INRIA

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet FRACTALES

Approche Fractale pour l'Analyse et la Modélisation des Signaux

Rocquencourt

THÈME 4A

Rapport d'Activité

1999

Table des matières

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Jacques Lévy Véhel [DR, Inria, en détachement CNRS depuis 01/10/98]

Responsable permanent

Evelyne Lutton [CR, Inria]

Assistante de projet

Nathalie Gaudechoux [en commun avec A3]

Collaborateurs extérieurs

Antoine Ayache [Université de Dauphine, Ceremade]

Lotfi Belkacem [Institut Supérieur de Gestion, Tunisie]

Pierre Collet [Université de Bourgogne]

Michel Guglielmi [ingénieur de recherche CNRS, IRCYN]

Claude Tricot [Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand]

Christian Walter [Coopers & Lybrand]

Christophe Canus [Alcatel]

Chercheur invité

Christian Houdré [du 20/03/99 au 20/04/99]

Doctorants

Bertrand Guiheneuf [boursier Inria, Université Paris 9]

Benoît Leblanc [boursier CIFRE IFP, Université Paris 11, à partir du 01/03/99]

Anne Manoury [boursière de la région des pays de Loire, IRCYN]

Frédéric Raynal [boursier Inria, Université Paris 11, à partir du 01/10/98]

Moustapha Ndoye [boursier du gouvernement sénégalais, Université Paris 9]

Stagiaires

Eric Bentura [du 01/08/99 au 31/12/99]

Julien Bougeois [du 01/05/99 au 30/08/99]

Bertrand Gauch [du 01/08/99 au 30/09/99]

Stéphane Lafon [du 12/04/99 au 06/07/99]

Yann Landrin-Schweitzer [du 01/04/99 au 31/08/99]

José Rodriguez Ruibal [du 01/07/99 au 31/12/99]

Jon Weil [du 01/04/99 au 30/05/99]

2 Présentation et objectifs généraux

Mots clés : algorithme génétique, analyse 2–microlocale, analyse financière, analyse d'image, analyse multifractale, analyse temps-fréquence, analyse de texture, compression fractale, compression d'image, détection de changements, fonction höldérienne, fractale, grande déviation, IFS polaire, loi stable, mouvement Brownien fractionnaire, ondelette, optimisation, problème inverse, processus de Lévy, signaux musicaux, système de fonction itérée, trafic sur les réseaux d'ordinateurs, traitement du signal, watermarking.

La géométrie fractale a connu un essor important ces dernières années tant au plan théorique (mise au point de l'analyse multifractale, approfondissement de la théorie des systèmes de fonctions itérées, étude des liens avec les ondelettes, ...) que pratique (on dénombre aujourd'hui environ mille "systèmes fractals" identifiés dans les domaines de la croissance non linéaire, de la percolation, des milieux poreux, de la géophysique, des sciences économiques, de la médecine, et du traitement du signal).

Le projet *FRACTALES* a pour objectif la mise au point d'outils théoriques appartenant au domaine de l'analyse fractale pour effectuer le traitement et la modélisation de signaux complexes.

Une des activités principales de *FRACTALES* est le développement d'une "boîte à outils", FRACLAB, de programmes de traitements fractals du signal comparable à ce qui existe dans le domaine de l'analyse de Fourier ou en ondelettes.

Au plan théorique, le projet *FRACTALES* se concentre sur les domaines suivants :

- **Analyse multifractale** : définition de nouveaux spectres, estimation, étude des corrélations multifractales, caractérisations de capacités à travers leurs propriétés multifractales, spectres conditionnels, estimation [16, 24].
- **Analyse de la régularité ponctuelle de fonctions** : théorie des IFS, fonctions faiblement auto-affines, étude de fonctions à régularité prescrite, optimisation de fonctions irrégulières par algorithmes génétiques, analyse 2–microlocale [6, 9, 8].

– **Processus stables et fractionnaires** : simulation et capacité à modéliser certains types de signaux, mouvement Brownien fractionnaire et ses généralisations [22, 15, 4].

– **Analyse temps fréquence** : définition et utilisation de nouvelles transformations adaptées à l'analyse fractale des signaux.

Les résultats de ces études théoriques sont validés sur des applications en traitement du signal qui en sont des prolongements naturels. Ces dernières induisent à leur tour de nouveaux développements en fonction des problèmes rencontrés dans la pratique. Les applications peuvent être classées en deux catégories :

– Traitement de signaux 1D : synthèse de la parole, analyse de signaux musicaux, modélisation du trafic sur les réseaux d'ordinateurs et modélisation de cours financiers [3, 17, 7].

– Traitement de signaux 2D : analyse, segmentation, débruitage, compression et watermarking d'images [5, 18].

Enfin, certains de ces travaux sont effectués en collaboration avec l'équipe "Signaux Non Stationnaires et Fractals" de l'Ircyn (Nantes).

3 Fondements scientifiques

3.1 Régularité ponctuelle

Participants : Bertrand Guiheneuf, Jacques Lévy Véhel, Claude Tricot.

Mots clés : analyse 2–microlocale, exposant de Hölder, régularité ponctuelle.

En collaboration avec Stéphane Jaffard (Université Paris XII).

Résumé : *Dans certaines situations, des informations essentielles sont contenues dans la régularité ponctuelle d'une fonction et dans la manière dont celle-ci varie. Cette notion peut être formalisée de diverses façons : nous étudions plus particulièrement les exposants de Hölder et les exposants 2–microlocaux. La régularité deux microlocale étend la notion de régularité Hölderienne et est plus robuste vis à vis de certaines opérations.*

Il existe de multiples façons de réaliser une analyse fractale d'un signal. Notre équipe s'intéresse à deux d'entre elles, le calcul de la régularité ponctuelle et l'analyse multifractale.

Dans le premier cas, on associe à un signal $f(t)$ un autre signal $\alpha(t)$, la fonction de Hölder de f, qui mesure la régularité de f en chaque point t. Cette dernière peut être évaluée de diverses manières. L'exposant de Hölder ponctuel α de f en x_0, par exemple, est défini par :

$$\alpha(x_0) = \lim_{\rho \to 0} \sup \{\alpha \, : \exists c > 0, |f(x) - f(x_0)| \leq c|x - x_0|^{\alpha}, |\, x - x_0| < \rho\}$$

(cette définition est valable pour α non entier et si f est non dérivable, sinon il faut retrancher un polynôme au lieu de $f(x_0)$).

On peut aussi définir un exposant local $\alpha_l(x_0)$ par :

$$\alpha_l(x_0) = \lim_{\rho \to 0} \sup \{\alpha \, : \exists c > 0, |f(x) - f(y)| \le c|x-y|^\alpha, |x - x_0| < \rho, |y - x_0| < \rho\}$$

α et α_l ne coïncident pas en général (si $f(x) = |x|^\alpha \sin \frac{1}{|x|^\beta}$, $\alpha(0) = \alpha$ et $\alpha_l(0) = \frac{\alpha}{1+\beta}$) et ont des propriétés très différentes. Par exemple, α_l est stable par différentiation ($\alpha_l(f', x_0) = \alpha_l(f, x_0) - 1$) alors que α ne l'est pas.

En général, plus $\alpha(t)$ est petit, plus la fonction f est irrégulière en t. Un exposant négatif est le signe d'une discontinuité, alors que si $\alpha(t)$ est strictement supérieur à 1, f est au moins une fois dérivable en t. La caractérisation des signaux par leur régularité Höldérienne a été considérée par de nombreux auteurs d'un point de vue théorique (par exemple en relation avec la décomposition en ondelettes) et dans les applications en traitement du signal (analyse de la turbulence, segmentation d'image). Une telle approche est intéressante dès que l'information pertinente réside dans les irrégularités du signal plus que, par exemple, dans son amplitude ou dans sa transformée de Fourier. C'est en particulier le cas quand on cherche à détecter des contours dans une image ou à caractériser les parties non voisées d'un signal de parole. Les questions qui se posent naturellement dans ce contexte et que nous avons en partie résolues sont la caractérisation des fonctions de Hölder ponctuelles ou locales, la comparaison des différentes mesures d'irrégularité, et leur estimation sur des signaux réels.

La définition de l'exposant de Hölder, facile à appréhender, reproduit de façon assez fidèle la notion intuitive de régularité. Toutefois, trop attaché aux valeurs ponctuelles de la fonction, l'exposant de Hölder ne se comporte pas correctement sous l'action de nombreux opérateurs (pseudo-)différentiels. On introduit alors les espaces 2-microlocaux $C_{x_0}^{s,s'}$ qui, par l'adjonction d'un deuxième indice permettent de prendre en compte un comportement *au voisinage du point*. Bénéficiant d'une caractérisation simple au travers de conditions de décroissance des coefficients d'ondelettes du signal, les espaces 2-microlocaux jouissent en particulier de la propriété suivante :

$$f \in C_{x_0}^{s,s'} \Longrightarrow f' \in C_{x_0}^{s-1,s'}$$

Une étude des conditions 2-microlocales exprimées dans le plan temp-échelle a été realisée, aboutissant à un résultat de prescription de régularité 2-microlocale arbitraire en un point. Cette étude a d'autre part mené à une caractérisation simple des espaces 2-microlocaux. Cette nouvelle caractérisation montre le lien entre la régularité 2-microlocale des signaux et la transformée de Legendre de leur transformée en ondelette le long de trajectoires paraboliques du plan temps-échelle. Elle généralise et unifie diverses études du caractère oscillant des signaux et en particulier des "chirps".

3.2 Analyse multifractale

Participants : Christophe Canus, Jacques Lévy Véhel, Claude Tricot.

Mots clés : analyse multifractale, spectre de grandes déviations, spectre de Hausdorff.

Résumé : *L'analyse multifractale fournit une description à la fois locale et globale des singularités d'un signal : la première est obtenue via l'exposant de Höl-*

der, et la seconde grâce aux spectres multifractals. Ceux-ci caractérisent de façon géométrique et statistique la répartition des singularités sur le support du signal.

Il arrive que la fonction de Hölder soit très simple alors que le signal est irrégulier. C'est le cas par exemple pour la fonction de Weierstrass, ou pour le mouvement Brownien fractionnaire, qui sont nulle part dérivables, mais dont la fonction de Hölder est constante. Il existe cependant des signaux, d'apparence très irrégulière, pour lesquels la fonction de Hölder est encore plus irrégulière, par exemple des signaux continus f tels que α_f est partout discontinue. L'exemple canonique est le graphe d'un IFS. Dans ces situations, entre autres, il est plus intéressant d'avoir recours à une autre description du signal, le spectre multifractal : au lieu de donner pour chaque t, la valeur de l'exposant de Hölder, on regroupe tous les points de même exposant α dans un sous-ensemble E_α, et on caractérise l'irrégularité de façon *globale* en calculant, pour chaque valeur de α, la dimension de Hausdorff $f_h(\alpha)$ de l'ensemble E_α. On évalue ainsi, de façon géométrique, la “taille” des parties du domaine de f où une singularité donnée apparaît. Une autre possibilité est de donner une caractérisation statistique de la répartition des singularités : plus précisément, le spectre de grande déviation $f_g(\alpha)$ estime la vitesse exponentielle de décroissance de la probabilité de rencontrer une singularité à peu près égale à α à la résolution n quand n tend vers l'infini.

Ce type d'analyse, d'abord apparu dans le contexte de la turbulence, s'est ensuite beaucoup développé à la fois au plan théorique (analyse de mesures ou fonctions auto-similaires dans un cadre déterministe et aléatoire, extensions aux capacités, spectres d'ordres supérieurs) et dans les applications (étude des séquences DLA, analyse de la distribution des tremblements de terre, traitement du signal, segmentation et débruitage d'images, analyse du trafic routier et internet).

Nos travaux en analyse multifractale s'attachent aux calculs théoriques des spectres, à leur comparaison (formalisme multifractal), et à l'obtention d'estimateurs robustes.

3.3 Processus fractals

Participants : Antoine Ayache, Lotfi Belkacem, Michel Guglielmi, Jacques Lévy Véhel, Moustapha N'Doye.

En collaboration avec Serge Cohen (Université de Versailles-St-Quentin en Yvelines).
Mots clés : mouvement Brownien fractionnaire, processus alpha–stable.

Résumé : *Les processus à mémoire longue (c'est-à-dire dont la fonction d'autocorrélation décroît “lentement”) et ceux dont la variance marginale est infinie possèdent des propriétés intéressantes, parfois contre intuitives. Nous étudions certains de ces processus, comme le mouvement Brownien fractionnaire ou les processus α–stables, qui présentent des caractéristiques fractales.*

Nous étudions des processus tels que le mouvement Brownien fractionnaire (mBf) ou les processus α–stables, qui ont des caractéristiques fractales comme l'auto–affinité ($x(at) \stackrel{d}{=} a^H x(t)$, où $\stackrel{d}{=}$ signifie l'égalité en distribution), l'irrégularité des trajectoires, ou la mémoire à long terme (décroissance lente de la fonction d'autocorrélation $E(x(t)x(t+\tau)) \sim |\tau|^{\beta}$ quand $\tau \to \infty$, $-1 < \beta < 0$). Ces processus s'éloignent des modèles "classiques" de deux façons :

- les processus α–stables ont, pour $\alpha < 2$, une variance infinie. Les lois marginales sont caractérisées par quatre paramètres : $\alpha \in (0,2]$ décrit l'épaisseur des queues de distribution ($E(|X|^{\beta}) = +\infty$ dès que $\beta \geq \alpha$ si $\alpha \neq 2$), μ est un paramètre de localisation (égal à la moyenne quand $\alpha > 1$), $\gamma > 0$ est le paramètre d'échelle, et $\beta \in [-1,1]$ rend compte de l'asymétrie de la distribution. La variance infinie induit des discontinuités dans les trajectoires et influe sur leur dimension de Hausdorff.
- Les processus à mémoire longue présentent une divergence de la densité spectrale à l'origine, qui se traduit par la présence de "pseudo–cycles" de toutes tailles sur les trajectoires.

Dans ces deux cas, la plupart des outils classiques (théorème central limite, convergence d'estimateurs) ne s'appliquent plus sous leur forme usuelle, et il faut leur substituer des généralisations. Nos recherches s'attachent à décrire certaines propriétés fractales et multifractales de ces processus et à en chercher des extensions qui les rendent plus adaptées à certaines applications. A titre d'exemple, le mBf possède une régularité ponctuelle presque sûre identique en chaque point. Cette caractéristique en restreint l'utilisation pratique et nous avons défini une généralisation, appelée mouvement Brownien multifractionnaire, qui permet un contrôle en chaque point de l'exposant de Hölder.

D'autre part, les processus et plus généralement tous les signaux fractals ne sont jamais à bande limitée. On ne peut donc pas en principe les échantillonner sans les filtrer au préalable. Ce filtrage induit parfois des pertes d'informations essentielles. Un sujet d'étude fondamental est d'essayer de contourner ces difficultés en définissant de nouvelles procédures d'échantillonnage.

3.4 Algorithmes génétiques

Participants : Benoît Leblanc, Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, Frédéric Raynal.

Mots clés : algorithme évolutif, algorithme génétique, analyse de déceptivité, optimisation stochastique, problème inverse, théorie des schémas.

Résumé : *Dans le cadre de l'analyse de signaux fondés sur des méthodes issues de la géométrie fractale, on est souvent amené à optimiser des fonctions (ou énergies) qui dépendent d'un grand nombre de paramètres, et qui sont extrêmement irrégulières. Les algorithmes génétiques se sont révélés être des outils efficaces, permettant d'obtenir des solutions robustes, difficiles à obtenir à l'aide d'autres techniques. Une partie des travaux effectués dans le projet a réciproquement pour but de montrer l'intérêt d'employer des outils "fractals" pour affiner et compléter certaines analyses théoriques sur les algorithmes génétiques.*

Les Algorithmes Génétiques (AG) et plus généralement les Algorithmes Evolutifs (AE) sont actuellement connus comme des méthodes d'optimisation stochastiques efficaces pour des problèmes très complexes et sont employées dans des domaines d'application extrêmement variés.

Toutes ces techniques s'inspirent des comportements biologiques des populations naturelles, et sont fondées sur l'évolution d'une "population" de solutions au problème traité, l'évolution étant guidée par une fonction de "fitness" qui est maximisée au cours du processus.

Les analyses théoriques dans le domaine des AG et des AE sont principalement orientées vers l'analyse de la convergence, l'influence des paramètres et l'analyse de la "facilité" ou de la "difficulté" pour une classe de fonction, à être traitée par un AE (déceptivité). Pour les AG, plus particulièrement, on peut distinguer plusieurs approches : la modélisation de populations successives de solutions sous forme d'une chaîne de Markov [DP91,Cer95], l'analyse de déceptivité fondée sur la théorie des Schémas [Gol89], enfin, très récemment, la modélisation sous forme de système dynamique, où on a pu montrer le comportement de type "fractal" de certains AG (et générer les ensembles de type Julia correspondants) [JV94].

D'un point de vue théorique, certains outils qui ont été développés dans le cadre de la géométrie fractale peuvent être employés pour affiner une analyse de déceptivité des AG. En effet, l'analyse de la façon dont un AG optimise certaines fonctions "fractales" (ou plus précisément des fonctions Höldériennes) permet de comprendre l'influence de certains des paramètres de l'AG. Cette analyse peut être ensuite étendue à des fonctions plus générales et donne des indications sur la façon de modifier les paramètres afin d'améliorer les performances de l'AG. Une analyse plus poussée sur la même base théorique fournit aussi une méthode relativement robuste d'évaluation de l'efficacité d'un codage des solutions dans un AG [27].

3.5 Analyse temps fréquence/temps échelle

Participants : Michel Guglielmi, Bertrand Guiheneuf, Jacques Lévy Véhel.

Mots clés : Gabor, temps-échelle, temps-fréquence, ondelettes.

Résumé : *Les représentations temps-fréquence et temps-échelle sont une extension de l'analyse de Fourier classique aux signaux non stationnaires. On parle alors d'analyse spectrale dépendante du temps, dont un paradigme simple est le concept de partition musicale.*

L'analyse temps-fréquence repose sur la combinaison des deux variables temps et fréquence dans une même représentation, fournissant ainsi une signature de l'évolution temporelle du contenu spectral. Différentes approches existent : la plus intuitive consiste à limiter temporellement et fréquentiellement les éléments de la famille d'analyse, puis à déplacer en tous points

[DP91] T. E. Davis, J. C. Principe, « A Simulated Annealing Like Convergence Theory for the Simple Genetic Algorithm », *in : Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithm*, p. 174–182, 1991. 13-16 July.

[Cer95] R. Cerf, *Artificial Evolution, European Conference, AE 95, Brest, France, September 1995, Selected papers*, *Lecture Notes in Computer Science 1063*, Springer Verlag, 1995, ch. Asymptotic convergence of genetic algorithms, p. 37–54.

[Gol89] D. E. Goldberg, « Genetic Algorithms and Walsh functions: I. A gentle introduction, II. Deception and its analysis », *Complex Systems 3*, 2, April 1989, p. 129–171.

[JV94] J. Juliany, M. D. Vose, « The Genetic Algorithm Fractal », *Evolutionary Computation 2*, 2, 1994, p. 165–180.

du plan temps-fréquence[1] les atomes d'analyse ainsi définis, avant d'évaluer le produit scalaire avec le signal analysé :

$$\Gamma_x(t,f\,;\,g) \;=\; \langle x, g_{t,f}\rangle \quad \text{avec} \quad g_{t,f}(u) \;=\; \mathcal{A}_t\mathcal{B}_f\, g_0(u).$$

$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont des opérateurs de déplacement en temps et en fréquence respectivement et g_0 est la fonction d'analyse "mère" offrant de bonnes propriétés de localisation conjointe en temps et en fréquence.
Ainsi, *la transformée de Fourier à court terme* (ou décomposition atomique de Gabor) correspond aux opérateurs de translation en temps et de translation en fréquence. Pour leur part, *les décompositions en ondelettes* reposent sur le choix des opérateurs de translation en temps et de changement d'échelle (compression/dilatation).
Les densités d'énergie obtenues en considérant le module carré des coefficients $\Gamma_x(t,f\,;g)$ appartiennent à une classe de représentations temps-fréquence plus riche, celle des *distributions bilinéaires d'énergie*. Ces distributions sont définies par un opérateur intégral agissant sur une forme quadratique du signal selon :

$$\rho_x(t,f\,;\,K) \;=\; \int\!\!\int x(u)\, x^*(v)\, K(u,v\,;t,f)\, du\, dv.$$

On peut imposer des propriétés de covariance sur les distributions ρ relativement aux opérateurs de déplacement temps-fréquence $\mathcal{A}_t$ et $\mathcal{B}_f$. En particulier, les deux choix d'opérateurs retenus pour les décompositions linéaires de Gabor et en ondelettes conduisent respectivement aux classes de Cohen et affines.

La distribution de Wigner-Ville : $W_x(t,f) \;=\; \int x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\, x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\, e^{-i2\pi f\tau}\, d\tau$, est un cas particulier à partir duquel classe de Cohen et classe affine peuvent être définies paramétriquement via l'introduction de noyaux arbitraires. Les propriétés que l'on souhaite imposer aux distributions peuvent alors se traduire sous forme de contraintes structurelles sur les noyaux de paramétrisation correspondants.

Nous appliquons en particulier ces outils au problème suivant, dit "audio2midi" : comment, à partir d'un enregistrement musical, retrouver les partitions jouées par les divers instruments.

4 Domaines d'applications

4.1 Trafic sur Internet

Participant : Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec D. Koffman (ENST) et P. Nain (INRIA Sophia).

Mots clés : analyse multifractale, mouvement Brownien multifractionnaire, trafic de données.

1. On peut également définir des décompositions atomiques discrètes reposant sur un maillage discret du plan temps-fréquence.

Résumé : *Les trafics sur les réseaux d'ordinateurs présentent des spécificités dont l'étude nécessite de nouveaux outils ; en particulier, leur forte sporadicité, qui ressemble à celle de processus tel le mBf, a des conséquences importantes par exemple sur les temps de transfert.*

Les modèles conventionnels de trafic supposent généralement que les processus d'arrivée (caractérisés par le nombre d'octets échangés) sont, soit sans mémoire, soit à mémoire "courte". Ces hypothèses se sont révélées inadéquates pour décrire la structure des trafics observés sur des réseaux de type LAN. En particulier, elles ne permettent pas de rendre compte de la forte sporadicité observée sur plusieurs échelles de temps, qui semble être principalement liée au fait que les processus d'arrivée sont à mémoire longue. Des modèles récents prennent en compte cette caractéristique en considérant le processus à mémoire longue le plus simple, le mouvement Brownien fractionnaire. Le succès du mBf comme modèle du trafic repose sur le fait que le degré de dépendance à long terme est contrôlé par un seul paramètre, H. La dépendance à long terme étant grossièrement une qualité statistique de l'ordre 2, il est naturel de se demander si le mBf est aussi un bon modèle pour les statistiques d'ordre supérieur des trafics réels.

L'analyse multifractale permet d'apporter des réponses via le spectre multifractal qui caractérise les irrégularités locales du processus. Pour un mBf, ce spectre est trivial : la régularité locale est partout la même (égale à H). Dans ce sens, le mBf est un processus monofractal. Des études numériques intensives ont montré que les trafics LAN enregistrés à Berkeley et au CNET exhibent au contraire un comportement multifractal sur 3 à 4 ordres de grandeur.

Les spectres observés mettent aussi en évidence les différences entre les trafics sortant et entrant, dans toutes les traces analysées. D'autre part, la forme particulière du spectre du trafic sortant à Berkeley fournit des informations sur la stationnarité du processus, une question importante en pratique. Plus généralement, l'intérêt de ce type d'étude est que les propriétés fractales et multifractales du trafic, comme la mémoire longue et l'irrégularité ponctuelle, ont des répercussions par exemple sur le comportement des files d'attente ou sur les temps de transfert des données.

Pour mieux comprendre comment apparaissent ces caractéristiques fractales, nous réalisons actuellement des expériences sur un réseau dédié au sein de l'ARC Epsilon.

4.2 Problèmes inverses

Participants : Benoît Leblanc, Evelyne Lutton, Frédéric Raynal.

Mots clés : algorithme génétique, optimisation stochastique, problème inverse, programmation génétique.

Résumé : *Certains problèmes inverses liés à l'analyse fractale de signaux peuvent être traités avec succès à l'aide d'algorithmes génétiques : problème inverse pour les IFS avec application à la modélisation de signaux de parole, problème inverse pour les automates finis. Il importe cependant de bien exploiter les potentialités des AG pour obtenir des algorithmes efficaces : l'expérience prouve qu'un paramétrage soigneux et un codage des solutions ingénieux peuvent améliorer de façon importante l'efficacité et les performances des algorithmes.*

Un problème inverse standard peut se formuler de la façon suivante : à partir d'un certain jeu de données, on sait calculer la sortie d'un système, mais, ayant une sortie donnée (la "cible"), on ne sait pas remonter au jeu de données d'entrée du système.

La stratégie classique, de type "boîte noire", consiste à transformer le problème inverse en un problème d'optimisation : optimiser le jeu de données d'entrée de façon à ce que la sortie du système ressemble à la cible. En règle générale, les AE sont assez bien adaptés à la résolution de problèmes inverses difficiles pour lesquels on a peu d'information a priori (on ne connaît pas en général explicitement la fonction à optimiser, et encore moins ses dérivées par exemple). Dans le domaine de l'analyse fractale de données, un certain nombre de problèmes inverses difficiles ont été traités avec succès, par exemple :

- le problème inverse pour les IFS [Vrs90,Vrs91,NG94,MS89]. Des études ont été menées dans le projet pour les IFS affines [14] à l'aide d'AG, et dans le cas plus complexe des IFS mixtes [20] à l'aide d'une méthode de programmation génétique. Une application directe à la modélisation de signaux de parole [11] a en outre été proposée,
- le problème inverse pour les automates finis [10].

L'établissement de méthodes de résolution de ces problèmes inverses "académiques" a tout naturellement conduit a des applications des AG :

- en compression d'images [VR94,Goe94],
- pour l'optimisation d'antennes fractales [Coh97].

La difficulté de telles applications réside essentiellement dans le fait de trouver un codage du problème adéquat d'une part (il faut exploiter efficacement un certain nombre de connaissances a priori que l'on a sur le système), et d'autre part de traiter de façon convenable les contraintes (qui peuvent permettre de faire des "économies" importantes de calcul, comme nous l'avons montré dans le cas du problème inverse pour les IFS [14, 20]).

4.3 Traitement d'images

Participants : Christophe Canus, Bertrand Guiheneuf, Jacques Lévy Véhel.

[Vrs90] E. R. Vrscay, « Moment and collage methods for the inverse problem of fractal construction with iterated function systems», *in: Fractal 90 Conference*, 1990. Lisbonne, June 6-8.

[Vrs91] E. R. Vrscay, *Fractal Geometry and Analysis*, J. Bélair and S. Dubuc, 1991, ch. Iterated function Systems: theory, applications and the inverse problem, p. 405–468, *Kluwer Academic Publishers*.

[NG94] D. J. Nettleton, R. Garigliano, « Evolutionary algorithms and a fractal inverse problem », *Biosystems 33*, 1994, p. 221–231, Technical note.

[MS89] G. Mantica, A. Sloan, « Chaotic optimization and the construction of fractals : solution of an inverse problem », *Complex Systems 3*, 1989, p. 37–62.

[VR94] L. Vences, I. Rudomin, « Fractal compression of single images and image sequences using genetic algorithms. », 1994, The Eurographics Association.

[Goe94] B. Goertzel, « Fractal image compression with the genetic algorithm », *Complexity International 1*, 1994.

[Coh97] N. Cohen, « Antennas in Chaos : Fractal-Element Antennas», *in: Fractals in Engineering 97*, INRIA, 1997. Hot Topic Session, Arcachon, France, June 25-27.

Mots clés : analyse multifractale, débruitage, détection de changements, segmentation.

Résumé : *L'analyse multifractale des images consiste à définir des mesures à partir des niveaux de gris, à en calculer les spectres, et à traiter les points sur la base des informations à la fois locales et globales qui en résultent. Contrairement à d'autres approches, aucun filtrage n'est effectué.*

L'analyse d'image est une composante fondamentale dans la résolution des problèmes de vision par ordinateur, qui ont de nombreuses applications en robotique, imagerie médicale, imagerie satellitaire, etc … Une étape importante est la segmentation, qui consiste à obtenir une description de l'image en termes de contours et de régions.

Les approches classiques dans ce domaine supposent généralement qu'une image est la trace discrète d'un processus sous-jacent C^1 par morceaux. En effectuant un filtrage, on peut alors par exemple extraire le gradient du signal, dont les extrema de la norme correspondent à peu près aux contours. On peut raffiner les résultats en appliquant des méthodes multirésolutions, fondées en particulier sur une transformée en ondelettes.

Les inconvénients d'une telle conception sont que le lissage préalable entraîne une perte en localisation, et que l'hypothèse d'un processus C^1 par morceaux sous-jacent n'est pas toujours réaliste : en présence de textures, par exemple, ces détecteurs échouent. En particulier, dans l'application aux images radar qui nous intéresse en premier lieu, il faut pouvoir prendre en considération un fort bruit corrélé et la présence de textures jouant un rôle important.

Une alternative est de considérer que l'image induit une mesure connue jusqu'à une résolution fixée et aussi irrégulière que l'on veut, et de quantifier alors ses singularités. L'approche multifractale s'inscrit dans ce cadre. Le principe général est le suivant : à partir des niveaux de gris de l'image, on définit diverses mesures et capacités. On peut alors effectuer une analyse multifractale de ces capacités, et en déduire des informations sur la structure de l'image. Une spécificité de cette approche est qu'elle tient compte à la fois des comportements locaux (via α) et globaux (via $f(\alpha)$). D'autre part, aucune hypothèse n'est faite quant à la régularité du signal étudié.

Cette modélisation induit la procédure intuitive de segmentation suivante :

- grouper les points de même singularité pour obtenir les ensembles iso-α E_α,
- calculer $f(\alpha)$,
- si $f(\alpha) \simeq 2$, on classe le point comme appartenant à une région homogène,
- si $f(\alpha) \simeq 1$, on classe le point comme appartenant à un contour régulier,
- si $f(\alpha)$ est entre 1 et 2, on classe le point comme appartenant à un contour irrégulier,
- etc …

On peut effectuer de même, sur la base des informations fournies par le spectre multifractal, du débruitage et de la détection de changement dans des séquences d'images.

4.4 Cours financiers

Participants : Lotfi Belkacem, Jacques Lévy Véhel, Moustapha N'Doye.

En collaboration avec Christian Walter (Coopers & Lybrand).
Mots clés : analyse financière, gestion de portefeuilles, mBm, processus alpha–stable.

Résumé : *L'analyse de cours financiers révèle que ceux-ci présentent des caractéristiques fractales comme la mémoire longue ou la variance infinie. Nous en étudions les conséquences par exemple sur la gestion de portefeuilles.*

Les buts que se fixe notre étude sont les suivants :

1. Modéliser les cours d'actifs financiers.

2. Modéliser les cours d'options.

3. Effectuer la gestion de portefeuilles.

La théorie financière classique s'appuie sur un cadre statistique bien défini, dans lequel trois hypothèses sont faites sur les variations successives des prix des actifs :

H1 - Stationnarité des accroissements du processus aléatoire régissant l'évolution temporelle des rendements.

H2 - Indépendance des accroissements du processus considéré.

H3 - Existence du moment d'ordre 2 des lois marginales du processus.

Le modèle induit par ces hypothèses est celui du mouvement Brownien.
Ce qui motive l'introduction d'une approche fractale est que l'observation de la réalité des marchés financiers montre que les hypothèses H2 et H3 ne sont pas vérifiées en général, ce qui conduit naturellement à utiliser des généralisations du mouvement Brownien. On peut envisager deux extensions dans le cadre fractal :

- une corrélation des accroissements : on utilise cette fois des mouvements Browniens fractionnaires,

- une variance infinie des accroissements (sauts de discontinuité) : on considère alors des processus α-stables.

En particulier, la plupart des tests d'ajustement à la loi normale que nous avons effectués sont rejetés, principalement à cause du phénomène de leptokurticité, qui se traduit par l'existence de grandes variations des rentabilités. Au contraire, les tests d'adéquation à des lois α-stables semblent indiquer que ces dernières fournissent dans certains cas une modélisation acceptable. Cela a des conséquences importantes en pratique : en particulier, si la variance est infinie, la notion de risque, utilisée par exemple en gestion de portefeuilles, doit être redéfinie [3, 4, 31].

5 Logiciels

5.1 Arthur/Excalibur

Arthur est un logiciel de segmentation d'images fondé sur l'analyse texturelle. Il est adapté au traitement d'images satellitaires, radar, échographique, c'est-à-dire à chaque fois qu'une information importante réside dans les textures présentes dans la scène. Arthur offre la possibilité de calculer un grand nombre d'attributs texturels (plus de 1 000), fondés, entre autres, sur des critères statistiques, des analyses en ondelettes et fractales. Il extrait ensuite, via diverses méthodes d'analyse de données et en fonction des textures d'apprentissage, un petit nombre de paramètres discriminants ainsi que des règles de segmentation, qui seront utilisées par Excalibur. Excalibur incorpore de plus divers outils permettant de raffiner les segmentations obtenues.

Ces deux logiciels fonctionnent sur stations UNIX et possèdent une interface graphique élaborée. Plusieurs sociétés industrielles les utilisent ou les ont utilisées (Matra, Dassault, Alcatel), ainsi que des laboratoires de recherches en France.

5.2 XAlpha

XAlpha est un logiciel de segmentation d'images en contours fondé sur une analyse multifractale. Il offre plusieurs choix de mesures d'analyse permettant de s'intéresser à différentes caractéristiques dans une image et incorpore une interface graphique. Il fonctionne sur station UNIX.

5.3 FRACLAB

Participants : Lotfi Belkacem, Christophe Canus, Khalid Daoudi, Bertrand Guiheneuf, Benoît Leblanc, Jacques Lévy Véhel, Jon Weil.

Fraclab est une boîte à outils d'analyse fractale orientée vers le traitement des signaux 1–D et 2–D. Fraclab offre un large éventail de techniques fondées sur des développements récents en analyse fractale et multifractale, théorie des IFS, théorie des processus aléatoires fractals et analyse en ondelettes.

Fraclab offre deux voies pour l'analyse d'un signal : soit l'on est spécifiquement intéressé par ses propriétés fractales, et il est alors possible de déterminer diverses dimensions, régularités locales ou spectres multifractals. Soit on désire plutôt effectuer une tâche classique en traitement du signal : débruitage, modélisation, segmentation ou estimation, et ces traitements sont applicables avec les techniques fractales disponibles dans Fraclab.

Les routines Fraclab sont essentiellement développées en langage C et interfacées avec les logiciels de programmation scientifique Matlab (version 5.0) et Scilab (développé et diffusé gratuitement par le projet META2 à l'Inria). Fraclab est développé sur les environnements Unix, Linux et Windows sous PC. Une interface graphique en rend l'utilisation aisée.

Fraclab peut être téléchargé gratuitement (codes sources et exécutables) à l'adresse ftp suivante : `ftp.inria.fr`. Une page internet dédiée à Fraclab se trouve à l'adresse
`http://www-rocq.inria.fr/fractales/Software/FRACLAB/`

Environ deux cents laboratoires dans le monde se sont déclarés intéressés par cette boîte à outils, et quelques dizaines l'utilisent régulièrement.

5.4 ALGON : boîte à outils d'optimisation par algorithmes génétiques

Participants : Benoît Leblanc, Evelyne Lutton, Frédéric Raynal.

Mots clés : algorithme génétique, optimisation stochastique.

ALGON est une boîte à outils d'"Algorithmes Génétiques" : un ensemble de fonctions et de procédures écrites en langage C destinées à être utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation par algorithme génétique.

Ses caractéristiques essentielles sont :

- un alphabet de codage de taille quelconque,
- une représentation des solutions par des chaînes de caractères (chromosomes) de taille variable,
- un nombre quelconque de chromosomes par individu,
- différents choix pour la méthode de sélection, le croisement, la mutation, le sharing, la politique de survie,
- une interface graphique interactive sous Tixwish permettant des choix interactifs de paramètres et de méthodes ainsi qu'un suivi graphique de la progression de l'algorithme.

Bien sûr, des fonctions relatives au problème restent à programmer pour chaque application. Principalement, il reste à définir :

- un codage pour représenter une solution potentielle.
- une fonction de "fitness" à maximiser.

A partir de ces indications, un exécutable peut être construit. Il fournit des informations, via un fichier spécifique, exploitables par le script d'interface graphique Tixwish associé.

Ce logiciel est distribué en libre accès à partir de la page WEB du projet.

5.5 EASEA : langage de specification d'algorithmes évolutionnaires

Participants : Pierre Collet, Evelyne Lutton.

En collaboration avec Marc Schoenauer et Jacques Guignot (CMAPX), et Jean Louchet (ENSTA), dans le cadre de l'ARC EVO-Lab.

Mots clés : algorithmes évolutionnaires, optimisation stochastique.

Un des buts de l'action coopérative EVO-Lab au sein du projet européen EVO-NET est de faciliter l'accès aux algorithmes évolutionnaires en essayant d'offrir aux utilisateurs dont l'informatique n'est pas la spécialité les moyens de concevoir et réaliser des programmes basés sur des algorithmes évolutionnaires.

EVO-Lab propose d'offrir à l'utilisateur novice :

- une interface graphique simple pour lui permettre de spécifier avec une souris les caractéristiques de algorithme évolutionnaire qu'il souhaite implémenter,
- la possibilité d'écrire sa propre fonction d'évaluation dans le langage de son choix.

Pour passer de la représentation graphique au programme exécutable correspondant, l'application EVO-Lab produit un code source intermédiaire dans un nouveau langage spécialisé dans l'écriture d'algorithmes évolutionnaires appelé EASEA (pour EAsy Specification of Evolutionary Algortithms)

Le type de langage auquel EASEA s'apparente le plus est un langage dit de 4$^{\text{ème}}$ génération : son but est de simplifier la vie de l'utilisateur en fournissant (à l'opposé de C, par exemple) un certain nombre de primitives très complexes. L'utilisation d'un tel langage permet alors de résumer en quelques dizaines de lignes un programme qui en aurait nécessité plusieurs centaines dans un langage non spécialisé.

Concrètement, le source écrit par l'utilisateur (ou par une interface graphique) est traduit par EASEA en un programme source C++ utilisant les primitives d'une boîte à outils évolutionnaire. Ce programme source est ensuite compilé avec un compilateur C++ et les librairies de la boîte à outils. Le résultat est un exécutable implémentant l'algorithme évolutionnaire spécifié par l'utilisateur.

Un prototype du langage EASEA est actuellement opérationnel et sera bientôt disponible sur le site WEB de l'ARC.

5.6 Site WEB

Le site WEB du projet, qui propose démonstrations, publications et logiciels, enregistre quotidiennement une grande quantité de connexions et est source de nombreux contacts avec des instituts étrangers.

Depuis sa mise en service il y a 4 ans, le nombre moyen de connexions (pages consultées) hebdomadaires est passé de 2 000 à 13 000. Le site FRACTALES pointe aussi sur les sites des ARC auxquelles participe le projet :

- EVO-Lab
- EPSILON
- MATHFI

6 Résultats nouveaux

6.1 Horizon de surfaces browniennes fractionnaires

Participant : Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec Kenneth Falconer (University of St. Andrews).

Nous considérons un champ brownien fractionnaire isotrope en 2 dimension. Un tel processus est complètement caractérisé par sa fonction d'autocovariance qui vaut $E(X_t X_s) = (||t||^{2H} + ||s||^{2H} - ||t-s||^{2H})$ où $||.||$ est la norme euclidienne dans $\mathbb{R}^2$ et H est un réel de $]0,1[$. Il est classique que, presque sûrement, la dimension de Haussdorff d'un tel champ est $3-H$ alors que l'exposant de Hölder en tout point vaut H. Nous nous sommes posé le problème de savoir si l'horizon d'une surface Brownienne fractionnaire définie sur $[0,1] \times [0,1]$, obtenu en regardant le supremum dans une direction donnée, héritait naturellement de ces propriétés, i.e. si sa dimension est $2-H$ et son exposant H. Ce résultat est connu pour $H = \frac{1}{2}$, et nous avons démontré qu'en général il était équivalent à la "conjecture du maximum", qui décrit le comportement d'un fBm monodimensionnel autour de son maximum. Nous avons effectué un grand nombre de tests numériques avec FRACLAB, qui confirment tous la véracité de cette conjecture.

6.2 Analyse de la régularité à l'aide de distributions bilinéaires d'énergie

Résumé : *La transformation en ondelettes est un outil très utilisé pour déterminer la régularité des signaux. Toutefois, le scalogramme, c'est-à-dire le module carré de la transformation en ondelette, n'est qu'un cas particulier de distributions d'énergie. Ces distributions offrent parfois des propriétés que le scalogramme ne possède pas. Les résultats d'estimation de régularité à l'aide du scalogramme ont donc été généralisés à une large classe de distributions d'énergie.*

Participant : Bertrand Guiheneuf.

En collaboration avec Patrick Flandrin (ENS Lyon).

Mots clés : Exposant de Hölder, Singularités oscillantes, Transformée en ondelettes, Analyse temps-fréquence.

La méthode d'estimation des exposants 2-microlocaux mise au point par le projet met clairement l'accent sur l'importance de la détermination des lois de modulations fréquentielles hyperboliques au sein des signaux.

Ce dernier point semblait suggérer l'utilisation de méthodes temps-fréquence mieux adaptées à ce type d'études. Ces transformations bilinéaires, dont le module carré de la transformée en ondelettes n'est qu'un cas particulier, offrent un cadre très souple pour l'étude des signaux. Chaque distribution possède des propriétés particulières. Il s'agit parfois d'une très bonne acuité dans l'espace des temps ou des fréquences, mais certaines de ces distributions possèdent également des propriété de covariance. Dans le cas de notre étude, celle qui s'est avérée essentielle est la propriété de covariance affine. Celle ci assure que la dilatation d'un signal provoque une simple translation selon l'axe des fréquences de la distribution bilinéaire associée. C'est, avec la localisation temporelle, une des propriété qui offre à la transformée en ondelettes la capacité à estimer les lois d'échelle et en particulier les exposants de Hölder.

Une généralisation du théorème de Jaffard à une large classe de distributions temps-fréquence affines a donc été démontrée. Ce nouveau résultat indique qu'en lieu et place d'une transformée ondelette, il est tout à fait possible d'utiliser des distributions d'énergie bilinéaires affine afin de déterminer la régularité des signaux.

Cela ouvre de nombreuses perspectives du point de vue numérique dans la mesure où il est désormais possible d'adapter la méthode d'analyse aux caractéristiques particulières du problème.

6.3 Echantillonnage de signaux fractals

Participants : Antoine Ayache, Stéphane Lafon, Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec Christian Houdré (Georgia Institute of Technology) et Jacques Peyrière (Université de Paris-Sud).

Résumé : *Un résultat fondamental en traitement du signal est le théorème d'échantillonnage de Shannon. Celui-ci implique qu'il faut sévèrement filtrer un signal fractal avant de l'échantillonner. La perte ainsi occasionnée est parfois préjudiciable aux traitements ultérieurs, et nous proposons des façons de contourner partiellement ce problème.*

Le théorème d'échantillonnage de Shannon indique que la fréquence d'échantillonnage d'un signal X doit être au moins le double de sa fréquence maximale pour permettre une reconstruction exacte et éviter des phénomènes de repliement de spectre de Fourier. Pour un signal fractal, qui n'est jamais à bande limitée, cela implique qu'il faut effectuer un filtrage passe-bas avant d'échantillonner. On perd cependant des informations qui sont essentielles pour la mesure par exemple de l'exposant de Hölder du signal en un point donné. Une première solution consiste à changer la méthode d'échantillonnage. On peut par exemple effectuer une distorsion fréquentielle du signal X, en considérant la suite de transformations suivantes :

$$X(t) \xrightarrow{TF} \hat{X}(f) \longrightarrow \hat{Z}(\mu(f)) \xrightarrow{TF^1} Z(t)$$

où TF désigne la transformée de Fourier, TF^{-1} son inverse, et μ une fonction C^∞ bijective de $\mathbb{R}$ dans $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$. Z est à bande limitée, on peut donc l'échantillonner, et le problème revient à savoir quand est-ce que l'on peut reconstruire X à partir de Z. Nous avons proposé plusieurs caractérisations de l'espace des signaux X représentables de cette sorte.

Une deuxième voie consiste à admettre une perte à l'échantillonnage (sans filtrage préalable), mais à adapter celui-ci de façon à minimiser une certaine erreur. Nous nous sommes placés dans le cadre suivant : on suppose que X est un processus dont on désire estimer un paramètre de la loi. On cherche alors les instants "optimaux" d'échantillonnage sur un intervalle borné, c'est-à-dire ceux qui vont minimiser la borne de Cramer-Rao relative à l'estimation du paramètre d'intérêt. On obtiendra ainsi une règle pour le choix des instants d'échantillonnage qui est optimale indépendamment des détails de la méthode d'estimation. Nous avons résolu ce problème dans le cas où X est soit un processus de Markov, soit un processus Gaussien.

6.4 Etude du Mouvement Brownien Multifractionnaire Généralisé

Mots clés : mouvement brownien multifractionnaire, processus localement autosimilaire.

Participants : Antoine Ayache, Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec Serge Cohen (Université de Versailles-St-Quentin en Yvelines).

Résumé : *Le Mouvement Brownien Multifractionnaire (MBM) est un processus gaussien continu qui généralise le célèbre Mouvement Brownien Fractionnaire de Mandelbrot et Van Ness. La régularité du MBM peut être prescrite mais elle doit varier continûment : lorque $H(t)$ est une fonction Hölderienne à valeurs dans $[a,b] \subset]0,1[$, on peut construire un MBM dont l'exposant de régularité ponctuel en tout point t_0 est égal à $H(t_0)$ (p.s.). Nous avons défini le MBM Généralisé (MBMG). Il s'agit d'un processus gaussien continu, qui étend le MBM, dont la régularité peut être prescrite de façon à varier brusquement.*

Le Mouvement Brownien Multifractionnaire Généralisé (MBMG) est le processus gaussien centré et continu défini par

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{D_n} \frac{e^{it\xi} - 1}{|\xi|^{H_n(t)+1/2}} dW(\xi), \qquad (1)$$

où

- $D_0 = \{\xi,\ |\xi| < 1\}$ et $D_n = \{\xi,\ \lambda^{n-1} < |\xi| < \lambda^n\}$ pour $n \geq 1$ (le réel $\lambda > 1$ étant fixé).

- $(H_n(t))$ est une suite de fonctions Hölderiennes à valeurs dans $[a,b] \subset]0,1[$ vérifiant certaines conditions techniques.

En tout point t_0 l'exposant de régularité ponctuel du MBMG est $\liminf_{n \longrightarrow \infty} H_n(t_0)$, et peut donc varier de manière très irrégulière : ainsi la fonction qui vaut a sur l'ensemble de Cantor et b ailleurs est admissible.

Nous avons démontré les résultats suivants.

- En tout point t_0 l'exposant de Hölder local du MBMG coïncide avec son exposant de Hölder ponctuel.

- Si G est le graphe du MBMG sur un intervalle $[\alpha,\beta]$, et si $\overline{\dim_B G}$ et $\dim_H G$ sont respectivement sa dimension de boîtes supérieure et sa dimension de Hausdorff on a $\overline{\dim_B G} \leq 2 - inf_{t \in [\alpha,\beta]} H(t)$ et $\dim_H G = 2 - essinf_{t \in [\alpha,\beta]} H(t)$.

Nous avons obtenu la formule de la covariance du mBm standard, qui est de la forme :

$$E(X(t)X(s)) = C(t,s)(|t|^{H_t+H_s} + |s|^{H_t+H_s} - |s-t|^{H_t+H_s})$$

où C est une fonction à valeurs dans un intervalle $[a,b], 0 < a < b < +\infty$. Cela nous a permis en particulier de prouver que les accroissements du mBm sont "génériquement" à dépendance longue dès que H_t n'est pas constante [37].

Nous envisageons maintenant de trouver des Théorèmes limites (ces thèorèmes jouent un rôle essentiel en statistique parce qu'il permettent de construire des tests) et de poursuivre l'étude des propriétés fractales du MBMG.

6.5 Processus Fractals, Intégration stochastique et instruments Financiers

Mots clés : mouvement brownien multifractionnaire, intégrale stochastique, marché financier, volatilité.

Participants : Jacques Lévy Véhel, Moustapha Ndoye.

En collaboration avec Agnès Sulem (INRIA Rocquencourt) dans le cadre de l'ARC MathFi.

Résumé : *L'intégrale stochastique constitue le fondement mathématique des modèles des instruments financiers. L'hypothèse du mouvement brownien standard habituellement faite n'est pas en général empiriquement vérifiée sur les marchés en particulier à cause de l'existence de corrélations fortes. Le mouvement brownien multifractionnaire, qui généralise le mouvement brownien fractionnaire, est un bon candidat pour une modélisation plus fine. Nous étudions l'intégrale stochastique par rapport au mbm, et son application aux instruments financiers.*

La théorie de l'évaluation des instruments financiers et de leur volatilité (risque) fondée sur l'intégrale stochastique est bien développée dans le cas où les cours sont modélisés par une diffusion brownienne standard. Cependant la structure fractale du marché financier, qui a été mise en évidence dans de nombreux travaux, nécessite l'utilisation de processus ayant en particulier des accroissements corrélés et non stationnaires. Le mouvement brownien multifractionnaire, qui permet un contrôle en chaque point de l'exposant de Hölder, est un candidat possible pour modéliser les cours. Cependant, le mbm n'est pas une semi-martingale, et on ne peut lui appliquer l'intégrale stochastique classique d'Itô.

Nous avons donc introduit une intégrale stochastique par rapport au mbm au sens de la variation quadratique et au sens de la théorie de Bichteler. Après avoir étudié les propriétés de continuité de l'intégrale indéfinie, nous avons établi l'inégalité maximale :

Pour toute fonction Φ mesurable bornée sur $[0,T]$ et pour tout p ,$0 < p < \infty$,on a :

$$E\left[sup_{0\leq t\leq T}\left|\int_0^t \Phi\left(s\right)d\mathcal{B}_s^{\mathcal{H}(s)}\right|^p\right] \leq C\left(p\right)\left\|\Phi\right\|_\infty$$

où $\mathcal{B}_s^{\mathcal{H}(s)}$ désigne un mBm de fonction de Hölder $\mathcal{H}(s)$.

Le but que se fixe maintenant notre étude est de :

1. modéliser certains cours financiers et la volatilité correspondante, suivant deux modèles : a)le modèle de Black-Scholes généralisé :

$$dS_t(r) = S_t(r)\left(rdt + dB_t^{\mathcal{H}(t)}\right)$$

b) le modèle à volatilité stochastique multifractionnaire :

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu\left(t, S(t)\right)dt + \sigma(t)d\mathcal{B}(t) \quad (2)$$

$$d\left(\log\sigma(t)\right) = k\left(\theta - \log\sigma(t)\right)dt + \gamma(t)d\mathcal{B}^{\mathcal{H}(t)}(t) \quad (3)$$

2. Évaluer les prix des options et faire la gestion de portefeuille

6.6 Évaluation et couverture des risques extrêmes en finance

Participant : Lotfi Belkacem.

En collaboration avec Hugues Aubry.

Nous avons commencé par mettre en évidence la structure fractale de certains marchés financiers développés et émergents au travers de tests d'autosimilarité et de stabilité. Ces tests nous permettent de modéliser les variations de prix par des distributions α-stables. A partir de cette hypothèse nous avons montré qu'au travers de l'étude de comportement des valeurs extrêmes, des nouvelles mesure du risque peuvent pallier à la fois l'absence du moment d'ordre 2 et l'insuffisance du concept de VaR (la somme d'argent que l'on peut perdre sur un horizon de temps donné et un intervalle de confiance fixé). Une telle mesure est l'ampleur des pertes qu'on peut réaliser au delà de la VaR ([1, 35]). En second lieu, nous avons mis en place, au travers d'une approche dissymétrique du risque de marché, un modèle d'évaluation et de couverture des pertes extrêmes. Pour cela, nous avons montré que l'excès de perte au-delà d'un seuil u peut être modélisé par une loi de Weibull. Après avoir testé la stabilité de notre modèle, nous définissons une prime de risque par

$$ERP = \mathbf{P}(|Z| > u) \cdot \mathbf{E}((|Z| - u)/|Z| > u)$$

où Z est une variable aléatoire qui correspond au taux de rentabilité journalier minimum observé sur un horizon de cotation H. Z est définie par :

$$Z_i = \min\left(X_{(i-1)H+1}, ..., X_{iH}\right) \qquad i = 1, 2, ..., [\frac{n}{H}]$$

avec $X_1, X_2, \ldots, X_n$ correspondant aux taux de rentabilité journalières d'un actif observé sur 1,2, ... , n jours. *ERP* peut être assimilé à la somme d'argent qu'on met de côté pour couvrir les pertes qui excèdent le niveau u sur un horizon d'investissement H ([36]).

L'utilisation de la prime du type *ERP* dans un contexte de couverture des risques extrêmes sur les marchés financiers peut être assimilée à une opération d'achat d'une option europénne de vente de type "lookbak" avec un prix d'exercice fixé en terme de rentabilité comme la perte maximale acceptée par le gestionnaire de portefeuille. La fonction de gain sera donc donnée par :

$$PLPu = \max\left(u - |Z_H|, 0\right)$$

où Z_H désigne la perte la pire sur un horizon d'investissement H. Enfin, nous avons monté au travers d'une étude empirique ([35]) que *ERP* évolue selon une loi d'échelle de type :

$$ERP_H = ERP_1 \cdot H^{\frac{1}{\alpha}}$$

6.7 Modélisation fine du trafic Internet

Participant : Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec D. Koffman (ENST) et P. Nain (INRIA Sophia).

Dans le cadre de l'ARC Epsilon, un réseau de 8 PC a éte mis en place, sur lequel on dispose d'un contrôle complet. Grâce au logiciel WAGON développé dans le projet MISTRAL, on peut générer un trafic prescrit dans le réseau. Nous avons défini une série d'expériences qui vont nous permettre de comprendre quelles sont les conditions qui donnent naissance à la fractalité du trafic, aussi bien en terme de longue dépendance que de multifractalité. L'objectif est ensuite de contrôler ces caractéristiques fractales.

6.8 Débruitage multifractal de signaux

Participants : Julien Bourgeois, Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec Christian Houdré (Georgia Institute of Technology).

Nous avons résolu le problème suivant : à partir d'un signal échantillonné $X = X_1, \ \dots \ X_n$, dont la régularité estimée par régression des coefficients d'ondelettes est $\alpha = \alpha_1, \ \dots \ \alpha_n$, trouver le signal Y "débruité" dans le sens suivant : Y est le signal (discret) dont la régularité estimée est prescrite et égale à $\beta = \alpha + \delta$, où δ est connu, et qui est le plus proche de X au sens de L^2.

La solution consiste à manipuler de façon globale les coefficients d'ondelettes de X. Nous avons implémenté la méthode en 1D et 2D. La figure 1 montre un exemple de débruitage sur une image radar, pour laquelle notre algorithme semble surpasser la plupart des techniques classiques.

6.9 Watermarking fractal : étude de faisabilite d'un schéma fondé sur l'emploi de spectres multifractals

Mots clés : watermarking, spectres multifractals.

Participants : Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, Frédéric Raynal.

En collaboration avec Pascale Charpin, Daniel Augot, Matthieu Brunet (projet Codes), et Marie-Francoise Lucas, Anne Manoury (IRCYN).

Glossaire :

Watermarking technique de marquage de données électroniques ayant pour but la protection des droits de propriété de ces données

Résumé : *Nous avons réalisé une étude sur l'utilisation des spectres multifractals en tant qu'outil pour le marquage d'images. Pour l'instant, nous recherchons les caractéristiques de ces spectres susceptibles d'être modifiées tout en garantissant les propriétés nécessaires pour ce problème (robustesse, invisibilité, ...).*

Des études précédentes ont mis en évidence les faiblesses des méthodes de marquages fondées sur les techniques de compression ou sur un découpage spatial de l'image. En effet, pour les techniques fondées sur la compression une "meilleure compression" (au sens du taux) suffit à effacer le marquage. Dans le cas des techniques partitionnant l'image dans le domaine spatial, une légère modification géométrique (translation de quelques lignes, rotation d'angle très faible,

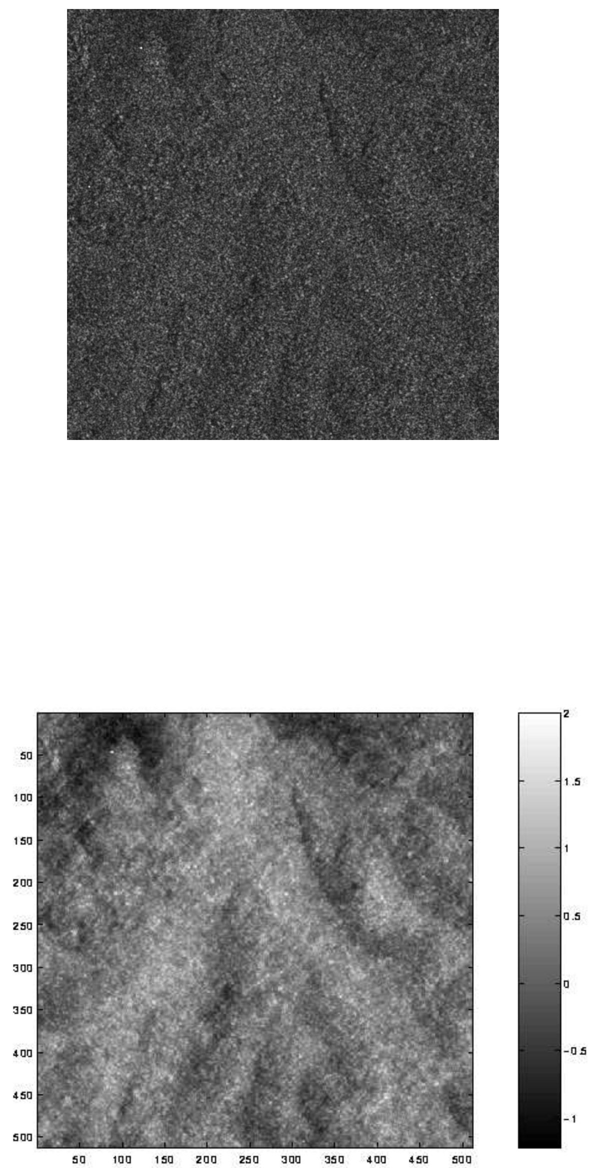

FIG. 1: *Image radar originale (courtoisie ORSTOM) et image débruitée par la méthode multifractale.*

...) de l'image suffit à perturber grandement la détection de la marque. Ces considérations nous ont poussé à étudier une nouvelle approche fondée sur l'emploi de spectres multifractals.

Suite à des études menées au projet, nous savons qu'il est possible de modifier l'irrégularité locale de certains ensembles de points de façon à changer l'apparence des spectres multifractals associés à l'image. Cette approche présente de nombreux intérêts. Tout d'abord, la marque est théoriquement répartie spatialement dans toute l'image. De plus, on peut contrôler les zones de fréquences sur lesquelles on agit (basses fréquences / hautes fréquences, zones régulières / irrégulières).

Les premiers tests mis en place nous ont permis de déterminer les caractéristiques importantes des spectres mais aussi la nature de la mesure de référence. En effet, si celle-ci est trop aléatoire, les paramètres mesurés seront identiques pour toutes les images et la distinction entre plusieurs marques deviendra très difficile.

6.10 Watermarking à base d'ondelettes

Participants : Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, Anne Manoury.

Mots clés : Watermarking, Paquet d'ondelettes.

Nous avons mis au point une nouvelle technique de watermarking fondée sur une perturbation de la décomposition en paquets d'ondelettes de l'image. Le principe de la méthode est d'implanter la marque de copyright de façon virtuelle dans une sous base de l'image hôte, cette sous base dépendant d'une clé privée. La détection du watermark par son propriétaire est immédiate et ne nécessite pas la présence de l'image originale [33].

6.11 Indexation de séquences d'images par la reconnaissance de textures

Participants : Bertrand Guiheneuf, Jacques Lévy Véhel.

En collaboration avec le CNET.

Mots clés : Indexation, Bases de données d'images, Recherche par le contenu, Reconnaissance de textures.

Résumé : *Les textures sont des composantes essentielles de la description sémantique des images naturelles. Profitant de l'expérience acquise lors du développement du logiciel Arthur, nous avons mis au point des méthodes permettant de rechercher rapidement des zones appartenant à une classe de textures, spécifiée par l'utilisateur, dans une base de données d'images.*

Sumitsui est un logiciel d'indexation et de recherche de séquences video mis au point avec la collaboration du CNET. Poursuivant les travaux effectués dans le cadre du développement du logiciel Arthur, nous avons élaboré des méthodes permettant la recherche de zones texturées dans des bases de données de séquences d'images. En pratique, chaque image des séquences est partitionnée en zones sur lesquelles sont calculées des attributs de régions (Matrice de cooccurence, atomes temps-fréquence, paramètres fractals) d'une part et de régions 3D d'autre part.

Ces derniers attributs ont fait l'objet de nos plus récents développements sur ce logiciel. Ils permettent de distinguer des textures autrement indifférentiables. Dans une image de bord de mer, par exemple, il est souvent très difficile de distinguer la surface de l'eau du ciel alors que l'œil les distingue très nettement dans une séquence vidéo. Cela vient évidemment du mouvement caractéristique de l'eau par rapport a l'imobilité du ciel. Des paramètres fractals 3D (2D plus le temps) permettent de prendre en compte cette “irrégularité temporelle”.

L'architecture logicielle de Sumitsui a été entièrement reconçue de façon à permettre une prise en compte plus facile des paramètres temporels ainsi que d'attributs de couleur. L'ensemble des attributs calculés forment ce que l'on appelle les index de zones. Leur diversité permet de mettre en évidence les caractéristiques particulières d'une texture par rapport à l'ensemble des textures présentes dans la base.

Quand l'utilisateur pointe une région, on évalue les attributs sur celle ci et on les compare aux valeurs statistiques des index calculés sur l'ensemble des images de la base. Pour rendre la recherche plus robuste, on attribue ainsi des notes aux différents attributs. Une distance inter-index, pondérée par les notes obtenues par les differents attributs, fournit une liste ordonnée d'images de la base classée par degré de ressemblance.

L'addition des paramètres prenant en compte la couleur d'une part, et le comportement temporel d'autre part ont rendu l'algorithme de recherche assez efficace. Sumitsui donne en général de bons résultats sur les séquences que nous avons testées.

6.12 Génération interactive d'attracteurs d'IFS par programmation génétique

Mots clés : programmation génétique, IFS, génération interactive d'images.

Participants : Evelyne Lutton, Frédéric Raynal, José Rodriguez Ruibal.

Résumé : *Cette étude a pour but de produire un logiciel de génération interactive d'attracteurs d'IFS 2D en language JAVA, en regroupant de façon conviviale un certain nombre de techniques de manipulation d'attracteurs d'IFS développées au sein du projet FRACTALES. Le noyau de la méthode repose sur l'emploi d'une technique de programmation génétique.*

Le logiciel est fondé sur l'emploi d'un algorithme d'optimisation stochastique (programmation génétique), qui vise à optimiser une fonction de fitness donnée interactivement par l'utilisateur et qui reflète son appréciation des images d'attracteurs d'IFS 2D qui lui sont présentées. Cette approche permet de guider une recherche aléatoire dans l'espace extrêmement vaste des formes d'attracteurs d'IFS possibles, de façon à optimiser la “satisfaction” de l'utilisateur.

L'originalité de notre approche réside essentiellement dans le fait que nous manipulons des structures “fractales” : des IFS affines, mixtes ou polaires [34] représentées par des arbres de tailles variables. Notre ambition est d'offrir, en plus de l'exploration interactive aléatoire de l'espace de ces formes, un certain nombre de fonctionnalités comme le déplacement interactif des points fixes des IFS, le recadrage des images, et la gestion de la table de couleurs.

Un prototype (programmé en JAVA et en C) est actuellement opérationnel et est expérimenté pour créer des images fractales dans le cadre d'une campagne de publicité pour les bijoux Cartier.

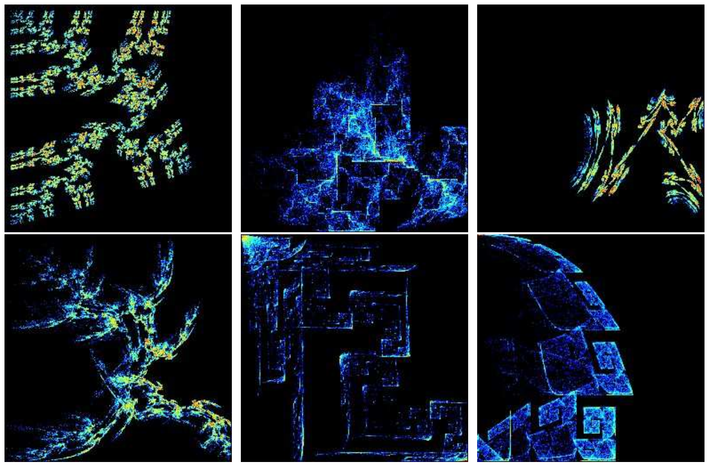

FIG. 2: *Quelques exemples d'images (attracteurs d'IFS mixtes) générés par programmation génétique interactive.*

6.13 Résolution du problème inverse pour les IFS polaires

Mots clés : programmation génétique, IFS polaires, problème inverse.

Participants : Laurent Balagué, Evelyne Lutton, Frédéric Raynal, Pierre Collet.

En collaboration avec Marc Schoenauer (CMAPX).

Résumé : *Nous avons continué à expérimenter de nouvelles stratégies de résolution du problème inverse pour les IFS. L'étude a porté sur l'emploi d'un modèle polaire pour le codage des fonctions et sur l'emploi d'une stratégie dite "individuelle" de programmation génétique, qui donnent de bons résultats.*

Lorsque l'on s'intéresse aux IFS (systèmes de fonctions itérées) non affines, la résolution du problème inverse (c'est-à-dire trouver l'IFS dont l'attracteur approxime au mieux une forme bidimensionnelle donnée) devient un problème très complexe. Ce problème a déjà été résolu en partie à l'aide de stratégies de programmation génétique, fondées sur une représentation des fonctions sous forme d'arbres. La principale difficulté de cette approche étant la gestion efficace des contraintes de contractance sur les fonctions, nous avons étudié l'emploi d'une représentation polaire des IFS non affines, centrée sur le point fixe de chaque fonction. Cette représentation a deux avantages principaux :

1. une contrainte simple sur la définition de la composante radiale, de chaque fonction assure sa convergence vers un point fixe (le point central de sa representation polaire),

2. l'accès au point fixe de chaque fonction est direct (il n'est plus nécessaire de l'estimer comme dans l'approche en coordonnées cartésiennes).

Nous avons en outre étudié sur ce problème une stratégie originale de programmation génétique, fondée sur une exploitation plus "économique" des stratégies évolutionnaires : l'approche "individuelle", où chaque individu de la population représente une seule fonction (au lieu d'un IFS complet). La solution au problème étant fournie par un ensemble d'individus de la population finale, des résultats sont obtenus de façon plus rapide et plus efficace que dans la version classique où tous les individus de la population finale sauf un (le meilleur) sont écartés, [38, 32].

6.14 Analyse du comportement de convergence d'un modèle markovien d'algorithme génétique

Mots clés : analyse markovienne, algorithme génétique, temps de convergence.

Participants : Yann Landrin-Schweitzer, Evelyne Lutton.

Résumé : *Cette étude vise à exploiter certains résultats d'analyse stochastique sur un modèle simplifié d'algorithme génétique. Elle se focalise en particulier sur les performances de ces algorithmes, élément déterminant de leur emploi sur des problèmes réels.*

Ce qui nous intéresse ici, plus que la question même de la convergence, est celle des vitesses de convergence. En particulier, la notion de temps de séjour dans un domaine (nombre d'itérations pendant lesquelles la population se trouve dans un ensemble donné) est centrale. Une notion faible de convergence résultera de l'existence d'une borne supérieure du temps de séjour dans un ensemble de points non minimaux.

Nous cherchons à optimiser une fonction objectif h, définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs positives. Si d est la taille de population, l'algorithme génétique est un opérateur de $\mathbb{R}^d$ dans lui-même, dont nous espérons que, pour toute valeur de la population initiale, son application un grand nombre de fois converge vers un vecteur de $\mathbb{R}^d$ contenant les minima de h.

Nous modélisons cet algorithme sous la forme d'un processus de Markov $\{X_t\}_{t\in T}$ représentant la population X_t à chaque instant t. Si $\mathbb{P}(X_t \in \Gamma) = \int_\Gamma p(t,x)dx$, la densité p vérifie $p(0,x) = q(x)$ densité de la population initiale, et $p(t+1,x) = \int_{\mathbb{R}^d} p(t,u)\phi_t(u,x)du$, où ϕ_t est la fonction de passage à l'instant t.

Pour des raisons de simplicité du modèle, nous n'avons pour l'instant étudié qu'une évolution par mutations (chaque individu de la population est remplacé par un unique descendant obtenu par perturbation aléatoire dont la distribution de probabilité a une forme fixée).

En utilisant les outils mathématiques développé par Friedlin et Wentzell pour l'analyse des perturbations stochastiques des systèmes dynamiques, nous avons obtenu une borne sur les "temps de séjour".

Pour une zone D, on définit la quantité $\theta(D) = \sum_{t=0}^{\infty} \mathbb{1}_D(X_t)$, et on a $\mathbb{P}(\theta(D) > l) \leq \frac{1}{l}T(D)$, où $T(D) = \sum_{t=0}^{\infty} \mathbb{P}(X_t \in D)$. Nous avons établi que : $T(D) \leq \sum_{t=0}^{\infty} 2.d.e^{-\lambda(t) \inf_D \mathcal{L}H(x)}$. λ et

H sont des quantités définies à partir des moments exponentiels de la densité p (les $H^t(\alpha) = \int_{\mathbb{R}^d} e^{<\alpha,u>} p(t,u)du$ avec $H(\alpha) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{\lambda(t)} H^t(\lambda(t)\alpha)$).

L'utilisation pratique de ce résultat est encore assez délicate : faute d'être en mesure de fournir une formule explicite de λ dans le cas général, il est nécessaire de traiter ce problème au cas par cas, en prenant en compte la forme exacte utilisée pour le processus de mutation et les caractéristiques de la fonction à optimiser h. L'analyse de l'intervention de la régularité de h dans les valeurs de λ nous semble une bonne piste.

6.15 Simulations moléculaires de Monte Carlo : amélioration de l'efficacité statistique de l'échantillonnage grâce aux algorithmes d'évolution artificielle

Mots clés : simulation moléculaire, simulation de Monte Carlo, évolution artificielle.

Participants : Benoît Leblanc, Evelyne Lutton.

En collaboration avec l'IFP, Groupe IA/Statistique (Bertrand Braunschweig) et Groupe Modélisation Moléculaire (Hervé Toulhoat), dans le cadre d'une convention CIFRE.

Glossaire :

Simulation moléculaire simulation du comportement d'un ensemble de particules en interaction représentant un système physico-chimique.

Simulation de Monte Carlo Echantillonnage aléatoire de l'espace des configurations d'un système thermodynamique fondé sur la contruction d'une chaine de Markov ayant pour distribution limite la distribution appropriée pour le système considéré.

Résumé : *Le but de ce travail est l'amélioration des méthodes de simulations moléculaires de type Monte Carlo pour le cas particulier de certains systèmes thermodynamiques complexes. Dans ce cas, les méthodes classique ont des difficultés à échantillonner efficacement l'espace des états qui est très vaste. Nous étudions l'emploi des algorithmes d'évolution artificielle pour cet usage.*

Parmi les techniques actuelles de simulations moléculaires ou atomistiques, les méthodes dites de Monte Carlo tiennent une grande place. Ces méthodes s'appliquent à un ensemble de particules en interaction représentant un système physico-chimique. Le problème est d'obtenir pour cet ensemble une évaluation des propriétés macroscopiques caractéristiques par exemple de l'équilibre thermodynamique (densité, pression, composition des phases, etc ...). Ces propriétés s'obtiennent par des prises de moyennes étendues à l'ensemble des configurations possibles, pondérées par une densité d'état. Pour un système quelconque, la densité d'états n'est pas déterminée a priori, il est nécessaire de l'estimer par simulation. Une simulation de Monte Carlo consiste en un échantillonnage aléatoire de l'espace des configurations.

Face aux difficultés de ces algorithmes lorsque l'on vient à simuler des systemes importants (typiquement des systèmes de polymères longs), l'utilisation des algorithmes d'évolution artificielle semble pouvoir apporter un moyen d'explorer plus rapidement l'espace échantilloné et donc d'obtenir plus rapidement des estimations valables.

Dans cette optique, nous avons dégagé deux approches d'application de ces algorithmes : l'approche "collective" qui vise à concevoir des nouvelles transitions de Monte Carlo reposant sur des principes d'évolution artificelle : introduction de biais compétitifs par rapport à certains critères appropriés, mélange d'information, etc ... De premiers tests ont été conduits sur des systèmes simples. La seconde approche, dite "compétitive", revient à simuler parallèlement plusieurs systèmes par des moyens classiques (comme autant d'invidus d'une population d'algorithme d'évolution artificielle) et à les faire interagir périodiquement de maniere à "mélanger" l'information grâce à des opérateurs dits "génétiques". Cette voie nous semble la plus prommetteuse et fait l'objet de nos travaux actuels.

6.16 Audio2midi

Participants : Eric Bentura, Bertrand Gauch, Jacques Lévy Véhel.

Nous nous posons le problème suivant : comment, à partir d'un fichier numérique contenant l'enregistrement d'un morceau de musique remonter aux partitions des divers instruments ? Plus précisément, nous désirons obtenir le code MIDI correspondant, qui décrit, en plus de la position temporelle et fréquentielle de chaque note jouée, l'instrument concerné et sa "vélocité" (c'est-à-dire essentiellement l'intensité de l'attaque). Ce problème est trop difficile pour être résolu en toute généralité, et nous faisons certaines restrictions sur le type d'instruments et de musique jouée. Nous avons implémenté diverses méthodes qui partent d'une analyse temps-fréquence du signal original (transformée de Fourier à court terme ou de Wigner-Ville) et qui appliquent ensuite des techniques classiques de reconnaissance des formes que nous avons adaptées à notre cadre. Les premiers résultats sont encourageants puisqu'ils permettent de décoder des séquences encore relativement simples mais polyphoniques et multi-instrumentales.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

L'équipe a des contrats avec :

- le CNET, CTI référence 96ME28, caratérisation automatique du contenu sémantique de séquences vidéo appliquées à l'indexation et à la recherche rapide (financement de la thèse de B. Guiheneuf),

- la DRET : un contrat jeune chercheur DGA a été attribué à Frédéric Raynal pour le financement du début de sa thèse, sur l'étude du Watermarking "Fractal", il vient d'obtenir une bourse de thèse DRET/DGA pour le financement de la fin de sa thèse.

- l'IFP : un contrat CIFRE avec l'IFP est en cours et finance la thèse de Benoît Leblanc, dont le sujet concerne l'emploi d'algorithmes génétiques en simulation moléculaire.

- le MENRT : étude de l'influence des facteurs thermiques et mécaniques sur l'organisation macroscopique des cristaux de MGLA recombinés.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions nationales

Le projet a des collaborations avec :

- l'IRCYN, Institut de Recherche en Cybernétique de Nantes, (J. Lévy Véhel est détaché dans ce laboratoire) depuis 1996 sur l'étude des bruits en $1/f$, et depuis 1998 sur l'étude du Watermarking.
- L'université Paris XII-Val de Marne (S. Jaffard) sur les ondelettes et la 2–microlocalisation,
- l'ENS Lyon (P. Flandrin) dans le cadre de la thèse de Bertrand Guiheneuf.
- l'Université Paris V (C. Graffigne et S. Sevestre) sur l'intégration de paramètres fondés sur une modélisation par mBf dans ARTHUR.
- l'Université d'Orléans (M. Pontier) sur l'extension bidimensionnelle du mBm.
- l'IFP Groupe IA/Statistique (Bertrand Braunschweig) et Groupe Modélisation Moléculaire (Hervé Toulhoat), sur l'emploi d'algorithmes évolutionnaires en simulation moléculaire.
- le projet CODES (Pascale Charpin, Daniel Augot et Matthieu Brunet), sur l'étude du watermarking.
- l'Université de Versailles Saint-Quentin (S. Cohen), l'Université de Clermont Ferrand (A. Benassi) et l'Université Paul Sabatier de Toulouse (A. Ayache) sur le mBm.
- l'Université de Clermont Ferrand (C. Tricot) sur l'analyse multifractale.
- l'équipe Evolution Artificielle et Apprentissage du CMAPX, sur l'étude du problème inverse pour les IFS polaires par programmation génétique et son application en optimisation de formes en mécanique.
- l'Université de St Andrews (K. Falconer) sur l'étude des horizons du mouvement Brownien fractionnaire bi-dimensionnel.

Au sein de l'INRIA, le projet participe à plusieurs actions de recherche coopératives :

- sur 1998-1999 en Mathématiques Financières (ARC Mathfi, dont le promoteur est Agnès Sulem), et impliquant le Projet OMEGA et l'Equipe de Probabilités Appliquées du CERMICS/ ENPC.
- sur 1999-2000 en ce qui concerne les applications des algorithmes évolutionnaires (EVO-Lab), et impliquant le projet SINUS de Sophia Antipolis, l'équipe EEAAX du CMAPX et l'équime AMI de l'ENSTA.
- sur 1999-2000 en modélisation fine du trafic Internet (ARC Epsilon dont le promoteur est P. Nain).

8.2 Actions européennes

Le projet est membre de EvoNet, le réseau d'excellence Européen consacré aux Méthodes d'Evolution Artificielle. L'ARC EVO-Lab est largement impliquée dans le développement du logiciel d'algorithmes évolutionnaires européen EO parrainé par EvoNet, et est chargée de l'aspect langage de spécification et interface graphique.

Evelyne Lutton, en tant que collaborateur extérieur de l'équipe EEAAX du CMAPX, participe au Projet européen DREAM (Distributed Resources Evolutionary Algorithm Machine) en cours de labellisation.

9 Diffusion de résultats

9.1 Comités d'organisation

Jacques Lévy Véhel et Evelyne Lutton ont organisé la conférence “Fractals in Engineering” qui a eu lieu du 14 au 16 juin 1999 à Delft, aux Pays Bas.

Evelyne Lutton a été membre du comité d'organisation du congrès "Evolution Artificielle '99", qui a eu lieu à Boulogne en octobre 1999, et est secrétaire de l'Association pour l'Evolution Artificielle, depuis Décembre 1994.

Elle organise, en tant que “local chair” la “First international joint conference on Evolutionary Computation” qui aura lieu a Versailles en Septembre 2000.

Jacques Lévy Véhel a organisé la journée “Fractals” lors du GRETSI 1999.

9.2 Comités de programme

Jacques Lévy Véhel est éditeur associé du journal “FRACTALS”.

Jacques Lévy Véhel a été relecteur pour les revues et conférences suivantes : IEEE Tr. Inf. Theory, Fractals, ACHA, Signal Processing, Statistical Inference for Stochastic Processes, GRETSI.

Evelyne Lutton a été relecteur pour les conférences PACT'99, CAP'99, Euro-Par'99, et pour la revue IEEE Transactions on Evolutionary Computation. Elle a été membre du comité scientifique du workshop EVO-IASP'99 et de la conférence FEA2000, du comité de programme des conférences GECCO'99, CEC'99. Elle est membre du comité de programme des conférences EUROGP 2000, GECCO 2000 et ICES 2000, du comité scientifique du prochain workshop EvoNet, EVO-IASP 2000.

Evelyne Lutton est membre du Comité de rédaction de la revue Technique et Science Informatiques (TSI). Jacques Lévy Véhel et Evelyne Lutton sont coordonateurs du numéro spécial consacré aux fractales de cette revue.

9.3 Groupes de travail

Evelyne Lutton est membre du comité de pilotage des Journées Evolutionnaires Trimestrielles, financées par le CNRS.

9.4 Séminaires

Le projet organise des conférences en commun avec les projets META2 et MEVAL (un exposé par semaine, le jeudi).

9.5 Enseignement universitaire

Jacques Lévy Véhel : module "Géométrie Fractale" du DEA Algorithme de Paris VI (10 h) ; module "Ondelettes et Fractales" du DEA APA de l'Ecole Centrale de Nantes (10 h).

Frédéric Raynal : chargé de TD en DEUG MASS à Paris IX - Dauphine en informatique (75 h).

9.6 Autres enseignements

Jacques Lévy Véhel :

- Chargé de cours sur les Fractales à l'Ecole Centrale de Paris (4 h).
- Chargé de cours sur les Fractales et l'analyse Temps Echelle à l'Ecole Centrale de Nantes (15 h).
- Chargé de cours sur les Fractales à l'ESIEA (15 h).
- Enseignement d'un module sur l'analyse fractale à l'INT (6 h).

Evelyne Lutton :

- Chargée de cours sur les Fractales à l'Ecole Centrale de Paris (20 h).
- Assistante du cours sur les Fractales à l'ESIEA (3 h).

Frédéric Raynal :

- Encadrement d'un projet de fin d'étude à l'ESIEA sur la modélisation de la hierarchisation d'un nid de guêpes (10h)

9.7 Jurys de thèse

Jacques Lévy Véhel a été rapporteur de la thèse de H. Aubry "Risque et Rentabilité sur les marchés financiers émergents", Univ. de Paris X.

Jacques Lévy Véhel a été membre du jury des thèses de P.M. Lallican "Reconnaissance de l'écriture manuscripte", Univ. de Nantes ; E. Noret "Etude d'un modèle de signaux à longue dépendance", Univ. de Nantes ; A. Tysseire "Stabilité et Finance", Univ. de Paris IX ; M. Cintract "Définition d'un modèle bifractal", Univ. d'Orléans.

Evelyne Lutton a été rapporteur des thèses de Valérie Gautard-Yzquierdo (ONERA) et Dominique Suys (University of Antwerp, Belgique).

9.8 Conférences invitées

Jacques Lévy Véhel a été conférencier invité au symposium "Fractal stochastic processes: theory and applications" à Pallas (Finlande).

Jacques Lévy Véhel a fait des exposés à l'Université d'Orléans, l'Université de Caen, et la Cité des Sciences.

Evelyne Lutton a été conférencière invitée à la conférence EUROGEN 99 (Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science: Recent Advances and Industrial Applications), à Jyväskylä, Finlande, en Mai 1999.

9.9 Divers

Deux articles, l'un sur les activités générales du projet, l'autre sur le watermarking, ont paru dans la revue Science et Vie.

Jacques Lévy Véhel a été responsable jusqu'en Juin 1999 de l'équipe Signaux non Stationnaires et Fractals de l'IRCYN (Nantes). Il est membre du bureau du groupe MAS de la SMAI et membre des commissions de spécialistes de Nantes et de Caen.

Jacques Lévy Véhel a été invité au Newton Institute à Cambridge dans le cadre du programme "Fractals and Applications" organisé par K. Falconer et R. Ball du 5 Janvier au 2 Avril 1999.

Il est Président du Comité des Bourses de l'UR de Rocquencourt.

Evelyne Lutton a effectué du conseil dans le cadre d'une campagne de publicité pour les bijoux Cartier.

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

[1] H. Aubry, L. Belkacem, « Au delà de la VaR, vers une nouvelle mesure du risque en gestion de portefeuille », *Analyse Financière*, Juin 1998.

[2] A. Ayache, J. Lévy Véhel, «The Generalized Multifractional Brownian Motion», *in : Théorème Limites et Longue Mémoire en Statistique, CIRM*.

[3] L. Belkacem, « α–SDE and option pricing model », *in : Fractals in Engineering*, J. L. Véhel, E. Lutton, et C. Tricot (éditeurs), Springer-Verlag, 1997.

[4] L. Belkacem, *Processus Stables et Applications en Finance : CAPM, Risque, Choix des Portefeuilles, Evaluation des Options dans un Marché α–Stable*, thèse de doctorat, Université de Paris IX, Septembre 96.

[5] C. Canus, J. Lévy Véhel, «Change Detection in Sequences of Images by Multifractal Analysis», *in : Proceedings of ICASSP'96*, Atlanta, 7–10 May 1996.

[6] K. Daoudi, J. Lévy Véhel, Y. Meyer, «Construction of continuous functions with prescribed local regularity», *Journal of Constructive Approximation 014*, 03, 1998, p. 349–385.

[7] K. Daoudi, J. Lévy Véhel, « Speech Modeling Based on Local Regularity Analysis », *in : Proceedings of the IASTED/IEEE International Conference on Signal and Image Processing*, Las Vegas, USA, 20-23 November 1995.

[8] K. Daoudi, *Généralisations des Systèmes de Fonctions Itérées : Applications Au Traitement du Signal*, thèse de doctorat, Université de Paris IX, Novembre 1996.

[9] B. Guiheneuf, S. Jaffard, J. Lévy Véhel, « Two results concerning chirps and 2-microlocal exponents prescription », *Applied and Computational Harmonic Analysis 5*, 1998, p. 487–492.

[10] B. Leblanc, E. Lutton, J.-P. Allouche, « Inverse problems for finite automata: a solution based on Genetic Algorithms », *in : Artificial Evolution, European Conference, AE 97, Nîmes, France, October 1997, Selected papers*, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Verlag, 1997.

[11] J. Lévy Véhel, K. Daoudi, E. Lutton, « Fractal Modeling of Speech Signals », *Fractals 2*, 3, September 1994, p. 379–382.

[12] J. Lévy Véhel, B. Guiheneuf, « Multifractal image denoising », *in : Proceeding of SCIA97*, IAPR, July 1997.

[13] J. Lévy Véhel, E. Lutton, C. Tricot, *Fractals in Engineering : From Theory to Industrial Applications*, Springer Verlag, 1997, J. Lévy Véhel, E. Lutton and C. Tricot (Eds), ISBN 3-540-76182-9.

[14] J. Lévy Véhel, E. Lutton, « Optimization of Fractal Functions Using Genetic Algorithms », *in : Fractal 93*, 1993. London.

[15] J. Lévy Véhel, R. Riedi, « Fractional Brownian motion and data traffic modeling: the other end of the spectrum », *in : Fractals in Engineering*, E. L. J. Lévy Véhel et C. Tricot (éditeurs), Springer-Verlag, 1997.

[16] J. Lévy Véhel, R. Vojak, «Multifractal Analysis of Choquet Capacities : Preliminary Results», *Advances in Applied Mathematics 20*, January 1998, p. 1–43.

[17] J. Lévy Véhel, «Fractal Approaches in Signal Processing», *in : Fractal Geometry and Analysis*, H. P. C.J.G. Evertsz et R. Voss (éditeurs), World Scientific, 1996.

[18] J. Lévy Véhel, « Introduction to the multifractal analysis of images », *in : Fractal Image Encoding and Analysis*, Y. Fisher (éditeur), Springer Verlag, 1997.

[19] J. Lévy Véhel, « Quelques applications de la Géometrie Fractale», *La Recherche*, 306, Février 1998, p. 24.

[20] E. Lutton, J. Lévy Véhel, G. Cretin, P. Glevarec, C. Roll, « Mixed IFS: resolution of the inverse problem using Genetic Programming », *Complex Systems 9*, 1995, p. 375–398.

[21] E. Lutton, J. Lévy Véhel, « Hölder functions and Deception of Genetic Algorithms », *IEEE Transactions on Evolutionary computing 2*, 2, July 1998.

[22] R. Peltier, J. Lévy Véhel, «Multifractional Brownian Motion», *rapport de recherche n° 2645*, INRIA, 1995, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-2645.html`.

[23] C. Tricot, *Courbes et Dimension Fractale*, Springer Verlag, 1997.

[24] R. Vojak, J. Lévy Véhel, «Higher order multifractal analysis», *rapport de recherche n° 2796*, INRIA, February 1996, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-2796.html`.

Livres et monographies

[25] M. Dekking, J. Lévy Véhel, E. Lutton, C. E. Tricot, *Fractals : Theory and Applications in Engineering*, Springer Verlag, 1999, ISBN 1-85233-163-1.

[26] INRIA, *Proceedings of the Fractals in Engineering 99 conference*, 1999. Delft, The Netherlands, June 14-16.

Thèses et habilitations à diriger des recherches

[27] E. Lutton, *Genetic Algorithms and Fractals - Algorithmes Génétiques et Fractales*, Habilitation à diriger des recherches, Université Paris XI Orsay, 11 Février 1999, Spécialité Informatique.

Articles et chapitres de livre

[28] A. Ayache, J. Lévy Véhel, *Fractals - Theory and Applications in Engineering*, Springer Verlag, 1999, ch. Generalized Multifractional Brownian Motion: Definition and Preliminary Results.

[29] J. Lévy Véhel, « Analyse Fractale : une nouvelle génération d'outils pour le Traitement du Signal », *TSI*, à paraître.

[30] E. Lutton, *Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science*, John Wiley & Sons, 1999, ch. Genetic Algorithms and Fractals.

[31] C. Walter, « Lévy-Stability-Under-Addition and Fractal Structure of Markets: Implications for the Investment Management Industry and Emphasized Examination of MATIF Notional Contract », *Mathematical and Computer Modelling 29*, 10-12, May-June 1999, p. 37–56.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[32] P. Collet, E. Lutton, F. Raynal, M. Schoenauer, «Individual GP: an alternative viewpoint for the resolution of complex problems.», *in : GECCO99, Genetic and Evolutionary Computation Conference, July 13 - 17, 1999, Orlando, Florida, USA.*, 1999.

[33] A. Manoury, J. Lévy Véhel, M.-f. Lucas, « Watermarking d'images par paquets d'ondelettes », *in : GRETSI 1999, Vannes, France*, September 1999.

[34] F. Raynal, E. Lutton, P. Collet, M. Schoenauer, « Manipulation of Non-Linear IFS attractors using Genetic Programming », *in : CEC99, Congress on Evolutionary Computation, July 6-9, Washington DC. USA.*, 1999.

Divers

[35] H. Aubry, L. Belkacem, « Empirical Analysis on Scaling in Financial Emerging Markets », 1999, International Journal of Theoretical and Applied Finance.

[36] H. Aubry, L. Belkacem, « Hedging Model of Extemes Values and Mutualisation of Risk in Financial », 1999, Quartely Journal of Emerging Markets.

[37] A. Ayache, S. Cohen, J. Lévy Véhel, «The covariance Structure of Multifractional Brownian Motion», *in : ICASSP*.

[38] P. Collet, E. Lutton, F. Raynal, M. Schoenauer, «Polar IFS: Resolution of the Inverse Problem using "Individual" Genetic Programming», 1999.

[39] K. Daoudi, J. Lévy Véhel, «Signal Representation Based on Multifractal Stationnarity», *in: ICASSP*.

[40] J. Falconer, J. Lévy Véhel, «Horizons of fractional Brownian Surfaces», 1999, Proc. Royal Math. Soc.

[41] Y. Landrin-Schweitzer, «Modélisation stochastique d'algorithmes génétiques», Rapport de DEA IARFA, Université Paris VI, 1999.