Projet PRISME

Géométrie, Algorithmes et Robotique

Localisation : *Sophia Antipolis*

Mots-clés : géométrie algorithmique, analyse d'algorithme, modélisation géométrique, optimisation géométrique, optimisation combinatoire, algorithme adaptatif, triangulation, triangulation de Delaunay, modélisation de surface, robotique mobile, planification de trajectoire, commande optimale, bibliothèque d'algorithmes, algorithme robuste, précision numérique, reconstruction de surface, diagramme de Voronoï, maillage déformable, géologie, placement géométrique, robotique, mécanique, robot parallèle, calibrage, conception optimale, système polynomial, modèle géométrique, théorie des mécanismes.

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Jean-Daniel Boissonnat, directeur de recherche

Responsable permanent

Jean-Pierre Merlet, directeur de recherche

Assitantes de Projet

Agnès Clément-Bessière, à temps partiel
Corinne Zuzia, à temps partiel

Personnel INRIA

Francis Avnaim, chargé de recherche, jusqu'au 1er octobre
Hervé Brönnimann, chargé de recherche
Olivier Devillers, chargé de recherche
Monique Teillaud, chargée de recherche

Chercheurs invités

Joel Burdick, California Institute of Technology, Pasadena, du 25 juin au 25 septembre
Andreas Fabri
Subir Ghosh, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, jusqu'au 30 novembre

Chercheur post-doctorant

Sylvain Lazard, du 1er mai au 30 septembre

Chercheurs doctorants

David Daney, boursier MESR, université de Nice-Sophia Antipolis, depuis le 1er décembre
Elena Degtiariova-Kostova, université de Nice-Sophia Antipolis
Pascal Desnoguès, boursier MESR, université de Nice-Sophia Antipolis
Pierre Ferbach, boursier EDF, jusqu'au 31 mai
Eelco de Lange, boursier INRIA
Sylvain Lazard, boursier MESR, université Paris VI, jusqu'au 30 avril
Franck Nielsen, AMN, université de Nice-Sophia Antipolis, jusqu'au 5 novembre
Stéphane Nullans, boursier MESR, université de Nice-Sophia Antipolis
Sylvain Pion, élève ENS-Paris, depuis le 1er septembre
Luc Tancredi, boursier INRIA, jusqu'au 31 janvier

Collaborateurs extérieurs

Marc Daumas, LIP - ENS Lyon, depuis le 9 octobre
Mariette Yvinec, chargée de recherche CNRS - I3S

Stagiaires

Hakim Bennour, DEA Paris VII (3 mois)
Vincent Boudet, Magistère Informatique de l'ENS Lyon (1 mois 1/2)
David Daney, DEA Aravis (4 mois)
Franck Descollonges, ESSI (2 mois)
Christophe Hilmoine, Mines de Saint-Étienne (6 mois)
Christian Lebaron, ESSI (3 mois)
Fabrice Noilhan, Magistère de l'ENS-Paris (2 mois)
Xavier Spengler, ESSI (3 mois)

2 Présentation du projet

Les activités du projet sont centrées sur la géométrie algorithmique et les aspects géométriques de la robotique. Les études sont motivées par les nombreux domaines d'application, et en premier lieu la robotique, qui nécessitent de faire des calculs géométriques de manière efficace.

L'objectif poursuivi en géométrie algorithmique est triple : développer de nouveaux algorithmes, construire une bibliothèque de calcul géométrique, appliquer nos méthodes à des domaines variés.

Les nouveaux algorithmes concernent essentiellement certains problèmes d'optimisation géométriques : recouvrement d'ensembles, triangulations optimales et calcul de plus courts chemins.

Un effort particulier a été consacré cette année au calcul géométrique. Ce travail, soutenu par le projet Esprit LTR CGAL, est mené en collaboration avec six partenaires. Les principaux aspects étudiés cette année sont la spécification et l'écriture du noyau de la bibliothèque, et les problèmes de robustesse liés aux erreurs d'arrondi et aux dégénérescences.

En ce qui concerne les applications, nous avons travaillé cette année sur la reconstruction de surfaces en géologie dans le cadre du projet GEOFRANCE 3D, sur l'aménagement spatial de satellites avec MATRA MARCONI ESPACE et sur la simulation de grands réseaux de communication en collaboration avec le projet MISTRAL dans le cadre d'une convention avec le CNET.

Le travail engagé sur les robots parallèles s'est poursuivi, avec pour objectifs de simplifier le calcul du modèle géométrique direct et de construire des outils d'aide à la conception de tels manipulateurs. Des applications nouvelles aux suspensions de voitures et aux machines outils ont également été étudiées.

3 Actions de recherche

3.1 Optimisation géométrique

3.1.1 Percer ou couvrir des objets géométriques

Participant : Franck Nielsen

Mots-clés : optimisation combinatoire, géométrie algorithmique, algorithme adaptatif.

Un ensemble d'objets est dit perçable par k points s'il existe un ensemble de k points tel que chaque objet soit percé (contienne) au moins un de ces points. Trouver le plus petit entier k tel qu'un ensemble soit perçable par k points est NP-complet. Ceci est la base de nombreuses applications où l'on cherche à minimiser le nombre d'objets congruents couvrant un ensemble de points, comme par exemple le placement de formes, l'aménagement d'espace, la localisation dans des structures de données, etc. Dans cette étude [427, 409], nous présentons des algorithmes efficaces pour trouver de tels ensembles de points pour plusieurs classes d'objets convexes et de petites valeurs de k. Dans certains cas, nos algorithmes impliquent des théorèmes (nouveaux ou déjà connus) de type Helly. Nos résultats étendent ceux de Danzer et Grünbaum qui étudièrent le cas des boîtes. Les problèmes étudiés ici sont liés à des problèmes d'optimisation où on cherche le plus petit facteur homothétique d'un objet convexe K à symétrie centrale tel qu'un ensemble de points puisse être couvert par k homothètes congruents de K. Actuellement, nous considérons des heuristiques dans le cas (pratique) d'objets épais.

Par ailleurs, nous avons étudié [429, 416] un algorithme simple et efficace pour percer un ensemble $\mathcal{S}$ de n boîtes isothétiques de dimension d, c'est-à-dire un ensemble de points tel que chaque boîte contienne au moins un de ces points. Ceci a de nombreuses applications en VLSI, en problèmes de couvertures, en constructions de structures de données, etc. Notre algorithme calcule un ensemble de c points perçant $\mathcal{S}$ en temps sensible à la sortie $O(dn + n\log c)$ et espace linéaire. Si c^* est le nombre minimal de points requis pour percer $\mathcal{S}$, alors nous montrons que $c \leq \min\{\frac{c^{*\overline{d}}}{d!} + \frac{c^{*\overline{d-1}}}{(d-1)!} - 1, c^* \frac{(\log n+1)^{\overline{d-1}}}{(d-1)!}\}$, où $x^{\overline{m}}$ est la puissance factorielle croissante : $x^{\overline{m}} = \prod_{i=0}^{m-1}(x+i) = m!\binom{x+m-1}{m}$. Puisque trouver un ensemble minimal de c^* points est un problème NP-complet dès que $d > 1$, nous obtenons une heuristique adaptative efficace pour percer $\mathcal{S}$ en temps sensible à la sortie et espace linéaire. Dans le cas de boîtes isothétiques congruentes ou de boîtes isothétiques contraintes, notre algorithme renvoie au plus $c \leq 2^{d-1}c^*$ et $c = O(c^*)$ points. De plus, nous prouvons que les bornes obtenues sur c sont précises et corroborons nos résultats théoriques par des performances pratiques. Nous décrivons également un algorithme adaptatif optimal qui calcule un ensemble de taille minimale de points perçant une famille d'intervalles.

Ce travail a été mené partiellement en collaboration avec Matthew Katz, *université Ben Gurion, Israël.*

3.1.2 Triangulations et quadriques

Participants : Pascal Desnoguès, Olivier Devillers

Mots-clés : triangulation, triangulation de Delaunay, modélisation de surface.

Soit une surface $z = f(x, y)$ et $\mathcal{P}$ un ensemble de points pris sur cette surface. Si on projette $\mathcal{P}$ dans le plan xy et qu'on construit une triangulation de son enveloppe convexe, on obtient, en relevant cette triangulation, une approximation linéaire par morceaux de la surface. La qualité d'une triangulation est liée à une mesure de l'erreur de l'approximation, et on cherche à caractériser les triangulations optimales de ce point de vue.

Un algorithme a ainsi été construit et programmé, qui permet de déterminer une triangulation localement optimale pour la norme L_2 de l'erreur d'approximation d'une surface quadratique ; la nouveauté est que l'algorithme est adapté aussi bien aux cas convexes que non convexes (paraboloïdes hyperboliques ou « selles de cheval »). Le programme, dont les opérations élémentaires sont les échanges de diagonales des triangles adjacents, testé sur des ensembles de 15 à 500 points, a montré que la qualité de la triangulation était fortement liée au nombre de points sur l'enveloppe convexe (plus il y en a, meilleurs sont les triangles du bord qui ne peuvent pas être détruits par échange de diagonales). Des recherches empiriques ont permis également de calculer la norme L_1 du paraboloïde hyperbolique d'équation $z = x^2 - y^2$ et ainsi d'adapter le programme à la recherche de triangulations L_1-optimales (les résultats sont très proches de ceux observés pour la norme L_2). D'autres algorithmes de recherche de triangulations globalement optimales, par recuit simulé ou exponentiellement par retour en arrière, ont montré que, pour des ensembles de taille réduite, la triangulation localement optimale rendait un résultat satisfaisant, car peu éloigné de l'optimal global. Tous ces résultats, en plus de la partie théorique et d'une étude bibliographique sur les diverses utilisations des triangulation, ont été rédigés et abondamment commentés dans la thèse de P. Desnoguès [387].

3.1.3 Plus courts chemins de courbure bornée

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Subir Ghosh, Sylvain Lazard

Mots-clés : planification de trajectoire.

Le calcul d'un plus court chemin de courbure bornée en présence d'obstacles dans le plan est un problème important en planification de trajectoires de robots mobiles et en CAO. Plus précisément, il s'agit, étant donné des configurations (c'est-à-dire des positions et des orientations) initiale et terminale, et un ensemble d'obstacles dans le plan, de calculer un plus court chemin C^1 joignant ces deux configurations, évitant les obstacles et tel que la courbure de la trajectoire soit majorée par 1 en tout point où elle est définie. Malgré de nombreux travaux, on ne connait que des algorithmes approchés ou heuristiques pour ce problème. Nos travaux prolongent les travaux des années précédentes où nous avions caractérisé ces trajectoires en l'absence d'obstacles.

Le problème général paraissant encore hors de portée, nous nous sommes intéressés cette année au cas où les obstacles sont eux-mêmes de courbure bornée. Sous cette hypothèse, nous avons proposé un algorithme exact et polynomial. C'est le premier algorithme exact et polynomial qui résoud une instance non triviale du problème général [402].

Si les obstacles ne sont pas de courbure bornée, pour pouvoir appliquer l'algorithme ci-dessus, on peut chercher à entourer chacun d'eux par une courbe de courbure bornée et de longueur minimale. Ces courbes, convexes, sont appelées les enveloppes convexes de courbure bornée des obstacles. Plus généralement, on a étudié le calcul de l'enveloppe convexe de courbure bornée d'un ensemble $\mathcal{S}$ de points du plan. Si le rayon du plus petit disque contenant $\mathcal{S}$ est supérieur ou égal à 1, une telle enveloppe est unique. Son calcul se ramène à un problème d'optimisation convexe ou à la résolution d'un ensemble de systèmes algébriques [401].

Dans le but d'approcher le problème général, nous avons également proposé un algorithme linéaire pour calculer un chemin convexe de courbure bornée dans un polygone simple. On montre que la longueur d'un tel chemin n'excède pas deux fois la longueur du chemin optimal si celui-ci est lui-même convexe.

3.1.4 Plus courts chemins dont la dérivée de la courbure est bornée

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Elena Degtiariova-Kostova

Mots-clés : commande optimale, planification de trajectoire.

Les plus courts chemins de courbure bornée sont constitués de lignes droites et d'arcs de cercle et la courbure le long de ces chemins n'est pas continue. Dans le but d'obtenir des chemins à courbure continue, nous considérons le problème de trouver les trajectoires les plus courtes joignant deux points dans $\mathbf{R}^2$, la dérivée de la courbure étant majorée par 1, les angles tangents et les courbures du départ et de l'arrivée étant donnés, l'angle tangent et la courbure de la trajectoire étant continus.

On sait (cf. rapport d'activité 1995) que la trajectoire optimale est formée de segments de droite et d'arcs de clothoïde[1]. Nous avons montré cette année que, si la distance entre les positions initiale et

[1]Dans un système de coordonées commode, une clothoïde est donnée par les intégrales de Fresnel: $x(t) = \int_0^t \cos \tau^2 d\tau$, $y(t) = \int_0^t \sin \tau^2 d\tau$.

finale est plus longue que $138\sqrt{\pi}$, les trajectoires optimales génériques sont irrégulières, c'est-à-dire que la fonction de contrôle a une infinité de points de discontinuité.

Un modèle encore plus réaliste dans le contexte de la robotique a également été étudié : on cherche à caractériser les trajectoires optimales en temps lorsque l'accélération et la dérivée de la courbure sont bornées. Des résultats préliminaires montrent que chaque trajectoire extrémale est une courbe C^2 formée de segments de droite de même direction φ et d'arcs de courbe dont la courbure varie linéairement $\kappa(t) = \pm Bt + \kappa_0$ (où t est le temps) et le point bouge le long de chaque trajectoire optimale avec la vitesse linéaire par morceaux (chaque morceau est de la forme $v(t) = \pm At + v_0$ où A est la borne sur la valeur absolue de l'accélération). On étudie les formes possibles de jonction d'arcs de courbe avec la courbure linéaire et de segments de droite et on obtient que, si une trajectoire optimale contient mais n'est pas réduite à un segment de droite, alors :

1) le long de chaque trajectoire optimale le point bouge avec la vitesse linéaire par morceaux de l'aspect $v(t) = \pm At + v_0$,

2) la courbe optimale ne contient qu'un segment de droite,

3) si pour une courbe optimale le point bouge le long du segment de droite dans la direction $\varphi + \pi \pmod{2\pi}$, alors cette trajectoire optimale contient un nombre infini d'arcs joints de courbe avec la courbure linéaire $\kappa(t) = \pm Bt + \kappa_0$ qui s'accumulent vers chaque bout du segment de droite.

Travail mené en collaboration avec V.P. Kostov, *Laboratoire de mathématiques de l'université de Nice-Sophia Antipolis.*

3.2 Calcul Géométrique

3.2.1 CGAL

Participants : Andreas Fabri, Francis Avnaim, Olivier Devillers

Mots-clés : bibliothèque d'algorithmes, algorithme robuste.

Sept équipes de recherche fondamentale en géométrie algorithmique se sont réunies pour établir, en collaboration avec des partenaires industriels, une bibliothèque d'algorithmes géométriques baptisée CGAL [407].

Quatre membres de ce consortium (dont le projet PRISME) ont travaillé sur la spécification et l'implantation du noyau de la bibliothèque CGAL. Le noyau de CGAL contient des objets linéaires élémentaires en dimensions deux et trois, et des opérations telles que intersection, calcul de distance, aussi bien que des tests géométriques.

Le noyau est écrit en C++ en utilisant le mécanisme des *templates*. Cela permet notamment de paramétrer l'arithmétique et de spécialiser les tests géométriques en fonction de l'arithmétique utilisée.

La version la plus récente du noyau est distribuée aux membres du consortium depuis novembre 1996 [433].

Dans le cadre de ce projet européen, le projet PRISME est coordinateur pour tout ce qui concerne les diagrammes de Voronoï et pour la conception des interfaces graphiques et le débogage graphique. Nous avons travaillé sur la spécification et une première implantation d'algorithmes de calcul de la triangulation de Delaunay et du cloisonnement d'un ensemble de segments. Une attention particulière a été apportée aux cas dégénérés et à leur traitement systématique. Nous avons notamment explicité un schéma de perturbation symbolique en ligne. L'utilisation du calcul exact par cette méthode est plus efficace que celle des autres méthodes génériques de perturbation.

Les interfaces graphiques ne font pas vraiment partie de CGAL, mais sont dans une bibliothèque support. Des étudiants de l'ESSI ont développé une interface de CGAL avec Open Inventor et Tcl/Tk, ainsi qu'une sortie Postscript.

3.2.2 Filtres arithmétiques

Participant : Olivier Devillers

Mots-clés : précision numérique, algorithme robuste.

L'hypothèse irréaliste d'une arithmétique opérant sur des nombres *réels*, qui est largement utilisée dans la conception des algorithmes géométriques, a été sérieusement remise en question ces dernières années [406]. Un prédicat géométrique consiste généralement en l'évaluation du signe d'une expression algébrique. Dans la plupart des cas, un calcul arrondi produit un résultat fiable, mais parfois les erreurs d'arrondi peuvent rendre l'algorithme inutilisable. Le calcul arrondi peut produire un signe incorrect seulement si la valeur absolue de l'expression algébrique est plus petite qu'une certaine valeur ε (petite), qui est l'erreur maximale possible introduite lors de l'évaluation de l'expression. Ce seuil ε dépend de la structure de l'expression et de l'arithmétique utilisée par l'ordinateur, en supposant que les opérandes ne sont pas entachés d'erreur. Une paire (calculateur de l'expression, seuil) est un *filtre arithmétique*, auquel il faut adjoindre une seconde méthode de calcul, exacte celle-là, en cas d'échec de la certification.

En parallèle avec notre travail sur les méthodes exactes de calcul des déterminants (voir section 3.2.3) nous avons développé une technique générale pour évaluer l'efficacité d'un filtre arithmétique [426]. L'analyse consiste dans l'évaluation du seuil et de la probabilité d'échec du filtre. Pour illustrer cette approche, nous analysons deux prédicats importants, ceux de localisation par rapport à un hyperplan ou une hyper-sphère, sous l'hypothèse que les points définissant l'objet soient choisis avec une probabilité uniforme dans la sphère ou le cube unité. Nous montrons que la probabilité que la valeur absolue du déterminant correspondant soit plus petite que V (V petit) est bornée par : $\Theta(V)$ pour la localisation par rapport à un hyperplan, $\Theta(V^{\frac{2}{3}})$ pour un cercle en dimension 1 (cas d'école !), $O(V^{\frac{1}{2}})$ pour un cercle en dimension 2 et $O(V^{\frac{1}{2}} \ln \frac{1}{V})$ pour une sphère en dimension supérieure. Les constantes sont petites et leurs valeurs sont données dans l'article.

Travail effectué en collaboration avec F. Preparata, *université de Brown.*

3.2.3 Arithmétique exacte

Participants : Hervé Brönnimann, Olivier Devillers, Sylvain Pion, Mariette Yvinec

Mots-clés : analyse d'algorithme, algorithme robuste, précision numérique, arithmétique exacte.

Au paragraphe précédent, nous avons introduit la notion de filtre arithmétique et mentionné qu'en cas d'échec du filtre, il faut recourir à une *arithmétique exacte*.

Après avoir travaillé sur les méthodes exactes de calcul des déterminants en dimensions 2 et 3, nous nous sommes attachés à comprendre et analyser un algorithme de Clarkson[2] qui calcule le signe d'un déterminant d'une matrice entière de n'importe quelle dimension de façon exacte. Cet algorithme effectue une réorthogonalisation des colonnes de la matrice, avant d'utiliser un pivot de Gauss ou toute autre méthode numérique qui fait peu d'erreur quand la matrice est bien conditionnée. Son analyse fait intervenir de l'analyse d'erreur numérique. L'analyse donnée par Clarkson est difficile d'accès et comporte des lacunes. Nous avons donné une analyse plus simple et complète d'une version modifiée de cet algorithme[422]. Des expériences ont montré que cette approche est parfaitement utilisable en pratique pour des déterminants jusqu'à un ordre satisfaisant (au moins 10). L'implantation qui en a résulté est disponible sur le WWW.

Par ailleurs, nous avons pu étendre en dimensions supérieures la méthode d'évaluation exacte du signe d'un déterminant proposée par Avnaim et coll.[3] pour les déterminants 2×2 et 3×3. Les premiers tests montrent que cette méthode se révèle aussi efficace que celle de Clarkson pour des déterminants de petites dimensions (au moins jusqu'à 4).

[2] K.L. Clarkson, *Safe and effective determinant evaluation*, Proc. 33rd IEEE Symp. Found. Comput. Sci. 1993, 387–395.

[3] F. Avnaim, J-D. Boissonnat, O. Devillers, F. Preparata et M. Yvinec, *Evaluating signs of determinants using single-precision arithmetic*, Rapport de recherche INRIA 2306, 1994

Si le test de coplanarité de points repose presque directement sur le calcul d'un déterminant, celui de cosphéricité est un peu plus complexe et nécessite le calcul d'un déterminant dont les entrées sont elles-mêmes le résultat de calculs. Nous tirons parti des spécificités d'un tel déterminant pour programmer son calcul exact plus rapidement.

Toujours pour calculer le signe exact d'un déterminant, et plus généralement d'une expression algébrique à variables entières (comme la cosphéricité), nous nous sommes intéressés à une méthode qui calcule cette expression à un modulo près. Le théorème des restes chinois assure qu'en prenant suffisamment de modulos, la valeur de l'expression est connue de façon exacte. Typiquement, le processus de reconstruction d'un nombre à partir de ses modulos se fait à l'aide d'un calcul multiprécision. Nous avons montré que le signe de cette expression peut être calculé de façon exacte en simple précision (les nombres intervenant dans les calculs ont la même taille que les entrées).

Ce travail a été conduit en partie en collaboration avec Victor Pan, *CUNY, USA, professeur invité dans le projet SAFIR.*

3.3 Applications de la géométrie algorithmique

3.3.1 Reconstruction de surfaces en géologie

Participants: Jean-Daniel Boissonnat, Stéphane Nullans

Mots-clés: reconstruction de surface, diagramme de Voronoï, maillage déformable, géologie.

Les enjeux d'une meilleure connaissance du sous-sol sont considérables, et concernent des domaines variés : exploration et exploitation des ressources du sous-sol, génie civil, environnement.

Malheureusement les données disponibles pour construire un modèle géologique sont rares, irrégulièrement réparties et hétérogènes, et rendent la tâche très difficile. Le but de ce travail est de montrer qu'il est possible de reconstruire, à partir de ces données (points de données, portions d'interfaces, sondages, coupes incomplètes ou interprètées, MNT...) un modèle topologique et géométrique, cohérent, de la géologie du sous-sol.

L'idée majeure de la méthode consiste à assembler les objets géologiques selon leurs proximités, en utilisant le diagramme de Voronoï de ces objets.

L'algorithme de reconstruction peut se résumer en quatre étapes principales [403, 421] :
- reconstruction d'un modèle topologique à partir des données (diagrammes de Voronoï),
- lissage des bords reconstruits (maillages déformables, snakes...),
- insertion des failles et création des discontinuités,
- fusion des formations géologiques.

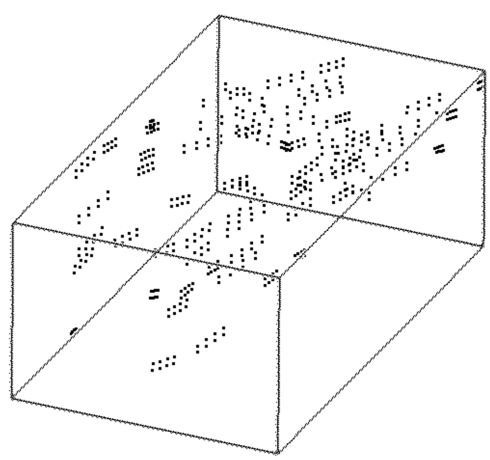

Figure 1: Données 3D sur trois coupes

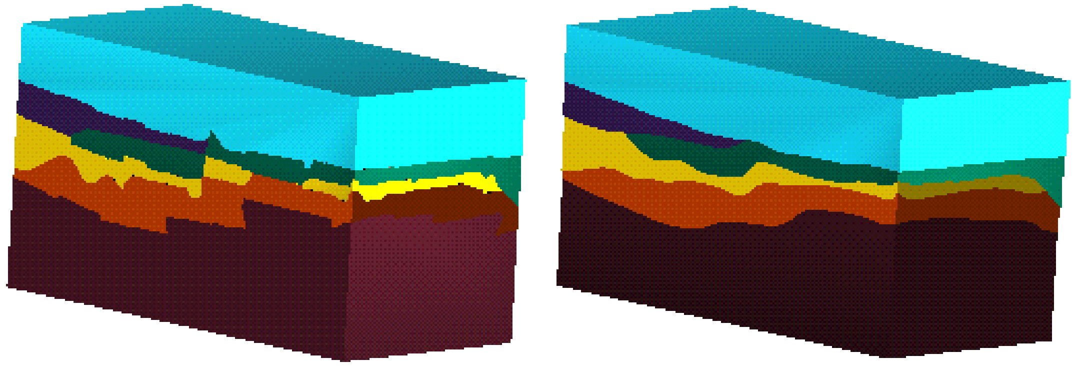

Figure 2: Modèle topologique 3D - Modèle lissé

La méthode de reconstruction est utilisée en 2D comme en 3D, et a été testée avec succès sur des données réelles fournies par le B.R.G.M. Ce dernier intègre nos résultats dans un éditeur graphique à l'usage des géologues.

Travail effectué dans le cadre du programme GEOFRANCE 3D, en collaboration avec M. Guillen et M. Courrioux, *Département Géophysique et Imagerie Géologique du* BRGM *(Bureau de Recherche Géologique et Minière) d'Orléans* et M. Perrin, *Ecole des Mines de Paris.*

3.3.2 Aménagement automatique de satellites

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Eelco de Lange, Monique Teillaud

Mots-clés : placement géométrique.

L'aménagement géométrique d'un satellite consiste à positionner les équipements spécifiés par un schéma logique sur une plate-forme, en prenant en compte des contraintes physiques imposées par l'environnement (par exemple la protection contre les rayons solaires) et par les équipements entre eux (par exemple l'interférence électro-magnétique et le respect du champ de vue d'un instrument d'observation). Le bureau d'études produit une conception initiale, qui sera raffinée de manière itérative en concertation avec des équipes spécialisées qui font des analyses électromagnétiques, thermiques, mécaniques, etc. Ce processus dure en général plusieurs mois, selon la nature et la complexité du satellite.

Nos objectifs sont :

- de démontrer, en développant un prototype, qu'il est possible d'assister, voire d'automatiser, le processus de la conception en appliquant des méthodes issues de la géométrie algorithmique,
- d'analyser et de comparer dans ce contexte les performances et la robustesse des algorithmes géométriques.

Un premier prototype d'un outil pour l'aménagement d'antennes a été mis en œuvre au début de l'année 1996. Il est basé sur un algorithme de calcul de la différence de Minkowski de deux polyèdres convexes. Cette différence représente l'ensemble des translations qui font qu'un polyèdre entre en collision avec l'autre. Nous nous sommes particulièrement attachés à l'amélioration des performances de l'outil.

L'objectif étant de placer une antenne sur une plate-forme, seule une section plane de cette différence est utilisée. Cette année, nous avons conçu et implanté un algorithme qui calcule cette section directement sans calculer de structure tridimensionnelle (voir figure 3). Nous avons démontré que cet algorithme est plus efficace, aussi bien du point de vue de la complexité théorique qu'en pratique [419], que les algorithmes calculant la différence de Minkowski des polyèdres avant d'en déduire la section plane voulue.

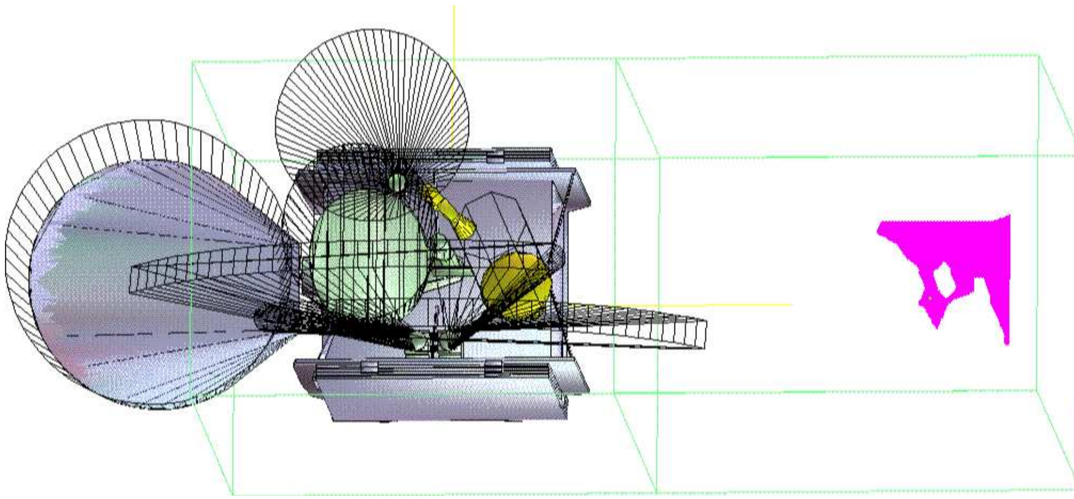

Figure 3: À droite, espace libre pour le placement de l'antenne jaune

Ce travail s'effectue dans le cadre d'une convention avec MATRA MARCONI SPACE.

3.3.3 Triangulations et télécommunications

Participant : Pascal Desnoguès

Mots-clés : triangulation de Delaunay.

Une adaptation d'un algorithme de triangulation de Delaunay (le « Delaunay-tree »[4]) a permis d'évaluer, de manière raisonnablement rapide, certaines propriétés des grands réseaux de télécommunication dans le contexte des téléphones mobiles. Ces résultats, validant une théorie de Zuyev sur les simulations de tels réseaux, ont été présentés à la quatrième conférence internationale des systèmes de télécommunication [418, 432] ; de plus, un rapport technique existe pour expliquer le logiciel de simulation ainsi programmé [424].

Travail effectué en collaboration avec S. Zuyev et H. Rakotoarisoa, *Projet MISTRAL.*

3.4 Théorie des mécanismes

3.4.1 Robots parallèles plans

Participant : Jean-Pierre Merlet

Mots-clés : modèle géométrique, robot parallèle.

L'étude des modèles géométriques directs (qui est en général difficile) se fait usuellement au cas par cas selon l'architecture mécanique du robot traité. Nous avons remarqué toutefois de nombreuses similitudes dans le traitement de diverses architectures. On a ainsi pu montrer que, pour tous les types de robot parallèle plan, le modèle géométrique direct pouvait se ramener à l'étude d'un petit nombre de cas génériques qui ont pu être tous résolus [412]. Avec cette étude nous avons ainsi conclu le problème du modèle géométrique direct de tous les types possibles de robot. À titre d'application, nous avons proposé une nouvelle architecture de robot dont le modèle géométrique admet une solution explicite [408]. De plus une analyse exhaustive des espaces de travail des cas génériques a permis de montrer que leurs frontières étaient calculables par des algorithmes géométriques [410].

[4] J.-D. Boissonnat, M. Teillaud *On the randomized construction of the Delaunay tree* Theoret. Comput. Sci., vol 112, 1993, pp 339-354

3.4.2 Calibrage des robots parallèles

Participants : Jean-Pierre Merlet, David Daney

Mots-clés : calibrage, robot parallèle.

Le calibrage d'un robot parallèle est nécessaire lorsqu'il est amené à effectuer des déplacements de haute précision, comme par exemple pour les positionneurs de l'ESRF. David Daney a recensé les rares méthodes de calibrage proposées dans la littérature et a effectué une analyse de leur sensibilité aux bruits de mesure. Il apparaît que cette sensibilité est très forte. De nouveaux algorithmes sont en cours d'étude dans le cadre de notre collaboration avec l'ESRF [398].

3.4.3 Conception optimale de robots parallèles

Participant : Jean-Pierre Merlet

Mots-clés : conception optimale, robot parallèle.

Nous avons décidé de développer une méthodologie complète pour la conception optimale de robots parallèles : `DEMOCRAT` [414, 415]. Dans la conception interviennent des critères caractérisant le robot (espace de travail, raideur, précision…) qui dépendent de paramètres qui définissent sa géométrie. L'approche traditionnelle de la conception est la minimisation d'une fonction de coût, qui consiste à créer une fonction à partir des différents critères, puis à chercher numériquement la valeur des paramètres qui permettent de la minimiser. Cette méthode est coûteuse en temps de calcul car, d'une part, il n'y a aucune restriction sur le domaine de l'espace des paramètres où se fait la minimisation et, d'autre part, il est nécessaire de procéder à de fréquentes estimations de la fonction, donc des critères, dont l'évaluation est elle même très coûteuse.

`DEMOCRAT` procède d'une autre approche, reposant sur deux étapes. Dans la première, on utilise certains critères (par exemple une spécification de l'espace de travail [411]) pour déterminer les régions de l'espace des paramètres (où un point représente une géométrie du robot) où se trouve le robot optimal. Après cette étape le domaine de recherche dans l'espace des paramètres est usuellement de petite taille. Dans la deuxième étape, l'utilisateur spécifie son cahier des charges dans un langage de haut niveau incluant des requêtes de calcul de certaines caractéristiques du robot, comme la raideur minimale, la précision, la présence de singularités… `DEMOCRAT` procède alors à une discrétisation des régions trouvées à la première étape et, pour chaque nœud, soumet le robot à la routine écrite par l'utilisateur. Le résultat de l'évaluation permet de déterminer si le robot est optimal. Cette approche permet de déterminer efficacement un mécanisme quasi-optimal, même pour un cahier des charges complexe incluant plusieurs critères, cas mal traité par l'approche fonction de coût.

3.4.4 Modèle géométrique direct des robots parallèles

Participants : Luc Tancredi, Monique Teillaud, Olivier Devillers

Mots-clés : système polynomial, robot parallèle, modèle géométrique.

Nous avons poursuivi nos travaux sur une méthode d'élimination symbolique nous permettant de trouver des bornes au nombre de solutions du modèle géométrique direct (MGD) des robots parallèles, lorsque des capteurs d'angle sont ajoutés sur les segments. La borne classique pour le MGD est de 40 solutions ; l'ajout de capteurs permet de réduire cette borne ; par exemple, pour un robot à plateforme plane et en ajoutant un (resp. deux) capteur(s), on prouve une borne de 20 (resp. 9) solutions alors qu'une application classique du théorème de Bézout permet seulement de prouver des bornes de 32 (resp. 16) solutions.

Nous avons fourni une démonstration complète de la validité de ces bornes [430, 417]. Cette démonstration utilise néanmoins des propriétés du MGD obtenues par des raisonnements géométriques. Il n'a pas encore été possible de s'en affranchir dans tous les cas, et de n'utiliser que des propriétés algébriques du système polynomial de départ. Une démonstration plus générale permettrait d'étendre les domaines d'application de cette méthode d'élimination.

Par ailleurs, une synthèse des résultats fournis par les théorèmes dits de *géométrie synthétique* a été effectuée [431]. La géométrie synthétique est bien adaptée à l'étude du comportement des corps en mécanique du solide. Les théorèmes de Bézout, Cayley, Fichter permettent d'étudier de nombreux mécanismes et les lieux des points décrits par un de leurs points, droites ou plans. Ils s'appliquent en particulier au calcul de bornes sur le nombre de solutions du MGD, pour certains robots parallèles, pour lequel ils fournissent des démonstrations élégantes.

3.4.5 Mécanismes de suspension

Participant : Jean-Pierre Merlet

Mots-clés : théorie des mécanismes.

Les suspensions automobiles sont des mécanismes en chaîne fermée à un degré de liberté. Établir leur modèle géométrique consiste à déterminer la position et l'orientation de la roue en fonction de la valeur d'un des degrés de liberté (par exemple la hauteur de la roue), ce qui est nécessaire pour des besoins de simulation. Ce problème revient à trouver les solutions d'un système algébrique qui admet en général plusieurs solutions (il existe donc différentes trajectoires possibles pour la roue) [399]. Il est usuellement résolu en utilisant une méthode numérique itérative (qui ne fournit qu'une des solutions). Nous avons pu montrer, en collaboration avec le projet SAFIR, que ce problème pouvait être résolu par des approches algébriques qui fournissent l'ensemble des trajectoires, ceci même pour les mécanismes de suspension les plus complexes. De plus, nous avons mis en évidence que les méthodes itératives pouvaient conduire à des trajectoires erronées composées de parties appartenant à différentes trajectoires solution [428, 413].

4 Actions industrielles

4.1 Convention MATRA MARCONI SPACE

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Eelco de Lange, Monique Teillaud

Les travaux sur l'aménagement de satellites ont été poursuivis chez Matra Marconi Space par Eelco de Lange à Toulouse. Le prototype d'un logiciel de placement d'antennes est actuellement testé par le bureau d'études. Voir section 3.3.2.

4.2 Programme GEOFRANCE 3D

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Stéphane Nullans

Les travaux concernant la reconstruction de surfaces géologiques (section 3.3.1) sont menés dans le cadre du projet GEOFRANCE 3D piloté par le BRGM.

4.3 Collaboration avec le CNET

Participant : Pascal Desnoguès

Nous avons collaboré avec le projet Mistral à une étude concernant les réseaux de télécommunication (voir section 3.3.3).

4.4 Collaboration avec l'ESRF

Participant : Jean-Pierre Merlet

Nous avons poursuivi notre collaboration avec l'ESRF pour la conception de positionneur ultra-précis sous lourde charge : deux nouveaux mécanismes ont été conçus et sont actuellement utilisés à l'ESRF.

4.5 Collaboration avec CMV

Participant : Jean-Pierre Merlet

Nous avons étudié pour une PME (Construction Mécanique des Vosges) un positionneur parallèle pour des opérations de fraisage.

4.6 Contrats de commercialisation et mise à disposition de logiciels

Le logiciel NUAGES a été mis à disposition de SIEMENS.

Un contrat de commercialisation de ce même logiciel a été signé avec la société allemande de radiothérapie Howmedica Leibinger GmbH (Pfizer Hospital Products Group).

5 Actions nationales et internationales

5.1 Actions nationales

PRC-GDR

Le projet est équipe du PRC-GDR AMI (Algorithmique, Modèles, Infographie). Le projet est membre de quatre groupes de travail de ce PRC-GDR : « Arithmétique des ordinateurs et géométrie algorithmique », « Résolution effective des systèmes algébriques et applications à la robotique », « Structures aléatoires et algorithmiques » et « Modélisation géométrique ».

Conseils scientifiques

J-D. Boissonnat est membre des conseils scientifiques du CRIN et du laboratoire de modélisation et calcul (LMC) de l'IMAG. J-D. Boissonnat est membre élu au conseil scientifique et à la commission d'évaluation de l'INRIA. J-P. Merlet est membre du conseil scientifique du Laboratoire de Mécanique Appliquée de Besançon (URA 04).

Responsabilités diverses

J-P. Merlet est membre de l'intercommission 1 de l'INSERM en charge des organes artificiels et des systèmes de suppléance. J-P. Merlet est secrétaire de la branche française de l'International Federation on the Theory of Machine and Mechanisms (IFToMM).

5.2 Actions européennes

Le projet participe au projet de recherche communautaire suivant :

– Acronyme : CGAL, numéro 21957
– Titre : Constructing a Geometric Algorithms Library
– Programme spécifique du projet : ESPRIT
– Modalité du projet : Long Term Research.
– Date de début : 1-10-96 - Durée : 18 mois
– Mode de participation du projet Inria: Partenaire
– Coordinateur: Rijksuniversiteit Utrecht, NL.
– Liste des Partenaires :
ETH Zürich, CH. Freie Universität Berlin, D. MPI Saarbrücken, D. RISC Linz, A. Tel Aviv University, ISR.
– Résumé du projet : L'objet du projet est de fournir une bibliothèque d'algorithmes géométriques. Le

projet réunit sept équipes de recherche représentant six états différents de l'union européenne.
– Pour plus d'informations : `http://www.cs.ruu.nl/cgal.html`

J-P. Merlet est expert auprès de la Communauté Européenne pour le projet SIMAID.

5.3 Autres actions internationales

5.3.1 Comités de rédaction de revues scientifiques

Theoretical Computer Science, Algorithmica, The International Journal of Computational Geometry and Applications, Computational Geometry : Theory and Applications, Revue d'intelligence artificielle (J-D. Boissonnat).

Revue d'Automatique et de productique appliquées (J-P. Merlet).

5.3.2 Comités de programme

J-D. Boissonnat a été membre du comité de programme d'EUROGRAPHICS 96.

O. Devillers a été membre du comité de programme du douzième *ACM Symposium on Computational Geometry* (mai 96).

5.3.3 Lettres d'information

Le projet édite trois lettres d'information [435, 436, 434].

5.4 Collaborations scientifiques

H. Brönnimann a visité le MEL (Mechanical Engineering Laboratory) à Tsukuba, Japon, du 18 au 26 Mars 1996.

H. Brönnimann a donné des exposés dans le cadre de séminaires à CUNY (City University of New-York), l'université de Princeton, l'université Johns Hopkins (Baltimore).

O. Devillers a été invité quatre semaines par l'université de Brown, USA, (janvier et mai 96) et y a donné un exposé.

A. Fabri a été invité au Max-Planck Institut für Informatik, Saarbrücken, Allemagne, du 15 juillet au 9 août.

Franck Nielsen a été invité à l'université des Sciences Technologiques de Hong Kong (HKUST) au début du mois de janvier et à la fin du mois de mars 1996.

Franck Nielsen a séjourné trois mois à l'université de Tôkyô (Tôdai DaiGaku), Japon, où il a collaboré avec l'équipe du professeur Hiroshi Imai. Pendant sa visite, il a notamment donné des séminaires à l'université de Chûo (Tôkyô) et l'institut d'opto-électronique (Ôsaka-Japon).

Luc Tancredi a fait un stage d'un mois au laboratoire ARTS de Pise (Italie) pour étudier l'application des robots parallèles dans le domaine médical.

De nombreux visiteurs ont donné des exposés dans le cadre du séminaire PRISME : J-J. Codani (INRIA-Rocquencourt), S. Coquillart (INRIA Rocquencourt), G. Drettakis (iMAGIS/GRAVIR/IMAG-INRIA), M. Pocchiola (École Normale Supérieure), F. Preparata (Brown University), E. M. Sentovich (projet MEIJE), W. Szpankowski (Purdue University), G. Toussaint (McGill University), S. Whitesides (McGill University).

Nous avons reçu dans le cadre d'une collaboration dans le domaine des robots parallèles : O. Chetelat (EPFL Lausanne), A. Mendes Lopes (université de Porto).

6 Diffusion des résultats

6.1 Formation

6.1.1 Enseignement

Géométrie algorithmique.
– DEA Aravis (Nice), 15 heures (O. Devillers). – DEA Algorithmique de Paris, 20h (J-D. Boissonnat), 10h (M. Yvinec). – ENSTA, 3 heures (M. Teillaud). – Noesis, 12h, (J-D. Boissonnat).

Arithmétique et Géométrie.
– École Arithmétique et Géométrie, CIRM, Novembre 1996, 4h (J-D. Boissonnat, M. Yvinec),
– Journées pour les jeunes chercheurs sur les axes du GDR PRC AMI, 2 heures (M Yvinec).

Dérandomisation des algorithmes géométriques. Journées de Géométrie Algorithmique (H. Brönnimann).

Planification de trajectoires. DEA Aravis (Nice), 15 heures (J-D. Boissonnat et S. Lazard).

Présentation de Open Inventor. dans le cadre du cours *Techniques de développement pour codes numériques* à l'INRIA (A. Fabri).

Robotique.
– DEA Aravis (Nice), 12 heures (J-P. Merlet). – ISIA, 9 heures (J-P. Merlet). – ENSTA, 6 heures (J-P. Merlet). – ESSI, 3 heures (J-P. Merlet). – DEA Algorithmique de Paris, 6 heures (J-P. Merlet).

UNIX et programmation Shell. ESSI, 30 heures (F. Nielsen).
(`http://www.inria.fr/prisme/personnel/nielsen/ESSI/essi.html`)

6.1.2 Thèses

- Thèses en cours :
  - David Daney, Calibrage de robots parallèles
  - Elena Degtiariova-Kostova, Courbes optimales et sous-optimales dans le mouvement plan avec une borne sur la dérivée de la courbure, université de Nice-Sophia Antipolis.
  - Eelco de Lange, Aménagement de satellites, École des Mines de Paris.
  - Stéphane Nullans, Modélisation géométrique en géologie, École doctorale SPI de l'université de Nice-Sophia Antipolis.
  - Sylvain Pion, Arithmétique adaptée aux besoins de la géométrie algorithmique, Ecole Doctorale SPI de l'université de Nice-Sophia Antipolis.
- Thèses soutenues en 1996 dans le projet :
  - Pascal Desnoguès, Triangulations et quadriques, université de Nice-Sophia Antipolis.
  - Pierre Ferbach, Contribution à la planification de trajectoires, École Polytechnique.
  - Sylvain Lazard, Planification de trajectoires de robots mobiles non-holonomes et de robots à pattes, université Paris VI.
  - Franck Nielsen, Algorithmes géométriques adaptatifs, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Les membres du projet ont participé à onze jurys de thèse dont 2 en tant que rapporteurs.

6.1.3 Stages

Le projet a accueilli les stagiaires suivants :

Hakim Bennour. Triangulation de Delaunay d'un grand nombre de points. DEA Paris VII (3 mois).

Vincent Boudet. Évaluation du signe d'un déterminant. Magistère Informatique de l'ENS Lyon (1 mois 1/2).

David Daney. Calibration de robots parallèles. DEA Aravis (4 mois).

Franck Descollonges. Sortie PostScript pour la bibliothèque CGAL, ESSI (2 mois).

Christophe Hilmoine. Modélisation géométrique en géologie. Mines de Saint-Étienne (6 mois).

Christian Lebaron et Xavier Spengler. Entrée/Sortie Open Inventor pour la bibliothèque CGAL, ESSI (3 mois).

Fabrice Noilhan. Planification de trajectoires de robots mobiles. Magistère de l'ENS-Paris (2 mois).

6.2 Participation à des conférences et colloques

Des membres de l'équipe ont participé aux conférences et *workshops* suivants :

- Journées du GDR Algorithmes Modèles et Infographie, La Bussière sur Ouche, 5-9 février (3 participants)

- Journées de Géométrie Algorithmique, Le Bessat, 11-15 mars (6 participants)

- 12^{th} European Workshop on Computational Geometry, Münster, Allemagne, 28-29 mars (2 participants)

- Modélisation géométrique et approximation, Luminy, 1-5 avril (1 participant)

- $2^{\text{ème}}$ conférence nombres réels et ordinateurs, Luminy, 9-11 avril, (3 participants)

- International Conference on Design and Manufacturing, Nantes, 15-17 avril (1 participant)

- International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, U.S.A., 24-26 avril (1 participant)

- ACM Symposium on Theory on Computing, Philadelphie, U.S.A., 22-24 mai (2 participants)

- 12^{th} ACM Symposium on Computational Geometry, Philadelphia, USA, mai (5 participants)

- First ACM Workshop on Applied Computational Geometry, Philadelphia, USA (3 participants)

- International Symposium on Robotics and Manufacturing, Montpellier, 28-30 mai (1 participant)

- International Symposium on Automotive Technology and Automation, Florence, Italie, 3-6 juin (1 participant)

- MEGA (Effective Methods in Algebraic Geometry), Eindhoven, Pays-Bas, 4-8 juin (1 participant)

- $4^{\text{ème}}$ Conférence Internationale IMSE, Integral methods in Science and Ingineering, Oulu, Finlande, 17-20 juin, (1 participant)

- Robotics and Manipulator Systems, Udine, Italie, 1-4 juillet (1 participant)

- WAFR (Workshop on Algorithmic Foundations on Robotics), Toulouse, 3-5 juillet (2 participants)

- Curves and surfaces, Chamonix, 27 juin - 3 juillet (1 participant)

- 8^{th} Canadian Conference on Computational Geometry, Carlton, Canada, août (1 participant)

- Séminaire de rentrée des élèves scientifiques de l'ENS Ulm.

- CGAL Startup Meeting, Zurich, Suisse, 23-24 septembre (4 participants)

- Réunion du groupe de travail « Modélisation Géométrique » du GDR AMI (Algorithmique, Modèles, Infographie), 2-4 novembre 96 (1 participant)

- Réunion du groupe de travail « Calcul formel - calcul numérique » du GDR AMI, Toulouse, 12 novembre (1 participant)

- Conference on Discrete Geometry and Computer Imagery (exposé invité), Lyon, 13-15 novembre (1 participant)

- École arithmétique des ordinateurs et géométrie algorithmique, Luminy, 13-15 novembre (3 participants)

- École du GDR AMI, Nice, 9-13 décembre (7 participants)

- Séminaire à l'ENS Lyon (1 participant)

6.3 Organisation de colloques et de cours

J-P. Merlet fait partie du comité d'organisation du congrès « Advance in Robot Kinematics ». J-P. Merlet est responsable des proceeding vidéo de l'International Conference on Intelligent Robots and Systems.

Le projet organise le *Thirteenth Annual ACM Symposium on Computational Geometry* qui aura lieu en juin 1997 à Nice et dont J-D. Boissonnat sera le *conference chair*.
`http://www.inria.fr/prisme/scg97`

6.4 Diffusion de produits

L'équipe a mis dans le domaine public :

– le code qui calcule le signe exact d'un déterminant de matrice entière,

– 11 logiciels dédiés à l'étude des robots parallèles (220 accès dans l'année),

– deux bases de données dans le domaine des robots parallèles : références et dessins d'architectures mécaniques (en moyenne 2300 accès par mois).

6.5 WWW et ftp

Le serveur du projet a été réactualisé par Hervé Brönnimann. Outre les traditionnelles pages du personnel, des logiciels, des séminaires, et de la bibliographie, il inclut maintenant des fiches de présentation par thèmes du projet. Les statistiques montrent qu'il y a eu 94290 accès au serveur cette année.

7 Publications

Thèses

[387] P. DESNOGUÈS, *Triangulations et quadriques*, thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 1996.

[388] P. FERBACH, *Contribution à la planification de trajectoires*, thèse de doctorat en sciences, École Polytechnique, France, 1996.

[389] S. LAZARD, *Planification de trajectoires de robots mobiles non-holonomes et de robots à pattes*, thèse de doctorat en sciences, université Paris 6, France, 1996, http://www.inria.fr:/prisme/publis/these-lazard.ps.gz.

[390] F. NIELSEN, *Algorithmes géométriques adaptatifs*, thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 1996.

Articles et chapitres de livre

[391] M. J. ATALLAH, A. FABRI, « On the Multisearching Problem for Hypercubes », *Comput. Geom. Theory Appl. 5*, 1996, p. 293–302, http://www.inria.fr:/prisme/personnel/fabri/fabri.html.

[392] J.-D. BOISSONNAT, A. CÉRÉZO, O. DEVILLERS, M. TEILLAUD, « Output-sensitive construction of the Delaunay triangulation of points lying in two planes », *Internat. J. Comput. Geom. Appl. 6*, 1, 1996, p. 1–14, http://www.inria.fr:/prisme/publis/bcdt-oscdt-96.ps.gz.

[393] J.-D. BOISSONNAT, K. DOBRINDT, « Randomized construction of the upper envelope of triangles in $\mathbb{R}^3$ », *Comput. Geom. Theory Appl. 5*, 6, 1996, p. 293–342.

[394] O. DEVILLERS, M. GOLIN, K. KEDEM, S. SCHIRRA, « Queries on Voronoi Diagrams of Moving Points », *Comput. Geom. Theory Appl. 6*, 1996, p. 315–327, http://www.inria.fr:/prisme/publis/dgks-qvdmp-96.ps.gz.

[395] O. DEVILLERS, « An introduction to randomization in computational geometry », *Theoret. Comput. Sci. 157*, 1996, p. 35–52, http://www.inria.fr:/prisme/publis/d-ircg-96.ps.gz.

[396] V. KOSTOV, E. DEGTIARIOVA-KOSTOVA, « The planar motion with bounded derivative of the curvature and its suboptimal paths », *Acta Mathematica Universitatis Comeianae 64*, 1995, p. 185–226.

[397] V. KOSTOV, E. DEGTIARIOVA-KOSTOVA, « Suboptimal paths in the problem of a planar motion with bounded derivative of the curvature », *Comptes rendus de l'académie des sciences 321*, 1995, p. 1441–1447.

[398] J.-P. MERLET, « Redundant parallel manipulators », *J. of Laboratory Robotic and Automation 8*, 1996, p. 17–24.

[399] J.-P. MERLET, « Some algebraic problems arising in the field of mechanisms theory », *in : Progress in Mathematics*, *143*, Birkhäuser Verlag, 1996.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[400] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, J. URRUTIA, M. YVINEC, « Computing Largest Circles Separating Two Sets of Segments », *in : Proc. 8th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 173–178, 1996.

[401] J.-D. BOISSONNAT, S. LAZARD, « Convex hulls of bounded curvature », *in : Proc. 8th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 14–19, 1996.

[402] J.-D. BOISSONNAT, S. LAZARD, « A Polynomial-Time Algorithm for Computing a Shortest Path of Bounded Curvature Amidst Moderate Obstacles », *in : Proc. 12th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 242–251, 1996.

[403] J.-D. BOISSONNAT, S. NULLANS, « Reconstruction of Geological Structures from Heterogeneous and Sparse Data », *in : Proc. 4th ACM Workshop Adv. Geogr. Inform. Syst.*, 1996.

[404] M. DE BERG, O. DEVILLERS, M. VAN KREVELD, O. SCHWARZKOPF, M. TEILLAUD, « Computing the Maximum Overlap of Two Convex Polygons Under Translations », *in : Proc. 7th Annu. Internat. Sympos. Algorithms Comput. (ISAAC 96)*, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, 1996.

[405] O. DEVILLERS, M. KATZ, « Optimal Line Bipartitions of Point Sets », *in : Proc. 7th Annu. Internat. Sympos. Algorithms Comput. (ISAAC 96)*, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, 1996.

[406] O. DEVILLERS, « Computational geometry and discrete computations », *in : Proc. 6th Discrete Geometry for Computer Imagery conf.*, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, 1996. (invited paper), http://www.inria.fr:/prisme/publis/d-cgdc-96.ps.gz.

[407] G. GIEZEMAN, A. FABRI, L. KETTNER, S. SCHIRRA, S. SCHÖNHERR, « The CGAL Kernel: A Basis for Geometric Computation. », *in : Proc. 1st ACM Workshop on Applied Computational Geometry*, *Lecture Notes in Computer Science*, *1148*, Springer-Verlag, 1996, http://www.inria.fr:/prisme/personnel/fabri/fabri.html.

[408] C. GOSSELIN, S. LEMIEUX, J.-P. MERLET, « A new architecture of planar three-degree-of-freedom parallel manipulator », *in : IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation*, p. 3738–3743, Minneapolis, 1996.

[409] M. J. KATZ, F. NIELSEN, « On Piercing Sets of Objects », *in : Proc. 12th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 113–121, 1996.

[410] J.-P. MERLET, C. GOSSELIN, N. MOULY, « Workspaces of planar parallel manipulators », *in : 11th RoManSy*, Udine, 1996.

[411] J.-P. MERLET, « Designing a Parallel Manipulator for a Specific Workspace », *in : Internat. Symp. on Robotics and Manufacturing*, Montpellier, 1996.

[412] J.-P. MERLET, « Direct kinematics of planar parallel manipulators », *in : IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, p. 3744–3749, Minneapolis, 1996.

[413] J.-P. MERLET, « Kinematic analysis of suspension mechanisms », *in : 29th Internat. Symp. on Automotive Technology and Automation*, 1996.

[414] J.-P. MERLET, « Workspace-oriented methodology for designing a parallel manipulator », *in : IEEE INT. Conf. on Robotics and Automation*, p. 3726–3731, Minneapolis, 1996.

[415] J.-P. MERLET, « Workspace-oriented methodology for designing a parallel manipulator », *in : IDMME*, Nantes, 1996.

[416] F. NIELSEN, « Fast Stabbing of Boxes in High Dimensions », *in : Proc. 8th Canad. Conf. Comput. Geom.*, p. 87–92, 1996.

[417] L. TANCREDI, M. TEILLAUD, O. DEVILLERS, « Symbolic Elimination for parallel manipulators », *in : 4th Internat. Sympos. on Effective Methods in Algebraic Geometry*, 1996.

[418] S. ZUYEV, P. DESNOGUÈS, H. RAKOTOARISOA, « Simulations of large telecommunication networks based on probabilistic modeling », *in : 4th Internat. Conf. on Telecommunication Systems (Modeling and Analysis)*, p. 54–66, 1996.

Rapports de recherche et publications internes

[419] J.-D. BOISSONNAT, E. DE LANGE, M. TEILLAUD, « Minkowski operations for satellite antenna layout », *Rapport de recherche n˚3070*, INRIA, 1996.

[420] J.-D. BOISSONNAT, S. LAZARD, « A polynomial-time algorithm for computing a shortest path of bounded curvature amidst moderate obstacles », *Rapport de recherche n˚2887*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2887.html.

[421] J.-D. BOISSONNAT, S. NULLANS, « Reconstruction of Geological Structures from Heterogeneous and Sparse Data », *Research Report n˚3069*, INRIA, 1996.

[422] H. BRÖNNIMANN, M. YVINEC, « A complete analysis of Clarkson's algorithm for safe determinant evaluation », *Research Report n˚3051*, INRIA, 1996.

[423] M. DE BERG, O. DEVILLERS, M. VAN KREVELD, O. SCHWARZKOPF, M. TEILLAUD, « Computing the Maximum Overlap of Two Convex Polygons Under Translations », *Rapport de recherche n˚2832*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2832.html.

[424] P. DESNOGUÈS, H. RAKOTOARISOA, « ARC: Simulateur d'architecture de réseaux de communications », *Rapport technique n˚187*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RT-187.html.

[425] O. DEVILLERS, M. KATZ, « Optimal Line Bipartitions of Point Sets », *Rapport de recherche n˚2871*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2871.html.

[426] O. DEVILLERS, F. PREPARATA, « A probabilistic analysis of the power of arithmetic filters », *Rapport de recherche n˚2971*, INRIA, 1996, also report CS96-27 Brown University, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2971.html.

[427] M. J. KATZ, F. NIELSEN, « On Piercing Sets of Objects », *Rapport de recherche n˚2874*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2874.html.

[428] J.-P. MERLET, « Modélisation géométrique de mécanismes de suspension automobile », *Rapport de recherche n˚2817*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2817.html.

[429] F. NIELSEN, « Fast Stabbing of Boxes in High Dimensions », *Rapport de recherche n˚2854*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2854.html.

[430] L. TANCREDI, M. TEILLAUD, O. DEVILLERS, « Symbolic Elimination for parallel manipulators », *Rapport de recherche n˚2809*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2809.html.

[431] L. TANCREDI, M. TEILLAUD, « Géométrie synthétique et robots parallèles », *Rapport de recherche n˚2962*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2962.html.

[432] S. ZUYEV, P. DESNOGUÈS, H. RAKOTOARISOA, « Simulations of large telecommunication networks based on probabilistic modeling », *Rapport de recherche n˚2787*, INRIA, 1996, http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-2787.html.

Divers

[433] A. FABRI, G.-J. GIEZEMAN, L. KETTNER, S. SCHIRRA, S. SCHÖNHERR, « The CGAL Kernel, User manual », 1996, Release 0.5.

[434] « The computational geometry tribune », 1996, H. Brönnimann (réd), 8 numéros depuis 94, http://www.inria.fr/prisme/personnel/bronnimann/cgt/index.html.

[435] « GéDéoN », 1996, O. Devillers (réd), 29 numéros de 91 à 96, http://www.inria.fr:/prisme/personnel/devillers/gedeon.html.

[436] « Prolégomènes », 1996, J.-P. Merlet (réd), 18 numéros depuis 92, http://www.inria.fr:/prisme/personnel/merlet/Prolegomenes/catalogue.html.

8 Abstract

The main interests of the project are computational geometry and geometric issues in robotics. The research is motivated by the many applications domains, and most notably robotics, that requires to solve geometric problems efficiently.

The goal of our work in computational geometry is three-fold: to design new algorithms, to build a library of geometric algorithms, to apply our techniques to various application domains.

New algorithms deal mainly with some optimization problems in geometry: set stabbing and covering, optimal triangulations and constrained shortest paths.

Special efforts have been devoted this year to geometric computing. This work is supported by the ESPRIT LTR project CGAL in joint collaboration with six other groups in Europe. The main problems considered this year are the specification and the development of the kernel of the library, and robustness issues.

Regarding applications, we work on surface reconstruction in Geology within the GEOFRANCE3D project, on satellite layout in collaboration with MATRA MARCONI SPACE and on the simulation of large telecommunication networks in collaboration with the MISTRAL project in the context of a CNET contract.

The research on parallel robots has been pursued. The main goals are to simplify the computation of the direct kinematics and to provide tools for designing such manipulators. New aplications of this work to car suspensions and machine tools have also been studied.