisme. Il apparait que les triangulations obtenues présentent des directions privilégiées dans l'orientation des triangles, contiennent de nombreux triangles allongés et donnent des erreurs d'approximation du parabolöide hyperbolique (au sens de la norme  $L_2$ ) toujours inférieures à celles rendues par la triangulation de Delaunay (du même ensemble de points).

### 3.3 Algorithmes pour les cercles et les sphères

#### 3.3.1 Enveloppe convexe de cercles

*Participant* : Olivier Devillers

Une enveloppe convexe de cercles peut être calculée en temps optimal  $O(n \log n)$  de plusieurs façons : par division-fusion, par transformation en une enveloppe convexe de points en dimension 3 ou encore par des algorithmes incrémentaux randomisés.

Ces algorithmes incrémentaux randomisés supposent que l'ordre d'insertion des différents cercles est aléatoire, et les performances de l'algorithme ne sont bonnes que dans ce cas. La conception d'algorithmes incrémentaux non randomisés pour ce problème achoppe devant le fait que l'introduction d'un nouveau cercle peut créer une modification de taille linéaire, conduisant ainsi à un nombre quadratique de modifications au cours du déroulement de l'algorithme. Dans ce travail [41, 21], après un examen de la géométrie de ces problèmes, nous montrons qu'en triant les données dans un ordre approprié, l'insertion d'un nouvel objet dans l'algorithme incrémental produit au plus trois modifications, dans

un sens amorti. Ces observations sont ensuite utilisées pour développer des algorithmes de complexité  $O(n \log n)$  pour ces problèmes.

Ce travail peut en fait être généralisé au cas d'une enveloppe inférieure ou d'une enveloppe convexe d'objets homothétiques.

Travail effectué en collaboration avec M. Golin, *Université de Hong Kong*.

### 3.3.2 Calcul de l'union d'un ensemble de sphères

*Participants* : Pierluigi Sbaiz, Jacqueline Duquesne

Dans le cadre des applications en modélisation moléculaire, Pierluigi Sbaiz, de l'université de Gênes, a implémenté en C++ le calcul analytique de l'union d'un ensemble de sphères. Un des avantages du programme est qu'il permet de traiter les cas dégénérés. La visualisation se fait sur ordinateur Silicon Graphics.

L'union d'un ensemble de sphères fait partie des structures de base utiles en modélisation moléculaire. Elle correspond à ce qui est communément appelé *la surface de Van der Waals*.

L'union des sphères (d'une molécule) agrandies d'un rayon  $\rho$  est *la surface de Lee-Richards*. Cette surface représente l'ensemble des positions du centre d'une sphère de rayon  $\rho$  tangente à la molécule. L'algorithme calcule également cette surface.

## 3.4 Développement d'une bibliothèque d'algorithmes géométriques

### 3.4.1 C++GAL

*Participants* : Francis Avnaim, Olivier Devillers, Emmanuel Fabre, Stéphane Malgrand, Jean-Pierre Merlet, Alain Rozenbaum, Eric Torreborre

Le projet de bibliothèque d'algorithmes géométriques C++GAL (C++ Geometric Algorithms Library), démarré en septembre 1993 s'est poursuivi. C++GAL consiste en une hiérarchie de classes C++, qui implantent la plupart des objets géométriques utiles en dimensions 2, 3 et plus.

Une grande attention est apportée à la réutilisation de code. L'utilisateur peut définir ses propres classes, par héritage ou composition, et réutiliser tout le code de C++GAL.

Les problèmes de dégénérescence géométrique sont pris en compte au niveau des algorithmes, ce qui impose de calculer de manière exacte. Pour cela, les calculs sont faits en nombres entiers (codés sur 53 bits, ce qui autorise 15 chiffres décimaux significatifs) en utilisant la technique de calcul de signe de déterminant décrite dans la section suivante.

Le développement de cette bibliothèque d'algorithmes va maintenant être poursuivi en partenariat avec certaines équipes du projet Bra Esprit 7141 (ALCOM II) avec lesquelles nous collaborons depuis plusieurs années.

### 3.4.2 Problèmes de précision numérique

*Participants* : Francis Avnaim, Jean-Daniel Boissonnat, Olivier Devillers, Mariette Yvinec

Un des problèmes majeurs de la géométrie algorithmique, lorsque l'on essaye de passer de la théorie à la pratique est la très grande sensibilité de certains algorithmes aux problèmes de précision de calculs. Ainsi, savoir si un point est au dessus ou en dessous du plan défini par trois autres points de l'espace revient à calculer le signe d'un déterminant  $3 \times 3$ . Il est clair que si les coordonnées originelles des points sont stockées sur  $b$  bits, le calcul du déterminant nécessite une arithmétique sur  $3b$  bits pour être effectué exactement. Si l'on veut utiliser l'arithmétique de la machine, une telle méthode limite trop la dynamique des données d'entrée.

Nous proposons dans [30] une méthode d'évaluation du signe des déterminants  $2 \times 2$  et  $3 \times 3$  dont les éléments sont des entiers représentés sur  $b$  bits en utilisant respectivement une arithmétique sur  $b$  et  $b + 1$  bits seulement. Cet algorithme a de nombreuses applications pour les calculs géométriques et constitue un moyen pratique et général d'obtenir des programmes robustes. L'algorithme a été implanté et les résultats expérimentaux montrent que le temps de calcul n'est augmenté que d'un facteur raisonnable par rapport au calcul en arithmétique flottante. Intégré dans les algorithmes de calcul d'enveloppes convexes en dimension 2, les temps de calcul sont équivalents à ceux d'un calcul en flottant.

### 3.5 Robots parallèles

#### 3.5.1 Espace de travail des robots parallèles

*Participant* : Jean-Pierre Merlet

Nos travaux ont porté sur le calcul de différents types d'espace de travail pour des robots plans d'architectures variées. On a ainsi montré [43] que l'on pouvait calculer géométriquement la frontière de l'ensemble des positions atteignables (PA) sans limitation sur l'orientation du robot (espace maximal), de l'ensemble des PA pour lesquelles l'orientation est limitée à un intervalle donné, de l'ensemble des PA atteignables pour toutes les orientations d'un intervalle donné. La connaissance de ces ensembles a permis de créer un module de planification de trajectoires.

#### 3.5.2 Vérification de trajectoire pour les robots parallèles

*Participant* : Jean-Pierre Merlet

Nos travaux de l'année précédente nous avaient permis d'élaborer un programme permettant de vérifier si une trajectoire en ligne droite donnée était à l'intérieur de l'espace de travail d'un robot parallèle à 6 degrés de liberté. Nous avons utilisé ce programme pour créer un module de planification de trajectoire [27, 8] permettant de trouver un chemin dans l'espace de travail joignant deux positions quelconques.

#### 3.5.3 Modèle géométrique direct

*Participant* : Jean-Pierre Merlet

En collaboration avec C. Gosselin, nous avons déterminé les architectures de robots plans dont le modèle géométrique direct admet une forme polynomiale de degré plus faible que le robot plan général (c'est-à-dire de degré inférieur à 6). Nous avons pu ainsi exhiber des manipulateurs ayant des polynômes de degrés 3 et 4, d'ailleurs factorisables dans certains cas particuliers [7].

D'autre part nous avons élaboré des méthodes numériques permettant de trouver une solution au modèle géométrique direct de tout mécanisme en chaîne fermée à partir d'une description symbolique du mécanisme.

Travail effectué en collaboration avec C. Gosselin, *Université Laval, Québec*.

### 3.5.4 Nombre de solutions du modèle géométrique direct pour les robots parallèles

*Participants* : Luc Tancredi, Monique Teillaud, Jean-Pierre Merlet

La difficulté pour calculer le modèle géométrique direct nous a conduit à étudier les simplifications que peuvent apporter les informations fournies par des capteurs additionnels montés sur les articulations de la base. Nous avons obtenu des bornes supérieures sur le nombre de solutions en fonction du nombre de ces capteurs.

Lorsque les capteurs fournissent la position d'au moins un des points de la plate-forme mobile, nous avons exhibé des conditions sur la position des points d'articulation et sur la posture du robot qui permettent de trouver le nombre de solutions du modèle géométrique direct. De plus, les méthodes utilisées permettent de calculer effectivement les différentes solutions.

### 3.5.5 Influence des erreurs de capteurs sur le placement des robots parallèles

*Participants* : Luc Tancredi, Jean-Pierre Merlet

Dans le cas où les capteurs supplémentaires permettent d'obtenir une solution unique pour le placement du robot (6 capteurs suffisent toujours), on peut dériver une formulation analytique de cette solution et en étudier la sensibilité par rapport aux erreurs de mesure des capteurs additionnels [29]. Nous produisons des tables numériques permettant, lors de la conception, de choisir la précision des capteurs en fonction de la précision voulue sur la posture du robot [29]. Les temps sont tout à fait compatibles avec une utilisation en temps réel.

### 3.5.6 Aide à la conception de robots parallèles

*Participant* : Jean-Pierre Merlet

Nous avons entamé des travaux sur la détermination des dimensions d'un robot parallèle pour que son espace de travail englobe un volume donné. Des résultats prometteurs ont été obtenus lorsque le volume est donné sous la forme d'un ensemble de lignes.

### 3.6 Planification de trajectoires

#### 3.6.1 Plus courts chemins $C^1$ contraints

*Participants* : Jean-Daniel Boissonnat, Xuân-Nam Bui, Sylvain Lazard

Nous avons poursuivi le travail sur les plus courts chemins à rayon de courbure borné. L'an passé, nous avons résolu le problème de la synthèse des chemins optimaux dans le cas où le robot (assimilé ici à un point) est astreint uniquement à la marche avant. Ces travaux ont été présentés à la conférence IEEE Robotics and Automation [18].

Nous avons également résolu le problème d'optimisation avec extrémité finale libre qui consiste à trouver les chemins optimaux reliant une configuration à un point, où l'orientation du robot n'est pas fixée. Ces travaux ont été exposés dans le rapport de recherche [31].

Ces différents travaux ont fait l'objet de la thèse de Xuân-Nam Bui soutenue en janvier 1994 [1].

Nous étudions à présent les plus courts chemins de courbure bornée reliant deux configurations et passant par une séquence de points où l'orientation du robot n'est pas fixée, et/ou de segments de droite que la trajectoire doit tangenter. Ici encore le robot est astreint à la marche avant uniquement. Il s'agit d'un sous-problème du problème plus général de l'optimisation de trajectoires en présence d'obstacles qui est NP-difficile. Ces travaux, abordés par X-N. Bui dans sa thèse, ont donné lieu à des premiers résultats théoriques et à des expérimentations très encourageants en cours de généralisation.

Travail effectué, pour partie, en collaboration avec P. Souères et J-P. Laumond, *LAAS - Toulouse*.

#### 3.6.2 Circuits convexes et problèmes de séparation par des cercles

*Participants* : Jean-Daniel Boissonnat, Jurek Czyzowicz, Olivier Devillers, Mariette Yvinec

Nous avons montré qu'il est possible de construire en temps  $O(m + n)$  un circuit convexe de courbure minimale confinée dans un domaine polygonal de complexité  $O(n)$  et entourant un obstacle polygonal de taille  $O(m)$ . [33, 15]. Ce problème, directement lié à la planification de

trajectoires pour des robots non holonomes est en fait une application originale du diagramme de Voronoï.

Les problèmes de séparabilité circulaire en sont une autre. Ainsi il est possible en temps linéaire de décider si deux polygones convexes sont séparables par un cercle et de trouver le plus petit cercle séparateur. La notion de diagramme de Voronoï permet encore de trouver le plus grand cercle inclus dans un polygone et satisfaisant un certain nombre de contraintes du type contenir un point donné ou être inclus dans un demi-espace donné [34, 16].

Travail effectué, pour partie, en collaboration avec J-M. Robert *Université du Québec à Chicoutimi, Canada.*

### 3.6.3 Robots à pattes

*Participants* : Jean-Daniel Boissonnat, Olivier Devillers, Sylvain Lazard

Cette étude, démarrée en 1993, aborde le problème de la planification de trajectoire pour un robot possédant un corps ponctuel et des pattes de longueur maximale  $R$ , et contraint à poser ses pattes sur un ensemble de zones d'appui  $s_1, \dots, s_n$ .

Pour ce problème, on ramène le calcul de l'ensemble  $\mathcal{F}$  des positions stables et admissibles à celui de l'espace libre d'un robot de la forme d'un demi-disque se déplaçant en translation et rotation parmi les  $s_i$  considérés comme des obstacles.

Lorsque les  $s_i$  sont des points, l'algorithme proposé, bien que nécessitant le calcul d'un espace libre de dimension trois, est d'une complexité presque optimale. Ces travaux ont fait l'objet d'une communication à la conférence IEEE Robotics and Automation [17].

Lorsque  $s_1, \dots, s_n$  sont des zones d'appui polygonales, l'algorithme proposé calcule  $\mathcal{F}$  dans le cas le pire en un temps  $O(n^2 \alpha_S(n) \log n)$  et avec un espace mémoire  $O(n^2 \alpha_S(n))$  où  $n$  est le nombre total d'arêtes constituant les zones d'appui et où  $\alpha_S(n)$  peut être considéré comme une petite constante pour toutes les valeurs de  $n$  envisageables en pratique. Cette généralisation a été publiée dans [5].

### 3.7 Applications en dehors de la robotique

#### 3.7.1 Imagerie médicale

*Participant* : Bernhard Geiger

Nous avons poursuivi le développement d'un système de simulation d'endoscopie. Ce système est intéressant pour l'apprentissage des techniques endoscopiques, et pour une assistance du chirurgien pendant l'intervention.

Nous avons testé le logiciel sur les anatomies suivantes :

- L'arbre bronchique (simulation d'une bronchoscopie)
- Le sinus
- Les ventricules latéraux du cerveau.

Les modèles tridimensionnels ont été calculés à partir des images de scanner, provenant du Surgical Planning Laboratory, Harvard Medical School à Boston (bronches, cerveau), de l'hôpital La Fontonne à Antibes (bronches) et de l'hôpital de Grasse (sinus) [24].

Dans un projet avec des chirurgiens orthopédistes du CHU Clermont-Ferrand, nous avons appliqué nos outils de reconstruction de formes et de simulation de mouvement pour étudier la cinématique du genou. A partir de 13 images IRM d'un genou en différentes positions de flexion, nous avons créé un modèle animé comprenant le tibia, le fémur, la rotule, les ménisques et les ligament croisés intérieurs. Un simple modèle de force, similaire au modèle utilisé pour la simulation d'accouchement, nous a permis de faire un recalage rigide et de décrire le déplacement des os [14]. Le but de ce projet est de trouver les meilleurs points d'insertion pour la reconstruction de ligament cassé. C'est une intervention chirurgicale très fréquente, en raison des sports d'hiver. A l'ENSAM, nos résultats sont utilisés dans le cadre d'une thèse en biomécanique.

Une troisième collaboration avec le département de radiologie de l'hôpital La Fontonne nous a permis de tester notre méthode de reconstruction sur la quantification d'emphysèmes, une maladie pulmonaire.

Les images ont été obtenues à partir d'un scanner CT à balayage spirale, une nouvelle technique qui permet d'obtenir le poumon complet en deux acquisitions en apnée. Les coupes, bien que sans artefact de mouvement, sont à une distance relativement grande (1cm), ce qui pose un défi à la méthode de reconstruction employée.

Nous avons traité les données d'une vingtaine de patients et calculé le volume des poumons et de l'emphysème. Ces valeurs sont mises en corrélation avec les résultats des examens respiratoires [28]. Grâce à la reconstruction 3D, nous pouvons visualiser la répartition spatiale de la maladie, ce qui permet de savoir si l'ablation d'un lobe atteint de tumeur laisse suffisamment de tissu sain. On pourra aussi envisager de comparer les volumes des poumons dans le cas d'une greffe.

Travaux effectués en collaboration avec S. Boisgard, *Service de Chirurgie Orthopédique, CHU Clermont Ferrand* ; O. Dourthe, *Cabinet de Radiologie, Echographie et Imagerie Médicale Sophia-Antipolis* ; R. Kinis, *SPL Brigham and Women Hospital and Harvard Medical School, Boston MA* ; H. Michel, *CRS4 Centro di Ricerca, Sviluppo e Studi Superiori in Sardegna Cagliari (Italie)* ; J. Sedat, *Service d'Imagerie Médicale, CH Antibes*.

### 3.7.2 Positions admissibles d'une molécule par rapport à une autre

*Participants* : Jacqueline Duquesne, Franck Nielsen

Etant données deux molécules (chacune molécule est assimilée à un ensemble de sphères rigidement attachées les unes aux autres), il s'agit de trouver toutes les positions (et orientations) amenant l'une au contact de l'autre. Seuls sont d'abord admis les degrés de liberté en translation. Dans ce cas, on peut trouver une solution en toute dimension. Puis est étudié le cas général (translations et rotations). En dimension deux, appelons  $P(t)$  les positions de contact admissibles, exprimées en fonction de  $t$ , l'angle de rotation d'une molécule par rapport à l'autre. Le principe est de détecter les angles de rotation *critiques*, pour lesquels il y a un changement combinatoire dans la structure de  $P(t)$ . On calcule ensuite  $P(0)$ , et un parcours de la liste triée des événements critiques permet de mettre à jour, au fur et à mesure, la structure de  $P(t)$ . L'algorithme trouvé en dimension 2 est adaptatif : sa complexité dépend de la taille du résultat. Les efforts portent maintenant sur l'obtention d'un algorithme en dimension trois, qui est le cas intéressant en pratique. Le nombre de degrés de liberté passe alors de trois à six, ce qui rend l'étude beaucoup plus complexe.

Ces résultats sont utiles en modélisation moléculaire et en robotique. Trouver les configurations d'association de deux molécules rigides modé-

lisées par des ensembles de sphères est un problème important en biologie moléculaire appelé *docking*. En robotique, un ensemble de sphères peut représenter le robot et l'autre les obstacles. Calculer les positions admissibles revient à trouver l'espace libre du robot, ce qui est intéressant en planification de trajectoire.

## 4 Actions industrielles

Dans cadre du projet Iares du CNES, nous avons poursuivi nos études sur la planification de trajectoires de robots mobiles tout-terrain en collaboration avec Alcatel Espace et Alcatel Alsthom Recherche.

Nous collaborons avec la société SDS afin d'inclure un module de résolution de modèle géométrique direct dans leur logiciel de CAO pour les mécanismes. Nous avons appliqué avec succès nos méthodes sur différents cas types proposés par cette société.

Plusieurs nouvelles collaborations industrielles viennent de démarrer. Avec Matra Marconi Espace pour l'aménagement de satellites, avec EDF pour la planification de trajectoires de robots et avec le CNET pour la modélisation des réseaux.

D'autre part, une collaboration avec le BRGM sur la modélisation des sous-sols s'organise après le recrutement d'un ancien doctorant du projet comme postdoctorant.

## 5 Actions nationales et internationales

### 5.1 Actions nationales

Le projet Prisme est membre du PRC Mathématique et Informatique et partenaire de l'opération "Géométrie algorithmique et synthèse d'images" de ce PRC.

J-D. Boissonnat représente l'INRIA au conseil scientifique de l'université de Nice. Il est membre nommé par le CNRS des conseils scientifiques du CRIN et du laboratoire de modélisation et calcul (LMC) de l'IMAG.

J-D. Boissonnat est membre du comité technique et industriel de l'IFREMER.

J-D. Boissonnat est membre de l'observatoire de la recherche en informatique présidé par M. Nivat.

## 5.2 Actions internationales

Le projet est partenaire de deux projets ESPRIT BRA, ALCOM II (Algorithms and Complexity) et PROMotion (Planning Robot Motion).

J-D. Boissonnat est membre de l'“impact task force” en géométrie algorithmique présidée par B. Chazelle (Princeton).

J-D. Boissonnat est membre des comités de rédaction de Theoretical Computer Science, Algorithmica, The International Journal of Computational Geometry and Applications, Computational Geometry : Theory and Applications, Revue d'intelligence artificielle.

J-P. Merlet est membre du comité de rédaction de la Revue d'Automatique et Productique Appliquées.

J-P. Merlet était membre du comité de programme de la conférence Advance Robotics Kinematics (4-7/7/1994).

Le projet édite et distribue deux lettres d'information :  $\mathcal{G}\acute{e}\mathcal{D}\acute{e}\mathcal{o}\mathcal{N}$  consacré à la géométrie algorithmique et PROLEGOMENES à la théorie des mécanismes.  $\mathcal{G}\acute{e}\mathcal{D}\acute{e}\mathcal{o}\mathcal{N}$ , proposée par O. Devillers [46], a dépassé les 200 lecteurs et atteint son 23ème numéro. Cette initiative a été reprise au niveau international avec la création d'une lettre d'information similaire en anglais l'été dernier : *CG Tribune*. PROLEGOMENES [47] voit son public s'élargir graduellement avec environ 100 abonnés. Les problèmes ouverts posés dans la revue ont permis de susciter des collaborations entre mécaniciens et mathématiciens.

## 5.3 Collaborations scientifiques

Notre collaboration avec plusieurs universités (Brown, Hong Kong, Utrecht, Tel Aviv, Brigham and Womens Hospital à Boston, Québec), s'est poursuivie, concrétisée par plusieurs articles.

Une collaboration avec le Canada a conduit aux séjours sabbatiques de J. Czyzowicz (Université du Québec à Hull) puis de S. Whitesides (Mc Gill), et à la visite de J-M. Robert (Université du Québec à Chicoutimi).

Une collaboration étroite avec l'université de Tel Aviv s'est nouée avec la visite de M. Sharir et le séjour postdoctoral de Matthew Katz.

Le concept de notre prototype de robot parallèle a été utilisé par la Northwestern University pour procéder à des opérations de chirurgie de l'œil sur des chiens.

La collaboration avec le MEL de Tsukuba (Japon) a permis de trouver un financement pour l'étude commune d'un robot parallèle rapide.

Les chercheurs du projet ont également effectué des séjours à l'étranger. J-D. Boissonnat a passé le mois de février 1994 à l'Université de Brown. O. Devillers a été invité à l'Université d'Utrecht pour 2 semaines en novembre 1994. Jacqueline Duquesne a visité le laboratoire de modélisation moléculaire de l'Université de York au mois de Septembre 1994. Bernhard Geiger a visité le Surgical Planning Laboratory de Ron Kikinis au Brigham and Womens Hospital à Boston en Mars 94. La coopération avec l'Université McGill de Montréal dans le domaine des robots parallèles a continué avec un séjour d'une semaine en mars 1994 de J-P. Merlet.

## 6 Diffusion des résultats

### 6.1 Formation

#### 6.1.1 Enseignement universitaire

Les membres du projet ont assuré 105 heures d'enseignement :

– DEA Robotique et Vision, Université de Nice :

    Géométrie algorithmique (15h, O. Devillers).

    Algorithmes pour la vision et la robotique (15h, J-D. Boissonnat, K. Dobrindt et S. Lazard)

– Ecole des Mines, cours sur les robots parallèles et la planification de trajectoire (12h, O. Devillers et J-P. Merlet)

– ENSTA, cours de robotique (6h, J-P. Merlet)

– ESSI, cours de robotique (3h, J-P. Merlet)

– ISIA, cours d'algorithmique (30h, F. Avnaim)

– DEA Informatique Mathématique et Applications, X, ENS, Paris 6, 7 et 11 : Géométrie algorithmique (20h, J-D. Boissonnat et M. Yvinec)

J-D. Boissonnat et O. Devillers sont membres du conseil scientifique du DEA Robotique et Vision de l'université de Nice.

Le projet est équipé d'accueil de doctorants des écoles doctorales de mathématiques et SPI de l'université de Nice, et des formations doctorales Informatique Mathématique et Applications (X, ENS, Paris 6, 7

et 11) et Informatique Temps-Réel, Robotique, Automatique de l'Ecole des Mines de Paris.

### 6.1.2 Autres enseignements

J-D. Boissonnat a donné un cours à l'école de géométrie algorithmique organisée par le projet ALCOM II (Buckow) et un autre dans le cadre des journées de géométrie algorithmique (Val d'Ajol).

### 6.1.3 Thèses

#### Thèses dans le projet :

Le projet accueille des doctorants des formations doctorales de mathématiques de l'université de Nice, Informatique Mathématique et Applications (X, ENS, Paris 6, 7 et 11), Informatique Théorique, Calcul et Programmation (Paris 6), Informatique Temps-Réel, Robotique, Automatique de l'Ecole des Mines de Paris.

Trois thèses ont été soutenues en 1994 :

- X-N. Bui, “Planification de trajectoire pour un robot polygonal non-holonyme dans un environnement polygonal”, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- K. Dobrindt, “Algorithmes dynamiques randomisés pour les arrangements. Application à la planification de trajectoires”, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- A. Fabri, “Géométrie algorithmique en parallèle sur des machines réelles”, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

#### Jurys de thèses :

- J-D. Boissonnat a été rapporteur de la thèse d'habilitation de M. Pocchiola (Paris XI) et des thèses de P. Rambeaud (Poitiers), F. van der Stappen (Utrecht) et H. Brönnimann (Princeton), et examinateur des thèses de K. Li (Université de Nice) et R. Arnaud (Thomson DSI et Paris VI).
- O. Devillers a été rapporteur de la thèse de Khanh Vophi (LMC-IMAG)
- J-P. Merlet a été rapporteur de 2 thèses (EPFL Lausanne, CEA).

## 6.2 Participation à des conférences et colloques

- Workshop of Algorithmic Foundations of Robotics
- AAAI Spring Symposium Series: Applications of Computer Vision in Medical Image processing
- Journées de géométrie algorithmique (6 participants)
- 10th European Workshop on Computational Geometry
- MEGA94, avril 1994 (conférence invitée)
- Advances in robot kinematics and computational geometry (2 participants)
- IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (3 participants)
- ACM Symposium on Computational Geometry
- Algorithmic complexity of algebraic and geometric models
- *ALCOM General Workshop* (3 participants)
- Scandinavian Workshop on Algorithms (2 participants)
- 6th Canadian Conference on Computational Geometry
- Discrete Geometry for Computer Imagery
- European Symposium on Algorithms (2 participants)
- First International Symposium on Medical Robotics and Computer Assisted Surgery MRCAS94
- *PROMotion General Workshop* (3 participants)
- Israel-France binational symposium on Computer Graphics and Geometric Modelling (conférence invitée)
- Journée Calcul Formel et Singularités de Rennes

Des séminaires ont également été donnés à l'Université Brown, à l'IRISA, au Laboratoire d'Analyse et d'Optimisation (LAO) de l'université Paul Sabatier de Toulouse, à l'école centrale de Nantes, à l'université de Waterloo, dans le projet Imagis de Grenoble (2), au LMC-IMAG (2), à l'université d'Utrecht, à l'Université de Tel Aviv.

## 6.3 Organisation de colloques et de cours

Notre effort de promotion de la géométrie algorithmique en France est maintenant une activité bien rodée avec l'organisation de journées an-

nelles (Valberg en mars 1992, St-Pierre en février 1993, Le Val d'Ajol en mars 1994 et St-Malo en mai 95).

## 6.4 Diffusion de produits

Quatre nouvelles mises à disposition de NUAGES ont été faites en 1994 (reconstruction 3D pour imagerie médicale) : Lawrence Berkeley Laboratory Berkeley CA, Royal Marsden Hospital London, Higher Technical Institute CYPRUS, l'université de Gènes.

Le logiciel NUAGES est disponible par ftp. Plus de 300 accès ont été effectués par EDF, NASA, Evans and Sutherland, NIXDORF, GEC, General Motors etc.

## 7 Publications

### Thèses

- [1] X.-N. BUI, *Planification de trajectoire pour un robot polygonal non-holonome dans un environnement polygonal*, Thèse de doctorat en sciences, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1994.
- [2] K. DOBRINDT, *Algorithmes dynamiques randomisés pour les arrangements. Application à la planification de trajectoires*, Thèse de doctorat en sciences, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1994.
- [3] A. FABRI, *Géométrie algorithmique en parallèle sur des machines réelles*, Thèse de doctorat en sciences, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1994.

### Articles et chapitres de livre

- [4] J.-D. BOISSONNAT, A. CÉRÉZO, J. LEBLOND, «Shortest paths of bounded curvature in the plane», *Journal of Intelligent Systems* 10, 1994, p. 1-16.
- [5] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, S. LAZARD, «Motion Planning of Legged Robots», in: *The First Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*, A. K. Peters, Boston, MA, 1994.
- [6] F. DEHNE, A. FABRI, M. NASSAR, A. RAU-CHAPLIN, R. VALIVETI, «Construction of d-dimensional Hyperoctrees on a Hypercube Multiprocessor», *Journal of Parallel and Distributed Computing* 23, 1994, p. 256-261.

- [7] C. GOSSELIN, J.-P. MERLET, «On the direct kinematics of planar parallel manipulators: special architectures and number of solutions», *Mechanism and Machine Theory* 29, 8, Novembre 1994, p. 1083–1097.
- [8] J.-P. MERLET, «Trajectory verification in the workspace for parallel manipulators», *The Int. J. of Robotics Research* 13, 4, Août 1994, p. 326–333.
- [9] J.-P. MERLET, «Direct kinematics of Parallel manipulators», *IEEE Trans. on Robotics and Automation* 9, 6, Décembre 1993, p. 842–845.
- [10] J.-P. MERLET, «Forward kinematics of non-polyhedral parallel manipulators», *ASME J. of Mechanical Design* 4, 115, Décembre 1993, p. 938–940.
- [11] J.-P. MERLET, «Parallel manipulators: state of the art and perspective », *Advanced Robotics* 8, 6, Décembre 1994.
- [12] J.-P. MERLET, «Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante », *Mechanism and Machine Theory* 29, 8, Novembre 1994, p. 1099–1113.
- [13] J. PONCE, A. SUDSANG, S. SULLIVAN, B. FAVERJON, J.-D. BOISSONNAT, J.-P. MERLET, «Algorithms for computing multi-finger force-closure grasps of polyhedral objects», in: *The First Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*, A. K. Peters, Boston, MA, 1994.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [14] S. BOISGARD, B. GEIGER, H. MICHEL, «A study of 3D Kinematics of the Knee Joint», in: *First Internat. Symposium on Medical Robotics and Computer-Assisted Surgery*, p. 121–125, Pittsburgh, 1994.
- [15] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, J.-M. ROBERT, M. YVINEC, «Convex Tours of Bounded Curvature», in: *Proc. 2nd. European Symposium on Algorithms, Lecture Notes in Computer Science*, 855, Springer-Verlag, p. 254–265, 1994.
- [16] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, M. YVINEC, «Circular Separability of Polygon», in: *Proc. 6th ACM-SIAM Sympos. Discrete Algorithms (SODA)*, 1995.
- [17] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, S. LAZARD, «From Spiders Robots to Half Disks Robots», in: *Proc. 11th IEEE Internat. Conf. Robot. Autom.*, 1994.
- [18] X.-N. BUI, P. SOUÈRES, J.-D. BOISSONNAT, J.-P. LAUMOND, «Shortest path synthesis for Dubins non-holonomic robot», in: *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, p. 2–7, San Diego, 1994.

- [19] M. DE BERG, K. DOBRINDT, O. SCHWARZKOPF, «On Lazy Randomized Incremental Construction», *in: Proc. 25th Annu. ACM Sympos. Theory Comput.*, 1994.
- [20] O. DEVILLERS, M. GOLIN, K. KEDEM, S. SCHIRRA, «Revenge of the Dog: Queries on Voronoi Diagrams of Moving Points», *in: Proc. 6th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 122–127, 1994.
- [21] O. DEVILLERS, M. GOLIN, «Incremental algorithms for finding the convex hulls of circles and the lower envelopes of parabolas», *in: Proc. 6th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 153–158, 1994.
- [22] O. DOURTHE, B. GEIGER, H. MICHEL, «Application IRM en obstétrique - Simulation d'accouchement», *in: Revue d'Imagerie Médicale*, 6, 10, Springer-Verlag France, p. 130, Paris, 1994.
- [23] B. GEIGER, M. IOANNIDES, «Reverse Engineering and Rapid Prototyping Techniques in Medicine», *in: First International Conference on Medical Physics and Biomedical Engineering*, Cyprus, 1994.
- [24] B. GEIGER, R. KIKINIS, «Simulation of Endoscopy», *in: AAAI Spring Symposium Series: Applications of Computer Vision in Medical Images Processing*, p. 138–140, Stanford University, 1994.
- [25] D. LAZARD, J.-P. MERLET, «The (true) Stewart Platform has 12 configurations», *in: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, p. 2160–2165, San Diego, 8-13 Mai 1994.
- [26] J.-P. MERLET, «Some algebraic problems arising in the field of mechanisms theory», *in: MEGA*, Santander, 5-9 Avril 1994.
- [27] J.-P. MERLET, «Trajectory verification in the workspace of parallel manipulators», *in: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, p. 2166–2171, San Diego, 8-13 Mai 1994.
- [28] J. SEDAT, O. DOURTHE, H. MICHEL, B. GEIGER, J. CHAVAILLON, C. ROTOMONDO, M. BAQUE, B. PADOVANI, «Quantification de l'emphysème par scanner à balayage spirale», *in: Revue d'Imagerie Médicale*, 6, 10, Springer-Verlag France, p. 313, Paris, 1994.
- [29] L. TANCREDI, J.-P. MERLET, «Evaluation of the Errors When Solving the Direct Kinematics of Parallel Manipulators With Extra Sensors», *in: 4th ARK*, p. 439–448, Ljubljana, 4-6 Juillet 1994.

## Rapports de recherche et publications internes

- [30] F. AVNAIM, J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, F. PREPARATA, M. YVINEC, «Evaluating signs of determinants using single-precision arithmetic», *Rapport de Recherche n° 2306*, INRIA, 1994.

- [31] J.-D. BOISSONNAT, X.-N. BUI, « Accessibility Region for a Car that Only Moves Forwards along Optimal Paths », *Rapport de Recherche n° 2181*, INRIA, 1994.
- [32] J.-D. BOISSONNAT, A. CÉRÉZO, J. LEBLOND, « A note on shortest paths in the plane subject to a constraint on the derivative of the curvature », *Rapport de Recherche n° 2160*, INRIA, 1994.
- [33] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, J.-M. ROBERT, M. YVINEC, « Convex Tours of Bounded Curvature », *Rapport de Recherche n° 2375*, INRIA, 1994.
- [34] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, M. YVINEC, « Circular Separability of Polygon », *Rapport de Recherche n° 2406*, INRIA, 1994.
- [35] J.-D. BOISSONNAT, M. SHARIR, B. TAGANSKY, M. YVINEC, « Voronoi diagrams in higher dimensions under certain polyhedral distance functions », *Rapport de recherche*, INRIA, A paraître.
- [36] M. DE BERG, K. DOBRINDT, O. SCHWARZKOPF, « On Lazy Randomized Incremental Construction », *Rapport de Recherche n° 2262*, INRIA, 1994.
- [37] M. DE BERG, L. GUIBAS, D. HALPERIN, M. OVERMARS, O. SCHWARZKOPF, M. SHARIR, M. TEILLAUD, « Reaching a Goal with Directional Uncertainty », *Rapport de Recherche n° 2190*, INRIA, 1994.
- [38] E. DE LANGE, « Generalized Voronoi diagrams in 3D space and their application to object reconstruction », *Master's thesis n° INF/SRC-94-38*, Universiteit Utrecht, Utrecht, Pays-Bas, 1994.
- [39] O. DEVILLERS, M. GOLIN, K. KEDEM, S. SCHIRRA, « Revenge of the Dog: Queries on Voronoi Diagrams of Moving Points », *Rapport de Recherche n° 2329*, INRIA, 1994.
- [40] O. DEVILLERS, M. GOLIN, « Dog Bites Postman: Point Location in the Moving Voronoi Diagram and Related Problems », *Rapport de Recherche n° 2263*, INRIA, 1994.
- [41] O. DEVILLERS, M. GOLIN, « Incremental algorithms for finding the convex hulls of circles and the lower envelopes of parabolas », *Rapport de Recherche n° 2280*, INRIA, 1994.
- [42] V. KOSTOV, E. DEGTIARIOVA-KOSTOVA, « Suboptimal paths in the problem of a planar motion with bounded derivative of the curvature II », *Rapport de Recherche n° 2189*, INRIA, 1994.
- [43] J.-P. MERLET, N. MOULY, « Espaces de travail et planification de trajectoire des robots parallèles plans », *rapport de recherche n° 2291*, INRIA, Mai 1994.

- [44] F. NIELSEN, «Une visite dans le monde des algorithmes géométriques sensibles à la sortie», *Rapport de dea informatique théorique, rapport de Magistère*, ENS de Lyon, Lyon, France, 1994.
- [45] M. TEILLAUD, «Union and Split Operations on Dynamic Trapezoidal Maps», *Rapport de recherche*, INRIA, A paraître.

## Divers

- [46] O. DEVILLERS (ED), «GéDéoN», 1994, 23 numéros de 91 à 94.
- [47] J.-P. MERLET (ED), «Prolégomènes».

## 8 Abstract

The main interests of the project are computational geometry and geometric issues in robotics. The research is motivated by the many applications domains, and most notably robotics, that requires to solve geometric problems efficiently.

The goal of our work in computational geometry is to design algorithms and to analyze their behaviour from both a theoretical and a practical point of view. This year, our research has been two fold. On one hand, we worked on new general algorithmic techniques (output sensitive algorithms, randomized algorithms), Voronoi diagrams and triangulations, algorithms for spheres. On the other hand, we developed a library of geometric algorithms named C++GAL and designed a new method to cope with numerical unstability.

The research in robotics is conducted along two main directions : mechanism theory and modelling, and motion planning. The work on parallel manipulators has been continued, aiming at simplifying the computation of the direct kinematics and providing tools for designing such manipulators. Our work on motion planning focused on the computation of optimal paths for mobile robots and on two applications outside the robotics area : the simulation of endoscopy in surgery and the docking problem in molecular chemistry.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Présentation du projet</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Actions de recherche</b>	<b>4</b>
3.1	Méthodes algorithmiques . . . . .	4
3.1.1	Algorithmes géométriques adaptatifs . . . . .	4
3.1.2	Algorithmes randomisés . . . . .	4
3.2	Diagrammes de Voronoï et triangulations . . . . .	5
3.2.1	Diagrammes de Voronoï pour des normes polyédriques convexes . . . . .	5
3.2.2	Diagramme de Voronoï de points mobiles . . . . .	6
3.2.3	Approximation de surfaces . . . . .	6
3.3	Algorithmes pour les cercles et les sphères . . . . .	7
3.3.1	Enveloppe convexe de cercles . . . . .	7
3.3.2	Calcul de l'union d'un ensemble de sphères . . . . .	8
3.4	Développement d'une bibliothèque d'algorithmes géométriques . . . . .	8
3.4.1	C++GAL . . . . .	8
3.4.2	Problèmes de précision numérique . . . . .	9
3.5	Robots parallèles . . . . .	10
3.5.1	Espace de travail des robots parallèles . . . . .	10
3.5.2	Vérification de trajectoire pour les robots parallèles	10
3.5.3	Modèle géométrique direct . . . . .	10
3.5.4	Nombre de solutions du modèle géométrique direct pour les robots parallèles . . . . .	11
3.5.5	Influence des erreurs de capteurs sur le placement des robots parallèles . . . . .	11
3.5.6	Aide à la conception de robots parallèles . . . . .	11
3.6	Planification de trajectoires . . . . .	12

3.6.1	Plus courts chemins $C^1$ contraints . . . . .	12
3.6.2	Circuits convexes et problèmes de séparation par des cercles . . . . .	12
3.6.3	Robots à pattes . . . . .	13
3.7	Applications en dehors de la robotique . . . . .	14
3.7.1	Imagerie médicale . . . . .	14
3.7.2	Positions admissibles d'une molécule par rapport à une autre . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Actions industrielles</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Actions nationales et internationales</b>	<b>16</b>
5.1	Actions nationales . . . . .	16
5.2	Actions internationales . . . . .	17
5.3	Collaborations scientifiques . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Diffusion des résultats</b>	<b>18</b>
6.1	Formation . . . . .	18
6.1.1	Enseignement universitaire . . . . .	18
6.1.2	Autres enseignements . . . . .	19
6.1.3	Thèses . . . . .	19
6.2	Participation à des conférences et colloques . . . . .	20
6.3	Organisation de colloques et de cours . . . . .	20
6.4	Diffusion de produits . . . . .	21
<b>7</b>	<b>Publications</b>	<b>21</b>
<b>8</b>	<b>Abstract</b>	<b>25</b>