INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet MEVAL

Modélisation et Évaluation des Systèmes Informatiques

Rocquencourt

THÈME 1B

Rapport d'Activité

1999

Table des matières

1 Composition de l'équipe

Responsable Scientifique

Guy Fayolle [DR]

Assistante de projet

Danièle Moreau [AJA]

Personnel Inria

Christine Fricker [CR]

Jean-Marc Lasgouttes [CR]

Vadim Malyshev [DR]

Collaborateurs extérieurs

Pierre Brémaud [ENSTA et SUPELEC]

Franck Delcoigne [Université Paris 10]

Roudolf Iasnogorodski [Université d'Orléans]

Doctorants

François Dumontet [Collaborateur du projet Hipercom]

Arnaud de La Fortelle [X-Ponts, mis à disposition par le ministère de l'Équipement]

Stagiaires

Thomas Deneux [ENS, Septembre-Décembre 1999]

2 Présentation et objectifs généraux

Le but essentiel du projet est de parvenir à une bonne compréhension du comportement de systèmes issus de l'informatique, de la téléinformatique, mais aussi de la physique et de la biologie, par la mise en œuvre de méthodes quantitatives d'évaluation. Deux moyens d'approche sont proposés :

- principalement, l'élaboration et la résolution de modèles mathématiques ;
- à titre complémentaire, la simulation.

Les compétences acquises par l'équipe couvrent largement les domaines liés à la *modélisation stochastique*, point n'étant besoin de rappeler que l'utilisation de la théorie des probabilités s'avère fructueuse dans nombre de branches de la science moderne (Physique, Économie, Sociologie, etc.).
Ces dernières années, l'évolution de la technologie (parallélisme, vitesse, modularité) et sa complexité toujours croissante ont eu plusieurs conséquences importantes :

- une demande de plus en plus forte d'analyse prévisionnelle de performances, afin d'assister les choix de conception et de vérifier le respect de certains objectifs (rendement, fiabilité, etc.) ;
- un impact considérable sur la théorie des grands systèmes (notamment des réseaux de files d'attente), qui vise à l'étude de processus aléatoires particuliers, mais physiquement significatifs (temps de séjour dans un système, nombre de clients ou de messages, régime stationnaire, etc.), sous les hypothèses les plus larges possibles.

Les recherches menées sont éclectiques et touchent à des domaines d'applications très variés : réseaux téléinformatiques et de transport, architecture des ordinateurs, physique statistique, réseaux de neurones, structures aléatoires. Les thèmes présentés dans les sections qui suivent comportent à la fois des aspects méthodologiques et des études de cas particuliers. La démarche scientifique est toujours, à partir de problèmes concrets, de proposer des méthodes de portée générale, permettant d'obtenir des résultats quantitatifs sur l'efficacité, la stabilité ou le contrôle de telle ou telle structure.

3 Fondements scientifiques

Mots clés : factorisation, file d'attente, fonction analytique, fonction de Lyapounov, grammaire, grandes déviations, limite thermodynamique, marche aléatoire, modélisation, neurone, processus stochastique, protocole, réseau, semi-martingale, système dynamique, transition de phase.

Résumé : *Le ciment existant entre les diverses activités du projet s'est constitué à partir des champs scientifiques suivants : marches aléatoires (méthodes analytiques, classification), réseaux et grands systèmes, réseaux neuronaux et physique statistique. On donne ici un aperçu des domaines d'expertise du projet, mettant en exergue les techniques originales qui y ont été inventées.*

3.1 Réseaux et marches aléatoires dans $\mathbf{Z}_+^n$

Si on choisit l'exemple des systèmes de télécommunications ou de transport, la plupart d'entre eux se laissent modéliser de façon assez réaliste par un ensemble de stations de service, où les serveurs sont les ressources (logiques ou physiques) du système considéré et où les entités circulant entre les stations représentent les requêtes, messages, programmes partageant ces ressources. À un réseau formé de n stations avec plusieurs classes de clients, on pourra souvent associer un processus Markovien vectoriel

$$X(t) = \big(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)\big),$$

$X_i(t)$ décrivant la configuration des clients à la station i au temps t. L'étude de ces processus nécessite, principalement, des outils de deux natures :

- probabiliste, pour trouver les conditions d'existence de régimes stationnaires ;
- analytique, lorsqu'on veut calculer des distributions, estimer des vitesses de convergence, etc.

Pour des raisons physiques évidentes de positivité des quantités mises en jeu, il appert que les marches aléatoires dans $\mathbf{Z}_+^n$ sont isomorphes à des familles de réseaux comportant n sites. La difficulté majeure provient de l'existence des frontières naturelles.

3.1.1 Méthodes analytiques

Participants : Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski, Vadim Malyshev.

Ce thème est fondamental et en perpétuel approfondissement. Lorsque $n = 2$, les sauts étant d'amplitude 1, la détermination de la mesure invariante équivaut souvent à résoudre une équation fonctionnelle de la forme

$$Q(x,y)\pi(x,y) + q(x,y)\pi(x) + \widetilde{q}(x,y)\widetilde{\pi}(y) + \pi_{00}q_0(x,y) = 0.$$

Il s'agit de trouver des fonctions $\pi(x,y), \pi(x), \widetilde{\pi}(y)$, holomorphes dans les régions $|x|, |y| < 1$ et continues dans $|x|, |y| \leq 1$. Ici, $Q, q, \widetilde{q}, q_0$ sont des polynômes. En se plaçant sur la courbe algébrique $Q(x,y) = 0$ (en général elliptique), deux approches fondamentales ont été développées, conduisant (par factorisation ou uniformisation) à des formes explicites des solutions.

- Dans [6] est introduit le *groupe* $\mathcal{G}$ de la marche aléatoire, dont l'étude, via les automorphismes de Galois et en uniformisant la courbe algébrique, permet un calcul effectif sous forme de série.
- Dans [3], on se ramène à la résolution d'un problème aux limites de type Riemann-Hilbert-Carleman, pour une fonction d'une variable, posé dans le plan complexe et dont la forme la plus simple s'énonce ainsi : *trouver une fonction analytique dans un domaine simplement connexe $\mathcal{D}$ et satisfaisant une condition sur la frontière $\delta\mathcal{D}$.*

Vers la fin des années 70, cette méthododologie a été reprise avec fruit dans certains laboratoires étrangers (CWI, Université de Newcastle) et elle fait toujours l'objet d'études immédiates ou à long terme (Bell Laboratories, IBM Yorktown Heights, Universités du Michigan, d'Ottawa, etc.). Le livre [2], écrit par les trois auteurs précités, présente une synthèse, esquissée ci-dessous, des principaux résultats.

- Liaison avec la géométrie algébrique et le prolongement analytique des fonctions inconnues.
- Lorsque le groupe $\mathcal{G}$ est d'ordre fini, détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour que les solutions soient rationnelles ou algébriques.
- Lorsque $\mathcal{G}$ est d'ordre infini, un problème de factorisation est formulé, dont *l'indice*, calculé analytiquement, donne les conditions d'ergodicité (i.e. pour que les fonctions cherchées n'aient pas de pôle dans le disque unité) ; la représentation des fonctions inconnues est donnée sous forme intégrale, à l'aide de la fonction $\wp$ de Weierstrass.
- Pour le genre 0 (problème posé sur la sphère de Riemann), expression des solutions au moyen des fonctions automorphes.
- Comportement asymptotique des probabilités stationnaires, par une analyse fine de type méthode du col + résidus sur la surface de Riemann sous-jacente.

Toujours en dimension 2, lorsque les sauts à l'intérieur du quart de plan sont non bornés selon les directions cardinales Est, Nord, Nord-Est, certaines généralisations ont été effectuées par J. W. Cohen (CWI). Par contre, il n'existe actuellement aucune technique de portée générale à partir de la dimension 3.

Le potentiel des méthodes évoquées ci-dessus est loin d'être épuisé. On citera par exemple :
– la détermination de la *vitesse intrinsèque* de convergence (i.e. invariante par rapport aux perturbations dans un domaine fini), pour des chaînes de Markov dans $\mathbf{Z}_+^2$;
– la description analytique de certaines *frontières de Martin* ;
– certaines équations fonctionnelles rencontrées en gravité quantique.

3.1.2 Classification et théorie constructive des chaînes de Markov dans $\mathbf{Z}_+^n$

Si les conditions de non explosion ou de non saturation des réseaux ont un intérêt pratique évident, leur caractérisation à l'aide de formules explicites résiste encore souvent à l'analyse, même pour des dimensions faibles ($n = 2$ ou 3). On a vu ci-dessus, qu'il est difficile de disposer de la forme analytique de la mesure invariante, voire très vite impossible, sauf dans des cas bien répertoriés, tel celui des réseaux éponymes (Jackson, BCMP), dits à *formes produit* car leur mesure invariante est factorisable. Cependant, il existe maintenant une approche très générale pour obtenir les conditions d'ergodicité de marches aléatoires fortement homogènes dans $\mathbf{Z}_+^n$ ou dans des domaines similaires, qui donne une explication structurelle globale de la situation, en ramenant le problème de l'ergodicité d'une marche dans $\mathbf{Z}_+^n$ à plusieurs problèmes en dimension $n-1$, par construction de semi-martingales et de systèmes dynamiques (paragraphes suivants). Ces travaux fondamentaux ont reçu un cadre, avec la parution de l'ouvrage [5], dans lequel sont consignés des résultats originaux obtenus depuis une vingtaine d'années, sur la classification détaillée en termes d'ergodicité, de récurrence et de transience. Ce champ de recherches très vivant constitue l'un des points d'ancrage du projet.

Techniques de martingales

Participants : Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski, Vadim Malyshev.

L'idée est de construire des *fonctions de Lyapounov* (FL) idoines, via des techniques de semi-martingales, la difficulté principale étant due à la présence de frontières. Cette approche a été décisive pour la résolution de nombreux problèmes (cf. rapports d'activité antérieurs) :

Fonctions de Lyapounov pour les réseaux En exhibant une FL linéaire par morceaux pour les fameux réseaux de Jackson, on a pu retrouver les équations de conservation de flux liées à l'existence d'un régime stationnaire. Le phénomène intéressant est qu'il est possible d'appliquer cette fonction à des politiques de service ou d'arrivées en groupes, alors que la mesure invariante pour ce système est hors de portée (D. Botvitch et A. Zamyatin à l'Université de Moscou).

Dérives nulles En dimension 2 et 3, lorsque les sauts moyens sont nuls à l'intérieur du cône positif, on a introduit de nouvelles classes de FL, non linéaires (en particulier de la forme $Q^{\delta}(x, y, z)$, Q étant une forme quadratique ; mais aussi des objets plus complexes faisant intervenir des caractéristiques géométriques). La classification complète des processus peut ainsi être obtenue et il existe des liens directs avec les processus de diffusion.

Stabilité Récemment, ont été menées une série de recherches sur l'intégrabilité de certaines fonctionnelles des temps d'atteinte τ_A d'ensembles compacts A, pour des chaînes de Markov, en collaboration avec S. Aspandiiarov (Université Paris 5) et M. Menshikov. Les moments $E\tau_A^p$ jouent en effet un rôle important dans les théorèmes limites concernant ces chaînes. En liaison avec la théorie du mouvement brownien réfléchi, on donne notamment la valeur critique p_0 maximale, telle que $E\tau_A^p < \infty$, $\forall p < p_0$, lorsque l'espace d'états est $\mathbf{Z}_+^2$. Là encore, les critères donnés reposent sur la construction explicite de semi-martingales et permettent d'étudier le comportement fin de la queue de distribution de τ_A, ainsi que la vitesse de convergence vers le régime stationnaire.

Systèmes dynamiques

Participants : Frank Delcoigne, Guy Fayolle, Christine Fricker, Jean-Marc Lasgouttes, Vadim Malyshev.

Comme il est montré dans [7] et [5], il est toujours possible d'associer à une marche aléatoire fortement homogène dans $\mathbf{Z}_+^n$, un système dynamique linéaire par morceaux, dont le champ de vecteurs associé (vitesses) ne dépende que des faces du domaine considéré. Cette propriété est équivalente à *l'approximation d'Euler* en physique statistique : on effectue des changements d'échelle identiques en temps et en espace (disons x/ϵ et t/ϵ) pour se placer dans le contexte de la loi des grands nombres. [Il est utile de remarquer d'emblée que, si certaines vitesses sont nulles, la situation se complique, car elle impose de mélanger la normalisation d'Euler avec celle du théorème central limite (diffusions) et la plupart des problèmes restent alors ouverts].

Ces méthodes, plus profondes que celles dites des *approximations fluides*, sont utilisées et développées pour la résolution de modèles très divers :

Réseaux à une classe de clients Il s'agit principalement des systèmes dits à *polling* (scrutin), où V serveurs partagent leur puissance entre N stations, et des réseaux de files d'attente classiques avec routage Markovien. Ici, un point agréable est qu'on peut souvent donner une caractérisation complète du champ de vecteurs, à l'aide de systèmes d'équations linéaires.

En collaboration avec R. Jaibi (Université de Tunis), ont été trouvées les conditions de stabilité des systèmes de polling à V serveurs homogènes, avec routage Markovien, pour une large classe de politiques de service (incluant notamment celles dites limitées, illimitées exhaustives ou à barrière), les distributions étant générales. La condition nécessaire est donnée par un argument direct classique, l'obtention de la condition suffisante reposant sur l'étude d'un modèle fluide associé `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3347.html`.

Chaînes aléatoires en interaction On propose diverses lois de stabilisation pour l'évolution stochastique de chaînes modifiables à leurs extrémités gauche ou droite. Cette représentation à base de chaînes est commode et permet de dégager des liens entre des domaines apparemment disjoints : réseaux multiclasses, marches aléatoires sur des groupes (libres non commutatifs, modulaires, graphes, etc.), théorie des champs quantiques en dimension 3, réseaux de neurones, etc. En collaboration avec des chercheurs du LLRS (Univ. de Moscou), a été amorcée la construction d'une théorie décrivant les interactions de plusieurs chaînes. Elle englobe en particulier les réseaux de files à plusieurs classes de clients, de type PAPS (premier arrivé, premier servi) ou DAPS (dernier arrivé, premier servi), et généralise le cadre des marches aléatoires homogènes classiques. Une vision synthétique des objets ci-dessus est donnée dans la section 3.4.

3.2 Grands systèmes aléatoires

Participants : Franck Delcoigne, Guy Fayolle, Christine Fricker, Jean-Marc Lasgouttes, Vadim Malyshev.

Schématiquement, on peut dire que la résolution de modèles raisonnablement réalistes (ce vocable étant bien sûr subjectif !) n'est possible que pour les dimensions extrêmes : faible (disons ≤ 3) ou très grande. Dans ce dernier cas, on parle de systèmes en *limite thermodynamique*, i.e. dont la taille (volume, graphe associé, nombre de nœuds, etc.), représentée par un paramètre N, augmente indéfiniment. S'il y a clairement une analogie avec les systèmes de particules rencontrés en physique, de nouvelles difficultés surgissent par suite de la non homogénéité des composants (sites). Les questions essentielles sont liées aux phénomènes suivants :

Propagation du chaos Elle existe dans un réseau si, par définition, tout p-uplet de nœuds se comporte, lorsque $N \to \infty$, comme un ensemble de p nœuds indépendants : on peut alors obtenir des renseignements quantitatifs sur la dynamique, l'état stationnaire et les vitesses de convergence. Pour les systèmes à fort degré de symétrie, les techniques utilisées sont issues de la mécanique statistique et dites *à champ moyen* : asymptotiquement, chaque site aura tendance à évoluer comme un processus de saut Markovien non homogène en temps, dont les taux de transition sont déterminés par calcul de la mesure empirique des actions dues aux autres sites, laquelle devient en fait déterministe. Une des difficultés provient de la rencontre d'équations différentielles non linéaires. Nous avons démontré la propagation du chaos pour diverses classes de réseaux (BCMP, *polling*). Quand la dissymétrie est totale, la plupart des problèmes restent encore largement ouverts.

Condensation et transition de phase Considérons un réseau fermé du type standard BCMP, non symétrique, comportant M clients et N noeuds. On veut trouver des fonctions $M = f(N)$ conduisant, lorsque $N \to \infty$, à un *bon* comportement, autrement dit à une bonne utilisation des ressources disponibles. Cette problématique a de multiples origines : gestion de parcs de véhicules en libre service, réseaux informatiques, etc. À l'aide de facettes fines du théorème central limite, on montre dans [4] que, pour des conditions initiales indépendantes, il y a propagation du chaos, mais différentes situations peuvent se produire :

- les files restent toutes uniformément bornées ;
- certaines files, en nombre peut-être infini, se saturent : on parle alors de *condensation*.

On a ainsi très logiquement introduit une classe de fonctions $f(N)$, dites *critiques*, non nécessairement linéaires, différenciant les zones de *stabilité* et les zones de *saturation*. En outre, la vitesse de convergence vers l'état chaotique est d'ordre $O(f^{-1}(N))$.

3.3 Réseaux de neurones

Participant : Vadim Malyshev.

Globalement, on distingue trois classes de réseaux de neurones : ceux de *Hopfield*, les réseaux *biologiques* et le perceptron. Si des progrès concernant l'état stationnaire ont été accomplis par diverses équipes ces quinze dernières années, la dynamique de ces modèles, beaucoup plus délicate, reste encore assez mystérieuse. Sur ce dernier point, plusieurs études significatives ont été menées au sein du projet.

Le modèle de Hopfield (1982), très répandu en mécanique statistique, est caractérisé par le nombre de nœuds N, qui peut tendre vers l'infini, et le nombre d'images p. Lorsque p est arbitraire, la dynamique à température finie est analogue à celle d'une marche aléatoire évoluant dans une union de polyèdres, avec discontinuités aux frontières (comme dans les réseaux de communications !). Les propriétés temporelles locales et globales ont été abordées en analysant les limites fluides obtenues à l'aide de changements d'échelle appropriés. Il a ainsi été montré que le temps pour atteindre un point fixe, à température zéro, est presque sûrement uniformément borné en p, lorsque $p \to \infty$. En ce qui concerne la région des températures finies, il faudra trouver les répartitions spatiales des minima locaux d'énergie et les distributions correspondantes.

La seconde catégorie de réseaux intervient fréquemment en biologie (modèle dit *hourglass*) pour analyser le fonctionnement de cellules cérébrales. En fait, ils sont assez proches de certains réseaux de files d'attente et ont été étudiés par des techniques d'approximations fluides, conjointement avec l'IPPI de Moscou et l'Université de Lund en Suède. Il s'agissait principalement de décrire des attracteurs, ainsi que leur structure de Gibbs, pour divers types de connexions (asymétriques, aléatoires, d'inhibition et d'excitation, en dimension 2 aux températures extrêmes).

Enfin, la dernière classe de réseaux, analysée en collaboration avec le centre de physique théorique de Luminy, est plus connue des ingénieurs et apparaît comme une généralisation du *perceptron* multi-couches, proposé par Rosenblatt dans les années 60. Le point de vue adopté part d'une représentation sous forme de réseaux *feedforward*, i.e. sans réaction, dont la topologie est relativement simple.

3.4 Grammaires aléatoires et grammaires de graphes

Participant : Vadim Malyshev.

Cette activité vise à développer les liens entre l'informatique et la physique théorique moderne, au delà des réseaux. Un mot dans un alphabet peut être vu comme une file d'attente, dont seules les extrémités sont modifiées de façon aléatoire, les symboles jouant le rôle des clients. Une généralisation immédiate consiste à admettre qu'arrivées et départs de clients puissent avoir lieu à un endroit arbitraire dans la file : il devient alors possible de décrire nombre de nouvelles applications, grâce à la notion de grammaire aléatoire (connue en informatique) et, plus généralement, de *grammaire de graphe*. Ces grammaires conduisent à des constructions géométriques (complexes aléatoires) maintenant très populaires en théorie de la gravité quantique ; elles participent à la modélisation de processus rencontrés en informatique (e.g. machine de Turing, fractales, graphes aléatoires) ; elles décrivent aussi l'évolution de longues séquence d'ADN en biologie. La dynamique et le comportement stationnaire des objets considérés sont analysés sous un angle nouveau, dans une série d'articles, notamment [Mal98]. Les méthodes probabilistes utilisées sont fortement liées à la physique statistique (perturbations d'opérateurs, changements d'échelle, processus à interaction locale, limite thermodynamique).
On traite également des grandes grammaires de graphes multi-dimensionnelles, selon les deux lignes directrices principales suivantes [15] :

- D'abord, en faisant ressortir les propriétés qualitatives de ces objets : croissance asymptotique du nombre de composantes connexes, degré de compacité locale, chaos et phases topologiques, etc.
- Ensuite, en définissant la limite thermodynamique, plus exactement les aspects de dynamique en grappes (*clusters*) sur des configurations infinies. En particulier, on discute des différences entre grammaires de graphes et champs de Gibbs sur les treillis, en introduisant la notion de *complexe infini statistiquement homogène*.

3.5 Grandes déviations

Participants : Guy Fayolle, Arnaud de La Fortelle.

[Mal98] V. A. Malyshev, «Random Grammars», *Russian Math. Reviews 2*, 1998, p. 107–134.

La théorie des grandes déviations s'intéresse principalement aux événements *rares*. Par exemple, pour un processus $(X_n, n \geq 1)$ prenant ses valeurs dans un espace métrique E et dont les moyennes $\hat{S}_n(\omega) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i(\omega)$ admettent une limite (e.g. les suites de variables i.i.d. ou les chaînes de Markov), on étudie le comportement asymptotique de $\mathsf{P}(\hat{S}_n \in \Gamma)$, où Γ est un borélien de l'espace E. De façon plus générale, il s'agit d'étudier le comportement de certaines familles de distributions dépendant d'un paramètre.
Partant du travail fondamental d'Ellis en mécanique statistique, qui considère la mesure empirique d'ordre 2

$$L_n(\omega) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \delta_{X_i(\omega),X_{i+1}(\omega)} + \delta_{X_n(\omega),X_1(\omega)}\right),$$

il a été montré dans [17] un *théorème de Sanov généralisé*, valable pour toute chaîne de Markov à espace d'états discret, irréductible mais non nécessairement ergodique.

Plus précisement, L_n verifie le *principe faible de grandes déviations* (PGD) : pour tout ouvert O (resp. fermé K) dans l'ensemble $M_s(E^2)$ des mesures équilibrées, on a

$$\liminf_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \Pr[L_n \in O] \geq - \inf_{A\in O} H(A\|P),$$
$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \Pr[L_n \in K] \leq - \inf_{A\in K} H(A\|P),$$

où la fonctionnelle d'action H est l'entropie relative. Ce résultat est une amélioration de l'état de l'art, car habituellement les PGD soit supposent la finitude de E, soit imposent sur X une forte condition d'uniformité, qui exclut d'importantes classes de chaînes, notamment les réseaux de files d'attente à sauts bornés. Plusieurs conséquences intéressantes ont été mises en évidence. Ainsi,

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln P^n(x,y) = - \inf_{A\in M_s(E^2)} H(A\|P) = -\alpha, \ \forall x, y,$$

la constante α étant nulle pour tout système ergodique. L'équation ci-dessus montre le lien existant entre le PGD et la frontière de Martin (i.e. l'ensemble des fonctions harmoniques), laquelle, dans le cas de transience, rend compte de la façon dont s'effectue la dérive vers l'infini.

4 Domaines d'applications

Résumé : *Si la section précédente mettait l'accent sur la méthodologie, en liaison avec les processus stochastiques, il faut souligner que l'évolution des problèmes que nous traitons reste souvent guidée par les développements technologiques. Le mot « réseau » évoque aujourd'hui immanquablement les technologies de l'information, mais il couvre une problématique beaucoup plus large. En effet, l'information véhiculée peut avoir des contenus sémantiques aussi variés que le sont communications téléphoniques, transactions boursières, calculs scientifiques, marchandises, énergie, etc.* « Timeo hominem unius libri », *disait Saint-Thomas d'Aquin : de fait*

peu de domaines sont, par essence, foncièrement étrangers à la modélisation. Nous en énumérons trois, dont l'importance relative varie au fil des temps et qui ont de fortes dépendances mutuelles : Télécommunications, Systèmes et Architectures Parallèles, Transports.

4.1 Télécommunications

Il s'agit d'un terrain de prédilection pour l'application des outils présentés dans le paragraphe 3.1. De nombreuses études ont été réalisées au sein du projet dès le début des années 1980, certaines dans un cadre contractuel avec le CNET, au moment de l'essor des réseaux à commutation de paquets. Nous citons, par ordre chronologique :

- l'analyse des procédures de liaison dans les systèmes téléinformatiques, principalement le standard HDLC alors très en vogue avec la notion de canal virtuel ;
- l'évaluation de protocoles d'accès et de transmission de données (Aloha, canal satellite Télécom-1, Ethernet, etc.) ;
- les problèmes de multiplexage liés à l'apparition des RNIS (*réseaux numériques à intégration de services*) ;
- allocation de ressources dans les réseaux large bande.

4.2 Systèmes et architectures parallèles

Plusieurs actions de recherche appuyées par la DRET ont donné lieu, pendant la période 1982–1995, à des études sur diverses architectures de supercalculateurs. Parmi les principaux résultats, on mentionnera :

- la représentation, à l'aide d'un modèle stochastique, des références à la mémoire générées par un programme, avec application à l'analyse des *caches* (taux de défaut, localité spatiale, ensemble de travail ou *working set*) ;
- une approche traitant les architectures complexes comme des systèmes de files d'attente avec plusieurs types de priorités ;
- l'analyse de réseaux d'interconnexion : étant donnés M processeurs et N bancs mémoire, avec $M = cN$, on a mis en évidence (à l'aide de changements d'échelle spatio-temporels) certains phénomènes qualitatifs, quant à la répartition des demandes aux différents bancs.

4.3 Transports

Cette problématique, très actuelle et riche en questions difficiles, a pénétré le projet de façon effective sous l'impulsion du programme PRAXITÈLE, qui visait à la conception de nouveaux modes de déplacement en zone urbaine, basés sur l'utilisation de petits véhicules en libre service (cf. section 7.1). Nous envisageons d'investir dans l'action LARA sur la route automatisée, en cours de définition actuellement.

5 Logiciels

Résumé : *Le logiciel* QNAP2 *(Queueing Network Analysis Package 2) permet la résolution et l'estimation de réseaux de serveurs et de files d'attente très généraux. Ils sont décrits au moyen d'un langage spécialisé comportant les fonctionnalités algorithmiques usuelles, des manipulations d'objets et divers mécanismes (temporisations, sémaphores, routages statiques ou calculés dynamiquement, etc.). Selon les hypothèses retenues à l'analyse, le programme procède par calculs mathématiques (exacts ou approchés) ou par simulation.*

L'idée de développer un logiciel original pour l'analyse de réseaux s'est concrétisée en 1976, avec un premier prototype dénommé QNAP, fruit d'une coopération entre l'INRIA et le centre scientifique CII (ultérieurement devenu BULL) de Grenoble. Il permettait déjà, grâce à un langage approprié, de décrire et de traiter certains systèmes de files d'attente, avec des mécanismes de service compliqués. Vers 1982, le logiciel a évolué vers un état plus industriel se transformant en QNAP2, diffusé d'abord par BULL, puis par la société SIMULOG depuis 1985.

Les ajouts de fonctionnalités ont été réalisés grâce au soutien logistique constant de l'INRIA et particulièrement de Marc Badel, membre du projet jusqu'en 1997 : nouvelles méthodes de résolution mathématique, fonctions et procédures attachées à des types d'objets utilisateur, ainsi que la notion de fonctions et procédures virtuelles. Cette approche, inspirée des langages SIMULA67 et C++, fait évoluer QNAP2 vers un langage orienté objet. QNAP2 a été intégré dans l'environnement MODLINE, réalisé par la société SIMULOG et issu du projet européen IMSE, dont l'INRIA était partenaire, de 1988 à 1991. MODLINE est actuellement commercialisé par SIMULOG.

6 Résultats nouveaux

Les points énumérés ci-dessous doivent être plongés dans le contexte des sections 3 et 4, bien que les chronologies ne soient pas identiques, certains recouvrements étant par ailleurs inévitables.

6.1 Modèles de réseaux de transport et de télécommunications

6.1.1 Réseaux de transport

Participant : François Dumontet.

Le dimensionnement du système PRAXITÈLE (cf. section 7.1) a été abordé au moyen d'un réseau de files d'attente $M_t/M/\infty$. Ici les intensités des processus dépendent du temps et les équations d'évolution avaient été données par W. Whitt et W. Massey (Bell Laboratories). Cependant, ce type de modèle ne rend pas compte de l'aspect bloquant de certaines stations. Les clients ont donc été différenciés par introduction de niveaux de priorité : le temps de service aux files *bloquantes* dépend d'un paramètre général et du nombre moyen de clients de niveau supérieur présents. L'évolution du système est régie par des systèmes d'équations différentielles, vectorielles et non stationnaires (coefficients continus par morceaux), qui sont résolues par transformée de Laplace. On peut alors analyser l'influence des divers paramètres, notamment sur la vitesse de convergence vers l'équilibre [9].

6.1.2 Systèmes à *polling*

Les systèmes dits à *polling*, où V serveurs se partagent entre N stations, selon une politique fixée, font toujours l'objet d'une abondante littérature à cause de leur vaste champ d'applications. Si des percées significatives ont été accomplies concernant les conditions d'existence de régimes stables, il est encore rarement possible de calculer les grandeurs phares intéressantes, telles par exemple les temps d'attente ou les nombres moyens. Une étude sur les grands systèmes à polling a été réalisée, qui est décrite dans la section 6.3.1.

6.2 Marches aléatoires

6.2.1 Méthodes analytiques

Participants : Guy Fayolle, Vadim Malyshev, Roudolf Iasnogorodski.

Le livre [2] a été achevé. On signalera simplement l'ajout d'un point technique intéressant (mais difficile), concernant les conditions d'existence dans le cas de dérives nulles. Les courbes algébriques qui interviennent sont alors de genre zéro et la situation pointue suivante peut se produire : la fonction $F(x,y)$, introduite dans la section 3.1.1, est analytique dans le domaine $\mathcal{D} \times \mathcal{D}$, où $\mathcal{D}$ désigne disque unité ouvert, sans toutefois être continue sur la frontière.

6.2.2 Stabilité et questions connexes

Participant : Roudolf Iasnogorodski.

Les études [1, 11] ont été peaufinées et sont acceptées pour publication. Dans [11], on traite de l'évolution de marches aléatoires dans le cylindre $\mathbf{Z}_+^2 \times \mathbf{Z}$, avec dérives nulles à l'intérieur du domaine et réflexions sur les frontières. Il est montré qu'il y a toujours transience, dans tous les cas non critiques de réflexion aux bords. On s'est intéressé aussi au problème de convergence des marches renormalisées. Deux situations sont alors possibles : soit le processus limite est une semimartingale continue ; soit il se comporte d'une façon inhabituelle, une des coordonnées tendant vers l'infini presque sûrement, avec une vitesse supérieure à $\sqrt{n}$. Ces résultats sont obtenus en s'appuyant sur les estimations des mesures invariantes de marches dans $\mathbf{Z}_+^2$, données dans [1].

6.2.3 Dérives nulles

Participant : Roudolf Iasnogorodski.

En collaboration avec S. Aspandiiarov et M. Menshikov, on a donné la classification complète des marches dans $\mathbf{Z}_+^3$, avec réflexions aux bords et dérives nulles à l'intérieur du domaine [16]. Des phénomènes spécifiques ont été observés, liés au temps discret et qui n'existent pas pour le mouvement brownien, notamment pour les frontières de codimension 2.

6.3 Systèmes en limite thermodynamique

6.3.1 Systèmes à polling

Participants : Franck Delcoigne, Guy Fayolle.

La propagation du chaos a été démontrée pour certaines classes de systèmes à polling, sous des hypothèses exponentielles des diverses lois. Ces résultats sont neufs et font appel à des techniques de convergence de semi-groupes.

Soit $\{\mathcal{P}^{(N)},\ N \geq 1\}$ une suite de réseaux, chacun formé de N stations visitées par $V^{(N)}$ serveurs mobiles, indépendants. On étudie $\mathcal{P}^{(N)}$ lorsque N croît sous la condition

$$U = \lim_{N\to\infty} \frac{V^{(N)}}{N}, \qquad \text{avec } 0 < U < \infty.$$

- Réseau symétrique. En tout nœud les clients arrivent suivant un processus de Poisson de paramètre λ et chaque client demande un service de durée moyenne $1/\mu$; les destinations sont choisies de façon uniforme avec probabilité $1/N$; le temps de déplacement moyen entre deux stations quelconques vaut $1/\tau$. On introduit le processus Markovien $\vec{Y}^{(N,r)}(t)$ représentant l'état joint de r files arbitraires et du *champ moyen*. Après avoir trouvé les conditions d'ergodicité, on caractérise complètement la dynamique de la limite $\lim\limits_{N\to\infty} \vec{Y}^{(N,r)}(t)$, en montrant de plus

$$\lim_{t\to\infty}\lim_{N\to\infty} \vec{Y}^{(N,r)}(t) \Rightarrow \lim_{N\to\infty}\lim_{t\to\infty} \vec{Y}^{(N,r)}(t) \Rightarrow \vec{\pi}^{\otimes r} \otimes \delta_{\vec{\pi}}\,,$$

  où le symbole « $\Rightarrow$ » représente la convergence en distribution. La mesure $\vec{\pi}^{\otimes r} \otimes \delta_{\vec{\pi}}$ est une mesure produit, où $\vec{\pi}$ a une forme explicite simple correspondant à la distribution stationnaire d'un réseau à deux files en série.

- Symétrie par blocs. L'extension des résultats au cas où $\mathcal{P}^{(N)}$ est constitué d'un nombre fini de sous-systèmes du type précédent a été prouvée [12, 8]. De nombreuses difficultés techniques ont dû être surmontées, liées à la non-monotonicité de certains opérateurs (contrairement à la situation de symétrie totale).

- On a aussi abordé le cas des routages dépendant de l'état. Lorsque le choix du nœud de destination diffère selon qu'il est vide ou occupé, la détermination du régime d'équilibre équivaut à résoudre une équation fonctionnelle et différentielle, du genre évoqué dans la section 3.1.1.

6.3.2 Vitesse de convergence

Participant : Christine Fricker.

En collaboration avec D. Tibi (Université Paris 7) et Ph. Robert (Projet Algo), on étudie l'estimation de la vitesse de convergence vers l'équilibre de chaînes de Markov dont l'espace d'états a un cardinal N grand. L'étude de la fameuse seconde valeur propre λ_2 ne suffit pas toujours à une estimation de l'ordre de convergence exponentielle de la forme $K\exp(-\lambda_2 t)$, à cause du rôle de K. On veut donner un majorant de la distance entre les probabilités transitoire et stationnaire, mais aussi trouver l'estimation asymptotique de l'instant de coupure du processus (quand il existe). Dans ce contexte, les techniques habituellement développées pour les marches aléatoires sur des graphes sont analytiques et géométriques (Diaconis, Saloff-Coste, Stroock). On envisage ici une approche essentiellement probabiliste, adaptée aux systèmes considérés, afin de dégager des méthodes qui permettraient de traiter les réseaux avec pertes.

- On a achevé [13] l'étude de la file M/M/N/N avec perte (modèle d'Erlang), normalisée par augentation conjointe du trafic et de la capacité du lien. L'existence d'une transition de phase (appelée coupure ou *cut-off* et correspondant au passage à l'état stationnaire) a été prouvée par des techniques classiques de couplage et de martingales. À notre connaissance, c'est un des premiers exemples de cut-off pour les files d'attente, au sens de la définition de Diaconis.

- Cette année, on s'est intéressé à un lien avec deux classes de clients. Le cut-off pour le régime sous-critique a été obtenu. L'étude du régime sur-critique s'avère plus délicate : on exhibe le système dynamique limite, correspondant au processus renormalisé, la prochaine étape consistant à analyser les écarts à cette limite.

6.3.3 Partage de bande passante par la politique « min »

Participants : Guy Fayolle, Arnaud de La Fortelle, Jean-Marc Lasgouttes.

Ce sujet est issu de l'action contractuelle évoquée dans la section 7.2. On considère un réseau parcouru par un ensemble de routes de longueur fixée, dans lequel la bande passante disponible sur chaque canal est partagée entre les connexions en présence suivant la règle très simple du « min » : chaque lien partage sa capacité équitablement entre les différents appels qu'il gère, de façon totalement décentralisée ; en outre, un appel est servi au taux offert par le lien le plus chargé qu'il utilise.

- L'étude de base sur le réseau en étoile symétrique a été achevée. Cette topologie, pourtant simple, est à bien des égards un paradigme de la complexité des systèmes de télécommunications. On a mis en évidence, par une approche de type champ moyen, le caractère modal de la distribution stationnaire du nombre d'appels sur un canal quelconque, dont la fonction génératrice $\alpha(z)$ satisfait l'équation intégrale non linéaire

  $$\alpha'(1)(1-\rho z)\alpha(z) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\mathcal{C}(r)} \alpha(\omega)\,\alpha\Big(\frac{z}{\omega}\Big)\frac{d\omega}{(1-\omega)^2}\,.$$

  Une étude analytique poussée de cette équation donne le comportement du réseau en fonction de la charge ρ, pour ρ voisin de 1, le terme *moteur* étant de la forme

  $$\exp\Big(\frac{\beta}{1-\rho}\Big).$$

  Au cours de ces pérégrinations, on rencontre de façon assez amusante (mais inexpliquée pour l'instant) l'équation différentielle du troisième ordre $w''' = ww''$, parfois dite de Blasius et connue dans les problèmes d'écoulements laminaires en mécanique des fluides.

- Ces résultats ont été étendus qualitativement à des routes de longueur quelconque finie [20, 21]. En outre, on a donné la condition nécessaire et suffisante d'ergodicité par construction d'une fonction de Lyapounov, sans hypothèse de symétrie et pour un nombre quelconque de liens.

- Enfin, des simulations ont permis de mieux cerner les relations entre la politique «min» et la politique d'« équité max-min », souvent utilisée dans les modèles de réseau de télécommunications, mais mathématiquement encore plus ardue.

6.3.4 Réseaux de files M/G/1

Participants : Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes.

Nous avons poursuivi l'analyse de réseaux généraux de grande taille, pour lesquels la mesure invariante n'a pas de forme explicite. Le premier candidat étudié est le réseau de Jackson ouvert, dans lequel les distributions des temps de service sont arbitraires. Il s'agit de déterminer les conditions de propagation du chaos, en dynamique ou en régime stationnaire, les techniques étant d'ailleurs fort différentes dans les deux cas. En fait, cette propriété s'avère intimement liée à l'*approximation poissonnienne* des flux totaux arrivant à chaque file d'attente. A priori rien n'est ici évident, car il est connu que dans la plupart des réseaux à forme produit les flux internes ne sont pas poissonniens, même si chaque file se comporte comme une simple $M/M/1$ avec distribution géométrique. Les recherches en cours visent aussi à comprendre s'il est possible d'étendre les méthodes de *champ moyen* à certaines chaînes de Markov à espace d'états non dénombrable et ne possédant pas de symétrie.

6.4 Grandes déviations

6.4.1 Résultats généraux

Participants : Guy Fayolle, Arnaud de La Fortelle.

Comme il a été évoqué dans la section 3.5, une approche nouvelle, basée sur une décomposition en cycles, a permis d'étendre le théorème de Sanov aux chaînes de Markov à espace d'états dénombrable, sous la seule hypothèse d'irréductibilité [17] : la mesure empirique d'ordre 2 satisfait un PGD. On obtient un certains nombre de corollaires, parmi lesquels le lemme intégral de Varadhan ou encore, sous certaines conditions, un principe de contraction qui entraîne immédiatement le théorème de Sanov faible pour les mesures empiriques d'ordre 1. La méthode s'étend sans difficulté conceptuelle à des contextes voisins : chaînes réductibles, temps continu, espace d'états plus généraux.

6.4.2 Réseaux à polling

Participants : Franck Delcoigne, Arnaud de La Fortelle.

Par suite de l'inextricabilité analytique déjà mentionnée pour ces systèmes, on souhaite calculer les asymptotiques des queues de distribution du vecteur d'état, en utilisant la théorie des grandes déviations. De fait, la méthode esquissée ci-dessus permet d'établir un PGD avec une fonctionnelle d'action *explicite*. En général les équations obtenues sont difficiles, mais dans le cas du polling cyclique il est possible d'exhiber un algorithme rapide, dont la complexité est bien inférieure à ce qui serait réalisable par des méthodes traditionnelles.

6.5 Grammaires aléatoires, grammaires de graphes, grammaires quantiques

Participant : Vadim Malyshev.

Le prolongement de l'étude `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3380.html` au cas de grammaires de graphes infinis a donné lieu à l'article [19]. On y analyse diverses *macrodimensions*, en prouvant notamment que l'une d'elles est un invariant pour la dynamique Markovienne locale. Quant à l'introduction des grammaires quantiques, elle vise un double but :

- contribuer au développement de l'informatique quantique ;
- introduire des modèles simples dans la physique moderne (spécialement pour la gravité quantique), rigoureusement. Dans [18], on montre comment reconstruire l'espace classique à partir de l'espace quantique.

6.6 Complexes aléatoires

Participant : Vadim Malyshev.

Les *complexes* interviennent dans différents domaines : topologie, géométrie, physique, etc. Dans [14], on étudie les complexes aléatoires de plusieurs points de vue.

- En mathématiques discrètes, il s'agit surtout de l'énumération de certaines classes de complexes bi-dimensionnels.
- En probabilités, la croissance de certains complexes fait appel à des processus de Markov, parfois non linéaires.
- Enfin, en physique, on s'est intéressé à la gravité quantique, plus précisément aux conditions stochastiques laissant invariante la distribution stationnaire de cette gravité. Partant de l'étude théorique de la dynamique, on donne des résultats sur l'existence et les propriétés de fonctions de corrélations locales en limite thermodynamique.

L'analyse du comportement transitoire constitue la troisième partie d'une série d'articles, dans lesquels étaient décrites des classes générales de processus, ayant une signification universelle en probabilités, en informatique et en biologie. En plus d'une introduction au domaine à l'intention des probabilistes, on donne une présentation rigoureuse de la gravité quantique dans le cas planaire : en partant de considérations combinatoires, alors que les méthodes de la physique utilisent habituellement des modèles à base de matrices aléatoires, on retrouve le fameux exposant $\alpha = -7/2$. Le principal résultat de [14] est la preuve de la décroissance exponentielle des fonctions de corrélations pour toutes les interactions.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Praxitèle, lara

Le programme Praxitèle, qui avait donné lieu en 1993 à un consortium industriel regroupant l'INRIA, l'INRETS, la CGEA, DASSAULT AUTOMATIQUE, EDF et RENAULT, s'est achevé en Juin 1997. Il a été suivi d'une expérimentation en vraie grandeur dans la région de Saint-Quentin en Yvelines, qui s'est achevée cet été de façon très convaincante.

Il s'agissait d'étudier et de promouvoir un nouveau mode de transport public, basé sur l'utilisation de petits véhicules urbains, de préférence électriques, dont le parc serait géré par un système informatique s'appuyant sur un réseau de télécommunications. La relation contractuelle établie avec Meval, issue d'une proposition intitulée *Problèmes de modélisation mathématique pour la conception de réseaux de véhicules électriques à usage collectif*, a permis de subventionner deux thèses [9, 8]. Cette thématique inclut également des équipes du centre scientifique franco-russe A. M. Lyapounov.

Outre les modèles, les travaux de ces trois dernières années ont comporté un volet sur la conception de simulations rapides. L'un des problèmes cruciaux pour un dimensionnement correct du système provient de la non-stationnarité des demandes, ce qui impose une politique de retours à vide (haut-le-pied). Des réponses partielles à ces questions sont évoquées dans les sections 6.1.1 et (de façon moins évidente) 6.3.1.

Actuellement, le projet MEVAL envisage de participer à l'action LARA sur la route automatisée, qui s'inscrit dans le prolongement de PRAXITÈLE. Des réflexions ont déjà mis l'accent, du point de vue modélisation, sur des liens possibles avec la mécanique statistique.

7.2 CNET

Participants : Thomas Deneux, Guy Fayolle, Arnaud de La Fortelle, Jean-Marc Lasgouttes.

La consultation thématique FRANCE-TÉLÉCOM CNET $\mathrm{N}^0\,5$, lancée en 1997, a donné lieu à l'action contractuelle N° 981B016, qui a pris effet en Février 1998 pour une durée de trois ans.

Cette convention s'inscrit dans le cadre d'études menées à CNET/DAC/GTR, dans le groupe *Modélisation du trafic et analyse des performances des réseaux large bande*. Il s'agit principalement d'étudier les problèmes d'ingénierie du trafic, liés à l'introduction du service ABR, afin de dégager des règles de dimensionnement et de contrôle de flux pour les réseaux offrant un tel service. Les travaux sont réalisés au sein du projet, à l'aide de méthodes de modélisation mathématique. Le but est d'acquérir une compréhension structurelle des phénomènes, afin d'établir une sorte de typologie des réseaux ATM et large bande, en les considérant comme essentiellement équivalents à un ensemble de systèmes dynamiques, fonctionnant sous différentes échelles de temps. L'exécution du contrat comporte deux phases principales.

- D'abord, à partir de critères donnés pour le partage de charge (par exemple équité *max-min*), on analysera les performances d'une configuration *typique* de réseau. Compte tenu de la complexité des systèmes, on appliquera les méthodes asymptotiques de type champ moyen et limite thermodynamique.

- Ensuite, pour un critère donné, on étudiera la façon dont il peut être réalisé dans le cadre de l'allocation de ressources pour le service de type ABR.

Les deux études [20, 21] réalisées cette année sont en cours de publication. Leur contenu scientifique a été évoqué dans les diverses rubriques de la section 6.3.3.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions nationales

8.1.1 Relations académiques

Le projet entretient des collaborations avec les centres de recherche suivants :

– Université PARIS I (M. Cottrell) ;
– Université d'Orléans (R. Iasnogorodski) ;
– Université PARIS 6, Laboratoire de Probabilités, (J. Jacod) ;
– Université PARIS 10, Département de Mathématiques, (S. Méléard)
– FRANCE-TÉLÉCOM-CNET DAC/GTR (L. Massoulié, J. Roberts) ;
– École polytechnique (F. Dunlop, C. Graham) ;
– EHEI, Université PARIS 5 (S. Aspandiiarov, E. Gelenbe) ;
– SUPELEC et ENSTA (P. Brémaud).

8.1.2 Séminaires

Un séminaire hebdomadaire a lieu à Rocquencourt, en synergie avec les projets FRACTALES, META2, auxquels s'est joint depuis Novembre le projet HIPERCOM. L'organisation, côté MEVAL, est confiée à J.-M. Lasgouttes.

8.2 Actions internationales

8.2.1 Centre Franco-Russe

G. Fayolle et V. Malyshev participent aux activités du centre *A. M. Lyapounov*, situé au sein de l'Université de Moscou et officiellement inauguré le 19 Décembre 1993. Ils étaient co-responsables du projet intitulé *Probabilités et analyse de grands réseaux*, d'une durée de deux ans, qui s'est achevé en Juillet 1999. La partie russe comprenait des équipes du LLRS (*Laboratoire d'analyse des grands systèmes*, Université de Moscou) et le *Laboratoire R. Dobrushin* de l'IPPI (*Institut des problèmes de transmission de l'information*, dépendant de L'Académie des sciences) ; côté français ont participé 3 projets de l'INRIA (FRACTALES, META2, MEVAL).

8.2.2 Comités de programmes et d'édition de revues

– V. Malyshev fait partie du comité éditorial des revues russes *Problems of Information Transmission* et *Fundamental and Applied Mathematics* ; il est également fondateur et éditeur en chef du journal *Markov Processes and Related Fields*, G. Fayolle étant membre du comité de rédaction.

– G. Fayolle est membre du groupe de travail IFIP WG 7.3, qui comprend environ 80 membres élus et représente diverses communautés scientifiques intéressées par la modélisation des systèmes.

8.2.3 Relations internationales

G. Fayolle et V. Malyshev collaborent avec les universités et centres de recherches de Leuven (Belgique), Bielefeld et Braunschweig (Allemagne), Lund (Suède), Moscou (Département de probabilités de l'université + IPPI de l'Académie des Sciences), CWI (Pays-Bas), Cambridge et Newcastle (Angleterre).

De longue date, le projet maintient divers contacts avec les États-Unis (San Diego, Monterey, Berkeley, Georgia Inst. of Tech., Bell Labs.) et avec la Russie (Moscou, Novossibirsk).

8.2.4 Visites de chercheurs et professeurs étrangers

Le professeur A.N. Rybko (IPPI) a passé sept semaines dans l'équipe.

9 Diffusion de résultats

Les résultats obtenus dans l'équipe ont été diffusés dans quelques uns des principaux colloques concernant le domaine et ont fait l'objet de conférences et d'invitations dans divers centres de recherche. On ne cite que les éléments principaux.

9.1 Visites de laboratoires

G. Fayolle a reçu des invitations des universités de Moscou, de Newscastle, de Cambridge, ainsi que des *Bell Laboratories* (Murray Hill, USA).

9.2 Conférences invitées

G. Fayolle a été invité au *Stochastic Networks Workshop*, Université de Cambridge, 21 Juillet 1998.

Ch. Fricker, Fr. Delcoigne, A. de La Fortelle ont présenté, respectivement, les travaux `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3347.html`, [12] et [17], à la conférence INFORMS mentionnée ci-après.

V. Malyshev a été conférencier à l'École Polytechnique, à l'Université Paris 5, à l'IPPI à Moscou. Il a également fait un exposé au colloque *Words*, Rouen, Septembre 1999.

9.3 Participation à l'organisation de colloques

G. Fayolle et V. Malyshev ont organisé une session à la conférence internationale INFORMS, qui a eu lieu à Ulm, 26-28 Juillet 1999.

9.4 Enseignement universitaire

G. Fayolle est chargé de cours au DEA de l'université Paris 6, filière « Probabilités et Applications ». Il y enseigne le module *Classification des chaînes de Markov vectorielles et applications aux réseaux.*

9.5 Jurys de thèse

G. Fayolle était rapporteur externe de la thèse de J. Martin « Analysis of Some Large Markovian Queueing Networks », Université de Cambridge, Juillet 1999.

V. Malyshev a été directeur scientifique de la thèse de A. Yambartsev [10].

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

[1] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, « General results on stationary measures of recurrent countable Markov chains and their applications », *Bernoulli*, 1999.

[2] G. Fayolle, R. Iasnogorodski, V. A. Malyshev, *Random walks in the Quarter Plane*, Applications of Mathematics, 40, Springer-Verlag, 1999.

[3] G. Fayolle, R. Iasnogorodski, «Two Coupled Processors: The Reduction to a Riemann-Hilbert Problem», *Z. Wahrscheinichkeitstheorie verw. Gebiete 47*, 1979, p. 325–351.

[4] G. Fayolle, J. M. Lasgouttes, «Asymptotics and Scalings for Large Product-Form Networks via the Central Limit Theorem», *Markov Processes and Related Fields 2*, 2, 1996.

[5] G. Fayolle, V. A. Malyshev, M. V. Menshikov, *Topics in the constructive theory of countable Markov chains*, Cambridge University Press, 1995.

[6] V. A. Malyshev, *Marches aléatoires, équations de Wiener-Hopf dans le quart de plan, automorphismes de Galois*, Éditions de l'Université de Moscou, 1970, En russe.

[7] V. A. Malyshev, «Networks and dynamical systems», *Adv. Appl. Prob. 25*, 1993, p. 140–175.

Thèses et habilitations à diriger des recherches

[8] F. Delcoigne, *Stabilité et limite thermodynamique dans certains réseaux à polling*, thèse de doctorat, Université Paris 6, Juillet 1999.

[9] F. Dumontet, *Simulation et modélisation de systèmes de véhicules en libre service*, thèse de doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, 2000, à paraître.

[10] A. Yambartsev, *Two Interacting Strings with Applications to Netwoks*, thèse de doctorat, Université de Moscou, 1999.

Articles et chapitres de livre

[11] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, « Three-dimensional reflected driftless random walks in troughs: new asymptotic behavior », *Ann. Inst. Henri Poincaré 35*, 1, 1999.

[12] F. Delcoigne, G. Fayolle, «Thermodynamic Limit and Propagation of Chaos in Polling Networks», *Markov Processes and Related Fields 5*, 1, 1999, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3398.html`.

[13] Ch. Fricker, Ph. Robert, D. Tibi, «On the rates of convergence of Erlang's model», *Journal of Applied Probability 36*, 4, 1999, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3368.html`.

[14] V. A. Malyshev, «Probability around the Quantum Gravity», *Russian Math. Reviews 4*, 1999, p. 3–46.

[15] V. A. Malyshev, « Random Infinite Spin Graph Evolution », *in: On Dobrushin's way*, AMS Publications, 1999, À paraître.

Rapports de recherche et publications internes

[16] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, M. V. Menshikov, «Embedding recurrence criteria and their applications to reflected random walks in the 3-dimensional orthant», *rapport de recherche*, INRIA, 1999, à paraître.

[17] A. de La Fortelle, G. Fayolle, « Large Deviation Principle for a Markov Chains in Discrete Time », *rapport de recherche n° 3791*, INRIA, Novembre 1999, Soumis à *Probability Theory and Related Fields*, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3791.html`.

[18] V. A. Malyshev, « Quantum Grammars. Part 4.1: KMS States on Quantum Grammars », *rapport de recherche n° 3702*, INRIA, Mai 1999, `http://www.inria.fr/RRRT/RR-3702.html`.

[19] V. A. Malyshev, « Scaling Macrodimension of Infinite Graphs », *rapport de recherche*, INRIA, 1999, à paraître.

Divers

[20] G. Fayolle, J. M. Lasgouttes, «Performance de mécanismes de partage de charge en réseau», Rapport, Mars 1999, Contrat France Télécom-CNET 981B016, Lot 2.

[21] G. Fayolle, J. M. Lasgouttes, «Performance de mécanismes de partage de charge en réseau», Rapport, Septembre 1999, Contrat France Télécom-CNET 981B016, Lot 3.