
Avant Projet MOSTRA

Modélisation Numérique de Matériaux Nouveaux et Structures Adaptatives

Localisation : *Inria Rocquencourt et Pôle Universitaire L. de Vinci (PULV)*

Mots-clés : algorithme numérique, analyse numérique, composites, élasticité non-linéaire, éléments finis, décomposition de domaines, logiciel numérique, matériaux nouveaux, mécanique des solides, modélisation, parallélisme, structures adaptatives.

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Michel Bernadou, professeur, directeur de recherche, Pôle Universitaire L. de Vinci et Inria

Responsable permanent

Marina Vidrascu, directeur de recherche, Inria

Secrétaire

Maryse Desnous, assure également le secrétariat de Gamma

Conseiller Scientifique

Françoise Léné, professeur, ENS Cachan et Université de Paris 6

Personnel Inria

Amine Hassim, chargé de recherche

Personnel PULV

Pierre Nicolas, professeur

Chercheur invité

Mohamed Jaoua, professeur à l'école Nationale d'ingénieurs de Tunis (septembre 96 - août 97)

Chercheurs doctorants

Agnès Blanguernon, boursière MESR, Université de Paris 6

Henri Chajmowicz, boursier ENPC et Inria

Song He, boursier chinois et Pôle Universitaire Léonard de Vinci

Jim Pioche, boursier MESR, Université de Paris 6

Christophe Haenel, boursier MESR, Université de Paris 6

Stagiaire DEA

Gabriel Le Dain, 3 mois, Paris 6

Collaborateurs extérieurs

Dominique Chapelle, ingénieur au LCPC

Philippe Ciarlet, professeur, Université de Paris 6

Patrick Le Tallec, professeur, Directeur de Recherche Projet M3N

2 Présentation de l'avant projet

Cet avant-projet s'appuie sur les compétences acquises en modélisation numérique des problèmes issus de la Mécanique du solide, à savoir :

i) **L'analyse et la modélisation numérique des structures utilisant des matériaux classiques** : poutres, plaques, coques, massifs pour des lois de comportement linéaires ou non, en petits ou en grands déplacements. L'accent a été mis dernièrement sur le développement de méthodes d'approximation fiables et performantes (problèmes de verrouillage notamment) et sur l'étude mathématique de problèmes de mécanismes.

ii) **La modélisation numérique de structures utilisant des matériaux nouveaux passifs : les composites**. Ces études reposent sur les méthodes d'homogénéisation, de localisation et conduisent à des méthodes numériques performantes. Les travaux en cours portent sur une étude d'endommagement dans le cadre d'un contrat Brite-Euram.

iii) **Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide** qui est un thème plus transversal : essentiellement des méthodes de décomposition de domaines (avec maillages compatibles ou incompatibles) et la conception d'algorithmes performants pour la résolution de problèmes d'élasticité non linéaire, couplés ou non à des problèmes de mécanique des fluides.

Dans ces trois directions, il reste encore beaucoup à faire au plan de la modélisation numérique et du calcul intensif.

Au delà de ces matériaux classiques et nouveaux passifs, une nouvelle classe de matériaux, les matériaux "actifs", fait l'objet d'un intérêt de plus en plus marqué de la part des industriels. Il s'agit notamment des :

- matériaux piézoélectriques,
- matériaux magnétostrictifs,
- matériaux à mémoire de forme,
- fibres optiques.

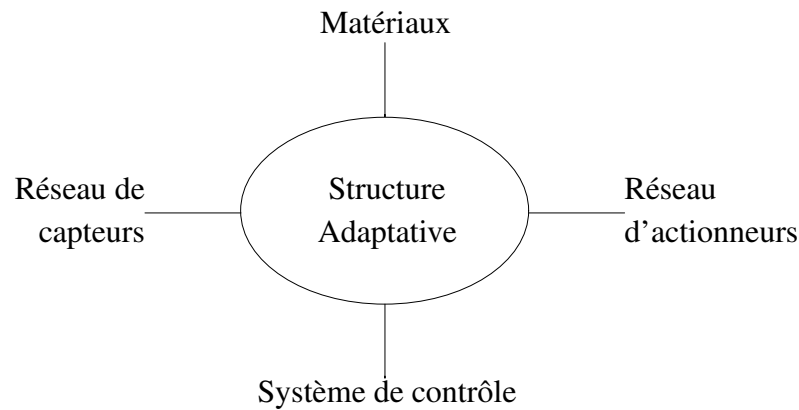
Au sein de ces matériaux, le couplage d'effets mécaniques, électriques, magnétiques... ouvre une voie prometteuse vers la commande en temps réel des structures.

C'est ce qui nous a conduit à proposer dans le cadre de l'avant projet Mostra les nouvelles orientations suivantes :

iv) **la modélisation numérique de matériaux nouveaux actifs** et notamment l'analyse numérique des problèmes couplés correspondants.

v) **l'utilisation de ces matériaux pour réaliser la commande de structures adaptatives** essentiellement dans les domaines acoustique, vibratoire et de l'endommagement.

De manière extrêmement schématique, un système de structure adaptative comporte quatre composantes essentielles : le(s) matériau(x) qui constitue(nt) la structure, un réseau de capteurs, un système de commande, un réseau d'actionneurs, ce que nous synthétisons sur la figure ci-après :



Notre action porte essentiellement sur la modélisation numérique des matériaux, des structures et des interactions structures/capteurs et actionneurs/structures. Le système de commande en temps réel relève davantage de spécialistes d'automatique et de traitement du signal; nous mettons en place les collaborations appropriées.

Soulignons que le double rattachement à l'INRIA et au PULV favorise la mobilisation des compétences de l'ensemble de l'équipe mais aussi la recherche de collaborations avec les équipes d'automatique, de traitement du signal ou de robotique (à l'INRIA) et celles d'expérimentation (au PULV) qui sont susceptibles d'apporter les compétences complémentaires nécessaires.

3 Actions de recherche

Les diverses actions de recherche développées en 1996 sont présentées ci-dessous en les regroupant selon les cinq thèmes retenus au paragraphe 2 pour la présentation de l'avant projet.

3.1 Analyse et modélisation numérique des structures utilisant des matériaux classiques

Participants : Michel Bernadou, Henri Chajmowicz, Dominique Chapelle, Patrick Le Tallec, R. Stenberg

Mots-clés : algorithme numérique, analyse numérique, éléments finis, mécanique des solides, modélisation, mécanismes.

La modélisation numérique des structures réalisées en matériaux classiques demeure un champ de recherche très ouvert, notamment dans les directions suivantes qui intéressent tout particulièrement les utilisateurs industriels :

- abaissement des coûts de calcul (à précision égale des résultats);
- amélioration de la précision et fiabilité des méthodes d'approximation;
- analyse des comportements dynamiques.

Ajoutons qu'une bonne maîtrise des structures réalisées en matériaux nouveaux passifs ou actifs suppose une poursuite constructive des recherches dans la composante matériaux classiques.

Nos efforts ont porté cette année sur deux points : le verrouillage numérique dans l'approximation des coques minces et la formulation mathématique des problèmes de mécanismes avec pour perspective des applications en robotique et en grandes structures spatiales.

3.1.1 Étude des phénomènes de verrouillage dans l'approximation de coques minces générales

Dans les équations de coques minces figurent des termes en e et des termes en e^3 où e désigne l'épaisseur de la coque. Lorsque l'épaisseur devient très petite et que ces équations de coques sont approchées par des méthodes d'éléments finis, des phénomènes d'instabilité et de blocage numérique peuvent apparaître notamment dans le cas d'approximations de bas degré. Ce type de problèmes a fait l'objet de nombreuses études dans d'autres contextes (élasticité incompressible, plaques avec cisaillement transverse...) mais à ce jour, il n'y a pas de méthode réellement satisfaisante pour les coques générales et c'est du reste un des défis du domaine. Après plusieurs essais infructueux, on s'est intéressé à des méthodes de type éléments finis mixtes stabilisés par des termes de moindres carrés.

L'idée maîtresse de ces méthodes, que R. Stenberg a largement contribué à développer pour le problème de Stokes et les formulations de plaques minces, consiste à ajouter à la formulation variationnelle discrète des termes soigneusement choisis pour stabiliser la méthode et éviter le verrouillage. Leur application aux coques est prometteuse et un article conjoint (D. Chapelle, R. Stenberg) a été soumis au SIAM Journal of Numerical Analysis.

La méthode stabilisée pour les coques a été implémentée par D. Chapelle dans le cas d'un cylindre circulaire. Cette géométrie particulière simplifie notablement le travail de programmation, et présente néanmoins une grande diversité de comportements possibles (modèles limites de type membrane ou flexion). Pour tester cette méthode, on a été amené à rechercher des solutions de référence, problème beaucoup plus délicat qu'il n'y paraît.

Ce travail, joint à d'autres résultats obtenus sur les poutres 3D, ont conduit à la soutenance d'une thèse d'Université par D. Chapelle le 18-6-96.

3.1.2 Formulation mathématique des problèmes de mécanismes

Les systèmes de poutres flexibles en chaîne ouverte interviennent dans de nombreux domaines d'application : robotique industrielle, domaines spatial et biomédical... Cette étude porte sur les systèmes de poutres élastiques reliées par des articulations permettant des rotations relatives d'amplitudes finies. Le modèle de jonction aux articulations est choisi en fonction de trois impératifs : il doit être physiquement réaliste, permettre un traitement numérique efficace et se prêter à l'analyse mathématique du problème.

Une configuration de référence est définie, où les poutres de la chaîne sont assimilées à des cylindres droits de section constante. On s'intéresse alors aux déformations et aux grands déplacements de cette configuration à chargement donné (cas statique) ou à chargement et paramètres de commande articulaires donnés au cours du temps (cas dynamique).

Deux modélisations mécaniques ont été envisagées dans ce travail. La première est une modélisation en grands déplacements rigides, auxquels se superposent de petites déformations élastiques. La seconde est une modélisation en grands déplacements, qui permet une extension aisée au cas des grandes déformations.

L'analyse mathématique et le traitement numérique des équations régissant le mouvement et les déformations des chaînes ouvertes de poutres flexibles ainsi que l'étude mathématique d'un problème inverse type (suivi de trajectoire) sont développés dans la thèse de H. Chajmowicz, soutenue le 20-6-96.

3.2 Modélisation numérique des structures utilisant des matériaux nouveaux passifs : les composites

Participants : Amine Hassim, Françoise Léné

Mots-clés : algorithme numérique, modélisation, endommagement, matériaux composites.

La modélisation numérique des matériaux nouveaux passifs est menée en liaison étroite avec les utilisateurs industriels (Aérospatiale, Thomson et Ifremer notamment) et, côté universitaire, avec le laboratoire LM2S de Paris 6 et le département de Mécanique de Cachan. Les développements actuels portent

sur la tenue au choc et l'analyse de l'endommagement de structures composites multicouches dans le cadre d'un contrat européen BRITE. Ici encore, la poursuite de développements de recherche sur ces thèmes est indispensable pour aborder la modélisation numérique des structures incorporant des matériaux actifs car celles-ci sont, dans la très grande majorité des cas réalisées en matériaux composites.

3.2.1 Tenue au choc et analyse de l'endommagement de structures composites multicouches

Les chocs de type impact faible vitesse constituent l'une des principales agressions mécaniques subies par les structures stratifiées de faible épaisseur, à matrice organique et fibres de carbone. Ces structures sont aujourd'hui très répandues dans les domaines où les propriétés mécaniques par unité de poids jouent un rôle important. Le dimensionnement de ces structures repose sur des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire en utilisant une machine à chocs sur des échantillons beaucoup plus petits que la structure réelle. Un projectile cylindrique projeté par un canon ou lâché d'une certaine hauteur (chute libre de masse) vient impacter l'éprouvette en son milieu. Pendant le choc, les jauges de déformation (capteurs) ainsi que les techniques de Moiré sont utilisées pour effectuer des mesures pour différents niveaux de charge (masse, diamètre et vitesse initiale de l'impacteur).

Notre objectif a été de mettre au point un modèle capable de reproduire les résultats observés lors des essais de type chute libre de masse. Nous avons donc développé un outil permettant de caractériser les conséquences d'un choc localisé sur une structure simple de type éprouvette. Les difficultés de la modélisation résident dans le traitement de deux types de non-linéarités :

- celle des efforts transmis par le projectile au point d'impact; elle dépend de la forme, de la vitesse et des propriétés mécaniques de l'impacteur. Une loi de type Hertz modifiée a été utilisée.
- celle des détériorations irréversibles des différentes couches du matériau dues à l'apparition et au développement des micro-fissurations de la matrice et aux décohésions fibre-matrice. Pour prendre en compte ces dégradations qui affectent les propriétés mécaniques du matériau, nous utilisons une approche à double échelle. L'échelle de la couche est considérée comme homogène élastique endommageable. La méthode y utilise deux variables internes (constantes dans l'épaisseur de la couche) pour traduire les dégradations de la couche : chute du module de rigidité transverse (perpendiculaire à la direction des fibres) et des modules de cisaillement. Les évolutions de ces variables sont supposées linéaires par rapport à la variable associée à l'endommagement. L'identification des paramètres du modèle nécessite des essais pour chacune des couches. Une intégration directe est ensuite faite au niveau des assemblages de couches.

Un logiciel d'analyse transitoire non linéaire basé sur la méthode des éléments finis a été développé pour prendre en compte les mécanismes de dégradations progressives de l'éprouvette dues au choc. Cette étude a été effectuée en collaboration avec le Laboratoire d'Essais et d'Évaluations en Environnement (Thomson Marconi Sonar) qui assure la partie expérimentale. Les comparaisons essais/simulations du déplacement et de la vitesse de l'impacteur en fonction du temps, ainsi que l'analyse de la progression de l'endommagement dans les différentes couches ont permis de valider l'outil de simulation numérique de l'essai d'impact. Cette caractérisation complète du stratifié à l'échelle du pli, tant du point de vue loi de comportement que modèle d'endommagement (tenue au choc), permet de traiter n'importe quelle séquence d'empilement. En effet, à partir des contraintes dans chaque couche du stratifié, il suffit d'appliquer le modèle développé pour cette couche et d'en déduire son état d'endommagement. Pour un drapage avec des couches formées d'un autre matériau, des essais de caractérisation similaires sont nécessaires pour identifier les paramètres du modèle.

À terme, une base de données matériaux sera réalisée en utilisant la même démarche. Cette base de matériaux sera constituée :

- au niveau macroscopique, de la description des multicouches utilisés et des résultats expérimentaux et numériques;

- au niveau mésoscopique ($10^{-4} m$), de la description des couches: propriétés effectives, modèle d'endommagement progressif à l'échelle de la couche homogénéisée, et corrélations essais-calculs effectuées;
- au niveau microscopique ($10^{-6} m$), de la description du volume représentatif de la couche (unidirectionnelle, tissée, etc) et des propriétés mécaniques des constituants, lorsque cela est possible.

Il est également prévu de compléter cette base de données matériaux par:

- la description du contenu théorique (rapports, références, ...) et de la méthodologie expérimentale (dispositif, normes, ...) utilisée pour constituer cette base de donnée;
- les logiciels de visualisation des rapports et des courbes obtenues par la simulation et l'interprétation des essais;
- le logiciel de caractérisation des propriétés effectives des composites (COMEP);
- le logiciel de simulation d'une machine d'essai de tenue au choc prenant en compte les dégradations progressives des propriétés de la couche dues à l'endommagement;
- les logiciels pour interfacer cette base de données avec différents codes de simulations numériques du comportement dynamique des structures (DYNA3D, ANSYS).

3.3 Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide

Participants : Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu

Mots-clés : algorithme numérique, décomposition de domaines, méthode numérique, programmation parallèle, élasticité non linéaire.

Une action est menée depuis quelques années pour concevoir des solveurs efficaces pour la résolution de gros problèmes de structures linéaires ou non linéaires tels qu'ils se posent quotidiennement dans les grands bureaux d'étude des sociétés industrielles. Ces algorithmes, basés sur des méthodes de décomposition de domaines, sont bien adaptés aux architectures parallèles. Ces efforts trouvent un débouché très intéressant dans la collaboration mise en place avec la société Doris-Engineering, spécialisée dans la conception des plate-formes pétrolières.

3.3.1 Élasticité non linéaire en grandes déformations

L'algorithme de type Newton est un outil efficace pour résoudre un problème d'élasticité non linéaire en grands déplacements. Pour les problèmes 3D, des éléments finis hexaédriques Q2 sont utilisés. Si nécessaire, la condition d'incompressibilité est traitée par des techniques de pénalisation. L'utilisation d'éléments finis de degré deux induit un coût important pour le calcul des matrices élémentaires et les systèmes obtenus sont de grande taille. Pour les résoudre efficacement, un algorithme standard de décomposition de domaines peut être utilisé pour le problème linéarisé qui apparaît à chaque itération de l'algorithme de Newton. En partant de l'hypothèse que la matrice tangente ne varie pas beaucoup d'une itération à l'autre, on propose de garder le même préconditionneur pendant plusieurs itérations de l'algorithme de Newton. Une telle approche nécessite une légère modification dans le calcul du préconditionneur. Dans ce cas, il n'est plus nécessaire d'assembler et de factoriser la matrice de Neumann (une par sous-domaine) ni la matrice du problème grossier. Le gain ainsi obtenu est important même si le nombre d'itérations augmente légèrement.

Afin de rendre cet algorithme robuste et apte à résoudre des problèmes fortement hétérogènes et très mal conditionnés, plusieurs améliorations ont été apportées. D'une part, un algorithme de continuation a remplacé l'algorithme de Newton standard. D'autre part, pour la résolution par décomposition de domaines, un algorithme de type GMRES remplace le gradient conjugué. Cette dernière modification permet de prendre en compte le cas de très grandes déformations pour lesquelles la matrice tangente perd parfois son caractère défini positif.

3.3.2 Calcul de contraintes dans une plate-forme pétrolière

L'algorithme de décomposition de domaines avec maillages incompatibles est utilisé pour effectuer un calcul précis des contraintes dans une plate-forme pétrolière. Cette étude est menée en collaboration avec la société Doris-Engineering.

Les structures offshore en béton se caractérisent par des épaisseurs d'éléments constitutifs qui varient de 0.4m à 1.5m. Les intersections de ces éléments sont donc massives et peuvent avoir des formes compliquées (voir figure 1).

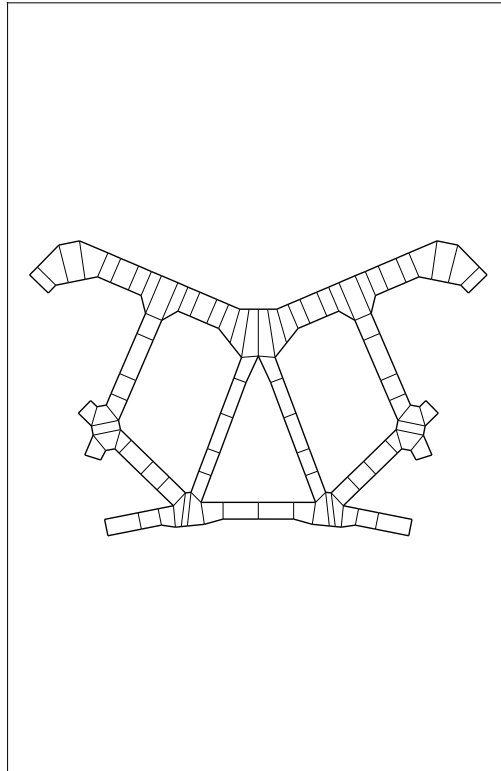


Figure 1: Coupe horizontale de la protection anti-icebergs de la plate-forme pétrolière.

L'analyse de ces structures se fait à partir d'un modèle global, à maillage plus ou moins raffiné. Pour des raisons de coût, les intersections ne présentent pas le même degré de raffinement que les parties courantes. Néanmoins, un calcul précis des contraintes dans ces intersections est essentiel pour l'ingénieur. Des méthodes adéquates permettent un tel calcul mais elles sont très coûteuses et souvent le modèle utilisé dépend du cas de charge étudié.

Pour résoudre ce problème, on propose une méthode de décomposition de domaines avec maillages incompatibles. Un premier maillage grossier de la structure est décomposé en sous-domaines. Les sous-domaines ainsi obtenus sont compatibles. Ensuite le (ou les) sous-domaine(s) représentant l'intersection est raffiné uniformément. La décomposition finale contient ainsi des maillages incompatibles (voir 2).

Cette méthodologie a été testée pour plusieurs cas de charge et donne des résultats très satisfaisants, tout à fait comparables à ceux obtenus par Doris-Engineering avec d'autres logiciels. L'utilisation des méthodes de décomposition de domaines a permis d'effectuer ce type de calcul en un temps très raisonnable, de l'ordre de quelques minutes, sur un réseau de stations non dédié. Pour valider ces résultats, trois calculs ont été effectués. Pour chacun, on indique le nombre d'itérations de l'algorithme de décomposition de domaines :

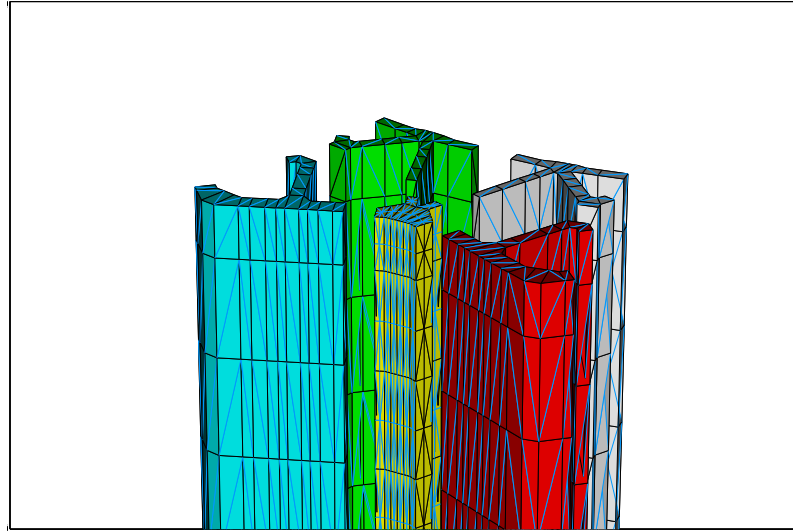


Figure 2: *Décomposition de la plate-forme en maillages incompatibles*

- 1) cinq sous-domaines grossiers : 53 itérations
- 2) cinq sous-domaines, dont un raffiné : 57 itérations,
- 3) dix-huit sous-domaines (le maillages total correspond à cinq sous-domaines raffinés mais la taille des problèmes ainsi obtenus est trop grande pour les résoudre sur le réseau de stations de travail disponibles) : 68 itérations

En ce qui concerne la précision, le maillage incompatible donne des résultats similaires à celui complètement raffiné sur les zones intéressantes.

3.4 Modélisation numérique de matériaux nouveaux actifs

Participants : Michel Bernadou, Christophe Haenel, Song He, Amine Hassim, Françoise Léné

Mots-clés : algorithme numérique, modélisation, matériau nouveau.

Dans les études qui suivent, nous nous intéressons à deux types de matériaux :

- i) les matériaux **piézoélectriques** qui ont la propriété de générer une tension électrique lorsqu'ils subissent une déformation mécanique (effet direct) et de se déformer sous l'action d'une différence de potentiel (effet inverse).
- ii) les matériaux **magnétostrictifs** pour lesquels les propriétés électriques sont remplacées par des propriétés magnétiques.

Dans les deux cas, le couplage de propriétés mécanique/électrique ou mécanique/magnétique est utilisé pour réaliser des **capteurs** et des **actionneurs**. Entre ces deux fonctions capteur/actionneur, il est généralement adjoint un dispositif de commande en temps réel qui utilise des techniques d'automatique. Notre objectif, en liaison étroite avec des laboratoires de recherche industriels, est d'analyser la modélisation numérique de tels dispositifs.

3.4.1 Modélisation de coques piézoélectriques

La plupart des matériaux piézoélectriques apparaissent sous forme d'éléments de structures minces : poutres, plaques ou coques qui sont incorporés dans, ou collés sur, des structures classiques ou composites.

C'est pourquoi, à partir d'un modèle tridimensionnel général de matériau piézoélectrique formulé en coordonnées curvilignes quelconques, nous avons obtenu un modèle bidimensionnel de type coque mince. Ce dernier a ensuite été approché par des méthodes conformes d'éléments finis. L'implémentation correspondante utilise une méthode de condensation des degrés de liberté attachés au potentiel. On obtient ainsi un système de taille réduite, symétrique défini positif qui facilite l'approche du problème dynamique.

Actuellement, le problème dynamique est approché dans un cadre quasi-statique : couplage des équations d'élastodynamique avec les équations de Maxwell statiques.

3.4.2 Applications en cours de développement

En pratique, les structures dites "actives" comportent une ossature réalisée en matériau classique ou composite sur laquelle sont collées les cellules (patches) ou des films piézoélectriques.

Ces composants piézoélectriques (capteurs) traduisent les déformations du matériau sous forme d'un signal électrique qui est traité en temps réel puis renvoyé sur d'autres composants (actionneurs) qui provoquent les contre-réactions de déformations souhaitées. Ces dispositifs sont prometteurs pour la commande en temps réel du bruit, des vibrations et plus généralement, des propagations d'ondes. Deux collaborations dans cette direction sont en cours de développement :

- i) avec Aérospatiale Suresnes, sur la commande vibratoire d'une plaque rectangulaire composite multicouche (16 plis). Il s'agit de simuler numériquement une étude expérimentale de commande de cette plaque encastrée en deux de ses coins et comportant deux capteurs et deux actionneurs au voisinage des encastremets. Les premiers résultats sont très encourageants.
- ii) avec le laboratoire d'électronique de Philips, Limeil Brévannes et le laboratoire Ondes de l'École de Physique et Chimie de Paris. Il s'agit cette fois de modéliser une sonde acoustique constituée d'une sorte de peigne à dents piézoélectriques enrobé dans deux matériaux élastiques différents : le premier est une couche absorbante, le second est une couche qui facilite le transfert de l'onde acoustique émise par l'excitation électrique de la dent piézoélectrique dans le milieu environnant.

Pour une première étude, devant permettre le recalage avec l'approche expérimentale effectuée par Philips, nous nous limitons à une coupe bidimensionnelle représentative de la sonde comportant trois dents et leur environnement.

3.4.3 Modélisation numérique du comportement de matériaux magnétostrictifs

Deux difficultés sont à surmonter pour ce type d'étude :

- i) le choix d'un système d'équations qui donne une bonne représentation des phénomènes physiques, qui ait de bonnes propriétés mathématiques (possibilité de définition d'un cadre fonctionnel adapté et résultat d'existence) et qui permettent la mise en place d'une approche numérique performante.

- ii) le caractère très non linéaire des équations correspondantes. Ce travail est en cours de développement et un rapprochement avec les "praticiens" est envisagé.

3.5 Contrôle actif de structures

Participants : Michel Bernadou, Agnès Blanguernon, Françoise Léné, Jim Pioche

Mots-clés : algorithme numérique, modélisation, matériau nouveau.

Dans cette direction l'essentiel du travail reste à faire. Deux études préliminaires vont dans ce sens.

3.5.1 Modélisation numérique et contrôle actif de poutres et de plaques

La motivation de cette étude repose sur des contacts suivis avec le Groupe Chimie et Céramiques de Thomson LCR. Ce groupe met au point une pastille piézoélectrique, dite "suspension active", qui incorpore les trois fonctions fondamentales : capteur, boucle de contre réaction et actionneur. La modélisation numérique d'une telle pastille devrait compléter et conforter la modélisation expérimentale réalisée par Thomson. Notre effort, cette année, a porté sur le contrôle vibratoire d'une poutre en flexion.

La première partie de ce travail consiste en la mise en équations du problème : le modèle de "suspension active" utilisé comprend un empilement, parfaitement collé, d'un capteur piézoélectrique, d'un amortisseur visco-élastique et d'un actionneur piézoélectrique. Cet empilement est lui-même parfaitement collé à l'extrémité d'une poutre, encastree à l'autre extrémité et soumise à une densité linéique d'effort normal. D'un point de vue mécanique, chaque composant de l'empilement est modélisé par une poutre travaillant en traction-compression. D'un point de vue électrique, l'actionneur est relié au capteur par une boucle de contre-réaction, ou "feedback". A partir de résultats d'automatique, nous nous sommes attachés à identifier cette contre-réaction en construisant une tension électrique de commande de l'actionneur qui soit à la fois stable, robuste et optimale vis-à-vis d'un certain critère.

Nous écrivons tout d'abord les équations du problème sous la forme d'une représentation d'état, à l'aide d'une décomposition du vecteur déplacement sur la base des vecteurs propres de la structure couplée "poutre/suspension active". Puis, nous construisons une procédure de commande minimisant l'énergie totale (cinétique, de déformation et électrique) de la structure, mise au préalable sous la forme d'une critère quadratique. Des simulations numériques, effectuées avec le logiciel Scilab, montrent alors l'efficacité d'une telle procédure de commande : les oscillations de la poutre sont amorties rapidement.

La seconde partie de ce travail propose une étude sur l'influence de l'emplacement de la "suspension active". En effet, nous montrons que la position de ce système de suspension est un paramètre important dans la construction de la tension électrique de commande. Pour cette étude, nous nous sommes intéressés au problème d'une poutre encastree à une extrémité, simplement appuyée au deux tiers de sa longueur et équipée d'une "suspension active" entre l'encastrement et l'appui simple. Utilisant la même démarche de construction que dans la partie précédente, nous trouvons la position optimale de la suspension pour amortir les vibrations de l'extrémité libre de la poutre.

3.5.2 Étude de contrôlabilité exacte et approchée pour les problèmes de poutres minces

Sur un modèle de piézoélectricité dynamique, nous avons :

- établi des résultats de contrôlabilité exacte et approchée;
- effectué la simulation numérique correspondante

Plus précisément :

i) Contrôlabilité exacte

Nous considérons le modèle tridimensionnel piézoélectrique pour lequel nous obtenons un résultat d'existence, d'unicité et de régularité. Nous montrons ensuite que l'on peut, par un contrôle frontière en déplacement et en potentiel, conduire le système d'un état initial donné (y^0, y^1) en déplacement et en vitesse à un état final (y_T^0, y_T^1) ; ceci, au bout d'un certain temps T qui est fonction des caractéristiques du matériau et de sa géométrie.

ii) Contrôlabilité approchée

Nous considérons un modèle monodimensionnel de poutre piézoélectrique occupant un intervalle $[0, L]$ de \mathbb{R} . Les inconnues sont le déplacement mécanique $u = u(x, t)$, le potentiel électrique $\phi = \phi(x, t)$, x et t étant respectivement les variables d'espace et de temps. On suppose que le matériau est encastré, à l'extrémité $x=0$ et que l'extrémité $x=L$ est libre de contrainte. Le potentiel électrique est supposé nul en $x=L$. On établit que le système de la piézoélectricité est contrôlable au sens suivant : si le temps de contrôle T est assez grand et si on agit sur le système par le potentiel électrique appliqué à l'extrémité $x=0$ du matériau, alors le déplacement mécanique et le potentiel électrique sont approximativement contrôlables ; c'est à dire que, partant de conditions initiales (y^0, y^1) , $(u(x, T), u_t(x, T))$ approche au sens d'une certaine norme, n'importe quel état final "admissible" (y_T^0, y_T^1) . Le résultat est établi à l'aide de la méthode HUM introduite par J.-L. Lions. Elle s'articule autour d'une inégalité dite inverse, qui est une majoration de l'énergie du système. On utilise la méthode des multiplicateurs pour obtenir cette majoration. Nous résolvons le problème en minimisant une fonctionnelle d'inconnue $v(t)$ qui est un critère dans lequel les conditions de contrôlabilité approchée ont été prises en compte par pénalisation. Nous utilisons une méthode de gradient conjugué pour la résolution numérique.

4 Actions industrielles

4.1 Contrat Brite BRE2-CT94-0953 : "Design tools for advanced composite materials based on damage models"

Participants : Amine Hassim

Partenaires : Thomson-Marconi-Sonar, Ansaldo, IPA, BAeSEMA, Simulog, Gent Univ., Volvo, Inria.
Le but de ce contrat est :

- de réaliser des outils de conception de structures composites stratifiées de faible épaisseur, capables de prédire la tenue au choc et l'endommagement subi par ces structures lors d'impacts,
- de construire une base de données matériaux à partir des résultats de simulations numériques et des essais instrumentés réalisés sur différents stratifiés composites,
- d'interfacer cette base de données avec différents codes de simulations numériques du comportement dynamique des structures (DYNA3D, ANSYS).

Dans ce cadre Amine Hassim a participé à :

- Meeting Contrat Brite : Program of fundamental materials tests: Specifications and Validations of damage models and software tools. Thomson ASM Valbonne, 6 Février 1996.
- Project Management Meeting-Contrat Brite : 1-2 April 1996 at Ansaldo in Genova (Year II Meeting).
- Technical Meeting Contrat Brite : Validations of damage models and software tools. BAeSEMA Londres, Juillet 1996.

4.2 Contrat européen HCM : “Mathematical modeling and analysis of thin shell problems.”

Participants : Michel Bernadou, Philippe Ciarlet

L'INRIA est contractant principal et le réseau comporte huit autres partenaires européens (Universités de Paris 6, Malaga, St-Jacques de Compostelle, Coimbra, Lisbonne, Pavie, Bochum et Stuttgart). L'objectif de ce contrat est de modéliser mathématiquement et d'analyser numériquement des problèmes de coques.

4.3 Projet CEP&M : “Calcul des structures en béton. Analyse des singularités par la méthode de décomposition de domaines avec maillages incompatibles”

Participants : Michel Bernadou, Patrick Le Tallec, Pierre Nicolas, Marina Vidrascu

Cette étude avec la société Doris-Engineering a débuté en 1995 sous une forme non contractuelle. Suite aux premiers résultats obtenus, un contrat CEP&M est en cours de notification. L'étude porte sur une augmentation de la précision des calculs des efforts dans les intersections massives des éléments qui constituent les plate-formes pétrolières. Cette étude est détaillée en 3.3.2

Un certain nombre de collaborations industrielles sont en cours de développement :

4.4 Thomson-LCR, Groupe Chimie et Céramiques

Modélisation numérique de pastilles piézoélectriques comportant les fonctions intégrées de capteur, boucle de contrôle et actionneur (cf 3.5.1 thèse de A. Blanguernon.) Cette action se poursuivra en 1997 avec la mise en place d'une bourse postdoctorale industrielle pour A. Blanguernon. Cette bourse est cofinancée par l'INRIA, Thomson LCR et Thomson RCM (Radars et Contre Mesures)

4.5 Collaboration IFREMER-INRIA

Modélisation numérique du comportement des matériaux composites.

Il convient également de signaler des contacts prometteurs avec Aérospatiale- Suresnes sur la modélisation numérique de plaques composites contrôlées à l'aide de pastilles piézoélectriques, et avec Philips sur la modélisation numérique de sondes acoustiques.

5 Actions nationales et internationales

5.1 Actions internationales

5.1.1 Europe de l'ouest

Michel Bernadou est le coorganisateur français de l'École bi-annuelle d'Automne Franco-Espagnole sur la Simulation Numérique en Physique et en Ingénierie. La septième édition de cette École s'est tenue à Oviedo du 23 au 27 septembre 1996 avec pour intervenants J. Durany, R. Echevaria, R. Eymard et P. Joly pour les cours, et L. Alvarez, M. Bernadou, P. Bernhard, S. Meddahi, A. Santos et J.C. Saut pour les conférences. Plus d'une centaine d'élèves assistaient à l'école.

Michel Bernadou et Philippe Ciarlet ont coorganisé une Journée de travail à Paris le 21 juin entre les différents partenaires du réseau HCM “Mathematical modeling and analysis of thin shell problems”

Le projet a accueilli Rolf Sternberg et J. Pitkaranta professeurs à l'Université de Helsinki (travaux sur les problèmes de verrouillage de plaques et de coques).

Marina Vidrascu s'est rendue au laboratoire d'analyse numérique de Pavie dans le cadre de la collaboration sur la décomposition de domaines.

Maïté Carrive a effectué un séjour post-doctoral de 6 mois à l'Université de Pavie avec le soutien ERCIM.

5.1.2 Amérique

Dans le cadre de la collaboration INRIA-NSF (animée par M3N) portant sur l'étude et le développement des méthodes de décomposition de domaines et de solveurs hiérarchiques adaptés au calcul parallèle, M. Vidrascu a séjourné à l'Université du Colorado à Boulder.

Le projet a reçu la visite de Michel Delfour, professeur à l'Université de Montréal qui a présenté ses travaux sur la géométrie et le calcul différentiel intrinsèque appliqué aux coques minces.

5.1.3 Afrique

Participation du projet à l'action intégrée avec l'École Polytechnique de Tunis. Dans le prolongement de celui-ci, le projet accueille Mohamed Jaoua, professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis de septembre 96 à août 97 (travaux sur la fissuration).

6 Diffusion des résultats

6.1 Actions d'enseignement

- M. Bernadou et P. Nicolas :
 - Montage d'une formation de post-gradués en calcul scientifique et cours d'analyse fonctionnelle, d'éléments finis, d'élasticité et de structures minces (PULV) ;
 - Cours en formation de base (PULV)
- M. Bernadou :
 - Cours de DEA de Mécanique de Paris VI
- D. Chapelle :
 - Cours de DEA Géomatériaux de l'Université de Marne la Vallée : Module "Méthodes numériques" en collaboration avec F. Bourquin
- A. Hassim et M. Vidrascu :
 - Formation de post-gradués en calcul scientifique (PULV).

6.2 Participation à des colloques

Michel Bernadou

- Sur l'approximation des problèmes de coques minces, Plates and Shells Seminar, Québec, 1996

- Application de la technique de décomposition de domaines au calcul de plate-formes pétrolières, VII-ème École d'Automne Franco-Espagnole sur la Simulation Numérique en Physique et Ingénierie, Oviedo, 23-27 Septembre 1996

Michel Bernadou, Cristophe Haenel

- Modélisation numérique des coques piézoélectriques, Plates and Shells Seminar, Québec, 1996

Agnès Blanguernon

- Contrôle piézoélectrique d'une poutre élastique, 28^{ième} Congrès annuel d'Analyse Numérique, La Londe - Les Maures (Var), du 28 - 31 Mai 1996.

Amine Hassim, Gérard Vanderborck

- Tenue au choc et analyse de l'endommagement de structures composites multicouches, Le Vehicule du Futur - Rencontres Technologiques, 19 septembre 1996, Dijon - France.

Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu

- Generalized Neumann-Neumann preconditioners for Iterative Substructuring, Ninth international conference on Domain Decomposition Methods (1-6 juin) Bergen, Norvège

Patrick Le Tallec, Maxime Sauzay, Marina Vidrascu

- Solution of an industrial 3d elasticity problem by a domain decomposition method with non matching grids, ECCOMAS 96 (9-13 septembre) Paris

Jim Pioche

- Résultat de contrôlabilité en piézoélectricité, 28^{ième} Congrès annuel d'Analyse Numérique, La Londe - Les Maures (Var), du 28 - 31 Mai 1996.

6.3 Conférences invitées, tutoriels, cours, etc.

6.3.1 Séminaires et formation permanente

Marina Vidrascu

- Méthodes de décomposition de domaines avec grilles incompatibles (mars, Univ. de Pavie)
- Solution of Large Scale Structural Problems using Domain Decomposition Techniques (août, Stanford Univ.)
- Domain decomposition methods in Structural Mechanics (août, Denver Univ.)

6.4 Animations scientifiques

M. Bernadou est membre du Comité de Rédaction de :

- Finite Elements in Analysis and Design.
- Revue Européenne des Eléments Finis.

Il a été membre du comité d'organisation de ECCOMAS 96

7 Publications

Livres et monographies

- [568] M. BERNADOU, J. VALDES, *Actes de la VII Escuela de otoño Hispano-Francesa sobre Simulación Numérica en Física e Ingeniería*, Oviedo, 1996.
- [569] M. BERNADOU, *Finite Element Methods for thin Shell Problems*, Wiley, Chichester, 1996.

Thèses

- [570] H. CHAJMOWICZ, *Modélisation et simulation numérique de structures articulées flexibles.*, thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 20 juin 1996.
- [571] D. CHAPELLE, *Etude des phénomènes de verrouillage numérique pour les problèmes de coques minces*, thèse de doctorat, université de Paris 6, 18 juin 1996.

Articles et chapitres de livre

- [572] M. BERNADOU, A. CUBIER, «Numerical analysis of junctions between thin shells, Part 1 : Continuous problem», *Finite Elements in Analysis and Design*, à paraître.
- [573] M. BERNADOU, A. CUBIER, «Numerical analysis of junctions between thin shells, Part 2 : Approximation by finite element methods», *Finite Elements in Analysis and Design*, à paraître.
- [574] D. CHAPELLE, R. STENBERG, «Stabilized finite element formulations for shells in a bending dominated state», *SIAM Journal of Numerical Analysis*, à paraître.
- [575] D. CHAPELLE, «A locking-free approximation of curved rods by straight beam elements», *Numer. Math.*, à paraître.
- [576] P. LE TALLEC, M. VIDRASCU, *Solving Large Scale Structural Problems on Parallel Computers using Domain Decomposition Techniques*, édition M. Papadrakakis, J. Wiley, 1996, ch. 3.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [577] M. BERNADOU, C. HAENEL, «Numerical analysis of piezoelectric shells», in : *Plates and Shells Seminar*, p. à paraître, Québec, 1996.
- [578] M. BERNADOU, B. LALANNE, «On the numerical analysis of buckling of general thin shells», in : *Proc of the First World Congress of Nonlinear Analysis*, p. 681–691, V. Lakshmikantham Ed., W. de Gruyter, Berlin, 1996.
- [579] M. BERNADOU, «Some approximation methods for linear thin shell problems», in : *Plates and Shells Seminar*, p. à paraître, Québec, 1996.
- [580] D. CHAPELLE, R. STENBERG, «Locking-free mixed stabilized finite element methods for bending dominated shells», in : *Plates and Shells Seminar*, p. à paraître, Québec, 1996.
- [581] D. CHAPELLE, R. STENBERG, «An optimal low-order locking-free finite element method for Reissner-Midlin plates», in : *Numerical Methods in Engineering'96*, p. 427–431, ECCOMAS Conference, Paris, 1996.
- [582] A. HASSIM, G. VANDERBORCK, «Experimental and Numerical Impact-Induced Damage Analysis of laminated composites», in : *Proceedings of the 67th Shock & Vibration Symposium, November 18-22, Monterey, CA.*, 1996.
- [583] P. LE TALLEC, M. VIDRASCU, «Generalized Neumann-Neumann preconditioners for Iterative Substructuring», in : *Proceedings of the ninth international symposium on Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations, Bergen, June 96*, M. E. Petter Bjørstad, D. Keyes (réd.), to appear.

Rapports de recherche et publications internes

- [584] D. CHAPELLE, «Etude numérique du verrouillage de quelque méthodes d'éléments finis pour les coques», *rapport de recherche n°2740*, INRIA, décembre 1995.

Divers

- [585] A. DUTOYA, A. HASSIM, «Development of tools for damage models, and development of the database containing data and rules for the mechanical behaviour of the material», Contrat Brite N° BRE2-CT94-0953, novembre 1996.

8 Abstract

The pre-project Mostra relies on the skills acquired in numerical modelisation of structural mechanics problems, in particular :

- i) the numerical modelisation of structures made of classical materials (numerical locking of shells, mathematical study of mechanisms);
- ii) the numerical modelisation of structures using composite materials with recent developments on damage;
- iii) domain decomposition solvers for structural problems adapted to parallel computers.

Beyond these classical and passive new materials, the pre-project Mostra starts to investigate two new directions which are of great interest for an increasing number of industrial companies :

- iv) the numerical modelisation of active new materials (piezoelectric, magnetostrictive);
- v) the use of such materials to realize control of adaptive structures.