

Projet META2

Méta-automatique et méthodes de l'automatique

Rocquencourt

THÈME 4A

R *apport*
d'Activité

1999

Table des matières

1	Composition de l'équipe	3
2	Présentation et objectifs généraux	4
3	Fondements scientifiques	5
3.1	Systèmes à événements discrets et algèbre max-plus	5
3.2	Systèmes implicites	12
4	Logiciels	15
4.1	Scilab	15
4.1.1	Scilab : le logiciel	15
4.1.2	Collaborations hors du projet Meta2	16
4.1.3	Diffusion	17
4.2	Scicos	17
4.3	Metanet	18
5	Résultats nouveaux	19
5.1	CAO en Automatique	19
5.1.1	Liens Scilab - Calcul formel	19
5.1.2	Éléments finis	19
5.1.3	Différentiation automatique	19
5.1.4	Génération de code associé a un schéma Scicos	20
5.1.5	Amélioration des fonctionnalités existantes	20
5.1.6	Scilab parallèle	21
5.1.7	LaRA : la route automatisée	21
5.1.8	Boîte à outils Sodas	22
5.1.9	Cholesky creux, hopdm, lipsol	22
5.2	Commande des Systèmes	22
5.2.1	Commande de systèmes à retard avec sortie tout-ou-rien	22
5.2.2	Un problème de commande stochastique ergodique en gestion de portefeuille	23
5.2.3	De la simulation des systèmes hybrides au contrôleur temps réel	23
5.2.4	Détection de pannes	24
5.2.5	Problèmes de classification de systèmes de sous-espaces linéaires	24
5.3	Systèmes à événements discrets, algèbre max-plus et programmation dynamique	24
5.3.1	Systèmes dynamiques monotones homogènes et systèmes à événements discrets	24
5.3.2	Exposants de Lyapunov de Systèmes Dynamiques Monotones Homogènes et Jeu de Tetris	25
5.3.3	Séries Rationnelles Max-Plus et Systèmes Temps Réel	26
5.3.4	Éléments spectraux max-plus en dimension infinie	26
5.3.5	Approche géométrique des systèmes linéaires max-plus linéaires	27
5.3.6	Boîte à outils Max-Plus de Scilab	27

5.3.7	Espace propre d'opérateurs monotones homogènes	27
5.3.8	Asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron	28
5.3.9	Forme produit min-plus	28
5.3.10	Cuaderno	28
5.3.11	Modélisation discrète d'une gestion de portefeuille	29
5.4	Synchronisation des feux rouges	29
6	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	29
6.1	Identification modale et surveillance de structures vibrantes en fonctionnement	29
6.2	Contrôle des aménagement hydraulique sur déclenchement	30
7	Actions régionales, nationales et internationales	30
7.1	Actions nationales	30
7.2	Actions européennes	31
7.2.1	Alapedes	31
7.2.2	Niconet	31
7.3	Relations bilatérales internationales	32
7.4	Accueils de chercheurs étrangers	32
8	Diffusion de résultats	32
8.1	Animation de la communauté scientifique	32
8.2	Enseignement universitaire	32
8.3	Autres enseignements	33
8.4	Participation à des colloques, séminaires, invitations	33
9	Bibliographie	34

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

J.P. Quadrat [DR Inria, jusqu'au 31 août]

Responsable permanent

François Delebecque [DR, Inria]

Assistante de projet

Martine Verneuille [SAR, Inria]

Personnels Inria

Marianne Akian [CR]

Stéphane Gaubert [CR, détaché à l'Ensta depuis le 1 novembre]

Claude Gomez [DR]

Maurice Goursat [DR, responsable scientifique de l'avant-projet Metalau depuis le 1 septembre]

Carlos Klimann [CR]

Ramine Nikoukhah [DR]

Serge Steer [DR]

Conseiller scientifique

Guy Cohen [École des Mines de Fontainebleau]

Collaborateurs extérieurs

Jean-Philippe Chancelier [École des Ponts et Chaussées]

Jean Mairesse [Liafa, Paris 7]

Anne-Laure Michel [PULV/Saphir-control]

Matthieu Philippe [Saphir-Control]

Chercheurs post-doctorants

Sophie Bismuth [co-tutelle avec Sosso]
Habib Jreij [jusqu'au 31 janvier]
Pablo Lotito [co-tutuelle avec Numopt]
Elina Mancinelli [co-tutuelle avec Numopt]
Papa Momar Ndiaye [jusqu'au 31 janvier]

Doctorants

Jean Cochet-Terrasson [École des Mines]
Rachid Djenidi [Éducation Nationale, Université de Créteil (co-tutelle avec Sosso)]
Oumar Fall [Bourse de coopération, Université de Dakar]
Hector Rubio-Scola [Université de Rosario]

Stagiaires

Kamel Bitelmadji [DEA MMME, Paris 1]
Bertrand Colles [École Polytechnique]
Emmanuel Geay [Paris 6]
Dorine Torchin [PULV]

2 Présentation et objectifs généraux

L'objet du projet est de réaliser des outils de CAO pour l'automatique et de développer de nouvelles méthodes et algorithmes en automatique pour la commande des systèmes dynamiques.

Une compétence particulière a été acquise dans le domaine de la commande optimale éventuellement stochastique ou robuste, dans la théorie des systèmes linéaires aussi bien dans l'algèbre ordinaire que dans l'algèbre max-plus, ainsi que dans la détection de pannes, le calcul formel, la modélisation et l'optimisation des réseaux et les systèmes hybrides.

Le travail de CAO s'est concentré autour du développement du logiciel Scilab et de ses boîtes à outils ... Ces outils conceptuels et logiciels sont appliqués sur des problèmes industriels : régulation de cours d'eau, surveillance de structures vibrantes, modélisation et commande de systèmes de transport.

Un de nos objectifs est de faire de Scilab la référence du domaine pour les logiciels livres.

Un autre objectif important du projet est le développement de l'algèbre max-plus qui est l'algèbre de l'optimisation et qui, à ce titre, devrait jouer un rôle aussi important que l'algèbre de Boole et que l'algèbre ordinaire. L'application à la modélisation des systèmes à événements discrets et l'algébrisation de la commande optimale a été déjà largement étudiée dans le projet.

3 Fondements scientifiques

3.1 Systèmes à événements discrets et algèbre max-plus

Mots clés : Algèbre max-plus, Systèmes à événements discrets, Décision markovienne..

Participants : M. Akian, G. Cohen, S. Gaubert, J.-P. Quadrat.

Résumé : *L'idée est de substituer au corps des nombres réels le semicorps idempotent \mathbb{R}_{\max} des nombres réels auxquels on ajoute $-\infty$ et que l'on munit des opérations \max et $+$. A partir de ce semicorps, on peut développer l'analogie de l'algèbre linéaire classique, une théorie des systèmes dynamiques linéaires, un analogue du calcul des probabilités, l'analogie des espaces de Sobolev etc ...*

Les nouveaux systèmes dynamiques linéaires ainsi obtenus ne sont rien d'autre que les systèmes régis par des équations de la programmation dynamique qui jouent un rôle important en ingénierie et en physique.

L'algèbre max-plus Le semianneau max-plus, parfois appelé "algèbre max-plus", et noté \mathbb{R}_{\max} , est l'ensemble $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$, muni des lois \max et $+$. Traditionnellement, on note \oplus au lieu de \max ($2 \oplus 3 = 3$), et \otimes au lieu de $+$ ($1 \otimes 1 = 2$). L'élément zéro, c'est-à-dire le neutre pour la loi \oplus , est noté ε (ici $\varepsilon = -\infty$). L'unité, c'est-à-dire le neutre pour la loi \otimes , est notée e (ici $e = 0$). Les axiomes de structure des *semianneaux* sont ici satisfaits: \oplus est associative, commutative, a un zéro, \otimes est associative, a une unité, distribue par rapport à \oplus , et zéro est absorbant. Le semianneau max-plus est très particulier: il est *commutatif* ($a \otimes b = b \otimes a$), *idempotent* ($a \oplus a = a$), et les éléments ont un inverse, hormis zéro (on nomme *semicorps* les semianneaux qui satisfont cette dernière propriété).

Ces nouvelles notations \oplus et \otimes sont mieux adaptées que \max et $+$ aux réflexes de calcul qui sont liés à l'algèbre ordinaire. Nous écrivons par exemple :

$$ab = a \otimes b, \quad a^n = a \otimes \cdots \otimes a \quad (n \text{ fois}), \quad 2^3 = 6, \quad \sqrt{3} = 1.5,$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 103 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \otimes 10 \oplus 0 \otimes 103 \\ 4 \otimes 10 \oplus \varepsilon \otimes 103 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 103 \\ 14 \end{bmatrix},$$

$$(3 \oplus x)^2 = (3 \oplus x)(3 \oplus x) = 6 \oplus 3x \oplus x^2 = 6 \oplus x^2 \quad (= \max(6; 2 \times x)).$$

Le tableau 1 donne une liste d'autres semianneaux apparentés au semicorps max-plus.

Systèmes dynamiques max-plus linéaires et graphes d'événements Certains systèmes à événements discrets (les graphes d'événements) se modélisent par des systèmes dynamiques sur le semianneau max-plus. Considérons par exemple un système comprenant n tâches répétitives (on peut penser à des assemblages dans un atelier, à des rendez-vous dans un réseau). L'instant de démarrage d'une tâche est conditionné par l'exécution d'autres tâches devant être effectuées antérieurement. Supposons que la k -ième occurrence de la tâche i (tir de la transition i) ne puisse commencer que τ_{ij} unités de temps après que la dernière des occurrences ($k - \nu_{ij}$) des tâches j n'ait eu lieu. Alors, clairement, les dates au plus tôt d'occurrence

\mathbb{R}_{\max}	$(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \max, +)$	semianneau $(\max, +)$	semicorps idempotent
\mathbb{R}_{\max}	$(\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}, \max, +)$	semianneau $(\max, +)$ complété	$-\infty + (+\infty) = -\infty,$ car $\varepsilon \otimes a = \varepsilon$
$\mathbb{R}_{\max, \times}$	$(\mathbb{R}^+, \max, \times)$	semianneau (\max, \times)	isomorphe à \mathbb{R}_{\max} ($x \mapsto \log x$)
\mathbb{R}_{\min}	$(\mathbb{R} \cup \{+\infty\}, \min, +)$	semianneau $(\min, +)$	isomorphe à \mathbb{R}_{\max} ($x \mapsto -x$)
\mathbb{N}_{\min}	$(\mathbb{N} \cup \{+\infty\}, \min, +)$	semianneau tropical	fameux en théorie des langages
$\mathbb{R}_{\max, \min}$	$(\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}, \max, \min)$	algèbre goulot, ou floue	n'est pas un semicorps.
\mathbb{B}	$(\{\text{false}, \text{true}\}, \text{or}, \text{and})$	semianneau de Boole	isomorphe à $(\{\varepsilon, e\}, \oplus, \otimes),$ pour n'importe lequel des semianneaux ci-dessus
\mathbb{R}_h	$(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \oplus_h, +)$ $a \oplus_h b =$ $h \log(e^{a/h} + e^{b/h})$	semianneaux "de Maslov"	déformation de $(\mathbb{R}^+, +, \times)$ $\lim_{h \rightarrow 0^+} \mathbb{R}_h = \mathbb{R}_0 = \mathbb{R}_{\max}$

TAB. 1: La famille des semianneaux $(\max, +)$ et tropicaux

des k -ième tâches sont données par la récurrence

$$x_i(k) = \max_j [\tau_{ij} + x_j(k - \nu_{ij})] \quad , \quad (1)$$

qui n'est autre qu'un système linéaire stationnaire sur le semianneau max-plus. On peut l'écrire en termes matriciels

$$x(k) = \bigoplus_{\nu \in F} A_\nu x(k - \nu) \quad , \quad (2)$$

où F est un ensemble fini, et $\{A_\nu\}_{\nu \in F}$ une famille de matrices que l'on écrira aisément.

On a obtenu un modèle linéaire pour l'évaluation de performance d'un système dans lequel les préconditions d'une tâche sont fixées a priori et invariantes en temps. En termes de système de production cela signifie à peu près qu'un ordonnancement périodique a été défini.

L'algèbre max-plus permet d'analyser complètement cette classe de systèmes. Un des résultats intéressants obtenus consiste à remarquer que la relation : instants d'entrée - instants de sortie des pièces, est max-plus linéaire et shift invariante. C'est une inf-convolution de la suite des instants d'entrée et d'une suite caractéristique du système (sa réponse impulsionnelle au sens max-plus). On a donc une bonne notion de fonction de transfert. Ce sont les séries formelles rationnelles¹ (si le graphe d'événement n'a qu'un nombre fini de transitions) à coefficients dans l'algèbre max-plus. Ces résultats ont été largement expliqués dans [4, 2, 7].

Cette classe est trop restreinte (dans la majorité des applications, trouver un bon ordonnancement fait partie du problème). Elle peut être élargie au prix de la perte de la linéarité max-plus.

Systèmes dynamiques $(\min, +, \times)$ implicites, réseaux de Petri, programmation dynamique stochastique La modélisation de réseaux de Petri temporisés généraux ne peut pas se faire dans le semianneau \mathbb{R}_{\max} ou \mathbb{R}_{\min} , la multiplication est indispensable.

On note \mathcal{P} l'ensemble des places, \mathcal{Q} l'ensemble des transitions, M les multiplicités des arcs, m le marquage initial, τ les temps de séjour. À chaque place $p \in \mathcal{P}$ on associe un compteur

1. Elles sont caractérisées par leurs accroissements ultimement périodiques.

$Z_p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$, ($Z_p(t)$ est le numéro du dernier jeton entré avant l'instant t , en incluant les jetons du marquage initial); de même, pour chaque transition $q \in \mathcal{Q}$, $Z_q(t)$ note le numéro du dernier tir de q arrivé avant l'instant t . Ces fonctions sont croissantes, par définition. On a les bilans suivants (on note x^{in} et x^{out} les ensembles des prédecesseurs et successeurs d'un nœud x , respectivement):

$$Z_p(t) = m_p + \sum_{q \in p^{\text{in}}} M_{pq} Z_q(t), \quad (3)$$

$$Z_p(t - \tau_p) \geq \sum_{q' \in p^{\text{out}}} M_{q'p} Z_{q'}(t). \quad (4)$$

Par exemple, pour le réseau de Petri de la Figure 1, $Z_{q_3}(t) + 2Z_{q_2}(t) \leq Z_{p_2}(t - \tau_{p_2})$ traduit le fait qu'un jeton en p_2 peut contribuer au tir d'une transition q_3 , et qu'il en faut deux pour tirer q_2 .

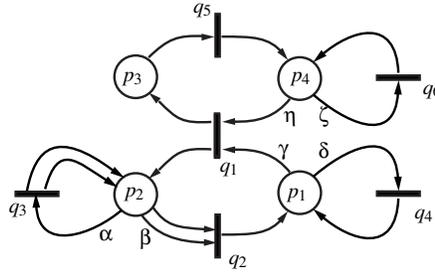


FIG. 1: Un réseau de Petri temporisé

Dans un fonctionnement au plus tôt, au moins une inégalité de type (4) est saturée (i.e. au moins une place est indisponible) en amont de chaque transition. On a donc:

$$\forall q \in \mathcal{Q}, \min_{p \in q^{\text{in}}} \left\{ m_p + \sum_{q'' \in p^{\text{in}}} M_{pq''} Z_{q''}(t) - \sum_{q' \in p^{\text{out}}} Z_{q'}(t) M_{q'p} \right\} = 0. \quad (5)$$

Ce problème posé dans [Lib97] est un système dynamique ($\min, +, \times$) implicite sur lequel on ne sait à peu près rien dire. Résoudre ce genre de problème, même dans le cas statique, revient à étudier les variétés algébriques max-plus. La programmation linéaire devrait être d'une aide précieuse pour la résolution de ces systèmes.

On peut néanmoins simplifier ce problème en forçant des routages stationnaires: on notera alors ρ_{qp} la proportion de fluide (cas où on ne se préoccupe pas de l'intégrité des jetons) routé vers q par la place p , avec $\sum_{q \in p^{\text{out}}} \rho_{qp} = 1$. En posant,

$$\mu_{pq} \stackrel{\text{déf}}{=} M_{pq}, \quad \mu_{qp} \stackrel{\text{déf}}{=} M_{qp}^{-1}, \quad \mu'_{qp} \stackrel{\text{déf}}{=} \mu_{qp} \rho_{qp}$$

[Lib97] L. LIBEAUT, *Sur l'utilisation des dioïdes pour les commandes des systèmes à événements discrets*, thèse de doctorat, Université, Nantes, 1997.

l'évolution du système devient cette fois :

$$Z_q(t) = \min_{p \in q^{\text{in}}} \left[\mu'_{qp} (m_p + \sum_{q'' \in p^{\text{in}}} \mu_{pq''} Z_{q''}(t - \tau_p)) \right]. \quad (6)$$

On reconnaît une équation de la programmation dynamique, pour un processus de décision semi-Markovien, avec coût additif actualisé général. On peut alors calculer l'asymptotique de Z par des algorithmes du type itération sur les politiques [CGJ95].

Systèmes dynamiques monotones homogènes La modélisation de systèmes à événements discrets plus généraux peut se faire en remplaçant (1), (6) par des dynamiques $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ qui satisfont les trois axiomes :

$$\begin{array}{lll} \text{Homogénéité} & f(\lambda + x) = \lambda + f(x) & (H) \\ \text{Monotonie} & x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y) & (M) \\ \text{Non-expansivité} & \|f(x) - f(y)\|_\infty \leq \|x - y\|_\infty, & (N) \end{array}$$

pour tout $\lambda \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}^n$, avec $\lambda + x \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda + x_1, \dots, \lambda + x_n)$, et où \leq désigne l'ordre partiel usuel sur \mathbb{R}^n .

Sous l'hypothèse H, on sait que les propriétés M et N sont équivalentes. Gunawardena et Keane ont proposé d'appeler "topicales" les applications qui vérifient ces trois propriétés dont l'importance est bien connue [R.D90,CT80].

On peut dire que H, N sont le minimum vital pour faire une théorie de Perron-Frobenius, la propriété H donne du sens au problème spectral $f(x) = \lambda + x$, la propriété N garantit que la limite $\chi(f) = \lim_{k \rightarrow \infty} f^k(x)/k$, lorsqu'elle existe, est indépendante du point de départ $x \in \mathbb{R}^n$.

On essaie donc dans ce cadre de généraliser la théorie de Perron-Frobenius, et de comprendre géométriquement les asymptotiques des itérées de f (qui donnent par exemple, les performances asymptotiques de systèmes à événements discrets : ateliers, circuits digitaux; la quantité $\chi(f)$ donne alors l'inverse du taux de production, ou le temps de cycle).

Ressources partagées, empilements de tâches et automates max-plus Un système à ressources partagées peut être vu comme un empilement de tâches (représentées par les contraintes temporelles imposées sur les ressources par ces tâches) du type jeu de Tetris.

Dans l'espace temps-ressource $\mathbb{R} \times \mathcal{R}$ avec $\mathcal{R} = \{1, \dots, n\}$. Une tâche a est une classe d'équivalence de formes géométriques (deux formes sont équivalentes si elles sont superposables par une translation temporelle). D'un point de vue physique, une tâche mobilise des ressources de façon synchronisée. Elle peut être retardée ou avancée. La tâche a utilise les ressources $R(a)$. Une tâche en position λ immobilise la ressource r à la date $d_r(a) + \lambda$ et la libère à la date $f_r(a) + \lambda$. $d(a), f(a) : R(a) \rightarrow \mathbb{R}$ sont donnés.

[CGJ95] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, « Asymptotic throughput of continuous timed petri nets », in: *CDC-AC*, New Orléans, décembre 1995.

[R.D90] R.D. NUSSBAUM, « Hilbert's projective metric and iterated nonlinear maps », *Memoirs of the AMS* 95, 391, 1990.

[CT80] M. CRANDALL, L. TARTAR, « Some relations between nonexpansive and order preserving maps », *Proceedings of the AMS* 78, 3, 1980, p. 385-390.

Un travail w est un ensemble ordonné de tâches à accomplir $w = a_1 \cdots a_k$. On peut alors vouloir calculer les instants de libération des ressources au plus tôt $x(w)$ pour un travail w donné, sachant que les ressources étaient disponibles au départ aux instants g ($g : \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}$). Cela correspond au calcul du profil haut d'un empilement de pièces si l'on donne une interprétation spatiale à l'axe temporel. Le vecteur g est alors le profil du sol. L'exécution au plus tôt des différentes tâches d'un travail w revient à laisser tomber les pièces a_1, \dots, a_k sur le sol g , comme dans le jeu de téttris. Ce profil haut se calcule récursivement par la programmation dynamique.

$$x(\cdot) = g, \quad (7)$$

$$x(wa)_r = \max_{s \in R(a)} [f(a)_r - d(a)_s + x(w)_s], \quad \forall r \in R(a), \quad (8)$$

$$x(wa)_r = x(w)_r, \quad \forall r \notin R(a). \quad (9)$$

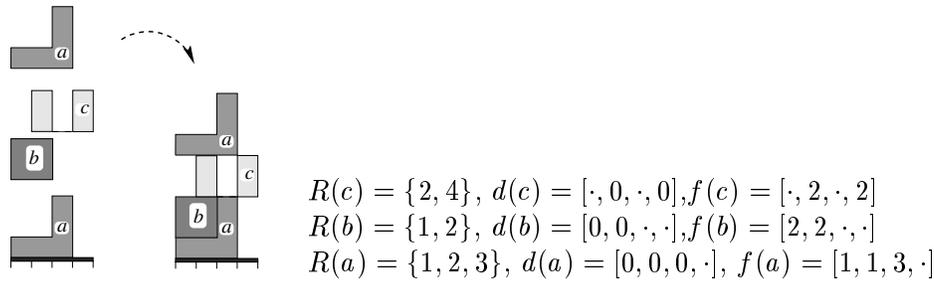


FIG. 2: Un jeu de Tetris à trois types de pièces et quatre ressources

En termes algébriques, à chaque pièce a prise dans un ensemble de pièces \mathcal{T} , on associe la matrice $M(a) \in (\mathbb{R}_{\max})^{\mathcal{R} \times \mathcal{R}}$ $M(a)_{r,s} = f(a)_s - d(a)_r$ si $r, s \in R(a)$, et $M(a)_{r,r} = e$ pour les coefficients diagonaux hors $R(a)$ (les autres coefficients valent ε). On a :

$$x(w) = gM(a_1) \dots M(a_k), \quad y(w) = x(w)e_{\mathcal{R}}, \quad (10)$$

où $e_{\mathcal{R}}$ désigne un vecteur de zéro et donc $y(w)$ représente la date de fin du travail (la hauteur du tas).

Autrement dit, la série génératrice $\bigoplus_{w \in \mathcal{T}^*} y(w)w \in \mathbb{R}_{\max} \langle \langle \Sigma \rangle \rangle$ est reconnue par un automate à coefficients dans le semi-anneau max-plus. D'après le théorème de Kleene-Schützenberger, c'est une série rationnelle.

Les classiques problèmes d'ordonancement reviennent alors à minimiser la vitesse de croissance du tas par rapport à l'ordre des lettres dans le mot w . Ils se ramènent à l'étude des semigroupes de matrices à plusieurs générateurs $M(a_1), \dots, M(a_k)$. Ce travail est présenté dans [24].

Vers une approche géométrique des systèmes dynamiques linéaires sur le semi-anneau $(\max, +)$ La solution du système

$$x(k) = Ax(k-1) \oplus Bu(k), \quad y(k) = Cx(k),$$

où $x(-1) = -\infty$, est donnée par :

$$y(k) = \bigoplus_{l=0}^k CA^{k-l}Bu(l) .$$

Dans un atelier, $y(k)$ s'interprète comme la date d'obtention de la k -ième pièce (on suppose, afin d'alléger la notation, que le système a une seule entrée $u(k) \in \mathbb{R}$ et une seule sortie $y(k) \in \mathbb{R}$).

Les problème de suivi de trajectoire consiste à rechercher u tel que $y(k) \leq \eta(k)$, pour $k = 0, 1, \dots$ (η représente un carnet de commandes à suivre).

Le problème d'atteignabilité en horizon k consiste à rechercher u tel que $x(k) \leq \xi$ (ξ est un vecteur des dates de disponibilité des "ressources" internes, machines, palettes, personnel, etc.).

Ces deux problèmes sont de la forme $Fu \leq v$, où F est un opérateur linéaire. E.g., dans le deuxième cas, $Fu = C_k u_k$, où $C_k = [B, AB, \dots, A^k B]$ et $u_k = [u(k), \dots, u(0)]^T$. Il n'est pas en général possible de résoudre exactement $Fu = v$ pour toute valeur de v , car génériquement, un opérateur linéaire ($\max, +$) n'est ni surjectif ni injectif. Cependant, il est facile de voir que $Fu \leq v$ a toujours une solution maximale, $F \setminus v$, donnée en termes matriciels par

$$(F \setminus v)_i = \inf_j (-F_{ji} + v) .$$

(il s'agit d'un cas particulier de *résiduation* [BJ72], [2]). On peut ainsi calculer la solution au plus tard satisfaisant le carnet de commande, où l'état atteignable maximal en dessous de ξ . En outre, on sait tester l'atteignabilité exacte de ξ en temps k : il suffit de vérifier que l'égalité $C_k(C_k \setminus \xi) = \xi$ est vraie.

La version la plus achevée de ces problèmes d'atteignabilité dans le cas classique a été donnée dans [W.M79]. Elle est basée sur une discussion des espaces invariants d'un opérateur linéaire. L'extension de cette théorie au cas max-plus passe par une meilleure compréhension des semi-modules (analogue sur un semi-anneau des espaces vectoriels). Même lorsque les semimodules sont finiment engendrés, très peu de choses sont connues. Plusieurs notions d'indépendance existent, conduisant, chacune, à des notions, distinctes, de rang. De plus un sous semimodule n'a pas toujours de supplémentaire. Ces difficultés sont répertoriées dans la théorie des modules. Cependant, une nouvelle difficulté surgit ici : l'analogue d'un noyau doit être posé dans un espace double $\ker C = \{(x, y) \mid Cx = Cy\}$. En effet, dans cette structure tous les termes d'une équation ne peuvent pas être ramenés dans un même membre, puisque, en général, un élément n'a pas d'opposé. Par contre, la résiduation donne des résultats intéressants que nous sommes en train d'explorer [CGJ97].

Dualité entre l'optimisation et le calcul des probabilités Dans de nombreux domaines (grandes déviations en probabilité, entropie en mécanique statistique et théorie de l'informa-

[BJ72] T. BLYTH, M. JANOWITZ, *Residuation theory*, Pergamon Press, Oxford, 1972.

[W.M79] W.M. WONHAM, *Linear multivariable control: a geometric approach*, Springer-Verlag, 1979.

[CGJ97] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, « Linear Projectors in the Max-Plus Algebra », in : *5th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems*, Paphos, Cyprus, 21-23 July 1997.

tion, dualité filtrage-commande en commande, maximum de vraisemblance en statistique, passage de la mécanique quantique à la mécanique classique, méthode de Hopf pour la résolution explicite d'équations d'Hamilton Jacobi etc.) une dualité entre le calcul des probabilités et l'optimisation est utilisée implicitement.

Dans un certain nombre de travaux relativement récents, cette dualité a été explicitée par divers groupes indépendamment [Mas87,Pap95,dTRS90,Qua90,AQV94]. On dispose maintenant d'une théorie très satisfaisante [18]. Cette dualité, a pour intérêt, en dehors de son caractère esthétique et unifiant, de faire ressortir les dissymétries existantes dans le développement des deux domaines. Le calcul des probabilités contient beaucoup de résultats analytiques et conceptuels. L'optimisation est beaucoup plus développée au niveau algorithmique.

Un problème d'optimisation est souvent présenté comme le calcul de

$$\inf_{x \in A} c(x),$$

pour des c et des A suffisamment simples pour qu'il existe un x optimal calculable algorithmiquement. Des notions importantes sont apparues, comme la dualité, surtout pour des raisons algorithmiques.

Dans le calcul des probabilités on s'intéresse au calcul de la probabilité d'événements, c.a.d.

$$\int_A p(x) dx$$

pour des A et p pouvant être très compliqués. On appelle $P(A)$ le résultat et on fait la théorie des applications $A \mapsto P(A)$. On fait apparaître toutes sortes de notions intéressantes : moyenne, variance, fonction caractéristique, etc. On fait aussi des calculs, mais surtout, dans des cas où il est possible d'obtenir des résultats explicites.

Il suffit d'appeler $C(A) \stackrel{\text{déf}}{=} \inf_{x \in A} c(x)$ pour être dans une situation complètement analogue au calcul des probabilités au remplacement de l'algèbre ordinaire par \mathbb{R}_{\min} près. Pratiquement tous les concepts des probabilités ont une notion duale, utile en optimisation. Citons en trois. Le dual de la loi Gaussienne $\mathcal{N}_{m,\sigma}$ est la forme quadratique

$$\mathcal{Q}_{m,\sigma}(x) \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2.$$

Le dual de la transformée de Laplace est la transformée de Fenchel. Le dual de la convolution des lois est l'inf-convolution des coûts.

A l'opposé, aucun algorithme sérieux n'est donné, pour calculer la probabilité d'un événement un peu compliqué de \mathbb{R}^n , exceptée la méthode de Monte-Carlo.

[Mas87] V. MASLOV, *Méthodes opératorielles*, Edition Mir, Moscou, 1987.

[Pap95] E. PAP, *Null-Additive Set Functions*, Kluwer, Dordrecht, 1995.

[dTRS90] P. DEL MORAL, T. THUILLET, G. RIGAL, G. SALUT, « Optimal versus random processes: the nonlinear cases », *Rapport de recherche*, 1990.

[Qua90] J. QUADRAT, « Théorèmes asymptotiques en programmation dynamique », *Note C.R.A.S.*, 311, 1990, p. 745-748.

[AQV94] M. AKIAN, J. QUADRAT, M. VIOT, « Bellman Processes », in : *LNC in Control and Information Sciences n. 199 : 11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems*, G. Cohen, J.P. Quadrat (éditeurs), Springer-Verlag, 1994.

Il existe un moyen systématique de transférer les résultats du calcul des probabilités. C'est l'utilisation de la transformée de Cramer \mathcal{C} définie par

$$\mathcal{C} = \mathcal{F} \circ \log \circ \mathcal{L} ,$$

où \mathcal{L} désigne la transformée de Laplace, \mathcal{F} la transformée de Fenchel. On a par exemple :

$$\mathcal{C}(\mathcal{N}_{m,\sigma}) = \mathcal{Q}_{m,\sigma} .$$

La transformée de Cramer a de nombreuses propriétés. Par exemple, elle transforme les convolutions de mesures en inf-convolutions de coûts convexes. Ses propriétés de continuité pour des topologies adéquates ont été étudiées dans [Aki96]. Elles permettent dans des cas assez restreints (loi log concave) le transfert immédiat des théorèmes asymptotiques du calcul de probabilités à des théorèmes analogues en optimisation.

Pages WEB On pourra consulter les pages web

- <http://cas.ensmp.fr/CAS/SED>
- <http://amadeus.inria.fr/TROPICAL/>
- <http://www-rocq.inria.fr/scilab/quadrat>

pour obtenir des informations supplémentaires ou des publications complètes dans ce domaine.

3.2 Systèmes implicites

Participants : R. Nikoukhah, F. Delebecque, S.L. Campbell.

Résumé : *La modélisation des phénomènes physiques conduit souvent à des systèmes implicites. On travaille sur la théorie et les applications de ces systèmes.*

De très nombreux phénomènes physiques sont naturellement modélisables par des systèmes d'équations algébriques-différentielles de type

$$F(\dot{\xi}, \xi, z, t) = 0, \tag{11}$$

ou

$$F_k(\xi_{k+1}, \xi_k, z_k) = 0, \tag{12}$$

en temps discret. En fonction du domaine d'application, le modèle (11) est appelé système descripteur, système implicite, DAE (differential-algebraic equations), modèle comportemental, ...

Dans certains cas, même s'il est possible de convertir un modèle implicite en un modèle explicite, il est préférable de garder le modèle implicite pour préserver la structure naturelle du système (par exemple son caractère creux).

[Aki96] M. AKIAN, « On the continuity of the Cramer transform », *Rapport de Recherche n° 2841*, Inria, Rocquencourt, 1996.

La plupart des problèmes classiques de l'automatique tels que la construction d'observateurs, le placement de pôles, le filtre de Kalman, etc . . . , peuvent se formuler plus facilement dans un cadre implicite. Il est alors clair que l'étude systématique des propriétés fondamentales des systèmes implicites comme l'existence, l'unicité, la régularité des solutions et l'analyse numérique correspondante sont des points cruciaux pour les applications à l'automatique. De même, le développement de code performant et fiable pour la résolution numérique de ces systèmes est essentiel, aussi bien pour la conception hors ligne de contrôleurs et de filtres, que pour les implémentations temps réel.

Le cas linéaire. Un système linéaire implicite

$$\mathcal{E}\dot{\xi} = \mathcal{F}\xi + \mathcal{G}z, \quad (13)$$

ou sa version discrète

$$\mathcal{E}\xi_{k+1} = \mathcal{F}\xi_k + \mathcal{G}z_k, \quad (14)$$

conduit à l'étude des propriétés du "faisceau" $\{\mathcal{E}, \mathcal{F}\}$ (en général non carré). Une théorie géométrique générale existe pour les faisceaux de matrices. Cette théorie peut être utilisée pour montrer et souvent généraliser un grand nombre de résultats en théorie des systèmes linéaires. Pour donner un exemple simple, considérons le système

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (15)$$

Toutes les propriétés de commandabilité de ce système sont contenues dans le faisceau singulier $\{[I \ 0], [A \ B]\}$ qui correspond au système implicite (13) obtenu à partir de (15) en posant $\xi = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$. Dans cet exemple, le calcul d'un certain sous-espace (ou plus exactement d'une paire de sous-espaces) donne à la fois des propriétés qualitatives de commandabilité et permet de calculer une matrice de gain plaçant les pôles commandables. La géométrie d'un faisceau général peut être assez complexe car on peut combiner de manière combinatoire les sous-espaces associés (noyau, image, modes stables, modes statiques, modes impulsions, etc). Ces sous-espaces peuvent être obtenus par des opérations numériques dont on peut contrôler le conditionnement.

Le point de vue implicite est intéressant car il englobe dans un cadre unique les problèmes classiques. Par exemple, il est bien connu que la solution des diverses formes de l'équation de Riccati algébrique peut être construite très efficacement en calculant les sous-espaces stables des Hamiltoniens associés qui sont encore des faisceaux de matrices [11]. En fait ce faisceau est associé au système implicite aux deux bouts donné par les conditions nécessaires d'optimalité.

C'est en adoptant ce point de vue qu'on a pu étendre plusieurs résultats classiques au cas implicite, ce qui conduit à des problèmes originaux et à généraliser des concepts bien établis. Montrons cela sur l'observabilité. Considérons le système dynamique à entrée inconnue

$$\dot{x} = Ax + Bu + Mv, \quad (16a)$$

$$y = Cx + Du + Nv, \quad (16b)$$

où le vecteur v désigne l'entrée inconnue. Dans cette modélisation, ce qui compte est qu'on a des vecteurs inconnus (x et v), des vecteurs connus (u et y) et un ensemble d'équations. Il est donc naturel de considérer le modèle implicite (13) où $\{\mathcal{E}, \mathcal{F}\}$ est un faisceau arbitraire en posant $\xi = (x, v)$ et $z = (u, y)$. Pour ce modèle on a pu caractériser complètement les signaux $w = H\xi$ qui peuvent être reconstruits à partir des entrées et sorties connues du modèle (le noyau de H est le sous-espace inobservable).

L'approche consiste à construire par un algorithme (numériquement stable) un certain sous espace \mathcal{Z} associé au modèle implicite (13) qui généralise le sous espace d'inobservabilité classique: tous les signaux de la forme $w = H\xi$ avec $\ker(H) \supset \mathcal{Z}$ sont reconstruisibles par un observateur causal qui est construit comme un sous produit de l'algorithme.

On a étudié les problèmes de caractérisation des propriétés géométriques et de stabilité [10], filtrage de Kalman [9, 11], construction d'observateur "tracking" [13], etc ... On a aussi étudié l'application de ces méthodes aux systèmes classiques par exemple pour la construction du filtre générateur de résidus [12] et les problèmes de découplage. On a aussi étudié la construction d'observateurs pour des systèmes linéaires non stationnaires [28]. Cette classe de systèmes a été beaucoup étudiée ces dernières années et une théorie générale se développe.

Le cas non linéaire. En reprenant le point de vue implicite discuté plus haut pour reformuler des problèmes d'automatique non linéaire, on s'intéresse aux systèmes implicites non linéaires. Ces problèmes sont en général d'indice élevé et/ou mal défini (l'indice d'un système implicite correspond en gros au nombre de fois qu'il faut dériver ses équations pour le rendre explicite), contrairement par exemple au cas des systèmes utilisés pour les simulations en mécanique où l'indice est structurel. Un simple modèle de bras de robot commandé pour suivre une trajectoire peut conduire à un système d'indice cinq.

Contrairement à d'autres approches basées sur l'inversion, pour faire de la commande ou de l'observation, on ne cherche pas une formule explicite, mais on admet que la solution puisse être le résultat d'un solveur numérique implémenté en temps réel. En particulier, pour les problèmes de suivi de trajectoires cela nous a permis de proposer une nouvelle méthode de commande prédictive, appelée DPC (descriptor predictive control). Dans cette méthode, la contrainte de trajectoire est rajoutée aux dynamiques du système pour obtenir un système implicite en (x, u) .

L'indice de ce système, souvent élevé, peut aussi être réduit, si la complexité le permet, par des méthodes formelles. Puis, une solution numérique est calculée par un solveur numérique et appliquée sur une fenêtre glissante. Le contrôle obtenu par cette stratégie, n'est en général pas stabilisant. Pour que cette approche puisse marcher, on a montré qu'il faut effectuer un feedback préliminaire linéaire approprié. Ce feedback nécessite encore le calcul de certains sous-espaces liés au faisceau linéaire tangent [13].

La même idée a été utilisée pour la construction d'observateurs non linéaires [28].

Le cadre implicite est aussi un point de passage obligé pour la définition d'un formalisme modélisant un système hybride général. On s'intéresse à ce problème car même pour modéliser le plus simple des systèmes réels commandés, on doit considérer le couplage d'un système discret (en l'occurrence le contrôleur) et l'environnement continu (souvent implicite). On a commencé à étudier un formalisme mathématique pour définir les systèmes hybrides (à composantes continues, discrètes et événementielles) (voir section 5.2).

4 Logiciels

4.1 Scilab

Participants : F. Delebecque, C. Gomez, M. Goursat, R. Nikoukhah, S. Steer, J.-Ph. Chancelier.

La CAO en automatique vise à donner aux ingénieurs un ensemble d'outils pour mettre au point des lois de commande, les simuler, les valider et les implanter.

L'introduction des logiciels de CAO en automatique, il y a une quinzaine d'années, a totalement révolutionné la façon de faire de la recherche et du développement dans le domaine, à tel point que les chercheurs et les laboratoires d'ingénierie industrielle utilisent quotidiennement ces outils.

Dans la communauté industrielle, ces logiciels permettent de récupérer rapidement les résultats de la recherche sous une forme directement utilisable.

Ils sont de plus indispensables aux chercheurs : en effet on peut constater que depuis l'introduction de ces logiciels il est devenu courant d'accompagner une étude théorique par un algorithme adapté et implanté dans ceux-ci. Ils permettent en particulier de tester ou de valider rapidement une nouvelle idée.

Ces logiciels sont aussi de plus en plus utilisés dans l'enseignement car ils peuvent illustrer rapidement et concrètement les cours d'automatique, d'analyse numérique ou plus généralement de mathématiques appliquées.

Le projet Meta2 a conçu le logiciel de CAO en automatique Scilab. Il s'agit de :

- disposer et maîtriser un outil pour des études en mathématiques appliquées et des développements dans le cadre du projet Meta2 ;
- faire jouer à l'Inria un de ses rôles de laboratoire public : réaliser des logiciels de qualité accessibles au plus grand nombre.

Nous avons choisi de distribuer gratuitement Scilab avec les sources. Le fait que Scilab soit donc un logiciel libre permet d'utiliser un grand nombre de programmes ayant le même statut, diffusés par exemple via Netlib. En outre de nombreuses coopérations peuvent ainsi se nouer dans un cadre non commercial, ce qui est apprécié par la plupart des organismes de recherche.

4.1.1 Scilab : le logiciel

Scilab est un logiciel interactif dédié aux calculs numériques. Il contient des centaines de fonctions mathématiques avec la possibilité de rajouter interactivement des programmes C ou fortran au système, des structures de données sophistiquées (incluant les listes, les polynômes, les fractions rationnelles, les systèmes linéaires), un interpréteur et un langage de programmation de haut niveau, de grandes possibilités graphiques 2D et 3D avec animation, ainsi que des liens avec le système de calcul formel Maple.

Scilab a été conçu pour être un système le plus ouvert possible : l'utilisateur peut définir lui-même de nouveaux types de données et des opérations sur ces types.

Un grand nombre de boîtes à outils sont fournies avec le système :

- Algèbre linéaire : matrices creuses ... ;

- Simulation : solveurs d'ode, dassl ... ;
- Commande : classique, LQG, H_∞ ... ;
- Optimisation LMI (Linear Matrix Inequalities) ;
- Optimisation différentiable et non-différentiable ;
- Traitement du signal ;
- Scicos : un éditeur et simulateur de systèmes dynamiques hybrides ;
- Metanet : analyse de graphes et optimisation de réseaux ;
- Fraclab : analyse « fractale » ;
- Scilab parallèle : interface avec PVM ;
- Interface avec TCL/TK ;
- ...

Scilab fonctionne sur la plupart des machines Unix, y compris Linux, ainsi que sous Windows 95/NT.

4.1.2 Collaborations hors du projet Meta2

Il est assez facile de faire une longue liste d'enrichissements de Scilab en relation avec les activités des membres du projet Meta2 et des autres chercheurs de l'Inria. Nous citons quelques exemples des projets actuels (débutés ou en discussion) :

Mathématiques financières Cette activité issue de l'avant-projet Mathfi est soutenue par la direction scientifique de l'Inria (action de recherche coopérative). Elle devrait aboutir (entre autres) à une boîte à outils.

Systèmes à événements discrets Intégration dans Scilab d'une boîte à outils avec les extensions d'opérateurs ad hoc en cours dans le cadre du projet européen Alapedes avec l'école des Mines de Fontainebleau.

Liens avec le calcul formel Un projet est en cours et consiste à faire un lien entre Scilab et MuPAD avec la participation de l'université de Paderborn, la société Sciface (qui distribue MuPAD) et l'avant-projet Polka de l'Inria-Lorraine.

Différentiation automatique Un essai de différentiation automatique de fonctions Scilab est en cours avec la participation du projet Estime.

Modélisation, simulation et implantation temps-réel La boîte à outils Scicos de Scilab a été développée pour faciliter la modélisation et la simulation des systèmes dynamiques hybrides. L'interfaçage de cet outil avec le logiciel Syndex du projet Sosso permettra à l'utilisateur d'effectuer toute la chaîne de la conception à l'implantation.

Scilab parallèle Ce projet est réalisé avec le projet ReMaP de l’Inria Rhône-Alpes et le projet Résédas de l’Inria-Lorraine. Le premier travail accompli a consisté à rajouter PVM à Scilab et à faire une version parallèle « de base » pour Scilab (disponible dans la prochaine release). Le but du projet est évidemment plus ambitieux avec l’étude et le développement d’algorithmes pour les grands systèmes creux.

Chaînes de Markov cachées et détection de panne Ce projet est développé à l’Esiee.

Equations aux dérivées partielles Collaboration avec le projet Gamma pour intégrer des méthodes d’éléments finis dans Scilab.

Il faut aussi rappeler que des composants de Scilab viennent déjà d’autres projets de l’Inria, par exemple :

- Les programmes d’optimisation du projet Promath.
- La boîte à outils Fraclab du projet Fractales.

4.1.3 Diffusion

La diffusion de Scilab se fait à partir du site ftp de l’Inria-Rocquencourt ou bien directement à partir du site Web de Scilab <http://www-rocq.inria.fr/scilab/>. La plupart des distributions Linux contiennent aussi Scilab.

Il existe une liste de diffusion pour les utilisateurs qui veulent être tenus au courant des nouveautés sur Scilab (nouvelles releases par exemple) : c’est le SciClub. Actuellement plus de 700 personnes se sont inscrites.

Un newsgroup sur Scilab, « comp.soft-sys.math.scilab », a été créé en avril 1997 et reçoit plus de 45 messages par mois. Un de ses buts est de faire en sorte que les utilisateurs de Scilab puissent dialoguer et se répondre entre eux.

La diffusion de Scilab est complétée par la sortie du livre publié chez Birkhäuser [14]. Ce livre, qui est à la fois un guide d’utilisation et une illustration d’applications traitées avec Scilab, comporte un cd-rom contenant la distribution complète de la dernière version de Scilab.

4.2 Scicos

Participants : R. Nikoukhah, S. Steer.

Scicos (Scilab Connected Object Simulator) est une boîte à outils Scilab dédiée à la modélisation et la simulation de systèmes dynamiques incluant des parties “continues” et “évènementielles”. Scicos comprend un éditeur graphique permettant la construction de modèles en interconnectant des blocs (representants des fonctions de base prédéfinies ou définies par l’utilisateur). Les interconnexions véhiculent des signaux.

L’ensemble des indices temporels associé à chaque signal est appelé temps d’activation (durée de temps pendant lequel le signal peut évoluer). En dehors de leur temps d’activation, les signaux Scicos restent constants (voir Figure 3). Le temps d’activation est défini comme étant l’union des intervalles de temps et des points isolés appelés événements.

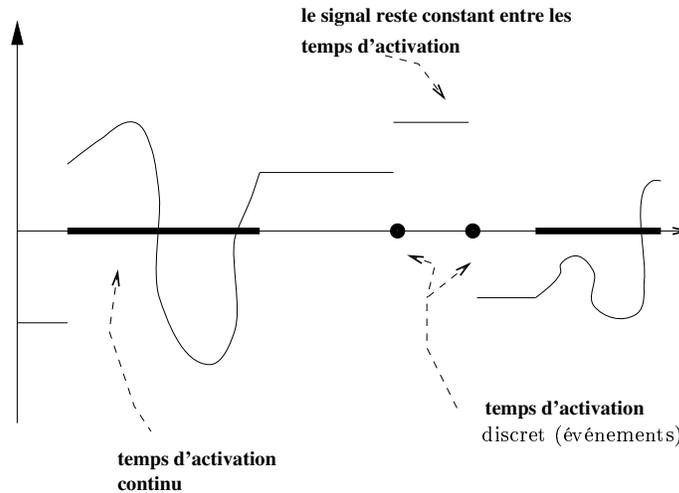


FIG. 3: *Un signal Scicos et sa période d'activation.*

Les signaux dans Scicos sont générés par des blocs activés par des signaux d'activation. Un signal d'activation permet à un bloc la mise à jour de ses sorties et de son état interne en fonction de la valeur de ses entrées et de son ancien état interne. Les signaux de sortie héritent de la période d'activation du bloc générant.

Les blocs sont activés par les signaux d'activation reçus sur leurs ports d'activation d'entrée. Un bloc ne possédant pas de port d'activation d'entrée est activé de façon permanente (autrement dit il est dépendant du temps) à moins qu'il n'hérite de l'union des temps d'activation de ses signaux d'entrée.

Les signaux émis par les ports d'activation de sortie sont des signaux d'activation générés par le bloc. Par exemple, le bloc "Clock" génère un signal d'activation composé d'un train d'événements régulièrement espacés dans le temps. Si cette sortie est connectée au port d'activation d'entrée d'un bloc "Scope", cela spécifie la période d'échantillonnage de l'affichage de l'oscilloscope.

4.3 Metanet

Participants : C. Gomez, M. Goursat.

Metanet est la boîte à outils pour les graphes et les réseaux de Scilab. Elle a une double fonctionnalité que nous décrivons ci-après.

Elle est construite avec des programmes écrits en fortran ou en C et des fonctions écrites en langage Scilab. L'ensemble de ces fonctions concernent les problèmes de graphes (connexité, arbres, cycles, ...) et les problèmes de réseaux (flots à coût minimal par exemple). L'originalité de Metanet tient au fait qu'une structure de données particulière, la `graph-list`, a été définie pour manipuler aisément les graphes et les réseaux.

Metanet est également un outil de visualisation et de manipulation graphique adapté aux graphes et aux réseaux pour lesquels ces aspects sont indispensables et non traités par les

fonctions graphiques usuelles de Scilab.

On peut donc construire dans Scilab une `graph-list` quelconque, la visualiser et faire toutes les manipulations que l'on souhaite en programmant classiquement dans le langage Scilab. On peut également afficher et modifier ou construire entièrement un graphe par l'outil graphique et récupérer la `graph-list` correspondante pour lui appliquer des fonctions Scilab.

5 Résultats nouveaux

5.1 CAO en Automatique

5.1.1 Liens Scilab - Calcul formel

Participant : C. Gomez.

Le travail pour relier Scilab et le système de calcul formel MuPAD continue. Dans ce sens, un contrat a été signé avec la société Sciface qui distribue MuPAD. La prochaine version de MuPAD qui doit sortir en l'an 2000 devrait avoir Scilab à l'intérieur. Ce travail est réalisé avec l'aide du projet Polka de l'Inria-Lorraine.

5.1.2 Éléments finis

Participants : E. Geay, F. Hecht, S. Steer.

Le logiciel d'éléments finis FreeFem (Inria - Paris VI) a été interfacé avec Scilab. FreeFem, est un langage de description et de résolution de problèmes d'éléments finis écrit en C++. L'interface a été conçue pour permettre à Scilab de générer et de transmettre des instructions FreeFem. Cela a en particulier rendu possible la génération de code FreeFem à partir d'une représentation formelle multivariable dans Scilab. Il est aussi possible de transmettre des tables de discrétisation de frontières à FreeFem. En retour, il est possible d'obtenir dans l'environnement de Scilab la solution du problème ou sa représentation matricielle. Ce travail est fait en collaboration avec le projet Gamma.

5.1.3 Différentiation automatique

Participants : X. Jonsson, S. Steer.

Présentation. La différentiation automatique permet de calculer les dérivées d'une fonction qui n'est connue que par un programme informatique.

De nombreux outils de différentiation automatique existent pour des langages comme Fortran, C/C++, ADA. Il s'agit ici de réaliser un outil similaire pour le langage Scilab. Scilab étant un langage orienté objets nous différencions les opérateurs et fonctions en utilisant les propriétés mathématiques de l'opérateur pour les types d'objets concernés. Par exemple, la différentielle de la matrice A^{-1} est calculée comme $-A^{-1} * dA/dx * A^{-1}$ plutôt que par la dérivation du code calculant l'inverse d'une matrice.

Nous avons réalisé deux outils permettant de différentier les fonctions Scilab :

- une implémentation du mode direct de la différentiation automatique. Le mode direct évalue les dérivées directionnelles du premier ordre d'une fonction. Cette implémentation est construite au moyen de la surcharge des opérateurs et des fonctions de bases de Scilab.
- une implémentation du mode inverse qui permet de calculer toutes les dérivées partielles formant le gradient en un temps qui est du même ordre que celui nécessaire au calcul de la fonction. Dans ce cas nous avons écrit un générateur de code adjoint (basé sur l'outil de réécriture des fonctions Scilab) produisant une fonction Scilab, qui calcule la valeur de la fonction et de sa dérivée.

Perspectives. Les tests effectués sur le mode direct indiquent qu'il est possible de réduire le rapport de temps de calcul entre l'évaluation de la fonction et l'évaluation de la dérivée directionnelle (actuellement 7) pour s'approcher du rapport théorique (4).

Le mode inverse devra être complété (structure de contrôle, appel de procédures, ...)

5.1.4 Génération de code associé a un schéma Scicos

Participants : R. Djenidi, R. Nikoukhah.

Il est désormais possible d'accélérer les simulations Scicos en générant du code spécifique correspondant aux schémas Scicos. Cette génération se fait de manière complètement transparente. Ce code pourrait alors être utilisé pour construire un programme de simulation "stand-alone".

5.1.5 Amélioration des fonctionnalités existantes

Traducteur Matlab : **Participants :** S. Steer, A.L. Michel.

Le traducteur Matlab-Scilab a été complété et validé sur des boites à outils domaine public. A.L. Michel dans le cadre d'un stage d'étude (PULV) a entrepris une réécriture du traducteur pour le rendre plus lisible et plus adaptable et pour supporter les structures de données nécessaires à la traduction de code Matlab V.

Sauvegarde binaire : **Participant :** S. Steer.

Les fonctions de lecture/écriture de fichiers binaires indépendant machines ont été utilisées pour les fonctions de sauvegarde et de rechargement des variables Scilab. La version antérieure consistait simplement à écrire dans un fichier l'image de la variable en machine. La nouvelle version requiert une fonction spécifique pour chacun des types de données.

Version windows : **Participants :** E. Geay, M. Philippe, R. Nikhoukhah, F. Delebecque.

En collaboration avec la société ABSOFT, E. Geay a réalisé un portage de Scilab dans l'environnement de développement ABSOFT.

M. Philippe et F. Delebecque ont réalisé le portage dans l'environnement Visual C++ (Microsoft), Visual Fortran (Digital)

Mexlib : Participants : F. Delebecque, J.P. Chancelier.

Une bibliothèque de procédure C a été réalisée pour émuler le fonctionnement des interfaces Matlab. Ce développement permet par exemple d'utiliser la boîte à outils Wavelab sous Scilab sans modifications majeures.

Interface graphique : Participants : J.P. Chancelier, R. Nikhoukhah, M. Philippe, S. Steer.

L'interface graphique a été enrichie de barres de défilement optionnelles et d'outils de gestion des raccourcis clavier.

Ajout des types entiers : Participant : S. Steer.

Un nouveau type de variable (matrice d'entiers stockés sur 1 2 ou 4 octets) ainsi que les opérateurs de base associés ont été introduit pour faciliter le traitement du son et des images.

Site Web : Participants : M. Philippe, H. Chanut (sir).

Un outil de recherche (HtDig), un formulaire de rapport d'erreur et un livre d'or ont été mis en place sur le site Web de Scilab.

Amélioration de l'interface Scicos : Participants : R. Nikhoukhah, S. Steer.

En utilisant les nouvelles fonctionnalités graphiques de Scilab, l'interface utilisateur de Scicos a été retravaillée. De nouvelles fonctionnalités ont été intégrées et testées de manière systématique. Dans le cadre du stage de D. Torchin, tcl/tk est utilisé pour développer des GUI spécifiques pour les blocks Scicos disponibles dans les palettes.

5.1.6 Scilab parallèle

Participants : C. Gomez, M. Goursat, S. Steer.

Nous participons à l'Action de Recherche Coopérative Inria Ouragan (Outils de résolution Appliquée aux Grand Calculs Numériques) pour l'aspect parallélisation de Scilab. Sur ce point, un article a été présenté à la dernière conférence CACSD [32].

5.1.7 LaRA : la route automatisée

Participants : C. Gomez, M. Goursat.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec le Livic (Laboratoire sur les Interactions Véhicules-Infrastructure-Conducteurs, laboratoire commun Inrets-LCPC).

Cette étude est la partie optimisation et commande de l'étude complète réalisée par le Livic (comprenant des études socio-économiques, l'architecture, ...) sur la route automatisée. Il s'agit de concevoir un système véhicule-infrastructure qui fonctionne sans intervention du conducteur (sauf cas exceptionnels). Une partie très importante de l'étude va également consister à gérer le déploiement, c'est-à-dire le passage progressif vers l'automatisation complète (sur routes dédiées).

La première étape a consisté à définir un bon scénario. Sur un réseau de type périphérique (anneau avec 7 entrées-sorties) nous avons étudié les paramètres principaux en partant des caractéristiques des véhicules jusqu'au dimensionnement de certaines parties du réseau. Le travail reste au niveau macroscopique et utilise des techniques classiques pour démontrer l'intérêt et la faisabilité d'un tel projet.

Les paramètres principaux dont l'influence a été étudiée sont :

- les caractéristiques des véhicules (longueur, capacité de freinage, vitesse, accélération) ;
- les entrées-sorties sur un tronçon routier ;
- la gestion globale des entrées-sorties sur l'anneau ;
- le dimensionnement des sorties.

Ce travail fait l'objet d'un chapitre dans le rapport final du contrat du Livic.

5.1.8 Boîte à outils Sodas

Participants : C. Klimann, Y. Lechevallier.

On a commencé la réalisation d'une boîte à outils pour la statistique de base pour le système Scilab. Les fonctions statistiques de base sont déjà programmées ainsi que celles que définissent le nouveau type concernant les tableaux statistiques.

5.1.9 Cholesky creux, hopdm, lipsol

Participants : H. Rubio Scola, F. Delebecque.

Des interfaces ont été réalisées pour la résolution de grands programmes linéaires creux. En particulier, le code HOPDM de J. Gondzio a été interfacé et adapté de manière à pouvoir définir le problème de manière interactive en utilisant les matrices creuses de Scilab. Des comparaisons ont été faites avec le logiciel Lipsol qui résout le problème par une implémentation en code Scilab, en utilisant les primitives de Cholesky creux.

Les codes de résolution de grands programmes linéaires ont été utilisés pour traiter quelques exemples concrets de détection de pannes.

5.2 Commande des Systèmes

5.2.1 Commande de systèmes à retard avec sortie tout-ou-rien

Participants : M. Akian, S. Bismuth, P.-A. Bliman, L. Fridman.

Nous avons poursuivi cette année l'étude de la dynamique de systèmes simples à retard et relais, du type de $\dot{x} - f(x) = -\text{sgn}x(t - h)$, représentant le comportement en boucle fermée de certains systèmes contrôlés par des capteurs ou actuateurs "rustiques", fournissant une information binaire et retardée. Ce travail est décrit précisément dans le paragraphe du même titre dans le rapport d'activité du projet Sosso (Thème 4). Voir aussi [17].

5.2.2 Un problème de commande stochastique ergodique en gestion de portefeuille

Participantes : M. Akian, A. Sulem.

En collaboration avec Michael Taksar, de Stony Brook University in New-York, nous avons poursuivi l'étude de problèmes de gestion de portefeuille avec coûts de transaction et maximisation du taux moyen de profit. Ces problèmes se réduisent à des problèmes de commande stochastique avec contrôles singuliers et critère ergodique. Ce travail est décrit précisément dans le paragraphe "Contrôle stochastique ergodique et ergodique multiplicatif - Application en gestion de portefeuilles avec coûts de transaction" dans le rapport d'activité de l'avant-projet Mathfi (Thème 4) et dans [39].

5.2.3 De la simulation des systèmes hybrides au contrôleur temps réel

Participants : R. Nikoukhah, R. Djenidi, Ch. Lavarenne, Y. Sorel.

Mots clés : systèmes dynamiques, systèmes hybrides, langages synchrones, Scicos, SynDEx, temps réel, implantation multi-processeur.

Scicos est un logiciel de simulation de systèmes, incluant des parties continues, discrètes et événementielles. Ces systèmes sont généralement décrits par un modèle du système continu commandé par un modèle de contrôleur discret (voir Figure 4).

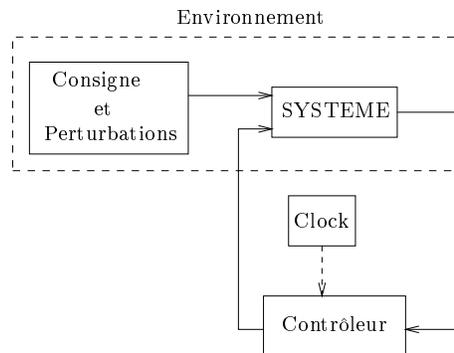


FIG. 4: *Système dynamique hybride*

L'objectif en général est de générer du code optimisé correspondant à la partie discrète (contrôleur) pour des environnements multi-processeurs.

Ce travail se fait en traduisant la partie discrète du schéma Scicos en un schéma SynDEx, la difficulté étant l'incompatibilité entre le formalisme Scicos et celui de SynDEx.

Comme la nouvelle version de SynDEx correspond mieux à la philosophie de Scicos, ce travail de traduction est facilité. Une version beta devrait voir le jour très prochainement (voir [33]).

5.2.4 Détection de pannes

Le travail sur les méthodes de détection de pannes s'est poursuivi. On a continué à étudier le problème de détection active qui consiste à injecter un signal (signal de détection) dans le système pour améliorer la conception de signal de détection [12, 26, 36]. Rubio Scola a travaillé sur les problèmes numériques de l'implémentation de la méthode proposée dans [12].

5.2.5 Problèmes de classification de systèmes de sous-espaces linéaires

Participant : C. Klimann.

On a continué les travaux menés avec Henry Crapo, Centre d'Analyse et Mathématiques Sociales sur la classification de systèmes de sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie. On a obtenu des résultats sur les dimensions des sous-espaces du treillis modulaire libre engendré par quatre sous-espaces, ainsi que sur les suites de systèmes indécomposables de sous-espaces. Durant la période allant de mars à décembre 1999 j'ai travaillé dans les locaux du Centre d'Analyse et Mathématiques Sociales, Ecole d'Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris pour faire avancer ce projet.

5.3 Systèmes à événements discrets, algèbre max-plus et programmation dynamique

5.3.1 Systèmes dynamiques monotones homogènes et systèmes à événements discrets

Participants : S. Gaubert, J. Cochet-Terrasson.

On a poursuivi le travail en commun avec Jeremy Gunawardena (Brims, Hewlett Packard Labs, Bristol) sur les applications monotones homogènes $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. Le résultat saillant de cette année est la généralisation suivante du théorème de Perron-Frobenius. À une application $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ monotone homogène (i.e. vérifiant $x \leq y \implies f(x) \leq f(y)$ et $f_i(\lambda + x_1, \dots, \lambda + x_n) = \lambda + f_i(x)$, pour $x \in \mathbb{R}^n$ et $\lambda \in \mathbb{R}$), associons le graphe orienté ayant les sommets $1, \dots, n$ et un arc $i \rightarrow j$ si $\lim_{\nu \rightarrow \infty} f_i(\nu e_j) = +\infty$, où e_j désigne le j -ième vecteur de la base canonique de \mathbb{R}^n . On appelle vecteur propre de f un vecteur $u \in \mathbb{R}^n$ tel que $f_i(u) = \lambda + u_i$, avec $\lambda \in \mathbb{R}$. On a montré dans [40] qu'une application monotone homogène dont le graphe est fortement connexe admet un vecteur propre, ce qui généralise divers théorèmes spectraux non-linéaires, comme le théorème de Bather qui affirme l'existence d'un vecteur propre pour les problèmes de contrôle ergodique communiquants. Cela fournit au passage une nouvelle preuve (plus générale et aussi élémentaire que celle de Wielandt) du théorème de Perron-Frobenius: l'argument général sous-jacent est que pour avoir l'existence d'un vecteur propre, il suffit que

l'un des sur-espaces propres de f soit compact pour la topologie de la métrique projective de Hilbert.

Le travail plus algorithmique des années précédentes, portant sur le calcul effectif de vecteurs propres dans le cas spécial des applications “min-max-plus”, qui interviennent dans les jeux déterministes à deux joueurs et à somme nulle, ainsi qu'en évaluation de performance de systèmes à événements discrets, a été publié dans [21]. Par ailleurs, dans son travail de thèse, Jean-Cochet Terrasson s'est intéressé aux algorithmes d'itérations sur les politiques pour des problèmes de contrôle déterministe optimal arrêté : on obtient ainsi des algorithmes non-classiques pour les problèmes de chemins dans les graphes, qui sont expérimentalement presque linéaires, même dans des cas où l'algorithme de Dijkstra ne fonctionne pas, et donc dans ce cas meilleurs que les algorithmes classiques (itération sur les valeurs, ou algorithme de Bellman-Ford). On montre en outre dans ce cas que le temps d'exécution dans le pire des cas des méthodes d'itération sur les politiques est au plus égal à celui des algorithmes classiques.

5.3.2 Exposants de Lyapunov de Systèmes Dynamiques Monotones Homogènes et Jeu de Tetris

Participant : S. Gaubert.

Ce paragraphe est une synthèse de divers travaux, en collaboration avec: pour une part François Baccelli et Dohy Hong (ENS), pour un autre part Jean Mairesse (Liafa), pour une dernière part: Vincent Blondel (Cesame) et John Tsitsiklis (MIT).

On cherche à calculer le taux de croissance (exposant de Lyapunov) des composées d'une suite d'applications aléatoires monotones homogènes. On se donne une suite infinie aléatoire f_1, f_2, \dots de telles applications, tirées, pour fixer les idées, selon une loi de Bernoulli p dans un ensemble fini d'applications S , et l'on cherche à évaluer la limite p -presque sûre $k^{-1}f_k \circ \dots \circ f_1(x)$, qui existe sous des hypothèses assez générales (par exemple, si avec probabilité positive, une composée d'applications f_i est d'image bornée pour la métrique projective de Hilbert). Ce problème contient comme premier cas particulier intéressant le calcul d'exposants de Lyapunov de matrices à coefficients positifs ou nuls, et comme autre cas particulier le calcul du taux de croissance d'un tas de pièces dans un jeu de Tetris, où l'on laisse tomber les pièces aléatoirement. Vincent Blondel et John Tsitsiklis ont démontré^[TB97] que le calcul ou l'approximation d'exposants de Lyapunov dans le cas de matrices à coefficients positifs ou nuls, est NP-dur. Nous avons étendu avec eux ce résultat au cas dégénéré des produits de matrices max-plus [41]. Ainsi, le calcul ou l'approximation des exposants de Lyapunov est en général un problème relativement désespéré. Il reste que l'on peut souvent montrer des propriétés qualitatives remarquables. Par exemple, dans le cas de produits de matrices inversibles, essentiellement sous des conditions d'irréductibilité du groupe sous-jacent, Le Page (voir^[BL85]) avait conclu à l'analyticité de l'exposant de Lyapunov, cet exposant étant vu comme

[TB97] J. N. TSITSIKLIS, V. D. BLONDEL, «The Lyapunov exponent and joint spectral radius of pairs of matrices are hard - when not impossible - to compute and to approximate», *Mathematics of Control, Signals and Systems* 10, 1, 1997, p. pp. 31–40, correction in Vol. 10, No. 4, p. 381.

[BL85] P. BOUGEROL, J. LACROIX, *Products of Random Matrices with Applications to Schrödinger Operators*, Birkhauser, 1985.

une fonction de la loi de probabilité p , identifiée à un vecteur de \mathbb{C}^S . Peres^[Per92] avait obtenu un résultat analogue dans le cas de matrices non-négatives, grâce au théorème de Birkhoff-Hopf qui affirme que les matrices positives sont des contractions pour la métrique projective de Hilbert. Ces résultats ne donnent pas, a priori, des développements en série effectifs. Dans le cas max-plus, on a beaucoup mieux, essentiellement par ce que des matrices de taux de contraction nul pour la métrique de Hilbert apparaissent génériquement quand on fait des produits de matrices max-plus aléatoires. Baccelli et Hong^[BH98] ont ainsi pu donner des développements en série explicites. Leur preuve reposait cependant sur des développements combinatoires fort difficiles, et qui ne donnaient pas une estimation optimale de la région d'analyticité. Nous avons réattaqué ensemble ces résultats, et montré qu'ils reposent sur un fond combinatoire relativement simple : l'exposant de Lyapunov est donné par une somme indicée par les éléments d'un monoïde finiment présenté très facile, qui mérite le nom de monoïde oublieux libre (les relations, en nombre fini, sont de la forme $au = a$ ou a est une lettre et u est un mot), et l'exposant de Lyapunov est analytique sur le domaine d'absolue convergence d'une fonction partition associée à ce monoïde, que l'on sait calculer car elle est rationnelle. On améliore ainsi les estimations connues du domaine d'analyticité, et l'on obtient un développement en série simple à évaluer. En prime, au delà du cas Bernoulli, cette mécanique marche aussi dans le cas de ce que Hansel et Perrin appellent des "mesures de probabilités rationnelles", et donc, a fortiori, dans le cas Markov. Ces résultats sont annoncés dans [30].

Enfin, faisant suite à [6], on a étudié avec Jean Mairesse [34] le cas spécial des empilements de pièces de jeu de Tetris, dont les hauteurs représentent les temps d'exécution de réseaux de Petri temporisés. Cette article élucide quelques cas où l'on sait calculer ces exposants de Lyapunov, et étudie aussi les empilements de pièces optimaux.

5.3.3 Séries Rationnelles Max-Plus et Systèmes Temps Réel

Participant : S. Gaubert.

Stéphane Gaubert participe à l'encadrement de la thèse de Pierre Le Maigat, co-dirigée à Rennes par Albert Benveniste et Claude Jard (voir les rapports d'activité des projets SIGMA2 et PAMPA). Le but de ce travail, qui fait suite à^{[BGJ98], [BJG98]}, est de développer des modèles algébriques à base d'automates à multiplicités sur le semi-anneau max-plus, adaptés à l'évaluation de performance et à la modélisation des systèmes temps réel.

5.3.4 Éléments spectraux max-plus en dimension infinie

Participants : M. Akian, S. Gaubert.

-
- [Per92] Y. PERES, « Domains of analytic continuation for the top Lyapunov exponent », *Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist.* 28, 1, 1992, p. 131–148.
 - [BH98] F. BACCELLI, D. HONG, « Analytic Expansions of $(\max, +)$ Lyapunov Exponents », *Research Report n° 3427*, INRIA, 1998.
 - [BGJ98] A. BENVENISTE, S. GAUBERT, C. JARD, « Monotone rational series and max-plus algebraic models of real-time systems », *in: Proc. of the Fourth Workshop on Discrete Event Systems (WODES98)*, IEE, Cagliari, Italy, 1998.
 - [BJG98] A. BENVENISTE, C. JARD, S. GAUBERT, « Algebraic techniques for timed systems », *in: Proceedings of CONCUR'98*, Nice, France, September 1998.

En collaboration avec Vassili Kolokoltsov, de Nottingham University, on a commencé à étudier l'existence de valeurs propres et la dimension de l'espace propre correspondant pour des opérateurs linéaires max-plus sur l'espace des fonctions continues. On espère généraliser et préciser les résultats de [KM97].

5.3.5 Approche géométrique des systèmes linéaires max-plus linéaires

Participants : G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat.

Les années précédentes, une étude géométrique des systèmes linéaires max-plus a été entreprise. Elle a conduit à la construction de projecteur analogue aux projecteurs linéaires habituels. Elle a donné un éclairage nouveau au problème difficile de la réalisation minimale [22] sans permettre la résolution complète de ce problème. Elle a fait ressortir l'importance d'une classe de semi-modules dits réguliers pour lesquels il est possible de trouver une congruence transverse et sur lesquels il est possible de projeter linéairement.

Cette année, ce travail s'est poursuivi en essayant de faire les liens avec la théorie des modules classiques. Il ressort de ce travail que les semi-modules réguliers correspondent aux modules projectifs. La dissymétrie existant entre les images d'un opérateur linéaire et les noyaux qui deviennent ici des congruences, empêchent d'adapter facilement la théorie des modules classiques.

Une publication de l'ensemble des résultats partiels obtenus est en cours d'écriture.

5.3.6 Boîte à outils Max-Plus de Scilab

Participants : G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat.

La première boîte à outils max-plus réalisée l'an dernier, comportant surtout l'arithmétique Max-Plus a été continuée cette année en adjoignant la manipulation des systèmes dynamiques linéaires max-plus sous forme d'état implicite. Il reste à implémenter la manipulation des séries rationnelles max-plus et faire une documentation de l'ensemble.

Une boîte à outils destinée à la productique a été commencée, elle utilise Metanet et permet le calcul et la visualisation dans Metanet des circuits critiques permettant de voir les goulots d'étranglement d'un système de production. L'algorithme de Howard utilisé pour calculer ces circuits permet la manipulation de très gros graphes puisque l'algorithme a une complexité pratique linéaire en le nombre d'arcs.

5.3.7 Espace propre d'opérateurs monotones homogènes

Participants : M. Akian, S. Gaubert.

Les problèmes de contrôle ergodique conduisent à l'étude des valeurs et vecteurs propres d'opérateurs non-linéaires monotones homogènes particuliers. Pour fixer les idées, le problème

[KM97] V. KOLOKOLTSOV, V. P. MASLOV, *Idempotent analysis and applications*, Kluwer Academic Publishers, 1997.

spectral associé à un problème de contrôle de chaîne de Markov à espaces d'états et d'actions finis s'écrit:

$$\lambda + x = \min_{u \in U} (c^u + P^u x) , \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad \lambda \in \mathbb{R} , \quad (17)$$

où $(c^u)_{u \in U}$ et $(P^u)_{u \in U}$ sont des familles finies de vecteurs et de matrices de Markov, respectivement. Les conditions d'existence des solutions de (17) sont classiques. On s'intéresse ici aux cas d'unicité du vecteur propre "non-linéaire" x , à une constante additive près. On montre qu'il suffit pour cela que l'opérateur obtenu en restreignant à droite de (17) le minimum aux politiques optimales pour le critère ergodique vérifie une condition de communication de type Bather. On peut étendre partiellement ces résultats, soit au cas d'opérateurs monotones homogènes généraux, soit en dimension infinie au moyen de la notion de solution de viscosité.

5.3.8 Asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron

Participants : M. Akian, S. Gaubert.

Dans ce travail, en collaboration avec Ravindra Bapat, de l'Indian Statistical Institute, New Delhi, on poursuit l'étude de l'asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron de matrices à coefficients positifs ou nuls, dépendant géométriquement d'un grand paramètre. Les premiers résultats sont présentés dans [ABG98]. Une publication plus détaillée est en cours de rédaction.

5.3.9 Forme produit min-plus

Participants : O. Fall, J.P. Quadrat.

Le travail de thèse entrepris l'an dernier sur l'analogie max-plus des formes produits pour les réseaux de files d'attente, s'est poursuivi cette année. Cette thèse se fait à mi-temps à l'Inria et à mi-temps à l'Université de Dakar.

On veut explicitement calculer la longueur de géodésique dans un réseau dans des situations où le calcul numérique est impuissant à cause de la taille du système.

Cette année, nous avons généralisé le travail de l'année précédente dans lequel les longueurs des déplacements admissibles dépendaient seulement du type de déplacement mais de la position dans le réseau (à l'intérieur d'un simplexe de \mathbb{R}^n). On peut se ramener à des problèmes de flots dont les solutions, dans certains cas particuliers, sont les analogues max-plus de la forme produit. La généralisation obtenue permet des dépendances avec l'état analogues à celles permises dans les réseaux de file d'attente de type Jackson où le taux de sortie d'une file peut dépendre uniquement de l'état de cette file. Une publication est en cours d'écriture.

5.3.10 Cuaderno

Participants : J.P. Quadrat, R. Katz, E. Rofman.

[ABG98] M. AKIAN, R. BAPAT, S. GAUBERT, «Asymptotics of the Perron Eigenvalue and Eigenvector Using Max-algebra», *C. R. Acad. Sci. Paris t. 327, Série I*, 1998, p. 927-932.

Le cours sur l'algèbre max-plus organisé l'an dernier par E. Rofman à l'Université de Rosario, a donné lieu à l'écriture d'un mémoire en espagnol disponible sur le web et qui sera publié dans la série des Cuaderno de l'Université de Rosario [15]. Ce cours sera suivi l'an prochain par un autre cours sur les systèmes à événements discrets donné par G. Cohen.

5.3.11 Modélisation discrète d'une gestion de portefeuille

Participants : K. Bitelmadji, J.P. Quadrat.

Une modélisation discrète d'un problème de gestion de portefeuille (de type Merton) comme un problème de commande optimale de chaîne de Markov dont l'espace d'état était le produit cartésien d'un ensemble discret représentant la valeur du portefeuille et d'un autre ensemble d'état représentant le degré de risque.

Le problème a été résolu par un algorithme de Howard standard. Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un mémoire de DEA MMME de Paris I.

5.4 Synchronisation des feux rouges

Participants : G. Cohen, S. Gaubert, E. Mancinelli, J.P. Quadrat, E. Rofman.

Un travail d'application des méthodes développées dans le cadre de l'algèbre max-plus au problème de synchronisation des feux rouges a été entrepris. Ce travail, réalisé avec le projet Numopt en collaboration avec l'université de Rosario et la municipalité de Bahia Blanca, consiste en une modélisation basée sur l'algèbre max-plus de la synchronisation de l'ensemble des feux de la ville qui a une forme très régulière.

Le problème se ramène à un problème de contrôle stochastique discret ressemblant aux équations de la discrétisation d'un laplacien vectoriel de taille 8 sur un espace de dimension 2.

L'analyse de ce problème de commande, fait apparaître le découplage entre le problème de flot et le problème de temps passé par un véhicule dans le système. La proportion de rouge et de vert dans un cycle régit les flots maximums possibles. L'optimisation du temps passé dans le système nécessite la construction de systèmes compatibles d'ondes vertes. Les conditions d'établissement de ces systèmes compatibles d'ondes vertes fixent le temps de cycle des feux et les déphasages entre ces feux.

Cette première étude permet de proposer un plan de feu très simple qu'il faudra sûrement améliorer après discussion avec les praticiens. Un premier rapport a été écrit sur ce travail.

6 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

6.1 Identification modale et surveillance de structures vibrantes en fonctionnement

Participant : M. Goursat.

Ce travail mené en collaboration avec le projet Sigma2 de Rennes s'est poursuivi dans le cadre du projet Eureka Sinopsys. Ce projet s'achève à la fin de l'année mais les études vont

continuer dans le cadre d'un nouveau projet européen et avec d'autres partenaires. Il est déjà prévu de mener une nouvelle étude avec le CNES et l'Aérospatiale sur la fusée Ariane 5.

La présentation complète du projet Sinopsys et des techniques utilisées est faite dans le rapport d'activité de Sigma2.

6.2 Contrôle des aménagement hydraulique sur déclenchement

Participants : H. Jreij, S. Steer.

Ce problème est un prolongement de la collaboration EDF/DER (Laboratoire National d'Hydraulique) dans le domaine de la regulation des aménagement hydrauliques.

Le déclenchement (arrêt brutal et inopiné) de tout ou partie des groupes de l'usine d'un bief provoque une baisse très importante et quasi-instantanée du débit traversant l'usine. Cette forte variation de débit induit une vague qui va se propager vers le point de mesure de niveau. Le débit ΔQ qui ne peut plus passer à travers l'usine va progressivement (à cause de la vitesse d'ouverture des vannes: δQ) être transféré sur les aménagements du barrage qui devient alors organe de contrôle.

Il s'agit d'adapter le fonctionnement de la régulation dans ce contexte (commande saturée) avec comme objectif de compenser au plus vite (compte tenu des contraintes sur le débit barrage) le débit coupé puis de rétablir progressivement le volume d'eau stocké dans le bief à sa valeur d'avant le déclenchement en limitant le sur-débit. En l'absence de perturbations non mesurées, la solution à ce problème est une commande "boucle ouverte" en temps minimal qu'il est dans ce cas facile de calculer. La surveillance, pendant la durée du déclenchement des perturbations non mesurées, nécessite la mise en oeuvre d'un filtre "anti-dérive".

7 Actions régionales, nationales et internationales

7.1 Actions nationales

- G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat

Réunions Tropical, Paris.

- S. Gaubert

Co-organisateur, avec Jean-Jacques Loiseau, du groupe de travail "Algèbres Tropicales . . . et applications aux systèmes à événements discrets et à la commande optimale", commun aux GDR-PRC ALP et Automatique, qui fédère les chercheurs français intéressés par les algèbres de type max-plus et leurs applications. Le groupe a organisé une réunion de deux jours en novembre 98, suivie d'une réunion bilan de deux jours à Paris, fin mars 99. La réunion (une journée et demi) était coordonnée avec la journée d'évaluation à mi parcours du projet européen Alapedes.

- Dans le cadre de l'action Maddes (Décision Markovienne et Systèmes à Événements Discrets), commune aux projets Trio, Mistral, Meta2, pilotée par Bruno Gaujal (Trio), un workshop de deux jours, destiné à explorer les liens entre théorie des jeux et systèmes

à événements discrets, a été co-organisé a Sophia Antipolis les 28 et 29 octobre par E. Altman, B. Gaujal, et S. Gaubert.

7.2 Actions européennes

7.2.1 Alapedes

Participants : G. Cohen, M. Akian, S. Gaubert, J.P. Quadrat.

Meta2 participe au projet Européen TMR Alapedes sur les méthodes algébriques pour l'évaluation des systèmes à événements discrets, projet sur 4 ans d'octobre 97 à octobre 2000.

7.2.2 Niconet

Participants : F. Delebecque, S. Steer.

Le groupe Scilab participe au projet européen (réseau thématique) Niconet. Le but de ce projet est de regrouper dans un réseau thématique des équipes de recherche pour développer une bibliothèque d'algorithmes numériquement robustes pour le contrôle et l'analyse des systèmes. Les codes développés forment une composante essentielle des outils de CAO modernes. Les buts poursuivis par Niconet sont les suivants:

- l'établissement de liens industriels forts pour assurer que les spécifications industrielles soient effectives et faire en sorte que les industries soient informées sur l'état de l'art en la matière ;
- l'établissement d'un centre d'information sur le logiciel dédié au contrôle ouvert aux industriels, aux chercheurs et aux concepteurs de logiciel;
- l'établissement de moyens électroniques (réseau, pages Web, journal électronique, distribution électronique et mise à jour de logiciel, etc) ;
- la coordination du développement de logiciel incluant tests, benchmarks et exemples industriels.

Une bibliothèque numériquement fiable et performante (Slicot) permettant de résoudre des problèmes de grande taille est en cours de développement. Environ 200 modules sont disponibles aujourd'hui. Cette bibliothèque est réalisée par des centres de recherche et universités en collaboration étroite avec des partenaires industriels. Scilab sert de structure d'accueil et permet de tester ces nouveaux codes sur des exemples industriels.

Cette année, le projet doit accueillir à Rocquencourt le workshop Niconet (décembre 1999) qui doit faire le point sur l'état d'avancement des travaux du groupe.

De nombreux modules de la bibliothèque Slicot ont été testés et implementés dans l'environnement Scilab. Les modules les plus performants viendront remplacer les modules équivalents de Scilab comme fonctions de base.

7.3 Relations bilatérales internationales

- F. Delebecque, R. Nikoukhah
Coopération avec S.L. Campbell dans le cadre NSF-INRIA.

7.4 Accueils de chercheurs étrangers

- Professeur Leonid Fridman (Samara State University, School of Architecture - URSS), invité par les projets Meta2 et Sosso.
- V. Kolokoltsov (Nottingham University) 5 jours, mars 99, dans le cadre de l'action Maddes.

8 Diffusion de résultats

8.1 Animation de la communauté scientifique

- M. Akian
 - Co-responsable du séminaire Fractales-Meta2-Meval.
- J.P. Quadrat
 - Editeur du journal électronique ESAIM: COCV.

8.2 Enseignement universitaire

- M. Akian
 - Petites Classes du cours de Mathématiques 2 (intégration) en première année à l'École des Mines de Paris, 15 heures.
- F. Delebecque
 - Enseignement d'approfondissement, Ecole Polytechnique.
- S. Gaubert
 - Cours (Systèmes à Événements Discrets) en troisième année à l'Ensta.
 - Cours (Systèmes à Événements Discrets) au DEA Automatique et Traitement du Signal, commun à l'Option Automatique de l'ENSMP.
- C. Gomez
 - Cours de calcul formel au Pôle Universitaire Léonard de Vinci dans la formation de post-gradués de calcul scientifique.
- C. Klimann
 - Exercices dirigés (1e. année) de Mathématiques pour l'Informatique (A1), Conservatoire National des Arts et Métiers
 - Exercices dirigés (2e. année) de Mathématiques pour l'Informatique (A2), Conservatoire National des Arts et Métiers

- R. Nikoukhah
 - Cours d'automatique à PULV .
 - Cours de traitement du signal à PULV.
 - Cours sur la programmation dynamique et la commande stochastique, 3ème année Ensta.
 - Cours d'automatique 2ème année à l'Ensta.
 - Cours de processus stochastique à PULV.
- J.P. Quadrat
 - Cours d'introduction à la commande stochastique. 22 h, DEA MMME Paris I.
- S. Steer
 - Cours "Introduction aux outils de calcul numérique", DEA "Optimisation, jeux et modélisation en économie", Universités Paris VI, Paris X et Ecole Polytechnique.

8.3 Autres enseignements

- F. Delebecque
 - Membre du jury de l'Agrégation de Mathématique (épreuve de modélisation).
- S. Gaubert, R. Nikoukhah
 - Encadrement du stage d'option de l'X de Bertrand Colles.
- C. Gomez
 - Membre du jury de l'agrégation externe de mathématiques.
- R. Nikoukhah
 - Direction de la thèse de Rachid Djenidi.
 - Co-direction de la thèse de M.J. Khosrowjerdi (collaboration avec Prof. Safari-Shad, K.N. Toosi University of Technology, Teheran).
 - Encadrement du stage de Dorine Torchin.

8.4 Participation à des colloques, séminaires, invitations

- M. Akian
 - Workshop "Analyse Idempotente et ses applications" (projet Intas), Caen, 20-21 janvier 99, *Asymptotics of the Perron Eigenvalue and Eigenvector Using Max-algebra*
- F. Delebecque
 - ECC'99, Karlsruhe, août 1999.
 - Fourth Niconet Meeting, Delft, mai 1999.

- R. Djenidi
 - ESS'99, Erlangen, octobre 1999.
- S. Gaubert
 - Exposé introductif pour des enseignants du secondaire, aux Journées de la Culture Mathématique, IUFM de Cergy, février 1999.
 - Workshop sur l'Analyse Idempotente, Caen, janvier 1999.
- M. Goursat
 - IMAC-XVII, International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, février 1999 (conférence invitée).
- R. Nikoukhah
 - Femsys'99, Munich, mars 1999.
 - ICCE'99, Teheran, mai 1999.
 - ECC'99, Karlsruhe, août 1999.
 - ESS'99, Erlangen, octobre 1999.
- J.P. Quadrat
 - Alapedes meeting, Paris, mai 1999.
 - Alapedes meeting, Delft, octobre 1999.
 - Maddes meeting, Sophia, octobre 1999.
- S. Steer
 - Fourth Niconet Meeting, Delft, mai 99.
 - ESS'99, Erlangen, octobre 1999.

9 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] M. AKIAN, J. MENALDI, A. SULEM, « On an Investment-Consumption model with transaction costs », *SIAM J. Control and Optim.* 34, 1, Janvier 1996, p. 329–364.
- [2] F. BACCELLI, G. COHEN, G. OLSDER, J. QUADRAT, *Synchronisation and Linearity*, Wiley, 1992.
- [3] C. BUNKS, J.P. CHANCELIER, F. DELEBECQUE, C. GOMEZ (ÉDITEUR), M. GOURSAT, R. NIKOUKHAH, S. STEER, *Engineering and scientific computing with Scilab*, Birkhauser, 1999.
- [4] G. COHEN, D. DUBOIS, J. QUADRAT, M. VIOT, « A linear system-theoretic view of discrete event processes and its use for performance evaluation in manufacturing », *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30, 1985, p. 210–220.

- [5] B. DEVAUCHELLE-GACH, *Diagnostic mécanique des fatigues sur les structures soumises à des vibrations en ambiance de travail*, thèse de doctorat, Paris 9 Dauphine, Paris, 1991.
- [6] S. GAUBERT, J. MAIRESSE, «Modeling and analysis of timed Petri nets using heaps of pieces», *IEEE Trans. Automat. Control* 44, 4, 1999, p. 683–697.
- [7] S. GAUBERT, *Théorie linéaire des systèmes dans les dioïdes*, thèse de doctorat, Ecole des Mines, Paris, 1992.
- [8] J.P. QUADRAT, MAX-PLUS WORKING GROUP, «Min-Plus Linearity and Statistical Mechanics», *Markov Processes and Related Fields* 3, 4, 1997, p. 565–587.
- [9] B. LÉVY, A. BENVENISTE, R. NIKOUKHAH, «High level primitives for recursive maximum likelihood estimation», *IEEE Transactions on Automatic Control*, 8, 1996.
- [10] R. NIKOUKHAH, B. LEVY, A. WILLSKY, «Stability, stochastic stationarity and generalized Lyapunov equations for two-point boundary-value descriptor systems», *IEEE Transactions on Automatic Control* 34, 11, 1989, p. 1141–1152.
- [11] R. NIKOUKHAH, A. WILLSKY, B. LEVY, «Kalman filtering and Riccati equations for descriptor systems», *IEEE Transactions on Automatic Control* 37, 9, 1992, p. 1325–1342.
- [12] R. NIKOUKHAH, «Innovations generation in the presence of unknown inputs», *Automatica*, 30, 1994.
- [13] D. VON WISSEL, R. NIKOUKHAH, S. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «The effect of computational delay in descriptor based trajectory tracking control», *Int. J. Control*, 67, 1997, p. 251–273.

Livres et monographies

- [14] C. BUNKS, J.P. CHANCELIER, F. DELEBECQUE, C. GOMEZ (ÉDITEUR), M. GOURSAT, R. NIKOUKHAH, S. STEER, *Engineering and scientific computing with Scilab*, Birkhauser, 1999.
- [15] J.P. QUADRAT, *Semi-anillos en Matematica Aplicada, Cuaderno, 28*, Instituto de Matematica "Beppo Levi" Universidad de Rosario, 1999.

Articles et chapitres de livre

- [16] M. ABDELGHANI, M. GOURSAT, T. BIOLCHINI, «On-line modal monitoring of aircraft structures under unknown excitation», *Mechanical Systems and Signal Processing, Special Section on Model-based structural identification and monitoring using in-operation data* 13, 6, novembre 1999.
- [17] M. AKIAN, P.-A. BLIMAN, «On super-high-frequencies in discontinuous 1st-order delay-differential equations», *Journal of Differential Equations*, à paraître, version préliminaire dans le Rapport de recherche INRIA 3443.
- [18] M. AKIAN, «Densities of idempotent measures and large deviations», *Transactions of the American Mathematical Society* 351, 11, 1999, p. 4515–4543.
- [19] P. BUTKOVIČ, S. GAUBERT, «Sign-nonsingular matrices and matrices with unbalanced determinants in symmetrized semirings», *Linear Algebra and Appl.*, 1999, à paraître.

- [20] J. COCHET-TERRASSON, S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «Dynamics of min-max functions», *Dynamics and Stability of Systems*, Also Technical Report HPL-BRIMS-97-13.
- [21] J. COCHET-TERRASSON, S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «A constructive fixed point theorem for min-max functions», *Dynamics and Stability of Systems 14*, 1999.
- [22] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, «Max-plus Algebra and System Theory: where we are and where to go now», *Annual Reviews in Control 23*, 1999, p. 207–219.
- [23] S. GAUBERT, A. GIUA, «Subsets of N^m and Petri Net Languages», *J. of Computer and System Sci.*, october 1997, à paraître.
- [24] S. GAUBERT, J. MAIRESSE, «Modelling and Analysis of Timed Petri Nets using Heaps of Pieces», *IEEE-TAC*, avril 1999.
- [25] R. NIKOUKHAH, S. L. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «Kalman filtering for general discrete-time linear systems», *IEEE Trans. Automatic Control 44*, 10, octobre 1999.
- [26] R. NIKOUKHAH, S.L. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «Detection signal design for failure detection: a robust approach», *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing - Special Issue on Fault Detection and Isolation*, à paraître.
- [27] M. PLUS, «Max-Plus-Times Linear Systems», in: *Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory, Communications and Control Engineering series*, V.D. Blondel, E.D. Sontag, M. Vidyasagar, et J.C. Willems (éditeurs), Springer Verlag, London, 1999.
- [28] S.L. CAMPBELL, R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, «Nonlinear descriptor systems», in: *Advances in Control*, P.M. Frank (éditeur), Springer Verlag, 1999.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [29] M. ABDELGHANI, M. GOURSAT, T. BIOLCHINI, L. HERMANS, H. VAN DER AUWERAER, «Performance of Output-Only Identification Algorithms for Modal Analysis of Aircraft Structures», in: *IMAC-XVII, International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL, février 1999.
- [30] F. BACCELLI, S. GAUBERT, D. HONG, «Representation and Expansion of Max-Plus Lyapunov Exponents», in: *Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Urbana-Champaign, 1999.
- [31] G. COHEN, S. GAUBERT, E. MANCINELLI, J.P. QUADRAT, E. ROFMAN, «On traffic light control of regular towns», in: *Alapedes meeting*, Delft, october 1999.
- [32] F. DESPREZ, E. FLEURY, C. GOMEZ, S. STEER, S. UBÉDA, «Bringing Metacomputing to Scilab», in: *Computer Aided Control System Design (CACSD 99)*, IEEE, Hawaï, USA, August 1999.
- [33] R. DJENIDI, C. LAVARENNE, R. NIKOUKHAH, Y. SOREL, S. STEER, «From hybrid system simulation to real-time implementation», in: *Proc ESS'99*, Erlangen, octobre 1999.
- [34] S. GAUBERT, J. MAIRESSE, «Asymptotic Analysis of Heaps of Pieces and application to Timed Petri Nets», in: *PNPM'99*, Saragoza, Spain, Sep. 1999.

- [35] L. MEVEL, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, M. GOURSAT, M. ABDELGHANI, L. HERMANS, «Application of a Subspace-Based Fault Detection Method to Industrial Structures», *in: IMAC-XVII, International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL, février 1999.
- [36] R. NIKOUKHAH, S. L. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «Detection signal design for failure detection», *in: Proc 7th ICEE-99*, Teheran, mai 1999.
- [37] R. NIKOUKHAH, S. STEER, «Hybrid system modelling and simulation», *in: Proc Femsys'99*, Munich, mars 1999.
- [38] R. NIKOUKHAH, S. STEER, «Scicos: a hybrid system formalism», *in: Proc ESS'99*, Erlangen, octobre 1999.

Rapports de recherche et publications internes

- [39] M. AKIAN, A. SULEM, M. TAKSAR, «Dynamic optimisation of a long term growth rate for a mixed portfolio with transaction costs - The logarithmic utility case», *Rapport de Recherche n° 3626*, INRIA, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3626.html>.
- [40] S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «Existence of Eigenvectors for Monotone Homogeneous Functions», *Technical Report n° HPL-BRIMS-99-08*, Hewlett Packard Labs, August 1999, Submitted.

Divers

- [41] V. D. BLONDEL, S. GAUBERT, J. N. TSITSIKLIS, «Approximating the spectral radius of sets of matrices in the max-algebra is NP-hard», May 1999, Submitted to the IEEE Transactions on Automatic Control.
- [42] R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, S. L. CAMPBELL, «Multi-model identification and the separability index», soumis.
- [43] R. NIKOUKHAH, K.G. HORTON, S. L. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «Rapid model selection and the separability index», soumis.