Projet SYSDYS

Systèmes dynamiques stochastiques

Localisation : *Technopôle de Château–Gombert, Marseille*

Mots-clés : équation différentielle stochastique, équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, équation aux dérivées partielles stochastique, algorithme stochastique, milieux aléatoires, homogénéisation, marches aléatoires, champs aléatoires, filtrage non linéaire, algorithme numérique, algorithme parallèle, analyse numérique, approximation, calcul scientifique.

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Fabien Campillo, CR Inria

Responsable permanent

Frédéric Cérou, CR Inria

Télé–assistantes de Projet

Ephie Deriche, TR Inria, juqu'en juillet 1996
Ina Castrogiovanni, TR Inria, depuis septembre 1996

Personnel Université de Provence

Etienne Pardoux, Professeur

Chercheurs invités

Andrey Piatnitski, Académie des Sciences de Moscou, Lebedev Center, de juillet à décembre 1996
Aurel Rascanu, Université de Iasi (Roumanie), depuis juillet 1996

Ingénieurs experts

Hervé Bernier, jusqu'au 15 novembre 1996
Alain Gallet, novembre et décembre 1996

Chercheurs post-doctorants

Paolo Buttà, boursier CEE, Université de Rome

Chercheurs doctorants

Guillaume Gaudron, allocataire AMX
Antoine Lejay, allocataire normalien, depuis le 1er septembre 1996
Elisabeth Remy, allocataire MRT
Abdoulaye Traoré, allocataire INRIA, jusqu'en juin 1996

Stagiaire

Arnaud Kerjean, Magistère et DESS de Rennes, d'avril à septembre 1996

2 Présentation du projet

Le projet SYSDYS rattaché à l'UR de Sophia Antipolis est localisé sur le Technopôle de Château–Gombert à Marseille. Il s'agit d'une équipe commune de l'INRIA (UR de Sophia Antipolis) et du *Laboratoire d'Analyse, Topologie et Probabilités* (LATP) de l'Université de Provence (URA 225). Le projet SYSDYS est localisé au *Centre de Mathématiques et Informatique* (CMI).

Le projet s'articule autour de trois domaines de probabilités numériques :

Milieux aléatoires : Il s'agit d'étudier les propriétés mécaniques ou physiques des milieux hétérogènes, notamment des milieux poreux. Ceci conduit à l'étude qualitative et quantitative des solutions d'équations aux dérivées partielles à coefficients aléatoires. Toute une théorie de ces équations s'est développée au cours des dernières années.

Notre approche s'appuie sur la théorie de l'homogénéisation des solutions d'EDP dont les coefficients sont des champs aléatoires à variation très rapide. On développe des méthodes de calcul numérique ou de calcul asymptotique de ces coefficients pour des géométries réalistes.

Nous collaborons avec des chercheurs appartenant aussi bien à des laboratoires d'analyse numérique, de probabilités, que de mécanique ou de physique, en France et à l'étranger. Une collaboration est en cours avec l'IFP en ingénierie des réservoirs pétroliers.

Systèmes dynamiques stochastiques : Il s'agit à la fois de développer l'étude mathématique du comportement d'algorithmes stochastiques et leurs applications numériques sur des sujets particuliers.

Filtrage non linéaire et statistique des processus

Le projet a une grande maîtrise en *filtrage non linéaire* (sur le plan théorique comme pratique). Notre «savoir–faire» s'appuie sur de nombreuses coopérations passées avec des groupes universitaires (Brown University, Rutgers University, University of Southern California etc.) et industriels (DCN Ingénierie, IFREMER, THOMSON-SINTRA). Une collaboration est en cours avec l'University of Southern California et l'US Army).

Le projet dispose également d'une base solide en statistique des processus partiellement observés.

Ces deux axes de recherche sont la suite des thèmes des recherches du projet Mefisto qui a donné naissance au projet SYSDYS et se poursuivent en collaboration avec François LeGland (IRISA).

Ces thèmes centraux sont complétés par l'étude des EDSR (équations différentielles stochastiques rétrogrades) et des EDPS (équations aux dérivées partielles stochastiques). Les EDSR, introduites par Etienne Pardoux et Peng Shi Ge, ont engendré un mouvement de recherche important et proposent de nouvelles modélisations dans différentes applications (comme les mathématiques financières). Le projet s'intéresse plus particulièrement aux liens existants entre EDSR et EDP. Les EDPS sont une extension naturelle des domaines de recherche du projet Mefisto et possèdent un potentiel applicatif important.

Un effort tout particulier porte sur la réalisation de logiciels fiables sur des plates–formes diverses (calculateurs massivement parallèles, calculateurs vectoriels, réseau de stations, etc.) utilisant des langages adaptés (Fortran parallèle, `C` parallèle, `MPI`, `PVM` etc.). Dans les différents domaines d'étude, des « toolbox » sont à l'étude.

3 Actions de recherche

3.1 Homogénéisation en milieu aléatoire

Il s'agit du thème principalement développé cette année. Il s'appuie sur le plan industriel sur une collaboration avec l'IFP (cf. paragraphe 4.1) et sur le plan scientifique sur l'invitation d'Andrey Piatnitski.

L'étude, qui a mobilisé la plus grande partie de l'équipe, s'articule autour de plusieurs axes :

Théorique : Par une approche « probabiliste » (cf. paragraphes 3.1.1, 3.1.2) et une approche « analytique » (cf. paragraphe 3.1.3))

Algorithmique : Plusieurs méthodes classiques ont été reprises à des fins de comparaison, une approche de type « Monte Carlo » par marches aléatoires a été mise en œuvre plus systématique et analysée (cf. paragraphe 3.1.5).

Développement : Sur le plan pratique, la mise en œuvre de méthodes numériques pour des problèmes en milieux aléatoires nécessite l'utilisation de logiciels de simulation de champs aléatoires. N'ayant pas trouvé de logiciels adaptés à nos besoins, il existe par exemple des logiciels orientés « géostatistique », nous avons développé notre propre environnement (cf. paragraphe 3.2).

3.1.1 Homogénéisation et EDSR

Participants : Guillaume Gaudron, Etienne Pardoux

Mots-clés : équation différentielle stochastique, équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, milieux aléatoires.

Après avoir rédigé un article issu de son travail de DEA, qui précise un résultat asymptotique sur une classe d'EDP à coefficients aléatoires dû à Avellaneda et Majda, Guillaume Gaudron a identifié un résultat qui devraît être rédigé dans les semaines qui viennent, concernant l'homogénéisation d'EDP semi–linéaires, par une méthode probabiliste faisant intervenir les EDSR.

3.1.2 Homogénéisation et formes de Dirichlet

Participants : Antoine Lejay, Etienne Pardoux

Mots-clés : équation différentielle stochastique, équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, milieux aléatoires.

Un objectif de cette thèse est d'établir des résultats d'homogénéisation pour des EDP dont l'opérateur s'écrit sous « forme divergence », par une méthode probabiliste faisant intervenir les processus de Dirichlet. L'opérateur s'écrit sous la forme :

$$\frac{1}{2}\sum_{i,j}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{i,j}(x)\frac{\partial}{\partial x_j}\right) .$$

Dans le cas où a est de classe C^1, le processus correspondant est une diffusion « classique » solution d'une EDS à coefficients localement lipschitziens. Le but du travail est de considérer des cas où a est moins régulier, quitte à supposer que la matrice a est non dégénérée ($a(x) \geq cI > 0$).

On regarde dans un premier temps le cas où la matrice des coefficients a est de classe C^1 sur des cubes, mais possède des discontinuités à travers des sous–espaces affines de codimension 1. Cet exemple est motivé par le travail présenté au paragraphe 3.1.5 sur l'homogénéisation locale d'une EDP à coefficient qui varie assez rapidement en espace. Le processus de Dirichlet correspondant peut s'écrire comme la solution d'une EDS avec terme de temps local, du moins si les sauts de a sont bornés par 1, cas auquel on peut toujours se ramener en pratique. Cet exemple suscite un travail original sur cette classe nouvelle (dans le cas de la dimension supérieure à 1) d'EDS. Son intérêt est de fournir un bel exemple de processus de Dirichlet plus général que les diffusions usuelles, mais pour lequel on dispose d'une représentation probabiliste très maniable.

3.1.3 Analyse du comportement asymptotique de la diffusion effective pour un opérateur aléatoire aux différences par méthodes de percolation

Participants : Fabien Campillo, Frédéric Cérou, Andrey Piatnitski, Elisabeth Remy

Mots-clés : équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, milieux aléatoires, marches aléatoires.

Nous souhaitons trouver dans le cas discret des résultats analogues au cas continu en ce qui concerne le comportement du coefficient homogénéisé d'un milieu aléatoire de type damier.

Soit $Q_\epsilon = [0,\,1]^2 \cap \epsilon\,\mathbf{Z}^2$. On définit la famille de variables $\{\kappa(x)\,;\, x \in Q_\epsilon\}$ indépendantes par :

$$\kappa(x) = \begin{cases} \delta & \text{avec probabilité } p\,, \\ 1 & \text{avec probabilité } 1-p\,. \end{cases}$$

p_0 est la probabilité critique à partir de laquelle un amas infini de δ apparaît.

Nous effectuons une marche aléatoire sur ce damier, avec comme probabilité de transition :

$$p(x,y) = \frac{\kappa(x)\,\kappa(y)}{2\,(\kappa(x)+\kappa(y))}, \qquad x,y \in Q_\epsilon, \quad |x-y| \le \epsilon.$$

L'opérateur aux différences finies correspondant à cette marche est :

$$A_\epsilon^\delta = \sum_{z,z' \in \Lambda} a_{zz'}^{\epsilon,\delta}\,\partial_z\,\partial_{z'} = \sum_{z\in\Lambda} p_z\;(\partial_z)^2$$

avec $\Lambda = \{z\,:\,p_z(x) > 0\}$ fini. L'opérateur homogénéisé est : $A^\delta = \mathrm{div}(\mathcal{A}^\delta\,\nabla)$, et, grâce à l'isotropie du milieu, la matrice peut s'écrire sous la forme : $\mathcal{A}^\delta = a^\delta(p)\,Id$. En utilisant une formulation variationnelle du coefficient homogénéisé, ainsi que quelques résultats provenant de la théorie de la percolation, on montre que : si $0 \le p < p_0$ alors $a^\delta(p) \sim O(1)$ (c'est–à–dire que quel que soit δ, le coefficient effectif sera strictement positif) et si $p_0 < p \le 1$ alors $a^\delta(p) \sim \delta$.

3.1.4 Autres problèmes d'homogénéisation

Participants : Andrey Piatnitski

Mots-clés : équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, milieux aléatoires, homogénéisation.

Andrey Piatnitski de l'Académie des Sciences de Moscou a été invité six mois au sein du projet SYSDYS. Son séjour a été financé par l'UR de Sophia Antipolis. Andrey Piatnitskia a bénéficié d'une subvention des communes de Marseille.

En collaboration avec *Gregory Chechkin* (Moscow State University) et *Avner Friedman* (Institute for Mathematics and its Applications, Minneapolis), on s'intéresse aux équations aux dérivées partielles sur des domaines dont la frontière oscille rapidement, plus précisément les domaines avec frontière localement périodique. Le problème de frontière aléatoire a également été considéré.

En collaboration avec *A. Bourgeat* (Université de Saint–Etienne) et A. Mikelić (Ecole Normale, Lyon) nous avons considéré le problème d'un flot monophasique dans un milieux aléatoire à double porosité.

D'autres sujets ont été abordés :

– le théorème central limite pour des EDS non linéaires,

– le comportement de la partie « basse » du spectre d'opérateurs elliptiques du second ordre singulièrement perturbés,

– l'homogénéisation d'opérateurs à coefficients aléatoires paraboliques non auto–adjoints.

3.1.5 Méthodes numériques en homogénéisation

Participants : Hervé Bernier, Fabien Campillo, Frédéric Cérou, Arnaud Kerjean, Elisabeth Remy

Mots-clés : équation aux dérivées partielles à coefficients aléatoires, milieux aléatoires, algorithme numérique, algorithme parallèle, analyse numérique, approximation, calcul scientifique.

Le problème numérique considéré ici est celui du calcul de *coefficients effectifs*. Considérons l'équation elliptique avec opérateur sous « forme divergence » :

$$-\nabla\,(A_\epsilon\,\nabla u_\epsilon) = f \tag{13}$$

où A_ϵ est une matrice uniformément elliptique et aléatoire (et possédant des propriétés d'ergodicité). Il y a homogénéisation lorsque $u_\epsilon \to u_0$ (en un sens à définir), où u_0 est solution de :

$$-\nabla\,(A_0\,\nabla u_0) = f$$

où A_ϵ est une matrice uniformément déterministe. Dans beaucoup d'applications — du moins celles considérées ici — la matrice A_0 est constante (ne dépend pas de la variable d'espace). Les coefficients de la matrice A_0 sont appelés les *coefficients effectifs*. Il existe de nombreux résultats mathématiques assurant la propriété d'homogénéisation et l'existence de la matrice A_0. Mais, hormis quelques cas, il n'existe pas de formule explicite de cette matrice. Les méthodes numériques visent à approcher ces coefficients.

Une approche consiste à considérer des marches aléatoires sur des structures régulières (échiquiers) dont le comportement s'identifie à celui de la solution de l'équation (13). Le problème est de déterminer les probabilités de transition de ces marches aléatoires ; plusieurs options sont possibles, il s'agit alors d'analyser le comportement limite (quand la maille de la grille tend vers 0) de la loi de ces processus. Les coefficients effectifs sont alors approchés par des fonctionnelles de ces marches. L'analyse s'appuie sur l'ergodicité de la matrice considérée.

3.2 Simulation de champs aléatoires

Participants : Hervé Bernier, Fabien Campillo, Frédéric Cérou

Mots-clés : milieux aléatoires, algorithme numérique, champs aléatoires.

Le choix de développer notre propre simulateur de champs aléatoires s'appuie sur quelques constatations. La plupart des simulateurs :

– sont orientés vers une application (comme la GSLIB vers la géostatistique),

– visent la dimension 3 (plus réaliste pour les applications), mais, dans ce cas, beaucoup ne sont pas dans le domaine public, parfois même pas accessibles,

– ne permettent pas de simuler des cas « simples » qui ont peu d'intérêt sur le plan pratique mais pour lesquels des résultats théoriques d'homogénéisation existent.

Ainsi, nous avons préféré développer notre propre environnement, appelé `MIA2D`, possédant les caractéristiques suivantes :

– Il ne permet de simuler que des champs de dimension 2. Cela permet de diminuer la complexité des algorithmes. Par ailleurs, la dimension 2 permet déjà de tester les algorithmes dans des situations réalistes.

– Il se présente à la fois sous la forme d'une bibliothèque `C` mais peut être également utilisé à l'aide d'une interface graphique écrite en `TK–TCL`.

– Il sera accessible l'année prochaine sur un serveur `ftp` « domaine public ».

Ce simulateur utilise différents générateurs de nombres aléatoires qui ont été testés dans le cas d'une marche aléatoire dans un milieu aléatoire homogène (cf. paragraphe 4.1).

3.3 Filtrage/identification non linéaire

Participants : Fabien Campillo, Frédéric Cérou, Alain Gallet

Mots-clés : équation différentielle stochastique, équation aux dérivées partielles stochastique, filtrage non linéaire, algorithme numérique, algorithme parallèle.

Travail en collaboration avec *François LeGland* (IRISA) et Zhang Hui–Long (Université Bordeaux I).

Ce point est essentiellement centré sur un contrat avec l'US Army. Nous renvoyons au paragraphe 4.2 pour plus de détails.

3.4 Equations différentielles stochastiques rétrogrades (EDSR)

Participants : Etienne Pardoux, Aurel Rascanu

Mots-clés : équation différentielle stochastique, équation aux dérivées partielles.

On a poursuivi les travaux sur les EDS rétrogrades et leurs liens avec les EDP. En particulier, trois résultats significatifs ont été obtenus.

– En collaboration avec Shuguang Zhang, on a établi un théorème d'existence et unicité pour une classe d'EDSR généralisées, où apparaît une intégrale par rapport à un processus croissant continu général. Dans l'application aux EDP, ce processus croissant est un temps local. On obtient alors la formule probabiliste pour la solution d'une classe d'EDP paraboliques ou elliptiques, avec condition au bord de Neumann non linéaire du type :

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x) = g(x, u(x)) \ .$$

– En collaboration avec Shanjiang Tang, on a établi un nouveau résultat d'existence et unicité pour un système d'EDS progressive et rétrograde couplées sous une hypothèse de monotonie très naturelle, et on en a déduit la formule probabiliste pour la solution d'un système d'EDP paraboliques quasi–linéaires.

– En collaboration avec Aurel Rascanu, on a obtenu d'une part un résultat sur une classe d'EDSR en dimension infinie, et d'autre part l'interprétation probabiliste de la solution d'un problème d'obstacle pour une EDP, généralisant ainsi un résultat obtenu précédemment avec El Karoui, Kapoudjian, Peng et Quenez.

3.5 Mécanique statistique à l'équilibre

Participant : Paolo Buttà

Mots-clés : mécanique statistique.

Travail en collaboration avec *Pierre Picco* (Centre de Physique Théorique–CNRS, Luminy). Le séjour post–doctoral de Paolo Buttà s'inscrit dans l'action européenne HCM « System Identification » (coordonné par Van Schuppen, CWI).

Nous analysons dans un premier temps le modèle classique d'Heisenberg avec longueur d'interaction grande. C'est une simplification du modèle de systèmes magnétiques réels : à chaque site x du réseau d–dimensionnel $\mathbf{Z}^d$ est associée une « variable vectorielle de spin » $S(x) \in R^\nu$, $\|S(x)\| = 1$, qui s'interprète physiquement comme la magnétisation microscopique locale (la « dimension interne » $\nu = 2, 3$). L'énergie d'une configuration de spin est définie à l'aide d'un potentiel d'interaction pair $J_\gamma(x, y)$ de type « Kac » : $J_\gamma(x, y) = \gamma^d J(\gamma|x - y|)$, où $J(s)$ est une fonction régulière, positive et à support compact.

On s'intéresse au comportement thermodynamique (volume infini) du système lorsque la longueur d'interaction, γ^{-1}, est grande.

La première étape consiste à démontrer un théorème de type « Lebowitz–Penrose », en prouvant que le diagramme de phase (de l'énergie libre vs. la magnétisation à température fixe) converge, quand $\gamma \to 0^+$ et pour toute température, vers le diagramme de phase de la théorie de Van der Waals, tenant compte de la « règle de Maxwell ». On limite alors l'analyse au modèle d'Heisenberg plan (i.e. $\nu = 2$). Dans ce cas, pour tout $\gamma > 0$, des transitions de phase apparaissent seulement en dimension $d \geq 3$.

Dans une seconde étape, on caractérise les configurations typiques dans l'état d'équilibre (unique) du système à volume infini lorsque $d = 1$ (et, si possible, $d = 2$), γ est petit mais fini et la température est sous la valeur critique de la théorie de Van der Waals.

En dimension $d \geq 3$, il est connu qu'il y a des transitions de phase pour tout $\gamma > 0$, c'est à dire il existe une température critique $0 < T_c(\gamma) < \infty$. On espère que $T_c(\gamma)$ converge, lorsque $\gamma \to 0^+$, vers la température critique de Van der Waals et que l'ensemble du diagramme de phase est qualitativement le même à $\gamma > 0$ (et petit) comme dans la théorie limite. Ce dernier point est encore hors de portée.

4 Actions industrielles

4.1 Ingénierie des réservoirs pétroliers (IFP)

Participants : Hervé Bernier, Fabien Campillo, Frédéric Cérou, Arnaud Kerjean, Etienne Pardoux, Elisabeth Remy

Dans un souci de simplification, on se limite à l'étude d'un écoulement stationnaire monophasique incompressible dans un champ de perméabilité aléatoire (ergodique). La loi de Darcy conduit alors à une EDP elliptique à coefficients aléatoires et d'opérateur aux dérivées partielles de « forme divergence ».

En régime permanent, l'écoulement $u(x)$ d'un fluide monophasique incompressible dans un milieu poreux hétérogène saturé est régi par la loi de Darcy :

$$u(x) = -\kappa(x)\,\nabla p(x) \tag{14}$$

où $p(x)$ est la pression locale, $\kappa(x) = k(x)/\mu$, $k(x)$ désignant la perméabilité du milieu et μ la viscosité du fluide. $\kappa(x)$ est la conductivité hydraulique, $u(x)$ est le flux du fluide. L'incompressibilité ($\mathrm{div}\, u(x) = 0$) se traduit par :

$$-\mathrm{div}\,(\kappa(x)\,\nabla p(x)) = 0\ .$$

On s'intéresse au problème d'homogénéisation en milieu hétérogène, c'est à dire on considère la famille d'équations :

$$-\mathrm{div}\,(\kappa(x/\epsilon)\,\nabla p_\epsilon(x)) = 0\;. \tag{15}$$

dont les solutions convergent vers $p_0(x)$ (déterministe) solution d'une équation de la forme :

$$-\mathrm{div}\,(\kappa_0\,\nabla p_0(x)) = 0\;. \tag{16}$$

où κ_0 donne la perméabilité effective du milieu (si ce milieu est isotrope, la perméabilité effective se réduit à une constante scalaire).

Nous avons d'abord utilisé, pour approcher la solution de l'équation (15), des méthodes relativement classiques (en l'occurrence certains schémas aux différences, ainsi que la méthode de renormalisation) non spécifiques au cadre aléatoire et, à l'aide d'argument tenant compte le plus souvent du contexte physique, nous en avons déduit des approximations numériques. Les analyses numériques de ces problèmes font apparaître, comparées par exemple à celles des problèmes à coefficients périodiques (qui est une autre façon de modéliser l'hétérogénéité du milieu), que les contraintes de discrétisation sont nettement plus restrictives (en terme de finesse de maillage, de vitesse de convergence).

Nous avons ensuite fait appel aux méthodes de marches aléatoires (ou méthodes de « fourmis dans un labyrinthe »). La perméabilité effective du milieu est alors fonction de la distance parcourue par la marche (en moyenne, ou par une trajectoire grâce au théorème ergodique) depuis un point de départ initial. Deux types de marches ont été considérés : en temps discret et en temps continu.

À chaque site x de l'échiquier est associée une conductivité hydrolique κ_x. Chaque site x dispose de 4 voisins x_1, x_2, x_3 et x_4 (en dimension 2) ; on calcule alors la moyenne harmonique : $m_i = 2\,\kappa_x\,\kappa_{x_i}/\kappa_x + \kappa_{x_i}$ et $m = \sum_i m_i$.

Dans le cas de la marche en temps discret, à chaque unité de temps, on passe du site x à son voisin x_i avec la probabilité m_i/m (c'est à dire « avec d'autant plus de facilité que la connexion $x \to x_i$ est perméable »).

Dans le cas de la marche en temps continu, on reste un temps $1/m$ sur ce site (c'est à dire « d'autant moins longtemps que le milieu est localement perméable en x »), puis on saute au voisin x_i avec la probabilité m_i/m (c'est à dire « avec d'autant plus de facilité que la connexion $x \to x_i$ est perméable »).

4.2 Filtrage non linéaire numérique (US ARMY)

Participants : Fabien Campillo, Frédéric Cérou, Alain Gallet

Travail en collaboration avec *François LeGland* (IRISA) et Zhang Hui–Long (Université Bordeaux I).

Il s'agit de valoriser les connaissances de l'ex–projet Mefisto en matière de filtrage non linéaire numérique. L'effort avait essentiellement porté sur les systèmes sans bruit de dynamique et leurs applications en trajectographie.

Nous souhaitons maintenant développer une librairie de programmes `C++` pour le cas général, c'est à dire permettant de résoudre numériquement l'équation du filtrage non linéaire. La méthode, déjà analysée dans le passé dans la thèse de Zhang Hui–Long, fait appel à une méthode multigrille.

Dans une première étape, nous avons développé des codes séquentiels utilisables en différentes dimensions d'espace. Le problème du parallélisme sera abordé ultérieurement.

Le choix du langage `C++` permettra une plus grande souplesse dans le développement à venir : méthodes multigrilles, raffinement local etc. Ce choix permettra également de traiter d'autres problèmes comme celui de contrôle stochastique non linéaire optimal (également abordé par l'ex-projet Mefisto).

A terme, une fois cette librairie structurée et testée, elle sera mise à disposition sur site `ftp` domaine public.

5 Actions nationales et internationales

Etienne Pardoux a :

- co–organisé le congrès international sur « Milieux aléatoires et homogénéisation » au CIRM en juin 96,
- été invité au congrès sur les EDSR au Mans (exposé « Convergence en loi dans les EDSR et application aux EDP »),
- été invité à l'Ecole d'été d'Analyse Stochastique à Geilo en Norvège (cours de 6 heures sur les EDSR, et leurs liens avec les solutions de viscosité des EDP elliptiques et paraboliques).

Andrey Piatnitski a :

- participé au « Workshop sur les Couches Limites, Correcteurs pour l'homogénésation » (20–21 juin, Lyon). Titre de l'exposé : « The correctors in boundary homogenization problems ».
- participé au congrès international sur « Milieux aléatoires et homogénéisation » au CIRM, 24–28 juin 96. Titre de l'exposé : « Asymptotics of spectrum and the central limit theorem for one nonlinear stochastic PDE ».
- été invité du 8 au 13 juin à Saint–Etienne par A. Bourgeat et A. Mikelić.
- donné trois exposés au Séminaire de Probabilités du LATP de Marseille, au Séminaire de Jussieu et à celui du Collège de France.

5.1 Actions nationales

- *Fabien Campillo et Guillaume Gaudron* ont participé au Congrès NSF/INRIA sur le thème « Convergence en loi des processus et ses applications numériques », organisé par Denis Talay à Sophia Antipolis du 29 février au 2 mars.
- *Guillaume Gaudron* a participé au Congrès sur les EDSR à Rouen.
- *Elisabeth Remy* a participé à l'Ecole d'été EDF/CEA/INRIA « Analyse numérique pour des problèmes stochastiques » du 17 au 28 juin.
- *Hervé Bernier et Elisabeth Remy* ont participé aux journées sur le génie logiciel en calcul scientifique organisées par l'UR de Sophia Antipolis du 1er au 3 juillet.
- *Frédéric Cérou et Elisabeth Remy* ont participé à l'Ecole d'été de Saint–Flour du 9 août au 3 septembre.

Fabien Campillo :

- est membre du Comité de Pilotage du CREMIS (Centre de rencontres et d'échanges en modélisation pour l'ingénierie scientifique),
- a participé au débat sur la présentation de l'étude « Les technologies clefs pour l'industrie française » organisé par Sciences & Développement à Marseille (17 janvier),
- a participé à la réunion PCRD dans la perspective du 5ème plan cadre, sous la direction de Louis Saint-Lèbe DRRT Marseille (21 mars),
- a participé à la commission de préparation des « Assises Régionales du Développement Durable » à l'Hôtel de Région, Marseille (25 septembre),
- a participé au Forum Château–Gombert, Marseille (4 octobre).

5.2 Actions internationales

5.2.1 Europe de l'ouest

– Action « BMT » (Barcelone–Marseille–Toulouse) : réunion du 8 au 10 novembre à Montpellier. Participants : F. Campillo, F. Cérou, E. Pardoux et E. Remy.

5.2.2 Europe de l'est

– Frédéric Cérou a séjourné à l'Université d'Edimbourg pour travailler sur la simulation de solution faibles d'EDS avec *Jessica Gaines*.

– Coopération du LATP–SYSDYS avec le Laboratoire de Transmission de l'Information de l'Académie des Sciences à Moscou, soutenue dans le cadre de l'accord CNRS–Académie des Sciences de Russie.

– Fabien Campillo a exposé au 4e « Workshop » du programme européen HCM « Statistical inference for stochastic processes » au Danemark du 29 avril au 3 mai.

5.2.3 Amérique

– Frédéric Cérou a participé au « 1st Winter Workshop/School on Stochastic Partial Differential Equations » du 3 au 7 janvier (organisé par B. Rozowskii et R. Carmona à Los Angeles) — Il a été invité par Daniel Ocone (Rutgers University) du 11 au 15 janvier pour travailler sur le comportement en temps long du filtre non linéaire — Il a été invité du 15 avril au 15 juin à l'Université de Princeton par René Carmona pour travailler sur la simulation de flots aléatoires.

6 Diffusion des résultats

6.1 Actions d'enseignement

Equations différentielles stochastiques et introduction à l'homogénéisation. DEA de Mathématiques, Université de Provence, 15h, Fabien Campillo.

Introduction au filtrage non linéaire. DESS de Mathématiques pour l'ingénieur, Universités Aix-Marseille I et II, 30 h, Fabien Campillo.

6.2 Participation à des colloques

F. Cérou a exposé aux journées SMAI « Modélisation Aléatoire et Statistique » (MAS) à Toulouse du 23 au 25 septembre.

F. Campillo, E. Remy et E. Pardoux ont exposé au *workshops* « Barcelone–Marseille–Toulouse » les 8–9–10 novembre.

A. Piatnitski a exposé au Séminaire de probabilité du LATP, à l'Université Paris VI et au Collège de France.

6.3 Conférences invitées, tutoriels, cours, etc.

E. Pardoux a été invité au congrès sur les EDSR au Mans et à l'Ecole d'été d'Analyse Stochastique à Geilo en Norvège.

7 Publications

Articles et chapitres de livre

[783] F. CAMPILLO, « A stabilization algorithm for linear controlled SDE's », *in : Nonlinear Stochastic Dynamic*, National Centre for Natural Science and Technology, Hanoi, 1996, p. 85–95.

[784] A. GÉGOUT-PETIT, E. PARDOUX, « Equations différentielles stochastiques rétrogrades réfléchies », *Stochastics 57*, 1996, p. 111–127.

[785] D. OCONE, E. PARDOUX, « Asymptotic stability of the optimal filter with respect to its initial condition », *SIAM Journal on Control and Optimization 34*, 1, janvier 1996, p. 226–243.

Rapports de recherche et publications internes

[786] G. A. CHECHKIN, A. FRIEDMAN, A. L. PIATNITSKI, « The boundary–value problem in domains with very rapidly oscillating boundary », *Rapport de Recherche n˚3062*, INRIA, 1996.

[787] R. W. R. DARLING, E. PARDOUX, « Backwards SDE with random terminal times, and, applications to semilinear elliptic PDE », *Prépublication n˚96-02*, LATP-URA 225, 1996.

[788] G. GAUDRON, « Scaling laws and convergence for the advection–diffusion equation », *Prépublication n˚96-13*, LATP-URA 225, 1996.

[789] A. KERJEAN, *Méthodes Numériques en Homogénéisation des Milieux Aléatoires*, Mémoire, Magistère de l'Université de Rennes I, 1996.

[790] E. PARDOUX, F. PRADEILLES, Z. RAO, « Probabilistic interpretation of a system of semi linear parabolic partial differential equations », *Prépublication n˚96-04*, LATP-URA 225, 1996.

[791] E. PARDOUX, A. RASCANU, « Backwards stochastic differential equation with maximal monotone operators », *Prépublication n˚96-05*, LATP-URA 225, 1996.

[792] E. PARDOUX, A. Y. VERETENNIKOV, « Averaging of backward stochastic differential equations, with application to semi–linear PDE's », *Prépublication n˚96-12*, LATP-URA 225, 1996.

[793] E. PARDOUX, S. ZHANG, « Generalized backward stochastic differential equations and nonlinear Neumann boundary value problems », *Prépublication n˚96-18*, LATP-URA 225, 1996.

[794] A. PIATNITSKI, E. REMY, « Comportement asymptotiaue de la diffusion effective pour un opérateur aléatoire aux différences par méthodes de percolation », *Rapport de Recherche n˚3061*, INRIA, 1996.

Divers

[795] PROJET SYSDYS, « Homogénéisation en milieu aléatoire », Rapport de fin d'étude. Contrat IFP/INRIA, 1996.

8 Abstract

The SYSDYS project aims at developing numerical probability methods. Its main competence fields are stochastic differential equations, partial differential equations with random coefficients and finally stochastic partial differential equations.

SYSDYS is a common project INRIA Sophia Antipolis, the LATP (CNRS) and the University of Provence. It is located in the "Technopôle" of Château Gombert in Marseilles.

In 1996, SYSDYS's activities were :

Homogenization in random media : This is the main activity of the group. We investigated many problems : homogenization of PDE's linked with BSDE (backward stochastic differential equations), homogenization and Dirichlet forms, limiting behavior of the effective diffusion for two–component random difference operators, boundary homogenization in the domains with very rapidly oscillating boundary. We also focused on numerical methods : approximation of effective coefficient by means of random walks.

*Backward stochastic differential equations (*BSDE*) :* We improved results concerning solutions of BSDE's and extended the class of PDE's which admit a probabilistic interpretation by means of such processes.

Equilibrium statistical mechanics : We proposed rigorous results for the analysis of the classical Heisenberg model with long range interactions.

Scientific collaborations : Random media: University of Provence, Princeton University, Moscow State University. Non linear identification: IRISA, University of Southern California, Rutgers University.

Contracts : IFP: reservoir engineering. HCM "System Identification". HCM "Statistical inference for stochastic processes". ONR "Numerics for non linear filtering".