
Projet ONDES

Modélisation et calcul de phénomènes de propagation d'ondes

Localisation : *Rocquencourt*

Mots-clés : ondes acoustiques, ondes élastiques, ondes électromagnétiques, ondes de gravité, ondes non-linéaires, analyse numérique, méthodes asymptotiques, approximation haute fréquence, décomposition de domaine, éléments finis mixtes, schémas explicites d'ordre élevé, matériaux non linéaires, conditions aux limites absorbantes, conditions aux limites équivalentes, guide d'ondes, contrôle optimal, géophysique, optique, furtivité, contrôle non destructif.

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Patrick Joly, Directeur de Recherche

Responsable permanent

Gary Cohen, Chargé de Recherche

Secrétaire

Muriel De Bianchi

Personnel Inria

Eliane Bécache, Chargée de Recherche
Jean-David Benamou, Chargé de Recherche
Jean Roberts, Directeur de Recherche

Ingénieur Expert

Francis Collino

Collaboratrice extérieure

Christine Poirier, Maître de Conférences à l'Université de Versailles

Professeurs invités

Alexandre Komech, Université de Moscou
Peter Monk, Université du Delaware

Chercheurs doctorants

Alexandre Elmkies, boursier MESR, Université Paris 11
Leïla Rhaouti, boursier MESR, Université Paris 9
Olivier Vacus, boursier Inria, Ecole Centrale
Chrysoula Tsogka, boursier Inria, Université Paris 9
Dolores Gomez Pedreira, Université de Saint-Jacques de Compostelle

Stagiaires

Vincent Catherinot, Ecole Polytechnique
Julien Legoff, ENSTA
Frédéric Hannover, Ecole Polytechnique
Pierre-Olivier Fortin, Université Paris-Dauphine
Nourreddine Naït-Brahim, Université Paris-Dauphine
Samba Badji, Université Paris VI

2 Présentation du projet

La propagation d'ondes de toutes natures est l'un des phénomènes physiques les plus simples et les plus usuels auquel nous soyons confrontés. Depuis la vie courante (sons, vibrations, vagues, télécommunications, radar) jusqu'à l'échelle de l'univers (ondes électromagnétiques, de gravité) et à celle de l'atome (émission spontanée ou stimulée, interférences entre particules), c'est l'émission et la réception des ondes qui constituent notre moyen privilégié de connaissance du monde qui nous entoure. L'étude et la simulation numérique des phénomènes de propagation constituent donc une activité très naturelle dans les divers domaines de la physique et de l'art de l'ingénieur.

De façon générale, l'activité du projet est orientée vers la conception, l'analyse, l'approximation numérique et le contrôle de modèles mathématiques pour la description des phénomènes de propagation d'ondes intervenant en mécanique et en physique et dans les sciences de l'ingénieur. Les travaux réalisés couvrent l'essentiel des phénomènes physiques de base relatifs aux ondes acoustiques, élastiques, électromagnétiques ou de gravité et s'appliquent à des domaines variés tels l'hydrodynamique navale, le couplage fluide-structure, l'étude des antennes et la furtivité, le contrôle non-destructif, la prospection pétrolière, l'optique intégrée et la micro-électronique.

Au-delà de l'objectif général de progression de la connaissance scientifique, trois buts peuvent être assignés au projet:

- Développer son expertise des problèmes relatifs aux quatre types d'ondes étudiées: acoustique, ondes de gravité, élastodynamique et électromagnétisme, ainsi que des diverses méthodes de résolution numérique.
- Traiter des problèmes complexes, c'est-à-dire dont la modélisation est suffisamment proche des situations concrètes.
- Développer des méthodes numériques originales dans un cadre logiciel.

L'étude de tels problèmes conduit naturellement à des applications importantes sur le plan industriel. L'analyse des thèmes de recherche développés repose sur une approche des problèmes selon les trois angles d'attaque possibles suivants:

- La modélisation des problèmes physiques, leur mise en équations et la conception de modèles approchés à l'aide de méthodes asymptotiques.
- L'étude théorique des modèles mathématiques relativement à l'existence, l'unicité et aux propriétés qualitatives essentielles des solutions de ces modèles.

- La conception, l'analyse et la mise en oeuvre de méthodes numériques, l'étude de la précision et de la stabilité de ces méthodes, la mise au point d'algorithmes, leur parallélisation et leur vectorisation.

Le projet ONDES qui a été créé cette année, va s'associer dès janvier 1997 au laboratoire SMP (Simulation et Modélisation des phénomènes de Propagation), laboratoire CNRS-ENSTA dirigé par Marc Lenoir, dans le cadre du Centre de Recherches et d'Etudes Sur la Propagation des Ondes (CRESPO). Le rapport d'activité sera commun l'an prochain.

3 Actions de recherche

3.1 Ondes acoustiques et élastiques

Nous poursuivons dans ce domaine un triple objectif :

- Pouvoir traiter des problèmes de plus en plus gros en termes de rapport taille du domaine de propagation/longueur d'onde.
- S'orienter vers les milieux tridimensionnels et des modèles de plus en plus réalistes.
- Être capable de traiter avec efficacité et précision des géométries complexes.

Il s'agit de se rapprocher des problèmes industriels réels. Les enjeux que nous visons typiquement sont :

- La simulation de propagation d'ondes élastiques dans des milieux géologiques complexes dans l'optique de l'application à la prospection pétrolière par méthodes sismiques.
- La simulation d'ondes ultra sonores dans des milieux fissurés et anisotropes en vue de l'application au contrôle non destructif.

La politique que nous suivons consiste d'une part à développer des méthodes numériques de haute précision (paragraphe 3.1.1 et 3.1.2) en faisant progresser de façon parallèle nos recherches sur les conditions aux limites absorbantes (paragraphe 3.1.3) d'autres part à développer des méthodes spécifiques pour les problèmes haute fréquence (paragraphe 3.1.4). L'étude des problèmes harmoniques (paragraphe 3.1.5) est un des points essentiels de notre collaboration avec le CERFACS, l'acoustique musicale (paragraphe 3.1.6) l'objet de celle avec l'école nationale supérieure des télécommunications.

3.1.1 Modélisation numérique des phénomènes transitoires

Schémas aux différences finies d'ordre élevé pour l'équation des ondes.

Participants : Patrick Joly

En collaboration avec L. Anné (SIMULOG) et Q. Tran (IFP), nous avons écrit un article théorique sur la construction et l'analyse de schémas aux différences finies d'ordre élevé pour l'équation des ondes monodimensionnelle. Nous avons mis au point une démarche originale fondée sur l'étude directe de la relation de dispersion du schéma, ce qui permet une construction explicite de schémas de précision arbitraire tant en temps qu'en espace. Cette approche débouche également sur des résultats théoriques relatifs à la condition de stabilité ou aux propriétés des courbes de dispersion. Cet article semble clore le sujet au moins dans le cas 1D [723].

Eléments finis H^1 conformes d'ordre élevé et condensation de masse

Participants : Frédéric Hannyer , Patrick Joly, Michel Kern

Ces recherches se situent dans la continuité de la thèse de N. Tordjman dans le cas de la dimension 2. Rappelons que ces travaux sont en relation étroite avec la notion de formule de quadrature symétrique dans un triangle ou un tétraèdre et que les constructions effectives de ces éléments font largement appel au calcul formel (MAPLE). Le cas de la dimension 3, plus délicat, a été abordé à l'occasion du stage de F. Hannyer (Ecole Polytechnique). Un élément fini de type P2 a ainsi pu être construit. Ce stage a été l'occasion d'ébaucher une théorie assez générale et de proposer une démarche relativement systématique pour la recherche conjointe d'espaces de polynômes et de formules de quadrature en vue de l'obtention de la condensation de masse avec une précision donnée. On a ainsi pu construire un élément de type P4 en dimension 2 et celle d'un élément de précision P3 en dimension 3. Par ailleurs, Michel Kern (Projet Estime) s'intéresse à la parallélisation des algorithmes issus de l'utilisation de tels éléments.

Eléments finis non conformes

Participants : Gary Cohen, Peter Monk

Les études réalisées jusqu'ici concernent les méthodes conformes. G. Cohen et P. Monk abordent maintenant celle des éléments non conformes ce qui est susceptible de présenter un intérêt spécifique dans la perspective d'un couplage avec des conditions absorbantes d'ordre élevé, problème qui reste encore largement ouvert. La difficulté consiste à trouver des formules de quadrature qui permettent d'obtenir la même précision sur le calcul d'intégrales de volume et d'intégrales de surface. Les éléments quadratiques et cubiques envisagés jusqu'à présent se sont malheureusement soldés par un échec.

Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré

Participants : Eliane Bécache, Gary Cohen, Francis Collino, Patrick Joly, Chrysoula Tsogka

Nous nous intéressons à l'application de la méthode des domaines fictifs pour traiter des problèmes de diffraction d'ondes élastiques par un obstacle ou une fissure en milieu anisotrope. Cette méthode permet de mailler de manière indépendante le domaine de calcul (maillage structuré) et la fissure, et donc de pouvoir tenir compte de géométries de fissures complexes. Elle allie donc d'une part les avantages et la simplicité d'un calcul de type différences finies (grâce au maillage structuré) et d'autre part la possibilité de traiter des milieux anisotropes. Nous avons implémenté cette méthode dans le cas d'un modèle scalaire. Ceci est illustré par la figure 1.

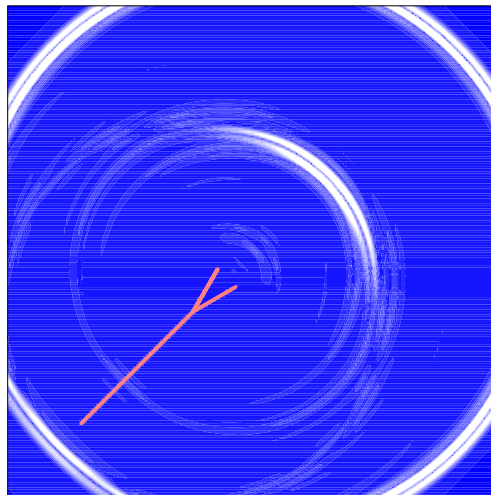


Figure 1: Domaines fictifs pour la diffraction par une fissure Y en acoustique 2D

L'utilisation de cette méthode nécessite de considérer la condition aux limites posée sur l'obstacle comme une condition naturelle. Dans le cas de la condition de surface libre imposée sur la fissure cela nécessite donc que la contrainte soit une des inconnues du problème et donc de choisir soit une formulation en contraintes soit une formulation mixte vitesses-contraintes. Nous avons opté pour ce second choix car pour l'application qui nous intéresse, il est utile de disposer du champ des vitesses. La formulation mixte est de plus bien adaptée à l'utilisation des couches absorbantes PML afin de traiter efficacement les bords extérieurs du domaine de calcul (voir des exemples dans <http://www-rocq.inria.fr/~collino>). Ces couches permettent de pallier l'absence de conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé en élastodynamique.

La difficulté réside dans la construction d'espaces d'éléments finis pour l'espace fonctionnel $H_{\Sigma}(\text{div})$, c'est à dire des tenseurs symétriques de L^2 à divergence dans L^2 , qui permettent de faire la condensation de masse, indispensable pour obtenir un schéma explicite en temps. Nous avons construit un nouvel élément fini rectangulaire d'ordre 2 pour les équations en milieu anisotrope. Cet élément est en outre susceptible de se généraliser facilement aux ordres supérieurs. L'étude de la dispersion de ce schéma révèle une précision à l'ordre 2.

3.1.2 Approximations paraxiales

Participants : Eliane Bécache, Francis Collino, Patrick Joly

Les équations paraxiales sont des EDP permettant de calculer de façon approchée les ondes se propageant au voisinage d'une direction privilégiée. En sismique réflexion elles sont utilisées pour imager la réflectivité du sous-sol en exploitant les ondes se propageant presque verticalement. On rencontre également ces équations en acoustique sous-marine. L'étude des équations paraxiales s'est poursuivie autour de deux axes.

Etude de schémas d'ordre élevé

Nous poursuivons l'étude des nouvelles équations paraxiales 3D, construites en 1993. Leur intérêt est de permettre une résolution par splitting d'opérateur, ramenant l'intégration d'un problème 3D à une succession de problèmes 2D, tout en gardant la qualité d'une approximation grand angle. Ces équations sont utilisées en sismique-réflexion pour réaliser l'imagerie des enregistrements de surface. Ceux-ci étant souvent pauvrement échantillonnés, il s'avère important d'utiliser des schémas suffisamment précis. C'est pourquoi nous travaillons depuis deux ans déjà sur les schémas numériques d'ordre élevé (cf. rapport d'activité 1995). Cette année a principalement été consacrée à l'analyse fine de schémas de type différences-finies variationnelles. La rédaction d'un article est en cours.

Amplitudes vraies et équations paraxiales

En collaboration avec B. Lavaud du projet ESTIME, Francis Collino a travaillé autour de la question des amplitudes fournies par l'équation paraxiale. Dans le cadre de l'inversion sismique, où il s'agit d'estimer les paramètres physiques du sous-sol à partir des amplitudes vraies des enregistrements, la question se pose de la qualité des amplitudes qu'elles restituent. Dans ce travail, nous montrons par exemple qu'une erreur relative de 20% peut être obtenue sur les solutions de l'équation des ondes linéarisée dans un cône d'ouverture 60° . Cela nécessite de traiter correctement trois difficultés liées aux équations paraxiales : la prise en compte des termes sources, la suppression des modes évanescents et l'absorption sur les bords latéraux. Ce travail a donné lieu à un rapport de recherche. [726].

3.1.3 Conditions aux limites absorbantes

Ce thème est un thème transversal aux divers domaines d'application que nous traitons. Il s'agit d'abord de faire progresser nos conditions absorbantes en même temps que nos méthodes numériques

et les adapter aux nouveaux modèles que nous abordons. Nous devons également intégrer et adopter les progrès récents dans ce domaine. C'est l'objet de nos travaux sur les couches absorbantes.

Équation des ondes 3D

Participants : Francis Collino

Les conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé ont été étendues au cas tridimensionnel pour le calcul d'ondes acoustiques dans des domaines de calcul parallélipédiques. Sur chaque face du domaine, on impose une condition reliant la dérivée normale de l'onde et sa trace via des fonctions auxiliaires définies sur cette face. Des conditions d'arête et de coin, dérivées grâce à l'analyse d'une famille particulière de solutions, complètent la formulation du problème. Un schéma numérique de type différences finies a été proposé et validé par des expériences numériques. Ce travail a donné lieu à un rapport de recherche [731].

Equations en vitesse

Participants : Francis Collino, Chrysoula Tsogka

Les équations absorbantes d'ordre élevé, développées pour les équations de Maxwell peuvent être facilement adaptées pour l'équation des ondes acoustiques dans sa formulation en champ de vitesses. Les modules de traitement des bords pour Maxwell 2D (cf ci-dessous) ont été réutilisés et greffés sur le code développé par C. Tsogka pour la simulation des ondes en milieu fissuré par éléments finis mixtes.

Couches absorbantes

Participants : Francis Collino

Une extension de la technique des couches parfaitement absorbantes de Bérenger (PML) pour le traitement des bords artificiels a été proposée pour les équations paraxiales. La méthode est basée sur une réinterprétation du modèle de couches à l'aide d'un changement de variable complexe appliqué à la variable latérale. Une étude par onde plane a permis de souligner l'importance de la discrétisation dans le choix optimal des paramètres du modèle. Leur optimisation permet d'obtenir des résultats spectaculaires avec un surcoût marginal. Un rapport de recherche a été publié, [732], et un article doit l'être prochainement dans *J. of Comp. Phys.*. Parallèlement, en collaboration avec C. Vasallo du CNET, la méthode a été appliquée avec succès à la 'Beam propagation method' pour la simulation des ondes dans les composants optiques; un article a été publié dans *J. of Lightwave Technology*, [711].

3.1.4 Méthodes hautes fréquences

Participants : Jean-David Benamou

Nous travaillons depuis l'année dernière sur une méthode de résolution de l'équation eikonale qui constitue une alternative nouvelle à l'optique géométrique classique (lancer de rayons).

Méthode des gros rayons

En collaboration avec R. Abgrall, qui a développé un schéma numérique décentré pour la résolution des équations d'Hamilton-Jacobi sur maillages non structurés, Jean-David Benamou a appliqué la méthode des gros rayons [704] pour le calcul des temps d'arrivées multiples dans un modèle de vitesse sous-terrain réaliste : le modèle Marmousi [722]. Ce travail a nécessité une réflexion plus approfondie sur la technique de génération des gros rayons. Les résultats sont qualitativement excellents et permettent de retrouver des branches de la solutions que la méthode classique de lancer de rayons a du mal à calculer. Des travaux sont en cours pour améliorer du point de vue théorique et pratique la définition des gros

rayons, en particulier dans le cas de caustiques. Il est également prévu d'étudier l'extension au 3-D et au calcul des amplitudes, importantes pour les applications.

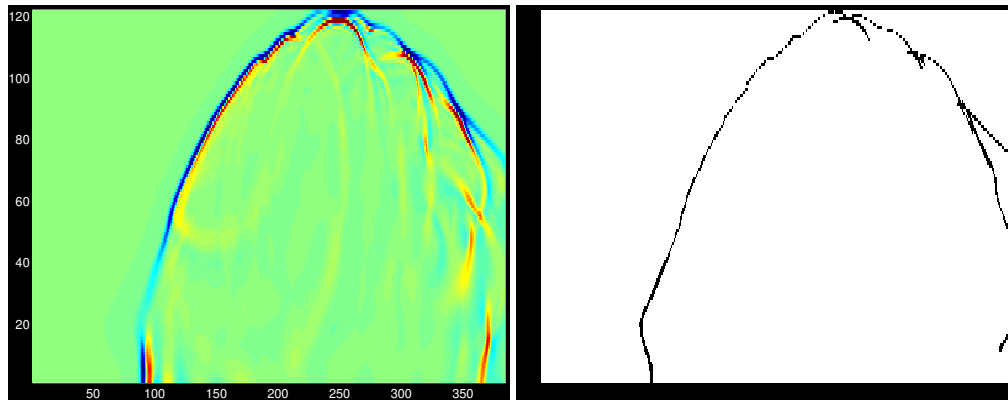


Figure 2: Comparaison entre (à gauche) un instantané de la solution de l'équation des ondes (calculée avec une méthode de différence finie par F. Collino) et (à droite) l'isovaleur correspondante pour les temps d'arrivées calculés par la méthode des gros rayons

3.1.5 Modélisation numérique des phénomènes harmoniques

Méthodes de décomposition de domaine

Participants : Jean-David Benamou, Francis Collino, Patrick Joly

- Les travaux en collaboration avec le CERFACS (S. Ghanemi) ont été présentés au Congrès international de Bergen (DD9) [716] et l'extension de ces méthodes au cas des coordonnées polaires a fait l'objet du stage de N. Naït-Brahim.
- Une application inattendue de la méthode de décomposition de domaine proposée pour le contrôle optimal de systèmes gouvernés par des EDP (voir section 3.4.1) est son application à la résolution de problèmes directs pour lesquels la méthode 'standard' de décomposition de domaine (dont elle est dérivée) ne converge pas (au moins du point de vue théorique). Il s'agit en particulier de problèmes de guide d'ondes avec conditions aux limites transparentes ou absorbantes d'ordre élevé, ou encore pour l'utilisation de couches absorbantes de type PML (voir section 4) faisant intervenir des coefficients complexes. L'idée est d'introduire un problème adjoint fictif qui du fait de la coercivité supplémentaire qu'il introduit autorise l'utilisation de cette méthode de décomposition de domaine quels que soient les conditions aux limites ou le type d'opérateur de l'équation.

Estimations d'erreur et maillages adaptatifs pour le calcul du champ lointain

Participants : Peter Monk

Les calculs de diffraction d'ondes ont très souvent pour objectif la prédiction du champ à l'infini (ou champ lointain). Afin de rendre cette prédiction fiable, il apparaît nécessaire d'obtenir des estimations d'erreur a posteriori. Dans ce travail en collaboration avec E. Suli (Université d'Oxford), nous avons construit une grande variété d'estimateurs d'erreur a posteriori en utilisant les techniques d'estimation fonctionnelle adaptative. Ces estimateurs sont actuellement testés numériquement dans le cas bidimensionnel.

3.1.6 Modélisation mathématique et numérique en acoustique musicale

Participants : Francis Collino, Patrick Joly, Leïla Rhaouti

Le sujet traité est la simulation numérique du tambourin (ou timbale), que l'on peut voir comme une membrane élastique fixée sur une coque rigide et couplée à deux fluides, celui occupant l'intérieur de l'instrument et l'air ambiant, membrane que l'on met en vibration à l'aide d'un maillet. Le modèle se compose d'un système d'équations régissant respectivement : le mouvement de la membrane, la variation de pression à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité, le déplacement du maillet. Il prend en compte des phénomènes physiques tels que : l'influence des pressions interne et externe à la cavité sur la membrane, l'amortissement de la membrane, le phénomène d'hystérésis dans la compression du feutre du maillet.

Etudes théoriques

- Existence et propriété des solutions du modèle sans maillet. Le modèle est alors linéaire. La difficulté de l'analyse provient des termes d'absorption dans l'équation du déplacement de la membrane.
- Analyse du déplacement du maillet. C'est cette partie de l'étude qui confère au modèle global un caractère non linéaire. A l'aide de techniques mathématiques élémentaires, nous avons pu mener une étude assez fine du cas où le maillet est en contact avec un corps rigide. Cette étude a notamment permis de comprendre l'influence des paramètres physiques sur le mouvement du maillet. L'interaction avec la membrane a été étudiée dans le cas simplifié d'une membrane 1D supposée infinie.

Travaux sur l'approximation numérique

Une maquette en 2D a été mise au point, utilisant les méthodes classiques d'éléments finis. Cependant, à cause de la forme ellipsoïdale de la coque de l'instrument, il s'est avéré pertinent d'introduire une méthode de domaines fictifs. Pour cela, une nouvelle modélisation utilisant comme inconnues le gradient de pression, c'est à dire le champ de vitesses, dans le fluide, le saut de pression à travers la membrane et la cavité, ainsi que le déplacement de la membrane a été écrite. L'implémentation numérique à l'aide d'éléments finis mixtes de type H(div) est en cours.

3.1.7 Ondes acoustiques soumises à un potentiel non linéaire

Participants : Gary Cohen, Alexandre Komech

Nous poursuivons nos études sur le comportement asymptotique en temps long des solutions d'équations des ondes semi-linéaires du type :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = -u^3 + u$$

Nous nous sommes intéressés au modèle tridimensionnel dans le cas de la symétrie sphérique. Les expériences numériques ont permis d'exhiber des solutions asymptotiques non-triviales.

3.2 Ondes électromagnétiques

3.2.1 Modélisation numérique des phénomènes transitoires

Participants : Samba Badji, Gary Cohen, Francis Collino, Alexandre Elmkies, Patrick Joly

Les applications traitées sont essentiellement liées aux problèmes de diffraction par objet de géométries complexes en milieux hétérogènes. Les objectifs que nous visons sont essentiellement les mêmes que

nous nous sommes fixés en acoustique et en élasticité linéaire : augmenter la précision des méthodes et améliorer la prise en compte de géométries diverses. Il faut alors traiter en outre les difficultés inhérentes aux équations de Maxwell.

Eléments finis, milieux anisotropes et condensation de masse.

Ce sujet, qui est celui de la thèse d'A. Elmekies, s'inscrit dans la droite ligne des travaux précédents de G. Cohen et P. Monk. Il s'agissait de généraliser leurs travaux aux cas des milieux anisotropes et au cas de maillages en triangles ou en tétraèdres. Nous nous sommes inspirés pour cela de la démarche suivie par N. Tordjman dans le cas de l'équation des ondes. Nous avons ainsi construit de nouveaux espaces d'éléments finis d'arête (à la Nedelec) triangulaires et quadrangulaires (1^{er}, 2^{ème} et 3^{ème} ordre). L'idée nouvelle a consisté à enrichir les espaces de Nedelec usuels en introduisant certaines composantes normales du champ (électrique ou magnétique) comme degrés de liberté supplémentaires. Ces nouveaux éléments finis permettent alors d'obtenir la condensation de masse par l'emploi de formules de quadratures convenables, y compris en milieu anisotrope, avec dans ce cas une matrice de masse locale dont l'inversion admet un coût négligeable. Les schémas obtenus ont été analysés par l'intermédiaire d'une étude de dispersion numérique en maillage régulier et les éléments finis quadrangulaires s'avèrent de ce point de vue d'une précision remarquable.

Maillages hexaédriques déformés et milieux anisotropes.

Participants : Gary Cohen, Peter Monk

Une autre façon de considérer le problème de la condensation de masse en milieu anisotrope consiste à introduire les inductions magnétique et électrique B et D parmi les inconnues du problème. Avec un choix judicieux des espaces d'approximation, on peut aboutir à un schéma explicite et stable en milieu homogène. Toutefois, en milieu hétérogène, les interfaces nécessitent un traitement spécifique que nous n'avons pas encore trouvé, en vue de préserver à la fois la précision des calculs, leur stabilité et leur caractère explicite. Signalons que cette démarche trouve un prolongement naturel au traitement des maillages hexaédriques déformés et est donc susceptible de produire une méthode alternative à l'utilisation de maillages tétraédriques en géométrie complexe. Le stage de DEA de S. Badji s'est inscrit dans ce cadre.

3.2.2 Modélisation des milieux ferromagnétiques

Participants : Patrick Joly, Peter Monk, Olivier Vacus, Alexandre Komech

Il s'agit d'étudier les milieux ferromagnétiques non-linéaires obéissant à la loi de Landau-Lifschitz-Gilbert. Ces matériaux qui possèdent une aimantation spontanée sont utilisés à cause de leur propriété d'absorption comme revêtements externes afin de rendre les objets 'furtif' aux ondes électromagnétiques. Nous avons menés des travaux de nature très diverses.

Travaux théoriques

les travaux se circonscrivent au modèle monodimensionnel. Nous avons établi:

- un théorème d'existence globale et d'unicité de solutions faibles (théorie des semi-groupes) [710].
- un résultat d'existence globale et d'unicité de solutions fortes. Ce résultat repose sur les propriétés de l'équation de Landau-Lifschitz-Gilbert et un argument de point fixe.
- un résultat sur le comportement en temps long de la solution d'une expérience de réflexion par une couche ferromagnétique d'épaisseur finie : nous avons établi un résultat de décroissance locale vers 0 de l'énergie et démontré le retour de la distribution d'aimantation à un état d'équilibre.

- un développement asymptotique du modèle par rapport à l'amplitude de l'onde incidente lorsque celle-ci est supposée petite.

Travaux numériques

- dans le cas monodimensionnel, on a réalisé des simulations numériques dans le but de mener une étude phénoménologique approfondie du comportement d'absorption des matériaux ferromagnétiques. On a pu en particulier bien mettre en évidence le phénomène ferromagnétique ainsi que l'influence de l'amplitude de l'onde incidente sur le spectre des ondes transmises et réfléchies.
- l'analyse numérique du modèle numérique monodimensionnel a été menée : stabilité, estimations d'erreur.
- En dimension supérieure à 1, une recherche de bons espaces d'éléments finis pour l'obtention de schémas explicites y compris dans le cas non linéaire a été menée. Les éléments finis d'ordre le plus bas ont été implémentés.

3.2.3 Couches minces

Participants : Pierre-Olivier Fortin, Patrick Joly, Christine Poirier, Olivier Vacus

Les matériaux absorbants, tels les matériaux ferromagnétiques, sont souvent utilisés comme revêtements pour rendre des objets furtifs. Dans bon nombre de situations, l'épaisseur de la couche absorbante est très petite devant la longueur d'onde. Dans ce cas, modéliser numériquement la propagation des ondes à l'intérieur du matériau ferromagnétique devient très coûteux et il est préférable de faire appel à des conditions aux limites équivalentes. De telles conditions équivalentes ont été établies dans le cas des matériaux linéaires (travaux de Bouchitté, Engquist-Nedelec, Bendali-Lemrabet). Nous nous sommes attelés à la tâche consistant à généraliser ces conditions aux matériaux non linéaires obéissant à la loi de Landau-Lifschitz-Gilbert. À l'aide de techniques de scaling et de développements formels par rapport à l'épaisseur ε de la couche, nous avons établi des conditions équivalentes à l'ordre 1 et 2 (par rapport à ε) en dimension 1,2 puis 3, dans le cas de frontière planes. Nous avons pris en compte l'éventuel caractère hétérogène de la couche. Ces conditions se présentent sous la forme d'une condition aux limites de type impédance couplée à un système (fini ou infini) d'équations différentielles ordinaires non linéaires. Les premiers résultats numériques (stage de P. Olivier Fortin) sont très encourageants. L'étude mathématique rigoureuse reste à mener.

3.2.4 Structures filaires

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly

Les problèmes de diffraction par des structures filaires du type antennes présentent des difficultés mathématiques spécifiques qui sont hors du champ d'application des méthodes classiques.

Nous nous sommes intéressés à l'étude d'une nouvelle approche fondée sur la méthode des domaines fictifs analysée par C. Atamian et P. Joly. Notre objectif est d'obtenir de nouvelles équations intégrales filaires ayant, entre autres, comme propriété de conduire à des matrices symétriques. Dans un premier temps on s'est intéressé à l'étude du problème scalaire (équation de Helmholtz) qui est une étape naturelle vers le traitement plus délicat des équations de Maxwell 3D. La technique de dérivation des nouvelles équations consiste à effectuer un développement asymptotique sur l'équation intégrale issue de la méthode des domaines fictifs appliquée à des corps 3D allongés dont les dimensions transverses sont proportionnelles à un petit paramètre ε . Ce travail a notamment fait l'objet d'un stage d'un étudiant de l'ENSTA, J. Legoff, dans le cadre des EPR (Enseignements Par la Recherche).

3.2.5 Conditions ou couches absorbantes

Participants : Francis Collino, Patrick Joly, Peter Monk

Conditions absorbantes d'ordre élevé

Cette année a marqué la fin du travail de recherche sur les conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé adaptées au schéma de Yee. Ces conditions sont maintenant opérationnelles pour la simulation de la diffraction d'ondes 3D dans des milieux ambiants stratifiés avec ou sans pertes. Un rapport de recherche, de nature très applicative et portant sur l'implémentation de la méthode dans le code GORF du CEG, a été publié [729]. Un code de calcul 2D a également été réalisé. Il a été greffé sur un logiciel de simulation de la détection radar de tuyaux dans un sous-sol conducteur, logiciel construit par G. Vigo et Michel Kern du projet Estime et fourni à Gaz de France. Enfin, signalons la poursuite d'un travail, en liaison avec M. Fares du CERFACS, sur des conditions absorbantes d'ordre élevé de type variationnel [707]. Ces nouvelles conditions ont l'intérêt d'être bien adaptées aux méthodes d'éléments finis, ce qui n'est pas le cas des conditions mentionnées ci-dessus.

Conditions absorbantes de type MEI

F. Collino a publié un rapport de recherche [730], sur l'étude d'une nouvelle technique pour le traitement des bords artificiels dans les équations d'Helmoltz ou de Maxwell, la méthode MEI (Method of Equations of Invariance). Cette méthode est basée sur un principe (le principe de Mei) énonçant qu'il existe, pour tout maillage entourant un objet diffractant, des relations linéaires reliant les valeurs des champs pris en des nœuds voisins et qui sont indépendantes des sources émettrices à la surface de l'objet. L'analyse a consisté à étudier de près le cas simple d'un cylindre conducteur. Le principe de Mei s'est avéré être infirmé au moins lorsque les pas de discrétisation tendent vers zéro. Toutefois, l'analyse en haute fréquence montre que l'application de ce principe permet de retrouver des conditions aux limites locales classiques et ce, sans passer par l'étape difficile de la détermination de l'opérateur transparent.

Simulation de l'effet de sol

F. Collino a proposé deux techniques pour simuler l'effet d'un demi-espace conducteur sur les ondes électromagnétiques. La première est une famille de conditions aux limites que l'on impose à l'interface et qui permet de s'affranchir du calcul de l'onde dans le conducteur. La stabilité de ces conditions a été démontrée pour une large classe de problèmes. La deuxième est une extension des couches absorbantes de Bérenger. On substitue au demi-espace une couche de faible épaisseur dans laquelle l'amortissement des ondes est renforcé tandis que le coefficient de réflexion est identique à celui du demi-espace réel. Ce travail a donné lieu à un rapport de recherche, [728].

Couches de Bérenger en coordonnées cylindriques

P. Monk de l'Université du Delaware et F. Collino ont proposé et analysé un modèle de couche absorbante de type Bérenger pour les équations de Maxwell en coordonnées cylindriques. L'idée repose sur une interprétation du modèle de Bérenger comme un changement de variables dans le plan complexe. Au cours de l'étude des résultats partiels portant sur la mathématique du modèle de Bérenger stationnaire et de ses extensions ont été obtenus (existence et unicité des solutions sauf pour des valeurs exceptionnelles de la fréquence). Des expériences numériques valident la méthode. Un article a été soumis au *Journal of Scient. Comp.*

3.2.6 Méthode des domaines fictifs pour l'électromagnétisme

Participants : Francis Collino, Patrick Joly

Les méthodes de domaines fictifs sont une alternative efficace à l'utilisation de maillages non structurés pour la prise en compte de géométries complexes.

F. Collino et P. Joly se sont intéressés, en collaboration avec F. Millot du CERFACS et S. Garcés thé-sard au CNET, à l'utilisation de la méthode des domaines fictifs pour le calcul de diffraction d'une onde instationnaire sur un objet conducteur. Cette approche consiste à prolonger la solution du problème à l'intérieur de l'objet en introduisant une inconnue supplémentaire qui s'interprète comme un courant surfacique. Le champ prolongé est alors défini sur un domaine très simple (rectangle ou cube) ce qui permet l'utilisation de techniques efficaces pour son calcul (maillage structuré, condensation de masse,...). Le courant est obtenu en inversant un "petit" système linéaire bien conditionné à chaque pas de temps. L'intérêt principal de cette technique est de permettre un découplage complet pour les maillages, surfacique pour l'objet et volumique pour le milieu environnant. En particulier, il permet d'éviter le calcul trop coûteux qu'exigerait une méthode d'éléments finis non structurés et les diffractions numériques observées lorsque l'on utilise des maillages structurés et une discrétisation de type "marches d'escalier" pour l'objet.

3.3 Ondes guidées

Les ondes guidées sont des ondes qui se propagent dans une ou plusieurs directions privilégiées avec une énergie très concentrée. Elles peuvent avoir des applications technologiques comme en optique (paragraphe 3.3.2 et 3.3.3) ou présenter un intérêt phénoménologique comme en sismologie (paragraphe 3.3.1). Leur étude nécessite une démarche mathématique bien spécifique.

3.3.1 Ondes de surface élastiques

Participants : Patrick Joly

Nous avons poursuivi, en collaboration avec J. Duterte et A.S. Bonnet-Ben Dhia (SMP/ENSTA), nos travaux théoriques sur l'analyse de la propagation d'ondes de surface élastiques dans un demi-espace élastique homogène et isotrope surplombé par une perturbation cylindrique infinie dans une direction (guides d'ondes topographiques). Les progrès récents concernent des résultats de non existence à basse fréquence. Par ailleurs, l'ensemble des travaux numériques a fait l'objet d'un rapport de recherche, soumis à publication [733].

3.3.2 Ondes guidées dans les fibres optiques

Participants : Vincent Catherinot, Patrick Joly, Christine Poirier

La méthode numérique mise au point par P. Joly et C. Poirier a fait l'objet d'un rapport INRIA, soumis à Mathematical methods in Applied Sciences [734]. Les développements théoriques sur l'analyse de cette méthode, notamment l'étude de la troncature de série intervenant dans la condition aux limites transparentes, ont bien avancé grâce au stage de V. Catherinot.

3.3.3 Ondes guidées en optique intégrée

Participants : Dolores Gomez Pedreira, Patrick Joly

Le programme de travail mis au point pour la thèse de D. Pedreira touche à sa fin et la thèse sera soutenue l'an prochain. Cette année, nous nous sommes concentrés sur l'analyse mathématique de la méthode qui est maintenant pratiquement complète, avec notamment l'obtention d'estimations d'erreur pour la résolution du problème spectral qui précède la résolution des équations de point fixe (analyse de la troncature de série dans la condition transparente et de la troncature de domaine).

3.4 Méthode de décomposition de domaine pour le contrôle optimal

Participants : Jean-David Benamou

Il s'agit ici du contrôle de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Pour les applications visées, par exemple le contrôle actif de phénomène de diffraction d'ondes, le contrôle agit sur les conditions aux limites de l'équation considérée et la fonction coût fait intervenir l'énergie de la solution de cette même équation. L'utilisation de la méthode de décomposition de domaine que nous proposons peut se justifier dans trois cas : implémentation parallèle, résolution de gros problèmes, décomposition de géométries complexes.

Suite aux travaux menés sur la résolution numérique de problèmes de contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations elliptiques (non nécessairement coercives) voir [724], J.D. Benamou a étendu la méthode aux systèmes gouvernés par des équations d'évolution (paraboliques et hyperboliques).

La méthode repose sur une décomposition du domaine (en espace) et la résolution itérative de sous-problèmes de la forme du système couplé: état direct, état adjoint, conditions d'optimalité. Les conditions de transmission entre sous-domaines, baptisées pour l'occasion SRC (Skew-symmetric, Robin, Coupled), sont formellement les mêmes que dans le cas des équations stationnaires.

Le découplage dans les sous-problèmes du couplage entre état direct et état adjoint, introduit en particulier par les conditions de transmission, fait apparaître une décomposition sous-jacente de l'équation de Riccati donnant la loi de 'feed-back'. Une étude théorique et numérique est en cours.

3.5 Divers

3.5.1 Ecoulements en milieu poreux

Participants : Jean Roberts

J.E. Roberts a participé aux travaux de modélisation du transport des radionucléides autour d'un site de stockage profond, travaux qui sont menés dans le projet Estime. En particulier elle a étudié la mise en œuvre de diverses méthodes de décomposition de domaines pour prendre en compte les problèmes de discrétisation du domaine, de son découpage en sous-domaines aux caractéristiques différentes, et de modélisation des fractures.

3.5.2 Neutronique

Participants : Jean Roberts

Profitant de la visite de J.-P. Hennart, professeur à l'IMAS-UNAM, Mexico, pour 6 mois dans le projet Estime, J.E. Roberts a construit avec lui et Jérôme Jaffré, une méthode nodale basée sur des éléments finis mixtes en géométrie hexagonale.

3.5.3 Microstructures cristallines

Participants : Jean-David Benamou

Avec P. Plechac (Oxford University), nous testons et analysons des méthodes itératives de type 'directions alternées' pour la minimisation de l'énergie élastique d'un cristal. Cette énergie est une fonction non convexe et non linéaire de la déformation du cristal.

4 Actions industrielles

4.1 Contrôle non-destructif

Participants : Eliane Bécache, Gary Cohen, Patrick Joly, Chrysoula Tsogka

Dans le cadre d'un contrat, l'EDF nous a demandé de mener une étude concernant la résolution avec des méthodes de haute précision des équations de l'élastodynamique 3D pouvant s'appliquer, à terme, à des milieux hétérogènes, anisotropes, comportant des fissures de géométrie complexe.

La première piste suivie a été d'utiliser des éléments finis Q^k en maillages déformés (suivant la géométrie de la fissure), le point essentiel étant d'assurer la condensation de masse. Cette méthode a été testée numériquement dans le cas simplifié d'un modèle scalaire bidimensionnel.

Depuis, nous avons investi dans une méthode alternative : la méthode des domaines fictifs (voir le paragraphe sur l'élastodynamique transitoire) que nous avons comparée, toujours dans le cas simplifié d'un modèle scalaire bidimensionnel, avec la méthode précédente. Les premiers résultats sont tout à fait encourageants pour la méthode des domaines fictifs. Outre sa facilité d'implémentation (maillages structurés) et de prise en compte de géométries de fissures complexes, elle s'avère plus robuste (CFL indépendant de la fissure), moins coûteuse en temps calcul (plus grand CFL et calculs plus simples dûs aux maillages réguliers) ainsi qu'en stockage.

4.2 Prospection pétrolière par méthodes sismiques

Participants : Eliane Bécache, J-D Benamou, Gary Cohen, Francis Collino, Patrick Joly, Jean Roberts

Nous participons au Consortium "Seismic Inversion, Geophysical Modeling and Applications" (SIGMA) dirigé par le projet ESTIME. Ce consortium est une proposition commune, INRIA-Ifremer (Brest), en collaboration avec l'IIMAS-UNAM (Mexique) et le CC-(SD)RAS (Russie). Son objectif est double: développement d'algorithmes d'inversion automatique de données sismiques et études de modélisations précises et efficaces en sismique pétrolière. Le projet Ondes intervient sur la partie modélisation. Notre contribution porte sur les méthodes d'éléments finis d'ordre élevé avec condensation de masse, la méthode des gros rayons et les approximations paraxiales.

4.3 Problème inverse en électromagnétisme:

Participants : Jean-David Benamou, Patrick Joly, Francis Collino

En collaboration avec l'Aérospatiale, nous travaillons sur un contrat de deux ans financé depuis Juillet 1996 par la DRET. Le sujet porte sur l'optimisation de matériaux absorbants les ondes électromagnétiques sur une large bande de fréquences. Les techniques utilisées sont le contrôle optimal et la résolution des équations de Maxwell en temps par différences finies.

4.4 Électromagnétisme et applications militaires

Participants : Francis Collino, Patrick Joly

L'INRIA mène, depuis plus de 7 ans, une activité de recherche sur le thème différences finies et électromagnétisme pour le Centre d'Etudes de Gramat (DRET). Fin 1995, un contrat de trois ans s'est clôt par la livraison de 3 rapports de recherches et l'installation de modules de traitement des bords absorbants dans le code de calcul GORF. Un nouveau contrat portent sur le raffinement de maillage.

4.5 Électromagnétisme en régime temporel

Participants : Gary Cohen, Alexandre Elmkies, Patrick Joly, Olivier Vacus

Les études des équations de Maxwell non-linéaires menées par O. Vacus et de schémas d'ordre élevé pour les équations de Maxwell en milieux anisotropes menées par A. Elmkies dans le cadre de leurs thèses sont l'objet d'un contrat STPA-DASSAULT.

4.6 Conditions absorbantes

Participants : Francis Collino

Un logiciel de calcul des bords pour la simulation des ondes électromagnétiques bidimensionnelles en milieu conducteur a été délivré gracieusement à Gaz de France.

4.7 Électromagnétisme en régime fréquentiel

Participants : Patrick Joly

L'encadrement de la thèse de C. Labreuche fait l'objet d'un contrat avec THOMSON(LCR).

5 Actions nationales et internationales

5.1 Visiteurs

Le projet a reçu la visite des chercheurs suivants :

- Dolores Pedreira, Université de Santiago de Compostelle, Espagne (3 mois)
- Peter Plechac, Heriot-Watt University, Ecosse (3 semaines).
- Stanley Osher, UCLA, États-Unis (1 semaine).
- Hillel Tal-Ezer, Tel-Aviv University, Israël (1 semaine).

5.2 Organisation de conférences et séminaires

- Un Workshop a été organisé à l'INRIA (les 16/18 septembre) sur le Calcul des temps d'arrivées multiples. Cette manifestation a regroupé 77 chercheurs et industriels venus de 8 pays différents. Voir la publication électronique des proceedings et les résultats proposés pour le cas test soumis à cette occasion sur :
<http://www-rocq.inria.fr/~benamou/traveltimes.html>
- Un séminaire mensuel (à partir d'octobre) sur les méthodes de décomposition de domaine est organisé conjointement par un groupe de chercheurs de différents instituts dont l'INRIA (ONDES et M3N). Voir également :
<http://www-rocq.inria.fr/~benamou/ddidf.html>
- Le projet est coorganisateur du séminaire ESTIME-ONDES-M3N-MOSTRA (mensuel) qui donne l'occasion d'accueillir de nombreux chercheurs, professeurs et industriels.
- La prochaine Ecole des ondes a été mise sur pied. Elle portera sur le contrôle des phénomènes de propagation d'ondes et aura lieu en Mars 97.

5.3 Invitations

- J.-D. Benamou a passé une semaine (en Janvier) au Courant Institute of Mathematical Science (New-York) pour y travailler avec R. Abgrall sur la méthode des gros rayons.
- J.-D. Benamou a passé un mois (juillet) à l'université Heriot-Watt (Edinburg) pour travailler avec R. Plechac sur un algorithme itératif pour le calcul de microstructures cristallines.
- G. Cohen a passé 2 semaines à l'Université du Delaware (États-Unis) pour travailler avec Peter Monk sur les méthodes d'ordre élevé en électromagnétisme.
- G. Cohen a passé 1 semaine à l'Université de Tel-Aviv (Israël) pour travailler avec Hillel Tal-Ezer sur les méthodes spectrales en temps.
- G. Cohen a passé 1 semaine au Colorado School of Mines pour préparer la quatrième Conférence Internationale sur les Aspects Mathématiques et Numériques des Phénomènes de Propagation d'Ondes avec J. DeSanto.
- J. E. Roberts invitée par le Professeur T. F. Russell à University of Colorado at Denver (USA), août 1996.
- J. E. Roberts invitée par le Professeur J. Douglas, Jr. à Purdue University (West Lafayette, IN, USA), août 1996.
- J. E. Roberts invitée par le Professeur R. Sharpley à University of South Carolina (Columbia, SC, USA), août 1996.

5.4 Divers

- P. Joly est conseiller scientifique au Laboratoire Central de Recherches de Thomson (Groupe de Mathématiques Appliquées).
- P. Joly était membre du Comité Scientifique (CNRS) du Laboratoire de Mathématiques Appliquées de l'Université de Bordeaux.

6 Diffusion des résultats

6.1 Séminaires

- J.-D. Benamou. Une méthode de décomposition de domaine pour quelques problèmes de contrôle. *Séminaire de math. appl., CMAP, X*, mai 1996.
- J.-D. Benamou, F. Collino et P. Joly Développement récents en modélisation sismique à l'INRIA. *Journée Institut Lyapounov, INRIA*, mars 1996.
- J.-D. Benamou. A domain decomposition method for the optimal control of systems governed by partial differential equations. *Applied Math. seminar, Courant Institute of Math. Sciences, NYC*, février 1996.
- J.-D. Benamou. Une méthode de décomposition de domaine pour l'équation de Helmholtz et problèmes de contrôle associés. *Séminaire du laboratoire SNP, ENSTA-Palaiseau*, janvier 1996.
- P. Joly. Analyse mathématique d'ondes de surface en élasticité *Séminaire ENS Lyon*, février 1996
- P. Joly. Modélisation mathématique et numérique d'ondes électromagnétiques dans les matériaux ferromagnétiques *Séminaire du CERMICS, Noisy-le-Grand*, Juin 1996

- P. Joly. Méthodes de décomposition de domaine pour l'équation de Helmholtz *Séminaire Ecole Polytechnique*, novembre 1996
- J. E. Roberts Primal-Dual Formulations for Parameter Estimation Problems *Séminaire de math. appl., Purdue University*, aug 1996. *Séminaire de math. University of Colorado at Denver*, aug 1996.
- O. Vacus. Etudes mathématique et numérique des milieux ferromagnétiques. *Séminaire INRIA IDENT-MODULEF-MENUSIN*, juin 1996.
- O. Vacus. Propagation d'ondes électromagnétiques en milieux ferromagnétiques. *Séminaire INRIA-IDOPT*, juillet 1996.
- O. Vacus. Modélisation des milieux ferromagnétiques. *Séminaire Université Bordeaux I*, Octobre 1996.

6.2 Actions d'enseignement

- E. Bécache a assuré un enseignement de Travaux Dirigés en deuxième année à l'ENSTA sur les équations hyperboliques non linéaires et sur la méthode des éléments finis.
- E. Bécache a assuré un enseignement de Travaux Dirigés en maîtrise de mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- E. Bécache a encadré des Travaux Pratiques à l'Ecole Polytechnique dans le cadre de la majeure Sciences de l'Ingénieur et Calcul Scientifique.
- J.-D. Benamou a assuré un enseignement de Travaux Dirigés d'Optimisation en maîtrise de mathématiques à l'Université de Paris Dauphine.
- J.-D. Benamou a assuré un enseignement de Travaux Dirigés d'Optimisation en DEUG de mathématiques à l'Université de Paris Dauphine.
- J.-D. Benamou a assuré un enseignement de Travaux Pratiques de Maple en DEUG à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- G. Cohen a assuré un cours d'analyse numérique en Licence de Mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- G. Cohen a assuré un enseignement de Travaux pratiques d'analyse numérique en Licence de Mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- A. Elmekies a assuré un enseignement de Travaux Dirigés d'Algèbre et de Méthodes Numériques en DEUG et Licence de mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- P. Joly était Professeur détaché (Mathématiques) à l'Université Paris IX Dauphine, jusqu'en Octobre 1996.
- P. Joly est maître de conférence à temps partiel à l'Ecole Polytechnique, au sein du Département de Mathématiques Appliquées. Il enseigne l'analyse numérique en tronc commun et en Majeure de Mathématiques Appliquées et donne un cours sur les Méthodes Mathématiques et Numériques en électromagnétisme, en collaboration avec A. Bamberger.
- P. Joly intervient dans la formation sur les méthodes numériques pour les équations de Maxwell, formation dispensée dans le cadre du Collège Polytechnique.
- P. Joly a donné un cours sur les méthodes numériques en propagation des ondes dans le cadre de la 7ème Ecole d'Automne Franco-Hispanique de Simulation Numérique en Physique et en Ingénierie (Oviedo, Septembre 1996).

- P. Joly a donné un cours d'électromagnétisme numérique à l'Université Léonard de Vinci en collaboration avec M Kern et P. Trouvé.
- C. Poirier est maître de Conférence en Mathématiques à l'Université de Versailles Saint-Quentin.
- L. Rhaouti a assuré un enseignement de Travaux Dirigés d'Optimisation en DEUG de mathématiques à l'Université de Paris Dauphine (Monitorat).
- J. E. Roberts a assuré un enseignement de Travaux Dirigés en licence de mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- O. Vacus a assuré un enseignement de Travaux Dirigés en troisième année à l'Ecole Centrale Paris sur les équations hyperboliques non linéaires.
- O. Vacus a assuré un enseignement de Travaux Dirigés en informatique (MAPLE) en classe de Mathématiques Supérieures (Lycée Lakanal)

7 Publications

Articles et chapitres de livre

- [703] J.-D. BENAMOU, Y. BRENIER, «Weak existence for the semi-geostrophic equations formulated as a coupled Monge-Ampère/transport problem», *SIAM J. on Applied Math.*, 1996, soumis.
- [704] J.-D. BENAMOU, «Big ray tracing : multivalued travel time field computation using viscosity solutions of the eikonal equation», *J. Comp. Physics* 128, 1996.
- [705] J.-D. BENAMOU, «Domain decomposition methods with coupled transmission conditions for the optimal control of systems governed by elliptic partial differential equations», *SIAM J. on Numer. Anal.* 33, 1996.
- [706] G. COHEN, P. JOLY, «Construction and analysis of a fourth order scheme for the approximation of the wave equation in heterogeneous media», *SIAM J. on Numerical Analysis*, 1996.
- [707] F. COLLINO, P. JOLY, «Absorbing boundary conditions for the finite element solution of 3D Maxwell's Equation», *IEEE Transactions on Magnetics*. 14, 31, Mai 1995, p. 1696–1701.
- [708] F. COLLINO, «Perfectly matched absorbing layers for the paraxial equations», *accepté à J. Comp. Physics*, 1996.
- [709] P. JOLY, C. POIRIER, J. E. ROBERTS, P. TROUVÉ, «A new nonconforming finite element method for the computation of electromagnetic guided waves (I) Mathematical analysis», *SIAM Journal - Numerical Analysis* 33, 08/1996, p. 1494–1525.
- [710] P. JOLY, O. VACUS, «Mathematical and numerical studies of non-linear ferromagnetic materials», *CRAS*, Octobre 1996.
- [711] C. VASALLO, F. COLLINO, «Highly efficient absorbing boundary conditions for the beam propagation method», *IEEE Journal of lightwave Technology*. 14, 6, Juin 1996, p. 1570–1577.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [712] R. ABGRALL, J.-D. BENAMOU, «Multivalued traveltimes computation using viscosity solutions of the eikonal equation on unstructured grids», *in: ECCOMAS, Denver*, 1996.
- [713] R. ABGRALL, J.-D. BENAMOU, «Multivalued traveltimes fields, ray tracing and eikonal solver on unstructured grids», *in: SEG annual meeting, Denver*, 1996.
- [714] J.-D. BENAMOU, «A domain decomposition method for the optimal control of systems governed by partial differential equations», *in: Domain Decomposition Methods in Science and Engineering, ninth International conference on domain decomposition, Bergen*, 1996.

- [715] F. COLLINO, P. JOLY, F. MILLOT, «Fictitious domain method for electromagnetism», *in: MAFELAP, Brunel University*, 1996.
- [716] S. GHANEMI, P. JOLY, F. COLLINO, «A domain decomposition method for the 3D wave Equation», *in: Domain Decomposition Methods in Science and Engineering, ninth International conference on domain decomposition, Bergen*, 1996.
- [717] J. JAFFRÉ, J. E. ROBERTS, «Generalized Cell-Centered Finite Volumes», *in: minisymposium Mixed, Hybrid and Nodal Finite Element Methods for Transport Problems in CESA'96 IMACS Multiconference, Lille - France*, 1996.
- [718] P. JOLY, O. VACUS, «Mathematical and numerical studies of non linear ferromagnetic materials», *in: ECCOMAS, Paris*, 1996.
- [719] P. JOLY, O. VACUS, «Mathematical studies of non linear ferromagnetic materials», *in: Hyperbolic Problems, Hong-Kong*, 1996.
- [720] P. JOLY, O. VACUS, «Modélisation des matériaux ferromagnétiques», *in: 28e CNAN, La Londe Les Maures*, 1996.
- [721] P. JOLY, «Recent Developments in numerical methods for time dependent scattering», *in: Problèmes inverses en propagation des ondes, Aix-les-Bains*, Springer, Septembre 1996.

Rapports de recherche et publications internes

- [722] R. ABGRALL, J.-D. BENAMOU, «Big Ray Tracing and Eikonal Solver on Unstructured Grids : Application to the Computation of a Multi-valued Travel-time Field in the Marmousi Model», *rapport de recherche n°3019*, INRIA, 1996, soumis à Geophysics.
- [723] L. ANNE, P. JOLY, Q. H. TRAN, «On finite difference schemes of arbitrary order for the 1D wave equation», *rapport de recherche*, INRIA, Décembre 1996.
- [724] J.-D. BENAMOU, B. DESPRES, «A domain decomposition method for the helmholtz equation and related optimal control problems», *rapport de recherche n°2791*, INRIA, 1996, soumis à J. Comp. Physics.
- [725] G. CHAVENT, K. KUNISCH, J. ROBERTS, «Primal-dual formulations for Parameter Estimation Problems», *Rapport de recherche n°2891*, Inria, 1996, Soumis à publication.
- [726] F. COLLINO, B. LAVAUD, «Peut-on obtenir des amplitudes correctes avec les équations paraxiales ?», *rapport de recherche n°3004*, INRIA, Octobre 1996.
- [727] F. COLLINO, P. JOLY, F. MILLOT, «Fictitious domain method for unsteady problems: application to electromagnetic scattering», *rapport de recherche n°2963*, INRIA, Aout 1996, soumis à J. Comp. Physics.
- [728] F. COLLINO, «Boundary conditions and layer technique for the simulation of electromagnetic waves above a lossy medium», *rapport de recherche n°2698*, INRIA, Novembre 1995.
- [729] F. COLLINO, «Conditions aux limites absorbantes pour les équations de Maxwell en milieu stratifié», *rapport de recherche n°2700*, INRIA, Novembre 1995.
- [730] F. COLLINO, «A propos de la méthode de Mei: cas du cylindre conducteur», *rapport de recherche n°2699*, INRIA, Novembre 1995.
- [731] F. COLLINO, «Conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé pour l'équation des ondes 3D», *rapport de recherche n°2932*, INRIA, Juillet 1996, accepté à J. Comp. Physics.
- [732] F. COLLINO, «Perfectly matched absorbing layers for the paraxial equations», *rapport de recherche n°2964*, INRIA, Août 1996, accepté à J. Comp. Physics.
- [733] J. DUTERTE, P. JOLY, «A numerical method for surface waves in a cylindrically perturbed half-space», *rapport de recherche n°2324*, INRIA, Décembre 1996.

- [734] P. JOLY, C. POIRIER, «A Numerical Method for the Computation of Electromagnetic Modes in Optical Fiber», *rapport de recherche n°2974*, INRIA, 1996, soumis 'a Math. Meth. in Applied Sciences.
- [735] P. JOLY, O. VACUS, «Stabilité des conditions limites absorbantes pour l'équation des ondes par des méthodes énergétiques : le cas des bords courbes», *rapport de recherche n°2849*, INRIA, Mars 1996.
- [736] P. JOLY, O. VACUS, «Sur l'analyse des conditions limites absorbantes pour l'équation de Helmholtz», *rapport de recherche n°2850*, INRIA, Mars 1996.
- [737] O. VACUS, «Singularités sur la frontière du domaine de calcul et conditions limites absorbantes : le problème du coin», *rapport de recherche n°2851*, INRIA, Mars 1996.

8 Abstract

Wave propagation is one of the most simple and common observed natural phenomena. The theoretical and numerical study of these phenomena is therefore a natural activity in various domains of physics and engineering.

The project activity is oriented toward the conception, the analysis, the numerical approximation and the control of mathematical models governing wave propagation phenomena in mechanics, physics and engineering. Our work covers acoustic, elastic electromagnetic and gravity waves. It can be applied to various areas such as hydrodynamics, fluid-structure interaction, antennas, stealth technology, non destructive testing, oil prospection, integrated optics and micro-electronics.

More precisely, the general objectives of the project are:

- the development of our knowledge of the above mentioned type of waves and the mathematical methods of resolution of related problems.
- the treatment of realistic problems.
- the development of our own original numerical methods and softwares.

Following these objectives, we are naturally led to deal with important industrial applications. Our methodology generally fits the following lines:

- Mathematical modelling physical problems and conception of approximate models.
- Mathematical study of these models.
- Conception, analysis and implementation of numerical methods.