

---

# Projet PROMATH

## Programmation mathématique

---

**Localisation :** *Rocquencourt*

**Mots-clés :** PROMATH, algorithmes numériques, optimisation.

### 1 Composition de l'équipe

#### **Responsable scientifique**

Claude Lemaréchal, Directeur de Recherche, Inria ; détaché à Paris 1

#### **Responsable permanent**

J. Frédéric Bonnans, Directeur de Recherche, Inria

#### **Secrétaire**

Martine Verneuille, Secrétaire d'Administration de la Recherche, Inria (commune avec Meta2, Sosso)

#### **Personnel Inria**

Jean Charles Gilbert, Chargé de Recherche  
Edmundo Rofman, Directeur de Recherche  
Claudia Sagastizábal, Chargée de Recherche

#### **Personnel CNRS**

Sady Maurin, Chargé de Recherche

#### **Chercheurs invités**

Mabel Medina, CONICET et Univ. Rosario (Argentine)  
F. Potra, Iowa University

#### **Chercheurs post-doctorant**

Mounir Haddou, Inria  
Olivier le Fur, Inria

#### **Chercheurs doctorants**

Laurent Chauvier, boursier Inria, Univ. Paris 1  
François Oustry, boursier Dret, Univ. Paris 1  
Raja Rébaï, boursière Inria, Univ. Paris 9

#### **Collaboratrice extérieure**

Geneviève Launay, Éducation Nationale

## 2 Présentation du projet

Ce projet a pour but l'étude de la programmation mathématique, ou optimisation numérique, et ses applications. Nous considérons que notre travail a trois composantes, en constante interpénétration :

**Recherche** de type fondamental, pouvant être motivée par des applications de pointe, ou concerner des sujets considérés comme importants par la communauté scientifique internationale.

**Développement** d'algorithmes d'optimisation, en vue non pas de problèmes particuliers mais de grandes classes de problèmes.

**Applications**, c'est-à-dire collaboration avec des partenaires industriels (ou venant d'autres secteurs de recherche) sur des problèmes spécifiques auxquels ils sont confrontés.

L'équilibre entre ces trois activités varie au cours du temps ; cette année, nos principaux résultats ont concerné

- théorie : perturbations et développements au second ordre (§ 3.1 et 3.2), en particulier dans la programmation semi-définie positive (PSD, § 3.3), commande optimale (§ 3.4 et 3.5), décomposition de grands systèmes (§ 3.6), inéquations variationnelles (§ 3.7);
- développements (§ 3.8 à 3.10): méthodes de points intérieurs et de quasi-Newton, recherches linéaires, problèmes de grande taille ;
- secteur applicatif : outre des applications encore lointaines en automatique (§ 3.11) et traitement d'image (§ 3.13), nous avons plus particulièrement travaillé dans les secteurs des télécommunications, de l'automobile, optique, métallurgie, production électrique. (voir § 4).

Parmi les faits marquants de cette année, signalons que le Centre Européen de Prévision Météorologique à Moyen Terme (Reading, Angleterre) a implémenté un de nos codes d'optimisation pour ses prévisions journalières ; Météo France (Toulouse) fait de même. Par ailleurs, Renault a décidé d'adopter notre méthodologie pour la calibration automatique de la richesse en essence.

## 3 Actions de recherche

Nous présentons nos activités suivant l'ordre des trois composantes : théorie, développements algorithmiques, applications.

### 3.1 Théorie de la perturbation en optimisation

*Participant* : J. Frédéric Bonnans

Ces travaux sont poursuivis avec R. Cominetti (Univ. Chili) et A. Shapiro (Georgia Tech). Les rapports de recherche [197] et [198] achèvent une étude initialisée l'an dernier, portant sur l'analyse de perturbation en optimisation semi-définie positive (contrainte de positivité d'une matrice symétrique dépendant de paramètres). Les résultats, obtenus dans le cadre plus général de la *régularité du deuxième ordre*, permettent essentiellement d'étendre tous les résultats connus dans le cas de la programmation non linéaire (développements du coût et de la solution sous des hypothèses faibles). Le rapport de recherche [200] étudie le lien entre la théorie abstraite de l'optimisation avec perturbation et les problèmes de commande optimale d'équations aux dérivées partielles. Il contient de nouveaux résultats sur la théorie de la polyédricité, son extension au cas de contraintes ponctuelles non linéaires sur la commande, ainsi qu'une théorie des "deux normes" adaptée à la commande de systèmes elliptiques.

Le rapport de recherche [199] constitue une introduction aux résultats récents sur la théorie de la perturbation en optimisation.

### 3.2 Développement au second ordre de fonctions convexes

*Participants* : Claude Lemaréchal, François Oustry, Claudia Sagastizábal

1) Nos travaux des années précédentes sur ce sujet ont révélé un objet important d'analyse convexe : le  $\mathcal{U}$ -lagrangien (voir [209]). Sans entrer dans les détails, il s'agit d'une fonction intégrant les effets du second ordre dans le sous-espace normal au sous-différentiel. Son usage permet par exemple de définir des algorithmes d'optimisation conceptuels, à convergence superlinéaire.

2) Dans le cas d'un simple problème de programmation mathématique (à données régulières), le  $\mathcal{U}$ -lagrangien coïncide avec le lagrangien ordinaire dans le sous-espace tangent aux contraintes actives. Avec R. Mifflin (Washington State Univ.), nous avons étudié le cas d'une fonction max (d'un nombre fini de fonctions régulières). Nous avons pu dégager une condition de qualification minimale assurant cette propriété de coïncidence, le  $\mathcal{U}$ -lagrangien possédant alors un Hessien. Ceci permet d'interpréter les méthodes de programmation quadratique successive, qu'on espère ainsi généraliser à l'optimisation non différentiable. L'article correspondant est quasi-terminé : voir ([211]).

3) Un autre cas important est la valeur propre maximale  $\Lambda(A)$ , en tant que fonction (convexe) de la matrice symétrique  $A$ . Nous avons établi dans [212] que le  $\mathcal{U}$ -lagrangien est alors de classe  $C^\infty$ . De plus nous retrouvons l'approche géométrique introduite dans les années 80 par Overton. En effet, les dérivées du  $\mathcal{U}$ -lagrangien sont les dérivées de  $\Lambda(\cdot)$  le long d'une sous-variété : l'ensemble où  $\Lambda$  a une multiplicité fixée. Enfin nous utilisons un développement au second ordre du  $\mathcal{U}$ -Lagrangien pour définir un algorithme de type programmation quadratique successive pour minimiser  $\Lambda$  sur un sous-espace affine (problème classique en programmation semidéfinie positive).

4) Dans un autre ordre d'idées, nous généralisons des résultats obtenus dans les années 80 par C. Lemaréchal et J. Zowe d'une part, et d'une manière indépendante par J-B. Hiriart-Urruty. Nous montrons dans [213] que, pour une fonction convexe  $f$ , le quotient horizontal  $2[f(x+td) - f(x) - tf'(x;d)]/t^2$  et le quotient vertical  $[f'_\varepsilon(x;d) - f'(x;d)]^2/2\varepsilon$  ont des comportements équivalents lorsque  $t, \varepsilon \downarrow 0$ . L'approche par développements verticaux est parfois plus facile que l'approche horizontale et permet ainsi d'avoir une information du second ordre sur la fonction convexe, directement utilisable dans une perspective algorithmique. C'est le cas de la fonction valeur propre maximale, pour laquelle nous disposons d'une description précise du sous-différentiel approché.

### 3.3 Analyse de sensibilité de PSD robustes

*Participant* : François Oustry

Dans cette étude menée avec L. el Ghaoui et H. Lebret (Ensta, voir [214]), nous considérons des programmes semidéfinis positifs (PSD) dont les données dépendent de paramètres incertains mais bornés. Nous recherchons des solutions "robustes" de tels programmes en formulant un problème "pire-cas". En supposant que les données du problème dépendent de manière rationnelle des incertitudes, nous donnons des conditions suffisantes pour pouvoir reformuler le problème pire-cas comme un PSD. Lorsque les incertitudes sont "pleines" (i.e. non structurées), notre condition est nécessaire et suffisante. Dans ce dernier cas, nous étudions l'ordre de régularisation de la solution robuste. Nous donnons des conditions suffisantes pour que soit vérifiée la condition stricte du second ordre introduite par F. Bonnans *et al.* dans [197] ; la solution robuste est alors Hölder-1/2 stable. Notre approche peut être utilisée pour régulariser des problèmes PSD mal conditionnés. Dans certains cas, nous montrons que la régularisation robuste appartient à la classe des régularisations de Tikhonov ; la solution est alors Lipschitz stable.

### 3.4 Classification générique de problèmes de commande et applications

*Participant* : Geneviève Launay

Nous avons terminé l'étude des synthèses temps-minimales commencée en 1994 avec B. Bonnard et M. Pelletier (Univ. Bourgogne). Pour cela, la classification donnée en [186] a été complétée pour la dimension 3, y compris pour le cas plat (où le champ est tangent à la cible, voir [190] et [189]). De plus il a été prouvé en [189] qu'en dimension  $n \geq 3$ , l'étude précédente permet de décrire les synthèses dans tous les cas génériques, excepté au voisinage d'un complexe de codimension 3 inclus dans la cible.

Les résultats précédents ont été utilisés pour étudier la commande (via la température ou la puissance de chauffe) de systèmes chimiques comportant 2 réactions consécutives  $A \rightarrow B \rightarrow C$ , le but étant d'obtenir en temps minimal une concentration donnée de produit  $B$ . Nous avons obtenu des résultats locaux pour des ordres de réaction quelconques ; la structure des équations nous a permis de globaliser ces résultats, sauf (pour l'instant) lorsque la première réaction est d'ordre  $> 1$  et la seconde est simple. La rédaction est en cours.

### 3.5 Commande optimale

*Participant* : Edmundo Rofman

Ces études sont menées dans le cadre de notre coopération avec l'Université de Rosario (R. Gonzalez) ; voir les rapports d'activité des années précédentes.

1) L. Aragone et R. Gonzalez ont proposé un algorithme très efficace d'optimisation du coût moyen en horizon infini pour une machine multi-produit. Parallèlement, ils ont défini un schéma de discrétisation rapide, dont l'idée est de placer les points de discrétisation sur les trajectoires du système original ; voir [195]. Ce schéma est en  $O(k)$  ( $k$  mesurant la discrétisation), une telle estimation d'erreur ne peut être obtenue par les méthodes habituelles.

2) Notre étude sur la minimisation d'une fonctionnelle définie sur la trajectoire d'un système dynamique s'est poursuivie avec R. Gonzalez et S. Di Marco, et nous avons considéré un horizon infini. Dans le cas déterministe ([202]), les propriétés générales de la solution sont obtenues en utilisant l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman, après avoir analysé les relations entre sous-solutions et sur-solutions. Le cas stochastique ([203]) utilise une approche par chaînes de Markov ; nous montrons l'existence d'une loi de commande en boucle fermée généralisée et nous présentons deux méthodes itératives de calcul du coût optimal.

### 3.6 Etude du saut dual en relaxation lagrangienne

*Participant* : Claude Lemaréchal

Avec A. Renaud (EdF, Dépt. MOS), nous avons démarré dans [210] une étude de nature théorique sur la relaxation lagrangienne dans les problèmes non convexes (technique souvent utile pour résoudre heuristiquement des problèmes de grande taille, éventuellement combinatoires). Le but final est double : estimer la variation du saut dual en fonction de divers schémas de relaxation, et interpréter les variables duales optimales. Nos premiers résultats définissent sous une forme géométrique un problème convexe ayant le même dual qu'un problème donné. Comme application à la production électrique, cela nous a permis de montrer que le schéma de décomposition dit "de temps-espace" (voir [191]) n'augmente pas le saut dual ; qui plus est, notre étude donne des conditions sous lesquelles ce saut dual pourrait en fait être réduit.

### 3.7 Approximation continue d'opérateurs maximaux monotones

*Participant* : Claudia Sagastizábal

Avec Regina Burachik (Puc, Rio de Janeiro) et Benar Svaiter (Impa, Rio de Janeiro), nous nous sommes intéressés au problème de trouver un zéro d'un opérateur maximal monotone  $T$  (une généralisation de l'optimisation non différentiable). Partant des méthodes de minimisation de  $\varepsilon$ -descente, nous étendons la notion de  $\varepsilon$ -sous-différentiel à celle d'un élargissement  $T_\varepsilon$  de  $T$ . Pour développer des algorithmes de type faisceaux, nous proposons de trouver un zéro de l'opérateur  $T_\varepsilon$ . Nous avons considéré un choix spécifique pour  $T_\varepsilon$ , pour lequel nous avons établi quelques propriétés de continuité, ainsi que des mesures de proximité entre le problème approché et le problème original.

### 3.8 Méthodes de points intérieurs en optimisation non linéaire

*Participant* : Jean Charles Gilbert

L'étude faite en collaboration avec R. Byrd (Boulder) et J. Nocedal (Northwestern) concernant l'extension des méthodes de points intérieurs à la programmation non linéaire (minimisation sous contraintes d'inégalité non linéaires) a franchi une première étape (voir [201]). L'algorithme proposé est formé d'itérations externes durant lesquelles une fonction de pénalisation logarithmique est minimisée approximativement. L'algorithme est à même de prendre en compte les dérivées secondes de la fonction à minimiser et des contraintes de manière à accélérer la convergence. Sa robustesse est assurée par des régions de confiance. Le travail se poursuit sur l'étude de versions primales-duales, sur des techniques permettant d'avoir convergence quadratique locale et sur l'application aux problèmes de grande taille.

Avec S. Jégou (projet Estime), quelques pas ont été faits pour concevoir une version quasi-newtonienne des méthodes de points intérieurs pour l'optimisation de fonctions non linéaires sous contraintes linéaires.

### 3.9 Méthodes de quasi-Newton en optimisation avec contraintes

*Participant* : Jean Charles Gilbert

L'article [194] fait le point sur une technique basée sur la recherche linéaire (en l'occurrence "brisée") pour maintenir la définie positivité des matrices générées par les méthodes de quasi-Newton pour la minimisation de fonctions en présence de contraintes d'égalité. Il contient une discussion sur le choix des vecteurs utilisés pour mettre à jour ces matrices, montrant que l'adéquation de ce choix peut dépendre du type de bases utilisées pour décrire le plan tangent à la variété des contraintes. En particulier, si ces bases sont orthonormales, il semble inopportun d'utiliser des variations du gradient réduit.

### 3.10 Recherche linéaire sans contrainte

*Participant* : Jean Charles Gilbert

Avec Paul Armand (Univ. de Limoges), nous avons revisité le problème de la recherche linéaire pour la minimisation de fonctions sans contrainte, technique par laquelle on détermine un pas le long des directions de descente de la fonction (voir [196]). Nous avons introduit un nouvel algorithme, dérivé de la "recherche linéaire brisée" utilisée en optimisation sous contraintes d'égalité [188]. Cet algorithme permet de vérifier différentes conditions forçant la convergence des algorithmes de descente (conditions d'Armijo, de Wolfe, d'Al-Baali, etc). En particulier elle permet de déterminer un pas assurant

la descente des directions générées par la méthode du gradient conjugué de Polak-Ribière et d'obtenir la convergence de la méthode pour les fonctions fortement convexes, sans faire de recherche linéaire exacte.

### 3.11 Synthèse d'un correcteur par retour de sortie

*Participant* : François Oustry

Avec L. El Ghaoui et M. AïtRami (Ensta), nous avons proposé une approche de ce problème "NP-difficile" – il peut se formuler comme la recherche de points extrêmes (rang réduit) d'un ensemble décrit à l'aide d'inégalités matricielles affines. Notre méthode consiste à minimiser une fonction bilinéaire par linéarisations successives (méthode de Frank et Wolfe) ; chaque sous-problème linéarisé est alors un PSD. L'algorithme converge vers un minimum local de la fonction objectif et nous garantissons alors une réduction minimale de l'ordre du contrôleur ; lorsqu'un minimum global est atteint, nous obtenons l'existence d'un contrôleur statique (voir [187]). Cette méthode heuristique a été soumise à de nombreux tests numériques en utilisant le Freeware `lmitool` développé par L. El Ghaoui, R. Nikkoukah et F. Delebecque (Meta2). Une méthode similaire est utilisée pour la synthèse de contrôleurs robustes d'ordre réduit.

### 3.12 Identification dans les problèmes de jonction

*Participant* : Edmundo Rofman

Notre étude, en collaboration avec R. Gonzalez, a porté sur l'interface entre deux domaines respectivement bi- et tridimensionnels. Nous avons caractérisé la solution et présenté une méthode numérique d'approximation pour une formulation très générale de restrictions bilatérales, linéaires ou non. Pour les opérateurs elliptiques, cela nous permettra l'identification des restrictions qui s'ajustent le mieux aux résultats expérimentaux. Dès que la formulation sera choisie, on pourra envisager plusieurs problèmes de commande optimale. Le rapport de recherche [206] met en évidence le rôle d'une condition d'équilibre global qui devrait donner lieu à des généralisations, aussi bien du point de vue théorique que pour notre méthode numérique. Nous nous proposons ensuite d'aborder les opérateurs différentiels non symétriques, et d'analyser les applications au cas de raccords dans des multi-structures.

### 3.13 Régularisation de fonctions à variation bornée. Application au traitement d'image

*Participant* : Claudia Sagastizábal

Nous commençons avec Cecilia Pola (Univ. Santander, Espagne) une étude sur la reconstitution d'une image bruitée à contours contrastés. Suivant une approche proposée par Casas, Kunisch et Pola ("Regularization by Functions of Bounded Variation"), le problème est formulé comme la minimisation d'une fonctionnelle de moindres carrés non différentiable. Nous testons différentes méthodes pour la résolution numérique.

## 4 Actions industrielles

### 4.1 Calibration automatique de la richesse

*Participants* : J. Frédéric Bonnans, Michel Sorine, Olivier le Fur

L'étude, menée en collaboration avec les Directions de la Recherche et de la Mécanique de Renault, porte sur l'optimisation des paramètres de la loi d'injection d'essence en boucle ouverte. Cette loi est

en pratique corrigée par une boucle fermée. La boucle ouverte est donc importante pour bien gérer les changements de régime. Le problème mathématique est de type moindres carrés non linéaire. Pour éviter les minima locaux, nous avons formulé un modèle simplifié qui, après changement de variables, se ramène à des moindres carrés linéaires. De plus, nous avons étudié le problème de l'optimisation du point de fonctionnement d'une mesure supplémentaire, afin d'obtenir une plus grande robustesse des paramètres ainsi qu'un meilleur fonctionnement à froid. Là encore, il est essentiel d'éviter les minima locaux. Notre approche, basée sur une analyse graphique, fournit une réponse robuste au problème et montre la nécessité de mesures à froid. Les essais effectués à la suite de notre étude ont confirmé l'intérêt de telles mesures et Renault a décidé d'adapter la méthode de calibration que nous avons proposée (technique d'estimation et essais à froid).

## 4.2 Optimisation de réseaux de télécommunications

*Participants* : J. Frédéric Bonnans, Mounir Haddou, Raja Rébaï

Cette étude fait partie de l'accord-cadre entre l'Inria et le Cnet (plus précisément avec A. Lisser).

Avec R. Rébaï, nous avons étudié le problème de routage-reroutage de communications sur un réseau interurbain. La modélisation est linéaire et continue. La très grande taille du problème impose l'utilisation de méthodes de décomposition. Nous avons étudié cette année les stratégies de décomposition d'algorithmes prédicteurs-correcteurs, et leur application au problème de routage simple. Nous comparons les formulations arcs-sommets et arcs-chemins. Les résultats numériques sont prometteurs.

Avec M. Haddou, nous avons effectué une étude asymptotique du problème du délai moyen de routage. Nous étudions la variation du coût et de la solution d'un réseau presque congestionné. L'étude s'apparente à celle de la trajectoire centrale (d'une méthode de pénalisation interne), avec pénalisation d'une partie seulement des contraintes de borne.

## 4.3 Navigation optimale d'engins sous-marins remorqués

*Participants* : J. Frédéric Bonnans, Laurent Chauvier, Jean Charles Gilbert

On s'intéresse au problème de génie océanique suivant, proposé par l'Ifremer : une sonde, destinée à observer les fonds sous-marins, est tractée au bout d'un câble de plusieurs kilomètres de long par un navire en surface. On cherche à déterminer une trajectoire du navire permettant d'amener cette sonde d'une position donnée à une autre position donnée, en un temps minimal et en respectant diverses contraintes (sur les gouvernes, provenant du relief du fond, etc).

On considère un modèle inextensible et parfaitement flexible de câble. Ceci conduit à une équation d'évolution avec une dimension en espace, dont les inconnues sont la position et la tension du câble. Cette dernière apparaît comme le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'inextensibilité. On procède à une discrétisation en espace s'inspirant des méthodes adaptées à la résolution des équations de Stokes: P1 pour la tension, P1-iso-P2 pour la position. Le système différentiel-algébrique résultant est intégré grâce à la méthode des différences rétrogrades. Les équations discrétisées définissent finalement l'ensemble admissible du problème de temps minimal (voir [207]).

La résolution de ce problème par pénalisation s'avérant difficile, on prévoit d'appliquer des méthodes de points intérieurs non linéaires. Celles-ci ont l'avantage de pouvoir prendre en compte un grand nombre de contraintes, y compris des contraintes sur l'état.

#### 4.4 Optimisation surfacique de verres de lunettes

*Participant* : Jean Charles Gilbert

La collaboration avec le projet Safir (Inria-Sophia) sur la différentiation automatique (DA) s'est poursuivie (F. Eyssette, Ch. Faure, S. Fantino). D'une part, l'amélioration du différentiateur automatique Odyssée développé dans Safir commence à permettre le calcul du gradient de fonctions définies par de grands codes industriels (contrat avec EdF pour un code en Fortran ayant  $10^5$  lignes ; voir aussi [204, 193] pour les résultats obtenus sur la version à une dimension en espace). D'autre part, nous nous sommes intéressés à l'apport de la DA (via le code Odyssée) et des techniques d'optimisation numérique pour l'optimisation surfacique de verres de lunettes (contrat Essilor, voir [208]). Il s'agit d'un problème de moindres-carrés dans lequel on recherche une surface de manière à ajuster diverses courbures à des grandeurs désirées. Une technique du type Levenberg-Marquardt était utilisée. Le calcul de la jacobienne de la fonction de moindres-carrés ligne par ligne par DA (calcul de gradients) et l'utilisation de méthodes d'optimisation de quasi-Newton préconditionnées a permis de diviser le temps de calcul par un facteur compris entre 20 et 80.

#### 4.5 Gestion de la production électrique

*Participants* : Claude Lemaréchal, Claudia Sagastizábal

Notre travail de l'année dernière se prolonge maintenant par le contrat EdF n° R31/1J9073, qui porte sur l'accélération de la méthode de faisceaux. Spécifiquement, cette méthode travaille avec une approximation linéaire par morceaux du critère :  $f \geq \max_k \ell_k$ . Dans les problèmes décomposables, le critère est une somme :  $f = \sum_i f^i$ , et chaque  $f^i$  possède sa propre approximation  $f^i \geq \max_k \ell_k^i$ . De ce fait, l'approximation standard  $f \geq \max_k \sum_i \ell_k^i$  peut être avantageusement remplacée par l'approximation  $f \geq \sum_i \max_k \ell_k^i$ , beaucoup plus précise. Cette approche "désagrégée" implique un gros travail informatique dans le cas de la production électrique, pour gérer l'information disponible : de l'ordre de  $10^7$  données à chaque itération de l'algorithme d'optimisation non différentiable.

#### 4.6 Processus de production métallurgique

*Participants* : Mabel Medina, Edmundo Rofman

Les problèmes auxquels nous nous sommes intéressés ont reçu une forte motivation lors de discussions scientifiques et industrielles à l'Exposition Francia 2000 à Buenos Aires.

1) *Optimisation du brassage électromagnétique d'un alliage en cours de solidification*. Le problème est de réduire les dendrites dans l'alliage, sachant qu'aucun modèle rigoureux ne rend compte de la formation de ces dendrites. L'idée est alors de réduire le phénomène de macroségrégation, comptant que cela aura des effets positifs sur la structure cristalline de l'alliage solidifié. La macroségrégation est modélisée par plusieurs EDP couplées, qui s'ajoutent aux équations de la thermique. Nous cherchons des corrélations entre ces systèmes, permettant de proposer des critères portant sur le comportement des isothermes. Nous collaborons étroitement avec S. Felicelli (Univ. Tucson), qui étudie un phénomène proche : la macroségrégation dans l'alliage Pb-Sn. De notre côté, nous travaillons sur l'acier simple (Fe-C) ; les premiers résultats numériques obtenus suggèrent les corrélations recherchées et seront facilement transposables au cas Pb-Sn. L'analyse de ces résultats définira les travaux à poursuivre en 97. Depuis septembre 96, nous bénéficions de la collaboration de A. Gaston (Univ. Rosario), qui a des contacts avec la Société Mecacomp (Buenos Aires), laquelle a manifesté son intérêt.

2) *Gestion optimale de l'ensemble des poches d'acier*. Le processus métallurgique est affecté par l'état du revêtement réfractaire de la poche, lequel se dégrade au cours des diverses utilisations (préchauffage, coulée, transport, vidange et refroidissement). Il s'agit donc d'une part de connaître l'historique de la poche, et d'autre part de s'assurer que les tensions thermiques du revêtement lors d'une nouvelle coulée resteront dans les limites acceptables. Dans ce but, un logiciel de prédiction (Tempcu) a été développé avec A. Gaston ; au vu de ses résultats, la décision peut être prise d'utiliser ou non la poche dans des



conditions données. Tempcu a fait l'objet d'utilisations académiques aux USA et en Amérique latine, sa distribution est assurée par le projet.

## 5 Actions nationales et internationales

### 5.1 Actions nationales

Bonnans : Membre du Conseil d'Administration de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles et du bureau du groupe Mode ; membre du comité de lecture de la série "Mathématiques et Applications". Organisateur du cours CEA-EDF-INRIA "Application des Méthodes de Points Intérieurs", Rocquencourt.

Lemaréchal : éditeur associé à COCV, revue électronique de la Smai ; trésorier du Groupe Mode de la Smai.

Bonnans et Lemaréchal : coordinateurs du séminaire "Optimisation et Commande Optimale", Institut Henri Poincaré.

Sagastizábal : coordinatrice du Groupe de Travail PROMATH.

### 5.2 Actions internationales

Bonnans : Coordinateur de l'action Chili-Communauté Européenne "Optimization : sensitivity, nonsmooth programming and monotonicity, algorithms" ; participation au programme HCM (réseau européen sur le contrôle optimal).

J.Ch. Gilbert, C. Lemaréchal : éditeurs associés de la revue "SIAM Journal on Optimization".

Rofman : Président du Conseil Scientifique de l'Institut Beppo Levi (Rosario) ; conseiller scientifique du programme "Magistère en Simulation et Contrôle" (Univ. Buenos Aires) ; responsable scientifique du programme MAE - Inria - Univs. et Insts. argentins "Techniques numériques pour la simulation, optimisation et contrôle de processus industriels".

### 5.3 Échange de chercheurs

– Invitation de chercheurs étrangers : Abry (ENS Lyon, 1 semaine), R. Burachik (Puc, Brésil, 4 semaines), R. Cominetti (Univ. du Chili, 1 semaine), L. Diambra (Univ. la Plata, 4 semaines), S. Di Marco (Univ. Rosario, 3 semaines), A. Gaston (Univ. Rosario, 3 semaines), C. Gonzaga (Univ. Santa Catarina, Brésil, 2 mois), F. Kadhi (Univ. Tunis, 2 semaines), K.C. Kiwiel (Acad. Sc. Polonaise, 4 semaines), P. Lotito (Univ. Rosario, 3 semaines), H. Maurer (Univ. Munster, 1 semaine), J.L. Menaldi (Wayne State Univ., 3 semaines), L. Michel (Univ. Perpignan, 1 semaine), B. Mordukhovich (Wayne State U., 1 semaine), A. Niell (Univ. Cordoba, 4 semaines), B. Svaiter (Impa, Brésil, 3 semaines) L.M.E. Torres (Univ. Entre Rios, 2 semaines).

– Séjours à : Université du Chili (Bonnans), Washington State Univ. (Lemaréchal, Sagastizábal), Impa (Sagastizábal), Northwestern (Gilbert).

## 6 Diffusion des résultats

### 6.1 Diffusion de logiciels

Le code M1QN3 (optimisation de grande taille sans contrainte) a été vendu au European Center for Medium-Range Weather Forecast (Reading, Angleterre) et à Météo France (Toulouse), où il est mis en œuvre pour les prévisions météorologiques quotidiennes.

Les codes suivantes ont été mis à disposition pour usage académique.

- M1QN3 : BGRM, Orléans (A. Straub, tomographie électrique en géophysique) ; Norwegian Meteorological Institute (H. Schyberg, météorologie 2D locale) ; Institut Royal d'Océanographie, Hollande (H. Hersbach, prévision de la houle) ; Institut de Géodésie Théorique, Bonn (R. Blinken, assimilation de données altimétriques) ; Goddard Space Flight Center (A. da Silva, assimilation de données atmosphériques et océaniques) ; Institut National de Météorologie, Madrid (R. Diaz-Pabon, météorologie locale).
- M2QN1 (optimisation avec contraintes de bornes) École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (R. Bouhlila, calage de paramètres pluie-débit).
- M1FC1 (optimisation non différentiable) : Supercomputer Research Institute, Tallahassee, Floride (I.M. Navon, assimilation de données météorologiques) ; Antech, Toulouse (D. Renaud, optimisation de la surface d'un réflecteur d'antenne de télécommunication spatiale) ; Université de Munich (M. Wehnelt, comparaison de méthodes dans le cadre d'une thèse) Université Libre de Bruxelles (A. de Jongh, relaxation lagrangienne dans un réseau de télécommunications).
- N1CV2 (optimisation convexe) : Ensta (B. Rottembourg, relaxation lagrangienne en optimisation combinatoire) ; Université Libre de Bruxelles (A. de Jongh, relaxation lagrangienne dans un réseau de télécommunications) ; Institut for Elkraftteknikk, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim (J. Roynstrand, relaxation lagrangienne dans un réseau électrique).

## 6.2 Actions d'enseignement

J.-F. Bonnans est Maître de Conférence à l'École Polytechnique. C. Lemaréchal poursuit son détachement comme professeur à l'Université de Paris 1.

### 6.2.1 Enseignements universitaires

- DEA "Modélisation et Méthodes Mathématiques en Économie", Université de Paris 1 : "Méthodes newtoniennes en optimisation sous contraintes", "Analyse Fonctionnelle", "Algorithmes de points intérieurs" (Bonnans, Gilbert, Lemaréchal, Sagastizábal, 100h de cours, tutorat).
- DEA "Optimisation, Jeux et Modélisation en Économie", Universités de Paris 6, et Paris 10 et École Polytechnique, "Méthodes de Newton et de quasi-Newton", "Optimisation avec perturbation" (Bonnans, Gilbert, 30h de cours).
- Ensta 2ème année : "Optimisation: Théorie et Algorithmes" et "Automatique" (Chauvier, Gilbert, Oustry, Sagastizábal, 60h de cours et TD) ; 3ème année: "Programmation linéaire et quadratique", "Optimisation non différentiable", "Programmation quadratique successive" (Gilbert, Lemaréchal, Oustry, Rébaï, Sagastizábal, 90h de cours et TD).
- Pôle universitaire Léonard de Vinci : Formation de post-gradués en Calcul Scientifique, "Optimisation", 50 h., J.Ch. Gilbert.
- Univ. de Limoges : "Différentiation Automatique", 10h., J.Ch. Gilbert.

### 6.2.2 Divers

- Cours intensif en optimisation numérique, Santiago du Chili (cours 30h, travaux pratiques 30h, J.-F. Bonnans, J.Ch. Gilbert, C. Lemaréchal, C. Sagastizábal); il s'agit de l'exportation du cours intensif effectué à Toulouse l'année dernière (voir Rapport d'Activité 95).
- École de doctorat en Sciences mathématiques, physiques, chimiques et biologiques, Namur (Lemaréchal, 8h).
- Cours EES/UETP "Some recent advances in optimization and simulation of generation management", EdF (Lemaréchal, Sagastizábal, 3h).
- Journée de formation "Méthodes d'optimisation pour grands problèmes", Essilor (Gilbert, 4h).

### 6.3 Participation à des manifestations

- Journées d’analyse de l’Institut Girard Desargues, Lyon (Bonnans, Oustry, 2 exposés invités).
- International Conference on Control and Estimation of Distributed Parameter Systems, Vorau, Autriche (Bonnans, 1 exposé invité).
- 5th Siam Conference on Optimization, Victoria, Canada (Lemaréchal, organisateur d’une session ; Gilbert, Rofman, Sagastizábal, 3 exposés dont un invité).
- Workshop “Interior points and homotopy methods”, Vancouver (Lemaréchal, 1 exposé invité).
- Journées numériques de Besançon (Rofman, 1 exposé invité)
- Workshop on Linear algebra in optimization, Albi (Lemaréchal, 1 exposé invité)
- Colloquium en l’honneur de S.M. Robinson (nommé Docteur honoris causa à l’Université de Zürich ; Lemaréchal, 1 exposé invité).
- Journées du Groupe Mode, Limoges (Lemaréchal, Oustry, 2 exposés dont 1 invité).
- Stockholm Optimization Days (Lemaréchal, Oustry, 2 exposés invités).
- 8ème Colloque franco-allemand d’optimisation, Trèves (Lemaréchal, Oustry, 2 exposés).
- Atelier GDR-Optimisation “Algorithmes d’optimisation et dessin de forme en ingénierie”, Orsay (Gilbert).
- “1996 International Conference on Nonlinear Programming” en l’honneur de M.J.D. Powell, Pékin, (Gilbert, 1 exposé invité).

## 7 Publications

### Articles et chapitres de livre

- [181] J. BONNANS, R. COMINETTI, «Perturbed optimization in Banach spaces I: a general theory based on a weak directional constraint qualification», *SIAM J. Control Optimization* 34, 1996, p. 1151–1171.
- [182] J. BONNANS, R. COMINETTI, «Perturbed optimization in Banach spaces II: a theory based on a strong directional qualification condition», *SIAM J. Control Optimization* 34, 1996, p. 1172–1189.
- [183] J. BONNANS, R. COMINETTI, «Perturbed optimization in Banach spaces III: Semi-infinite programming», *SIAM J. Control Optimization* 34, 1996, p. 1555–1567.
- [184] J. BONNANS, C. GONZAGA, «Convergence of interior point algorithms for the monotone linear complementarity problem», *Mathematics of Operations Research* 21, 1996, p. 1–25.
- [185] J. BONNANS, «Exact penalization with a small nonsmooth term», *Revista de Matemáticas Aplicadas* 17, 1996, p. 37–45.
- [186] B. BONNARD, G. LAUNAY, M. PELLETIER, «Classification générique de synthèses temps-minimales avec cibles de codimension un et applications», *Annales de l’IHP (Analyse non linéaire)*, à paraître.
- [187] L. EL GHAOU, F. OUSTRY, M. A. RAMI, «A cone complementary linearization algorithm for static output-feedback and related problems», *IEEE Trans. Autom. & Control*, mai 1997, à paraître.
- [188] J. GILBERT, «On the realization of the Wolfe conditions in reduced quasi-Newton methods for equality constrained optimization», *SIAM Journal on Optimization*, 1996, à paraître.
- [189] G. LAUNAY, M. PELLETIER, «The generic local structure of time-optimal synthesis with a target of codimension one in dimension greater than two», *Journal of Dynamical and Control Systems*, 1996, à paraître.
- [190] G. LAUNAY, M. PELLETIER, «Synthèse temps-minimale au voisinage d’une cible de codimension un : cas exceptionnel plat en dimension trois», *Note CRAS*, 1996, à paraître.

- [191] C. LEMARÉCHAL, F. PELLEGRINO, A. RENAUD, C. SAGASTIZÁBAL, «Bundle methods applied to the unit-commitment problem», in : *System Modelling and Optimization*, J. Doležal et J. Fidler (réd.), Chapman and Hall, 1996, p. 395–402.
- [192] E. ROFMAN, «Optimisation en ligne et processus industriels», in : *Mathématiques Appliquées à l'Industrie et à la Médecine*, Clami-Unesco, Buenos Aires, 1996, ch. 7.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [193] C. DUVAL, P. ERHARD, C. FAURE, J. GILBERT, «Application of the automatic differentiation code ODYSSEE on a system of partial differential equations modeling thermohydraulic phenomena», in : *Numerical Methods in Engineering'96*, J. Desideri, P. L. Tallec, E. Onate, J. Périaux, E. Stein (réd.), John Wiley & Sons, p. 795–802, 1996.
- [194] J. GILBERT, «Piecewise line-search techniques for constrained minimization by quasi-Newton algorithms», in : *Proceedings of the International Conference on Nonlinear Programming, Beijing*, 1996. (à paraître).

### Rapports de recherche et publications internes

- [195] L. ARAGONE, R. GONZALEZ, «A fast computational procedure to solve the multi-item single machine lot scheduling optimization problem. The average cost case», *Rapport de Recherche n°2984*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [196] P. ARMAND, J. GILBERT, «A line-search technique with sufficient decrease and curvature conditions», *Rapport de Recherche*, Inria, 1996.
- [197] J. BONNANS, R. COMINETTI, A. SHAPIRO, «Second order necessary and sufficient optimality conditions under abstract constraints», *Rapport de Recherche n°2952*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [198] J. BONNANS, R. COMINETTI, A. SHAPIRO, «Sensitivity analysis of optimization problems under second order regular constraints», *Rapport de Recherche n°2989*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [199] J. BONNANS, A. SHAPIRO, «Optimization Problems with perturbations, A guided tour», *Rapport de Recherche n°2872*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [200] J. BONNANS, «Second order analysis for control constrained optimal control problems of semilinear elliptic systems», *Rapport de Recherche n°3014*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [201] R. BYRD, J. GILBERT, J. NOCEDAL, «A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming», *Rapport de Recherche n°2896*, Inria, 1996, (soumis à *Mathematical Programming*).
- [202] S. DIMARCO, R. GONZALEZ, «A minimax optimal control problem with infinite horizon», *Rapport de Recherche n°2945*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [203] S. DIMARCO, R. GONZALEZ, «A stochastic minimax optimal control problem on Markov chains with infinite horizon», *Rapport de Recherche n°2946*, Inria, Rocquencourt, 1996.
- [204] F. EYSETTE, C. FAURE, J. GILBERT, N. ROSTAING-SCHMIDT, «Applicabilité de la différentiation automatique à un système d'équations aux dérivées partielles régissant les phénomènes thermohydrauliques dans un tube chauffant», *Rapport de Recherche n°2795*, Inria, 1996.
- [205] R. GONZALEZ, G. REYERO, E. ROFMAN, «Solving coupled variational inequalities by using decomposition-coordination techniques», *Rapport de recherche*, Inria, Rocquencourt, 1996, à paraître.
- [206] R. GONZALEZ, E. ROFMAN, «On some junctions problems», *Rapport de Recherche n°2937*, Inria, Rocquencourt, 1996.

## Divers

- [207] L. CHAUVIER, J. GILBERT, «Intégration numérique de l'équation d'un câble immergé», Rapport intermédiaire du contrat Ifremer 95/2/320136, juillet 1996.
- [208] F. EYSSETTE, S. FANTINO, J. GILBERT, «Utilisation de la différentiation automatique et des algorithmes d'optimisation quasi-newtoniens pour la conception de verres progressifs par optimisation surfacique», Rapport de fin de contrat Essilor: 1 96 E 515 00 41614 01 2, septembre 1996.
- [209] C. LEMARÉCHAL, F. OUSTRY, C. SAGASTIZÁBAL, «The  $\mathcal{U}$ -Lagrangian of a convex function», soumis à Transaction of the AMS.
- [210] C. LEMARÉCHAL, A. RENAUD, «Dual-equivalent convex and nonconvex problems», soumis à Mathematics of Operations Research.
- [211] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, «The  $\mathcal{U}$ -derivatives of a max-convex function», en préparation.
- [212] F. OUSTRY, «The  $\mathcal{U}$ -Lagrangian of the maximum eigenvalue function», soumis à SIAM J. Optimization.
- [213] F. OUSTRY, «Vertical developments of a convex function», en préparation.
- [214] F. OUSTRY, L. EL GHAOUI, H. LEBRET, «Robust solutions to uncertain semidefinite programs», soumis à SIAM J. Optimization.

## 8 Abstract

This project is devoted to the study of Mathematical Programming – or numerical optimization – from the theoretical and practical viewpoints, as well as its application to problems of industrial origin. This includes: the theory of optimality conditions, stability of optimal solutions with respect to parameters, the construction of optimization algorithms, their application to concrete problems. We consider that our work has three components:

**Basic research** which can be motivated by advanced applications, or by ongoing work among the international scientific community.

**Development** of optimization algorithms, aimed at solving large classes of emerging problems, rather than particular instances of applications.

**Applications** This means the collaboration with industrial partners (or coming from other research areas) on specific problems they are faced with.

Naturally, these three domains are not independent: each one is constantly nourished by the other two. This year, our main results concerned

- the theory of optimization: sensitivity analysis and 2nd-order development, particularly in semi-definite programming, optimal control, decomposition of large-scale problems, variational inequalities ;
- algorithmic development: interior-point and quasi-Newton methods, line-searches, decomposition ;
- applications: car industry, optics, telecommunications, metallurgy, optimal control, electrical production.

Among the main events of this year, we mention the implementation of one of our optimization codes by the European Center for Medium Range Meteorological Forecast (Reading, England) for their daily prevision; Meteo France is doing the same. Besides, Renault has decided to adopt our methodology for automatic gas injection.

