

## *Projet MIAOU*

*Mathématiques et Informatique de l'Automatique et de  
l'Optimisation pour l'Utilisateur*

*Sophia Antipolis*

THÈME 4A



*R*apport  
*d'Activité*

1999



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>4</b>
3.1	Identification et déconvolution . . . . .	4
3.1.1	Approximation méromorphe à partir de conditions au bord incomplètes	6
3.1.2	Approximation rationnelle scalaire . . . . .	8
3.1.3	Comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et problèmes inverses pour le Laplacien 2D . . . . .	10
3.1.4	Approximation rationnelle matricielle . . . . .	11
3.1.5	Identification paramétrique linéaire . . . . .	12
3.2	Structure et commande des systèmes non-linéaires . . . . .	13
3.2.1	Stabilisation continue . . . . .	14
3.2.2	Transformations et équivalences des systèmes et modèles non-linéaires .	16
3.2.3	Structure de l'espace des trajectoires . . . . .	17
3.3	Jeux dynamiques et commande robuste . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>18</b>
4.1	Problèmes inverses géométriques et identification de paramètres pour le Laplacien 2D . . . . .	19
4.2	Identification et synthèse de systèmes résonnants . . . . .	20
4.2.1	Synthèse de filtre à ondes de surface pour la téléphonie mobile . . . . .	20
4.2.2	Identification de filtres hyperfréquences . . . . .	22
4.3	Stabilisation . . . . .	24
4.4	Transformations et équivalence des systèmes non-linéaires . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>25</b>
5.1	Le logiciel hyperion . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>26</b>
6.1	Participation à la création du rapport d'activité . . . . .	26
6.2	Estimations asymptotiques pour l'interpolation et l'approximation dans $H^2$ . .	26
6.3	Approximation rationnelle . . . . .	26
6.4	Paramètres de Schur et réalisations balancées. . . . .	27
6.5	Nouveaux développements du logiciel hyperion . . . . .	28
6.6	Détermination des paramètres de couplage . . . . .	29
6.7	Comportement des pôles . . . . .	29
6.8	Fonctions de Lyapunov contrôlées . . . . .	30
6.9	Équivalence et linéarisation topologiques . . . . .	30
6.10	Méthodes numériques pour des problèmes de contrôle déterministes par morceaux	31
6.11	Approximation des équilibres de Nash pour des jeux statiques déterministes par morceaux . . . . .	31

<b>7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)</b>	<b>32</b>
7.1 Contrat CNES-IRCOM-INRIA . . . . .	32
<b>8 Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>32</b>
8.1 Comités Scientifiques . . . . .	32
8.2 Actions financées par la commission européenne . . . . .	32
8.3 Relations bilatérales internationales . . . . .	32
8.4 Accueils de chercheurs étrangers . . . . .	33
<b>9 Diffusion de résultats</b>	<b>33</b>
9.1 Animation de la communauté scientifique . . . . .	33
9.2 Enseignement universitaire . . . . .	34
9.2.1 Cours . . . . .	34
9.2.2 Encadrements de stages et thèses . . . . .	34
9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations . . . . .	34
<b>10 Bibliographie</b>	<b>35</b>

# 1 Composition de l'équipe

## Responsable scientifique

Laurent Baratchart [DR INRIA]

## Responsable permanent

Juliette Leblond [CR INRIA]

## Assistante de projet

France Limouzis [TR INRIA, à temps partiel dans le projet]

## Personnel INRIA

José Grimm [CR]

Martine Olivi [CR]

Jean-Baptiste Pomet [CR]

Odile Pourtallier [CR, à mi-temps dans le projet]

Franck Wielonsky [IR]

## Chercheurs doctorants

Stéphane Crepey [École Polytechnique]

Reinhold Küstner [Bourse TMR, à partir d'octobre]

Ludovic Faubourg [Bourse MESR]

Frédéric Mandrea [Bourse MESR]

## Chercheur post-doctorant

Xavier Litrico [Bourse Inria, à partir de juin]

Monique Chyba [Bourse Inria, de janvier à mars]

## Conseillers scientifiques

Pierre Bernhard [Université de Nice-Sophia Antipolis]

Andrea Gombani [LADSEB-CNR, Padoue, Italie]

Jonathan Partington [Université de Leeds, GB]

Edward Saff [Université de Floride du Sud, Tampa, USA]

## Chercheurs invités

Slim Chaabane [Étudiant en thèse, ENIT Tunis, de mars à mai]

Jamel Ferchichi [Étudiant en thèse, ENIT Tunis, mai]

Moez Kallel [Étudiant en thèse, ENIT Tunis, de juillet à septembre]

Sergei Treil [Professeur à l'Université d'état du Michigan, USA, en mai]

Bernhard Hanzon [Professeur à l'université libre d'Amsterdam, en mai et octobre]

Ralf Peeters [Professeur à l'université de Maastricht, en mai et octobre]

## Stagiaires

- Guillaume Delong [DESS UJF Grenoble, mars-décembre]
- Hichem Snoussi [SUPELEC Gif-sur-Yvette, juin-septembre]
- Sophie Casanova [Stage de maîtrise, UNSA, juillet à août]
- Arnaud Santoni [Stage de maîtrise, UNSA, juillet à août]

## 2 Présentation et objectifs généraux

Le projet conçoit et développe des méthodes en analyse et en optimisation des systèmes dynamiques. Les domaines abordés actuellement sont principalement :

- l'approximation dans le domaine complexe et ses applications aux problèmes inverses pour les équations différentielles ou aux dérivées partielles linéaires (*i.e.* à la déconvolution), notamment l'identification et la conception de systèmes résonnants ainsi que la détection de défauts ou d'hétérogénéités pour le Laplacien en dimension 2 ;
- la structure et le contrôle de systèmes dynamiques non-linéaires en dimension finie, en particulier la stabilisation de systèmes non-holonômes et la linéarisation par feedback dynamique ;
- les jeux dynamiques, la commande optimale et la commande robuste.

## 3 Fondements scientifiques

### 3.1 Identification et déconvolution

Nous débiterons par quelques remarques générales. Abstraire, sous forme d'équations mathématiques, le comportement d'un phénomène que l'on veut étudier est l'étape dite de *modélisation*. La modélisation a typiquement deux objets : le premier est de décrire le phénomène dans sa complexité minimale compte tenu du but poursuivi, et le second est de se doter d'un outil pour en *prédire* les effets. Ceci est couramment pratiqué dans la plupart des sciences appliquées à des fins de conception, de contrôle ou de prédiction, quoique rarement perçu autrement que comme un problème d'optimisation subordonné à chaque cas particulier.

En règle générale, l'utilisateur impose à son modèle une forme paramétrée qui reflète tout à la fois ses habitudes de pensée, sa connaissance physique du phénomène, l'effort algorithmique qu'il est prêt à consentir, et le caractère utilisable du modèle *in fine*. La recherche de ce compromis amène usuellement à poser le problème d'approcher les observations expérimentales par celles qu'on tirerait du modèle sous l'effet d'excitations censées représenter les causes du phénomène. La capacité à résoudre ce problème d'approximation, souvent non-trivial et parfois mal posé, conditionne pour une large part la pratique d'une méthode donnée.

C'est lorsqu'on veut évaluer la puissance prédictive d'un modèle que l'on est amené à *postuler* l'existence d'une *vraie* correspondance fonctionnelle entre les données et les observations, et que l'on entre dans le domaine de l'*identification*. La puissance prédictive du modèle peut s'y exprimer de diverses manières qui toutes, cependant, cherchent à mesurer la différence entre le « vrai » modèle et les observations. La nécessité de prendre en compte les différences patentées entre le comportement observé et le comportement calculé induit alors naturellement la

notion de *bruit* comme agent dégradant du processus d'identification. Ce bruit, qui s'incorpore au modèle, peut être traité sur un mode déterministe où la qualité d'un algorithme d'identification est son insensibilité à des petites erreurs. Cette notion est celle de problème bien posé en analyse numérique, ou de stabilité du mouvement en mécanique. Le bruit, cependant, est souvent considéré comme aléatoire, et l'on compte alors sur le moyennage pour estimer le « vrai » modèle. Cette notion permet au premier chef de donner des descriptions approchées mais simples de systèmes complexes dont les causes sont mal connues mais plausiblement antagonistes. Notons, dans les deux cas, que des *hypothèses* sur le bruit sont nécessaires pour justifier l'approche adoptée (il doit être petit dans le cas déterministe et satisfaire des hypothèses d'indépendance ou d'ergodicité dans le cas stochastique). Ces hypothèses sont rarement validées autrement qu'à l'usage.

Avec le déplacement du problème depuis le compte-rendu d'une série d'expériences jusqu'à l'estimation d'un hypothétique modèle exact, la problématique de l'identification s'enrichit aussi de la possibilité de choisir les données de façon commode pour explorer la structure du phénomène. Ceci interagit souvent de manière complexe avec le caractère *local* du modèle par rapport aux données (par exemple, un modèle linéaire n'est souvent valable qu'au voisinage d'un point de fonctionnement).

Venons-en à l'activité en identification du projet proprement dit. Alors que le sujet est dominé depuis vingt ans, au plan académique, par le paradigme de la statistique paramétrique, c'est cependant dans une approche déterministe de l'identification des systèmes dynamiques linéaires (c'est-à-dire des processus de convolution), fondée sur l'approximation dans le domaine complexe, que le projet situe sa contribution la plus originale au domaine. Naturellement, les liens profonds que tisse le théorème spectral entre les représentations temporelles et fréquentielles induisent des parallèles bien connus entre la théorie des fonctions et celle des probabilités, et le travail de MIAOU connaît par ce biais quelques retombées dans la théorie stochastique classique. Toutefois, c'est en traduisant le problème de l'identification en un problème de reconstruction d'une fonction analytique dans un domaine plan à partir de données à la frontière que l'on aborde ici le problème. Dans le cas de processus de convolution de dimension un —*i.e.* d'équations différentielles ordinaires possiblement en dimension infinie— cette traduction s'obtient de manière naturelle par le biais de la transformée de Fourier. Pour certaines équations aux dérivées partielles elliptiques en dimension deux, c'est la forme de la solution fondamentale qui introduit l'holomorphie ; ceci est notamment le cas du Laplacien qui fait apparaître les solutions comme des potentiels logarithmiques.

On considérera les données sans postuler un modèle exact mais en recherchant une approximation convenable dans un domaine de fonctionnement. Un exemple prototypique sur lequel nous illustrerons notre approche est l'identification harmonique des systèmes dynamiques, couramment rencontrée en ingénierie, où les données sont les réponses du système à des excitations périodiques dans sa bande passante de fréquences. On cherche un modèle linéaire et stable qui décrive correctement le fonctionnement dans cette bande passante, bien que ce modèle puisse être infidèle aux hautes fréquences, qu'on ne peut d'ailleurs guère mesurer. On souhaite aussi fréquemment que ce modèle soit rationnel et de degré convenable, soit parce que ce degré est déterminé par la signification physique des paramètres, soit parce qu'il doit rester raisonnablement faible afin de pouvoir utiliser efficacement le modèle pour le contrôle ou l'estimation. D'autres contraintes structurelles, dictées par la physique du phénomène, viennent fréquem-

ment se greffer sur le modèle. Notons qu'aucune statistique n'est utilisée ici sur les erreurs, qui peuvent provenir tant des défauts de mesure que du caractère erroné de l'hypothèse de linéarité.

Nous distinguerons une étape d'identification<sup>1</sup> qui fournit un modèle de dimension infinie — numériquement de dimension grande — et une étape d'approximation destinée à réduire l'ordre et contraindre le modèle à exhiber certaines propriétés spécifiques de la situation considérée. La première étape consiste typiquement, en termes mathématiques, à reconstruire une fonction analytique dans le demi-plan droit connaissant ses valeurs ponctuelles sur une portion de l'axe imaginaire, en d'autres termes à rendre effectif le principe du prolongement analytique sur le bord du domaine d'analyticité. C'est un problème classique et mal posé que nous plongeons dans une famille de problèmes extrémaux bien posés. La deuxième étape est généralement une approximation rationnelle ou méromorphe dans un espace de fonctions analytiques sur un ouvert simplement connexe, par exemple pour fixer les idées le demi-plan droit. Soit que l'on veuille tirer le meilleur parti de l'ordre maximal imparti, soit que l'on cherche à identifier les paramètres physiques du système considéré, il est généralement important lors de cette deuxième étape de calculer des approximants optimaux ou sous-optimaux en un certain sens. L'approximation rationnelle dans le domaine complexe est un sujet classique et ardu. En relation avec l'automatique, deux éléments de difficulté supplémentaires s'y greffent, à savoir la nécessité de contrôler les pôles des approximants (qui reflètent la stabilité du système) et celle de traiter du cas matriciel (pour le cas fréquent où le système a plusieurs entrées et sorties).

L'approximation au sens  $L^p$  de la fonction de transfert prend dans ce contexte une signification particulière pour  $p = 2$  et  $p = \infty$ . Si  $p = 2$ , elle correspond à une identification paramétrique au minimum de variance lorsque l'entrée est un bruit blanc (dans le cas d'un bruit coloré il faut pondérer le critère par sa densité spectrale), ou encore à la minimisation de l'erreur en norme d'opérateur  $L^2 \rightarrow L^\infty$  dans le domaine temporel. Si  $p = \infty$ , cette approximation correspond à la minimisation de l'erreur au plan de la transmission d'énergie  $L^2 \rightarrow L^2$  (à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel par le caractère isométrique de la transformée de Fourier). Mentionnons que ces problèmes relèvent d'une généralisation à la fois rationnelle et matricielle de la théorie de Szegő qui, bien que n'ayant apparemment guère attiré l'attention jusqu'ici, semble le cadre le plus naturel dans lequel plonger la plupart des problèmes d'optimisation liés à l'identification.

Nous détaillons plus précisément les deux étapes précédentes dans les sous-paragraphes qui suivent. Pour des raisons de commodité, nous abordons souvent les questions précédentes non sur l'axe imaginaire mais, ce qui est équivalent, sur le cercle unité où elles correspondent à des considérations analogues pour les systèmes à temps discret.

### 3.1.1 Approximation méromorphe à partir de conditions au bord incomplètes

**Participants :** Laurent Baratchart, José Grimm, Juliette Leblond, Jonathan Partington.

**Mots clés :** approximation méromorphe, identification fréquentielle, problème extrémal.

Ceci se rapporte à l'élaboration d'un modèle de convolution de dimension infinie à partir

---

1. Elle serait qualifiée de non-paramétrique dans certaine terminologie.



de données fréquentielles dans une bande passante  $\Omega$  et d'un gabarit de référence à l'extérieur de  $\Omega$ . On considère en fait une classe de modèles stables ou possédant des instabilités de dimension finie (opérateurs de convolution par des fonctions dont la transformée de Laplace est une fonction de transfert méromorphe ayant dans le demi-plan droit un nombre fini de pôles). Cette problématique surgit lors de problèmes de conception de systèmes résonnants ou de problèmes inverses pour le Laplacien 2D (détection / localisation de singularités ou identification de paramètres). On note  $D$  le disque unité,  $H^p$  l'espace de Hardy d'exposant  $p$ ,  $R_N$  l'ensemble des fonctions rationnelles possédant au plus  $N$  pôles dans  $D$ , et  $C(X)$  les fonctions continues sur  $X$ . Après transformation conforme du demi-plan droit dans  $D$ , on cherche une fonction de  $H^p + R_N$ , prenant sur un arc  $K$  du cercle unité des valeurs proches des données expérimentales et satisfaisant sur  $T \setminus K$  à des exigences de gabarit, de sorte que la question s'énonce comme une généralisation d'un problème de type Adamjan-Arov-Krein (AAK) :

(P) Soient  $p \geq 1$ ,  $N \geq 0$ ,  $K$  un arc du cercle unité  $T$ ,  $f \in L^p(K)$ ,  $\psi \in L^p(T \setminus K)$  et  $M \in C(T \setminus K)$ ; on cherche une fonction  $g \in H^p + R_N$  telle que  $|g - \psi| \leq M$  p.p. sur  $T \setminus K$  et telle que  $g - f$  soit de norme minimale  $\beta_p$  dans  $L^p(K)$ .

Il s'agit là d'une extension au cas méromorphe sous contrainte dépendant de la fréquence des problèmes extrémaux bornés relatifs à l'approximation analytique (*i.e.* le cas où  $N = 0$ ) étudiés ces dernières années dans le projet pour  $p = \infty$  [3], puis pour  $1 \leq p < \infty$  où le cas  $p = 2$  présente un lien inattendu avec les formules de reconstruction de Carleman [4]. On montre dans [31] comment le problème (P) est relié à des questions d'interpolation dans  $H^p$ , du type Nevanlinna-Pick ou Carathéodory-Fejér, sur un arc de cercle.

Très relié au problème (P), et significatif en particulier pour décider de la validité de l'approximation linéaire dans la bande passante considérée, est également le problème de complétion suivant :

(P') Soient  $p \geq 1$ ,  $N \geq 0$ ,  $K$  un arc du cercle unité  $T$ ,  $f \in L^p(K)$ ,  $\psi \in L^p(T \setminus K)$  et  $M \in C(T \setminus K)$ ; on cherche une fonction  $h \in L^p(T \setminus K)$  telle que  $|h - \psi| \leq M$  p.p. sur  $T \setminus K$  et que la distance à  $H^p + R_N$  de la fonction concaténée  $f \vee h$  soit minimale dans  $L^p(T)$ .

Le problème (P') se ramène au problème (P) qui revient lui-même, implicitement, à un problème extrémal sans contrainte ( $P_0$ ) ( $K = T$ ), que l'on sait résoudre si  $p = \infty$  (c'est la théorie AAK) ou si  $p = 2$  et  $N = 0$  (c'est trivialement une projection orthogonale).

Pour  $p = \infty$ , ces liens nous permettent de montrer l'unicité de la solution de (P') sous l'hypothèse que la fonction concaténée  $f \vee \psi$  appartient à  $H^\infty + C(T)$  et de calculer cette solution en résolvant itérativement un problème de décomposition spectrale pour une famille de fonctions dépendant de paramètres implicites en les données, qui sont eux-mêmes ajustés itérativement. La convergence générique de cet algorithme dans les classes de Hölder-Zygmund séparables a été établie<sup>[BLPb]</sup>.

Pour  $p = 2$ , nous avons défini un cadre hilbertien assez général permettant de formuler nombre de problèmes d'approximation et d'unifier nos approches antérieures [4]. Nous considérons dans [17] deux décompositions orthogonales distinctes d'un espace de Hilbert  $H = H_+ \oplus H_- = K_+ \oplus K_-$  et la possibilité d'approcher les fonctions de  $K_+$  par des projections

---

[BLPb] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, « Problems of Adamjan-Arov-Krein type on subsets of the circle and minimal norm extensions », à paraître dans *Constructive Approximation*.

d'éléments de  $H_+$ , ceci au moyen d'opérateurs de type Toeplitz. Cette formulation englobe en particulier les décompositions d'espaces  $L^2(\Gamma)$  comme somme de deux espaces de Hardy complémentaires et somme de restrictions à des sous-ensembles de  $\Gamma$ , que  $\Gamma$  soit le cercle unité — auquel cas rentrent aussi dans ce contexte les classes de Paley-Wiener de signaux passe-bande ainsi que les espaces de Sobolev — ou le bord d'un domaine du plan complexe non simplement connexe.

Si  $p = 2$  et  $N > 0$ , la question  $(P_0)$  est équivalente à l'approximation rationnelle décrite en 3.1.2.

Pour  $2 \leq p < \infty$ , il n'y a pas encore de solution algorithmique au problème  $(P_0)$  mais une théorie AAK dans  $L^p$  relativement complète qui a fait l'objet de la thèse<sup>[Sey98]</sup> et qui tisse un lien continu entre l'approximation rationnelle dans  $H^2$  (cf. 3.1.2) et l'approximation méromorphe en norme uniforme. De façon similaire au cas  $p = \infty$ , il s'avère que la meilleure approximation méromorphe ayant au plus  $n$  pôles dans le disque d'une fonction  $f \in L^p$  du cercle s'obtient à partir des vecteurs singuliers de l'opérateur de Hankel de symbole  $f$  entre les espaces  $H^s$  et  $H^2$  avec  $1/s + 1/p = 1/2$ , l'erreur étant à nouveau égale au  $n + 1$ -ème nombre singulier de l'opérateur, de façon similaire au cas  $p = \infty$ . L'existence de vecteurs singuliers repose ici sur la théorie de Ljusternik-Schnirelman et sur la géométrie des produits de Blaschke de degré donné. Parmi les aspects communs à cette famille de problèmes, le plus profond, issu de la différentiation, est sans doute le suivant : lorsque la fonction que l'on approxime est analytique sur un voisinage du cercle unité, les équations aux points critiques expriment l'orthogonalité non hermitienne de la famille des dénominateurs (*i.e.* du polynôme dont les zéros sont les pôles de l'approximant) vis à vis d'une mesure complexe (laquelle dépend du point si  $p > 2$ ). Ceci a permis par exemple d'étendre au cas  $2 \leq p \leq \infty$  le théorème de l'indice<sup>[Bar98]</sup>, ou encore de généraliser et de mettre en perspective les résultats sur le comportement asymptotique des pôles des approximants de certaines fonctions d'intérêt particulier (cf section 3.1.3).

Le cas  $1 \leq p < 2$  reste largement ouvert.

### 3.1.2 Approximation rationnelle scalaire

**Participants** : Laurent Baratchart, Juliette Leblond, Martine Olivi, Edward Saff, Herbert Stahl [TU Berlin, Al.], Franck Wielonsky.

**Mots clés** : approximation rationnelle, point critique, polynômes orthogonaux.

L'approximation rationnelle est la deuxième des étapes mentionnées en 3.1, et nous l'abordons tout d'abord dans le cas scalaire, c'est-à-dire pour des fonctions à valeurs complexes (par opposition à matricielles). Dans ce cas le problème s'énonce ainsi :

Soient  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $f \in H^p$  et  $n$  un entier ; on cherche une fonction rationnelle sans pôles dans le disque unité et de degré au plus  $n$  qui soit le plus proche possible de  $f$  dans  $H^p$ .

---

[Sey98] F. SEYFERT, *Problèmes extrémaux dans les espaces de Hardy*, Thèse, École des Mines de Paris, février 1998.

[Bar98] L. BARATCHART, « Rational and meromorphic approximation in  $L^p$  of the circle: System-theoretic motivations, critical points and error rates », *in: Computational Methods in Function Theory (CMFT'97)*, N. Papamichael, S. Ruscheweyh, E. Saff (éditeurs), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 1–34, 1998.

Les valeurs les plus importantes de  $p$  sont, comme nous l'avons indiqué en introduction,  $p = 2$  et  $p = \infty$ , mais il n'existe de toute façon pas d'algorithme démontrablement convergent pour une quelconque valeur de  $p$ , et le projet est concepteur d'un algorithme dans le cas  $p = 2$  dont la convergence vers un *minimum local* est garantie et qui est le premier à jouir de cette propriété. Il s'agit en substance d'un algorithme de suivi de gradient, qui procède récursivement par rapport à l'ordre  $n$  de l'approximant et utilise la géométrie particulière du problème pour se ramener à optimiser sur un domaine compact [1]. Cet algorithme permet d'engendrer plusieurs minima locaux lorsqu'il y en a, ce qui permet de faire des comparaisons. Il n'est pas démontré qu'on obtienne toujours le minimum absolu partant de la collection de points initiaux correspondant aux points critiques de degré inférieur, bien que nous ne connaissions pas non plus de contre-exemple. Afin de globaliser cette convergence, le projet poursuit une étude systématique du nombre et de la nature des points critiques qui conjugue des outils de topologie différentielle et de théorie des fonctions. Nous nous sommes concentrés tout d'abord sur des situations particulières se prêtant au calcul. La classe des transferts dits de relaxation (en d'autres termes des fonctions de Markov), a notamment été élucidée (cf. [7] et section 6.3), ainsi que le cas de  $e^z$  (prototype de la fonction entière à coefficients de Taylor convexes) ou celui de fonctions méromorphes (à la Montessus de Ballore) [6]. Un principe général s'est ainsi dégagé qui relie la nature des points critiques en approximation rationnelle à la régularité de la décroissance des erreurs en interpolation, et une méthodologie pour analyser l'unicité dans le cas où la fonction à approximer est une intégrale de Cauchy sur un arc ouvert (ces fonctions couvrent *grosso modo* le cas de singularités de dimension 1 qui sont « assez régulières » et apparaissent notamment en section 3.1.3) a émergé. Cette méthodologie repose sur la localisation des singularités *via* l'analyse de familles de polynômes orthogonaux non hermitiens, puis sur l'obtention d'estimations fortes de l'erreur permettant d'analyser sa décroissance relative. Notons dans ce contexte un analogue de la conjecture de Gonchar, qui serait que l'unicité a lieu pour une infinité de degrés d'approximation au moins.

L'introduction d'une pondération en fréquence constitue un autre développement intéressant, autant pour la nécessité qu'il y a de relativiser les données expérimentales selon que l'on dispose ou non de beaucoup d'information à la fréquence considérée (dans la théorie stochastique, par exemple, l'identification au minimum de variance exige de diviser l'erreur par la densité spectrale du bruit), que pour les améliorations algorithmiques que l'on peut en espérer. À ce sujet, il est intéressant de noter que la démarche la plus répandue pour l'identification fréquentielle, dans la pratique de l'ingénieur, consiste à poser une minimisation aux moindres carrés et à en pondérer les termes pour essayer d'obtenir un résultat convenable par des méthodes générales d'optimisation. On est ainsi conduit à minimiser un critère du type

$$\min \left\| f - \frac{p_m}{q_n} \right\|_{L^2(d\mu)} \quad (1)$$

où, par définition, on a posé

$$\|g\|_{L^2(d\mu)}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g(e^{i\theta})|^2 d\mu(\theta),$$

et où  $\mu$  est une mesure positive finie sur  $T$ ,  $p_m$  est un polynôme de degré inférieur ou égal à  $m$ ,  $q_n$  un polynôme unitaire de degré inférieur ou égal à  $n$ . Un tel problème est en particulier bien posé

lorsque  $\mu$  est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et de dérivée inversible dans  $L^\infty$ . Lorsque  $\mu$  est le carré du module d'une fonction analytique inversible, l'introduction de polynômes  $\mu$ -orthogonaux rend la situation assez similaire au cas non-pondéré, du moins si  $m \geq n - 1$ . Plus particulièrement, si  $\mu$  est l'inverse du carré du module d'un polynôme, un algorithme de calcul généralisant [1] a été obtenu dans [10] et implémenté (voir section 5.1).

Nous avons établi les équations aux points critiques de (1) lorsque la densité de la mesure  $\mu$  est donnée par le carré du module d'une fonction rationnelle, et ce en décomposant le numérateur optimal sur une base de polynômes orthogonaux. Dans le cadre de notre collaboration NSF-INRIA, nous avons poursuivi l'étude de la consistance (unicité du point critique à l'ordre  $(m, n)$  si  $f$  est elle-même rationnelle de type  $(m, n)$ ). Selon le degré du poids d'une part et la différence  $n - m$  d'autre part, nous avons généralisé les résultats de consistance antérieurs ou, au contraire, exhibé des points critiques dégénérés qui la mettent en défaut<sup>[LSW]</sup>.

### 3.1.3 Comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et problèmes inverses pour le Laplacien 2D

**Participants :** Laurent Baratchart, Juliette Leblond, Frédéric Mandréa, Edward Saff, Herbert Stahl [TU Berlin, Al.], Reinhold Küstner, Vilmos Totik [univ. Szeged et Acad. des Sciences, Hongrie].

**Mots clés :** problème inverse, détection de fissures, approximation méromorphe, approximation rationnelle, zéros de polynômes orthogonaux.

Il s'agit d'étudier le comportement des pôles des approximants méromorphes  $L^p$  (voir sections 3.1.1 et 3.1.2) de la (trace sur le bord extérieur de la) solution d'un problème aux limites de type Dirichlet-Neumann, pour en tirer des renseignements sur les singularités de ladite solution. Cette méthode originale pour aborder ce problème à frontière libre illustre bien l'optique du projet au regard des problèmes inverses, et suscite depuis deux ans un axe de recherche actif au carrefour de ses compétences en théorie des fonctions et des polynômes orthogonaux.

À la suite des avancées réalisées concernant la localisation des zéros de ces derniers dans le cas non hermitien, la méthode apparaît prometteuse lorsque les singularités sont 1-dimensionnelles, notamment dans le cas d'un domaine fissuré (voir section 4.1). Dans le cas d'une fissure analytique, en effet, qui correspond à l'approximation d'une fonction avec deux points de branchement, on a pu prouver que les pôles desdits approximants s'accumulent au voisinage de la géodésique hyperbolique passant par les extrémités de la fissure, et on conjecture plus généralement que, si la fissure est une réunion d'arcs analytiques, les pôles tendent vers le contour  $\mathcal{C}$  joignant les extrémités de ces arcs qui minimise la capacité du condensateur  $(T, \mathcal{C})$ , où  $T$  est le bord extérieur de  $D$  [14],<sup>[BKMT]</sup> (voir aussi section 6.7). L'examen de cette conjecture sera au centre de la thèse de Reinhold Küstner.

Ce type de résultat ouvre des perspectives nouvelles en contrôle non-destructif (voir section 4.1), et relie des questions d'actualité en approximation (comportement des zéros de

---

[LSW] J. LEBLOND, E. SAFF, F. WIELONSKY, « Weighted  $H_2$  rational approximation and consistency properties », soumis pour publication à *Numerische Mathematik*.

[BKMT] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDREA, V. TOTIK, « Pole distribution from orthogonality », en préparation.

polynômes orthogonaux non-hermitiens) à certains problèmes inverses classiques mais mal posés pour lesquels il propose une approche duale : approximer les conditions aux limites et non pas l'équation. Notons que, le problème de détection suggère une variante non classique de l'approximation rationnelle où les résidus des approximants doivent être réels : c'est en effet à cela que revient l'approximation au sens de Sobolev —*i.e.* au sens  $L^2$  du champ de forces— d'un potentiel logarithmique par un potentiel discret.

### 3.1.4 Approximation rationnelle matricielle

**Participants** : Laurent Baratchart, Andrea Gombani, Martine Olivi, José Grimm.

**Mots clés** : approximation rationnelle, matrice intérieure, espace à noyau reproduisant, théorie de la réalisation.

L'approximation matricielle est nécessaire pour traiter de systèmes à plusieurs entrées et sorties (bizarrement appelés multivariables) mais engendre des difficultés additionnelles substantielles au plan théorique et algorithmique. Le problème est un analogue du cas scalaire où le degré de McMillan (le degré d'une réalisation minimale en termes d'Automatique) généralise le degré :

Soient  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $\mathcal{F} \in (H^p)^{m \times l}$  et  $n$  un entier ; on cherche une matrice rationnelle de taille  $m \times l$  sans pôles dans le disque unité et de degré de McMillan au plus  $n$  qui soit la plus proche possible de  $\mathcal{F}$  dans  $(H^p)^{m \times l}$ .

Ici, la norme  $L^p$  d'une matrice est la racine  $p$ -ième de la somme des puissances  $p$ -ièmes des normes de ses composantes.

Pour  $p = 2$ , l'algorithme d'approximation scalaire mis au point dans le projet a été généralisé au cas matriciel [9]. Le problème majeur réside dans la représentation des matrices de transfert de degré de McMillan donné  $n$ , et les matrices intérieures (c'est-à-dire les fonctions à valeurs matricielles qui sont analytiques dans le disque unité et unitaires sur le cercle) de degré  $n$  interviennent ici de manière essentielle : elles jouent le rôle du dénominateur dans la représentation fractionnaire des matrices de transfert considérées. L'ensemble des matrices intérieures de degré donné possède une structure de variété qui autorise la mise en œuvre des outils différentiels utilisés dans le cas scalaire. En pratique, il faut exhiber un atlas de cartes (paramétrages valables seulement dans un voisinage donné d'un point) satisfaisant et gérer les changements de cartes lors d'un algorithme de descente. L'algorithme de Schur tangentiel dans le cas matriciel<sup>[ABG94]</sup> nous a fourni de tels paramétrages et permis l'implémentation d'un algorithme d'approximation rationnelle. Celui-ci est intégré au logiciel hyperion (voir section 5.1) qui a été testé sur des données matricielles  $2 \times 2$  provenant d'expérimentations faites au CNES, dans le cadre du contrat qui fait l'objet du paragraphe 7.1 et donne des résultats d'une grande qualité [2]. Ce code est aujourd'hui utilisé par l'IRCOM, couplé au logiciel d'éléments finis EMXD, pour déterminer les couplages physiques effectivement réalisés au cours de la synthèse d'un filtre et fournit le feedback nécessaire à la correction.

---

[ABG94] D. ALPAY, L. BARATCHART, A. GOMBANI, « On the Differential Structure of Matrix-Valued Rational Inner Functions », *Operator Theory : Advances and Applications* 73, 1994, p. 30–66.

### 3.1.5 Identification paramétrique linéaire

**Participants** : Laurent Baratchart, Manfred Deistler [TU Wien, Au], Martine Olivi.

**Mots clés** : approximation rationnelle, identification paramétrique, topologie des matrices rationnelles, étude des points critiques.

L'étude asymptotique de certains estimateurs au maximum de vraisemblance est un corollaire naturel des recherches en approximation rationnelle menées dans le projet. Le contexte est ultra-classique : étant donné un processus discret  $y(t)$  à valeurs dans  $\mathbf{R}^p$ , et un autre processus  $u(t)$  à valeurs dans  $\mathbf{R}^m$  que l'on tient pour la *cause mesurable* de  $y(t)$ , on cherche à décrire le phénomène par un modèle linéaire d'ordre fini :

$$\hat{y}(t) = Hu(t) + Le(t),$$

où  $e$  est un bruit blanc à  $p$  composantes, décorrélé de  $u$ , censé représenter les aléas qui concourent à créer  $y(t)$ , et où la matrice de transfert  $[L \ H]$  reliant  $(e \ u)^t$  à  $\hat{y}$  est rationnelle et stable de degré de McMillan  $n$ , la matrice  $L$  étant d'inverse stable également (parmi les bruits de même covariance et d'innovation donnée, on choisit celui dont le facteur spectral est de phase minimale). Le nombre  $n$  est, par définition, l'ordre du modèle. Si l'on suppose seulement que  $[H \ L]$  appartient à l'espace de Hardy  $H^2$  et que  $L$  est extérieure (ce qui signifie presque inversible en un sens approprié), une telle représentation est en fait générale pour des processus stationnaires *réguliers* (c'est-à-dire purement non-déterministes en un certain sens). L'identification dans ce contexte apparaît donc comme une approximation rationnelle pour laquelle la théorie statistique classique dresse un compromis entre deux facteurs antagonistes : d'une part l'erreur de biais qui diminue quand  $n$  augmente car la distance entre le « vrai » système et la classe de modèles considérée s'amenuise, d'autre part l'erreur de variance qui augmente avec  $n$  parce que la dispersion de l'estimation s'amplifie avec le nombre de paramètres. Il s'agit là de la version stochastique du compromis complexité-précision omniprésent en modélisation.

Si on introduit à présent comme nouvelle variable la matrice rationnelle  $R$  définie par

$$R = \begin{pmatrix} L & H \\ 0 & I_m \end{pmatrix}^{-1}$$

et si  $T$  désigne la première ligne bloc de  $R$ , en normalisant la variance du bruit à l'identité pour simplifier, l'estimation au maximum de vraisemblance est asymptotiquement équivalente, lorsque le nombre d'échantillons croît, à la minimisation de

$$\|T\|_{\Lambda}^2 = \mathbf{Tr} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(e^{i\theta}) d\Lambda(\theta) T^*(e^{i\theta}) \right\}, \quad (2)$$

où  $\Lambda$  est la mesure spectrale du processus  $(y \ u)^t$  (positive à valeurs matricielles) et où  $\mathbf{Tr}$  signifie la trace. Si l'on restreint davantage la classe de modèles en demandant que les aléas soient blancs, c'est-à-dire  $L = I_m$ , on obtient un problème d'approximation rationnelle pondéré correspondant à la minimisation de la variance de l'erreur de sortie. Si, en outre,  $u$  est lui-même un bruit blanc la situation devient celle de 3.1.4.

La formulation (2) montre que l'identification stochastique vise à une double généralisation, à la fois rationnelle et matricielle, de la théorie des polynômes orthogonaux de Szegő sur le cercle, et ceci fonde son lien avec la théorie classique des fonctions.

Le problème de la consistance naît de ce que la mesure  $\Lambda$  n'est pas accessible de sorte que l'on doit estimer (2) à l'aide de moyennes temporelles de l'échantillon observé en supposant les processus ergodiques. La question se pose alors de savoir si l'argument du minimum de la fonctionnelle estimée tend vers celui de (2) lorsque la longueur de l'échantillon augmente, et à quelle vitesse. Le résultat le plus significatif ici est peut-être celui qui, tout en postulant l'existence d'un modèle fonctionnel, ne suppose pas la compacité de la classe de modèles<sup>[HD88, Chap. 7, parag. 4]</sup>, et affirme la consistance sous des hypothèses d'ergodicité faible et d'excitation persistante. Un analogue de la loi des grands nombres indique, dans ce contexte, que la convergence a lieu en  $1/\sqrt{N}$  où  $N$  est la longueur de l'échantillon.

Dans le résultat précédent, la consistance a lieu au sens de la convergence ponctuelle des estimés sur la variété des matrices de transfert de taille et d'ordre donnés. La première contribution du projet a été de montrer que le résultat subsiste même si l'on ne postule plus l'existence d'une dépendance causale entre les entrées et les sorties, la mesure  $\Lambda$  étant simplement définie comme limite faible des covariances. La seconde contribution est que cette convergence a lieu uniformément avec celle de toutes les dérivées sur tout compact de la variété des modèles, ce qui jette un pont entre le comportement algorithmique du problème d'approximation rationnelle (nombre et nature des points critiques, décroissance de l'erreur, comportement des pôles) et celui de la minimisation des moyennes empiriques. Mentionnons par exemple que l'unicité du point critique en approximation  $H^2$  lorsque la fonction à approximer est presque rationnelle de degré  $n$  [5] entraîne l'unicité d'un minimiseur local pour l'erreur de sortie lorsque l'entrée est un bruit blanc, ceci presque sûrement asymptotiquement sur tout compact, lorsque la densité de  $y$  par rapport à  $u$  est presque rationnelle de degré  $n$ . De façon générale, les progrès dans la typologie de l'approximation rationnelle équivalent à des progrès dans l'étude du caractère algorithmiquement bien posé de l'identification au maximum de vraisemblance.

### 3.2 Structure et commande des systèmes non-linéaires

Pour commander un système, on s'appuie en général sur un modèle obtenu à partir de connaissances a priori comme les lois physiques ou à partir d'observations expérimentales. Dans beaucoup d'applications, on se contente d'une approximation linéaire autour d'un point de fonctionnement ou d'une trajectoire. Il est tout de même très important d'étudier les systèmes (ou les modèles) non-linéaires et leur commande pour les raisons suivantes. Tout d'abord, certains systèmes ont, autour de points de fonctionnement intéressants, une approximation linéaire qui n'est pas commandable de sorte que la linéarisation est inopérante, même localement. En second lieu, et même si le linéarisé est commandable, on peut désirer élargir le domaine de fonctionnement au-delà du domaine de validité de l'approximation linéaire. Les travaux décrits au paragraphe 3.2.1 relèvent de cette problématique. Enfin certains problèmes de commande, comme la planification de trajectoire, ne sont pas de nature locale, et ne peuvent être traités à l'aide d'un modèle approché linéaire. L'étude structurelle décrite en 3.2.2 a pour objet

---

[HD88] E. HANNAN, M. DEISTLER, *The Statistical Theory of Linear Systems*, Wiley, 1988.

de dégager des invariants qui peuvent être utilisés soit pour ramener l'étude à des systèmes plus simples, soit pour servir de fondement à une théorie de l'identification non-linéaire qui fournirait des renseignements sur les classes de modèles à utiliser lorsque l'on ne dispose pas d'information fiable *a priori* et que l'identification linéaire « boîte noire » n'est pas suffisante. Le succès du modèle linéaire, que ce soit en commande ou en identification, tient en grande partie à la compréhension très fine qu'on en a ; de façon analogue, une meilleure maîtrise des invariants des modèles non-linéaires pour certaines transformations est un préalable à une véritable théorie de l'identification et de la commande non-linéaire. Pour tout ce qui relève des systèmes non-linéaires, on sous-entend toujours dans ce qui suit que la dimension de l'état est finie.

### 3.2.1 Stabilisation continue

**Mots clés :** commande, stabilisation de système non linéaire, automatique non linéaire, système mécanique non holonôme.

**Participants :** Ludovic Faubourg, Massimiliano Maini, Pascal Morin [projet ICARE], Jean-Baptiste Pomet, Claude Samson [projet ICARE].

La stabilisation par retour continu d'état — ou de sortie (information partielle) — consiste à concevoir une commande qui soit une fonction régulière (au moins continue) de l'état, et telle qu'un point de fonctionnement (ou une trajectoire) soit asymptotiquement stable pour le système bouclé. On peut voir cela comme une version affaiblie de la commande optimale : le calcul d'une commande qui optimise exactement un certain critère (par exemple rallier un point en temps minimal) conduit en général à une dépendance très irrégulière en l'état ; la stabilisation est un objectif *qualitatif* (rallier un point asymptotiquement), moins contraignant que la minimisation d'un critère, et qui laisse évidemment beaucoup plus de latitude et permet d'imposer par exemple beaucoup de régularité. Notons que les problèmes de stabilisation sont souvent résolus au moins au voisinage de points de fonctionnement, par des méthodes d'automatique linéaire, aujourd'hui bien maîtrisées ; les méthodes étudiées ici concernent le comportement au voisinage de points où les méthodes linéaires sont inefficaces (approximation linéaire non commandable), ou cherchent à maîtriser le comportement sur une région plus étendue de l'espace d'état. Une question très importante est la robustesse de cette stabilité : en effet les lois de commande dépendent énormément de la structure du modèle, et la conservation de la stabilité asymptotique pour des structures ou des valeurs des paramètres voisines n'est pas acquise. Nous mentionnons, ci-après, deux directions de recherche actives à ce jour dans le projet.

**Stabilisation périodique de systèmes non-linéaires.** Il est connu qu'un certain nombre de systèmes non-linéaires, bien que commandables, ne peuvent pas être stabilisés par une commande qui soit une fonction continue de l'état seulement<sup>[Bro83]</sup>. On peut bien sûr pour ces systèmes relâcher l'exigence de continuité en utilisant par exemple des retours d'état (très)

---

[Bro83] R. W. BROCKETT, « Asymptotic Stability and Feedback Stabilization », in : *Differential Geometric Control Theory*, R. W. Brockett, R. S. Millman, H. J. Sussmann (éditeurs), Birkäuser, Basel-Boston, 1983.



discontinus issus de la commande en temps minimal, mais une idée récente consiste à rechercher tout de même des retours d'état continus, ou même lisses, en relâchant plutôt l'exigence de dépendance seulement par rapport à l'état et en permettant une dépendance par rapport *au temps*, par exemple périodique. Cette idée a d'abord été appliquée sur des petites classes de systèmes (dimension 1<sup>[SS80]</sup>, systèmes mécaniques non-holonômes de petite dimension<sup>[SAA91]</sup>), puis il a été démontré<sup>[Cor95]</sup> que « pratiquement » tout système commandable peut être stabilisé asymptotiquement par un retour d'état dépendant périodiquement du temps.

Les recherches de l'équipe, menées en collaboration avec le projet ICARE de l'INRIA-Sophia, ont joué un rôle important dans l'obtention de ces résultats [11] et visent aujourd'hui à développer des méthodes effectives pour la synthèse de lois de commandes non-linéaires périodiques stabilisant des classes représentatives de systèmes mécaniques non-holonômes, ainsi qu'à étudier et à améliorer leur robustesse et le comportement des transitoires qu'elles induisent. Parmi les acquis récents, on peut citer l'obtention d'une loi de commande continue stabilisant l'attitude d'un satellite en mode dégradé, et aussi (voir [18]) une méthode de construction de lois de commande périodiques stabilisantes pour un système sans dérive qui ne dépend que de la structure de l'algèbre de Lie engendrée par les champs de commande (les techniques mathématiques utilisées sont proches de celles évoquées plus loin pour approcher des courbes géométriques par des trajectoires faisables, cf. §3.2.3.

Les applications concernent les systèmes mécaniques non-holonômes : la stabilisation de robots mobiles d'une part et celle d'un corps solide non complètement commandé en rotation autour de son centre de gravité d'autre part (un satellite artificiel par exemple).

**Fonctions de Lyapunov contrôlées.** Les fonctions de Lyapunov sont un outil bien connu pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques non contrôlés. Pour un système contrôlé, on appelle *Fonction de Lyapunov contrôlée* une fonction qui est de Lyapunov pour le système bouclé par une certaine commande. Ceci se traduit par une inégalité différentielle que l'on appellera équation d'Artstein<sup>[Art83]</sup> et qui ressemble à l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellmann mais qui est bien sûr largement sous-déterminée. On peut déduire d'une fonction de Lyapunov contrôlée des retours d'état continus stabilisants de manière très commode<sup>[Son90]</sup>.

On s'intéresse au sein du projet à l'obtention de fonctions de Lyapunov contrôlées. Le but est soit la stabilisation proprement dite soit l'étude de la robustesse de certaines lois de commandes stabilisantes obtenues par d'autres méthodes, soit de rendre robustes ces lois de commande.

- 
- [SS80] E. D. SONTAG, H. J. SUSSMANN, « Remarks on Continuous Feedback », *in: 19th IEEE Conf. on Decision and Control*, IEEE, Albuquerque, USA, décembre 1980.
- [SAA91] C. SAMSON, K. AIT-ABDERRAHIM, « Feedback Control of a Nonholonomic Wheeled Car in Cartesian Space », *in: IEEE Conf. on Robotics and Autom.*, Sacramento (USA), mai 1991.
- [Cor95] J.-M. CORON, « Stabilization in finite time of locally controllable systems by means of continuous stabilizing feedback laws », *SIAM J. on Control & Optim.* 33, 3, 1995, p. 804–833.
- [Art83] Z. ARTSTEIN, « Stabilization with relaxed control », *Nonlinear Analysis TMA* 7, 11, novembre 1983, p. 1163–1173.
- [Son90] E. D. SONTAG, « Feedback Stabilization of Nonlinear Systems », *in: Robust control of linear systems and nonlinear control (vol. 2 of proceedings of MTNS'89)*, M. A. Kaashoek, J. H. van Schuppen, A. Ran (éditeurs), Birkhäuser, p. 61–81, Basel-Boston, 1990.

### 3.2.2 Transformations et équivalences des systèmes et modèles non-linéaires

**Participants :** Laurent Baratchart, Monique Chyba, Jean-Baptiste Pomet.

**Mots clés :** automatique non linéaire, feed-back non linéaire, classification, identification non linéaire.

Une transformation par *retour d'état statique* d'un système dynamique contrôlé est un reparamétrage (non singulier) des commandes, dépendant de l'état, et éventuellement un changement de coordonnées sur l'état. Une transformation par *retour d'état dynamique* d'un système dynamique contrôlé consiste à effectuer une extension dynamique (augmentation de l'état et attribution d'une dynamique aux nouveaux états) suivie d'une transformation par retour d'état statique sur le système augmenté.

- Du point de vue des problèmes de commande, l'intérêt de telles transformations, dans le cas où le système obtenu possède une structure plus exploitable que l'original, est qu'une commande permettant de satisfaire un certain objectif sur le système transformé peut être utilisée pour commander le système original en incluant l'extension dynamique dans le contrôleur. Évidemment, un cas favorable est celui où le système transformé est linéaire.
- Du point de vue de l'identification et de la modélisation non-linéaire, l'intérêt est, comme signalé plus haut, soit de dégager des invariants qualitatifs permettant de guider le choix d'un modèle non-linéaire d'après des observations, soit de contribuer à une classification des modèles non-linéaires qui manque aujourd'hui cruellement pour élaborer de véritables méthodes d'identification non linéaire.

Développons deux problèmes abordés dans le projet.

**Linéarisation dynamique.** Le problème de la linéarisation dynamique est celui de trouver des conditions explicites sur un système pour qu'existe une transformation par retour d'état dynamique le rendant linéaire. Ce problème a été très étudié ces dix dernières années.

Récemment<sup>[FLMR95]</sup>, la propriété suivante a été mise en valeur pour les systèmes commandés : pour certains systèmes, dont les systèmes linéaires, il existe un certain nombre de fonctions de l'état et de dérivées de la commande qui ne sont liées par aucune équation différentielle, et qui « paramètrent toutes les trajectoires ». Les auteurs ayant montré l'importance de cette notion la nomment *platitude différentielle*, et les fonctions en question sont appelées *sorties plates*, ou *fonctions linéarisantes*. En gros, un système est « différentiellement plat » si et seulement si il peut être transformé par feed-back dynamique en un système linéaire. D'une part, cette propriété de l'ensemble des trajectoires a en elle-même un intérêt au moins aussi important pour la commande que l'équivalence à un système linéaire, et, d'autre part, elle fournit une manière de s'attaquer au problème de la linéarisation dynamique : rechercher des fonctions linéarisantes.

La question, cependant, demeure ouverte de savoir comment décider de façon algorithmique si un système donné possède ou non de telles fonctions, c'est-à-dire est linéarisable dynamique-

---

[FLMR95] M. FLIESS, J. LÉVINE, P. MARTIN, P. ROUCHON, « Flatness and Defect of Nonlinear Systems: Introductory Theory and Examples », *Int. J. of Control* 61, 6, 1995, p. 1327–1361.

ment ou non. Ce problème est à la fois difficile et important pour l'automatique non-linéaire. La publication [12] donne des conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence de fonctions linéarisantes dépendant de l'état et de la commande dans le cas des systèmes à quatre états et deux commandes dont la dynamique est affine en ces commandes (ce sont les premières dimensions non triviales).

En termes algébrico-différentiels, le module des différentielles d'un système commandable est libre et de dimension finie sur l'anneau des polynômes différentiels en  $d/dt$  à coefficients dans l'espace des fonctions du système (la construction d'une base est donnée par exemple dans un travail commun avec le Laboratoire d'Automatique de Nantes<sup>[ABMP99]</sup>). La question est de déterminer s'il admet une base de formes fermées, et donc localement exactes. Énoncé ainsi, il s'agit d'une extension du classique théorème d'intégrabilité de Frobenius au cas où les coefficients sont des opérateurs différentiels. En sus de la stabilité par différentiation extérieure qui régit le cas classique, d'autres conditions sont nécessaires ici pour assurer la finitude du degré des solutions. Le but à moyen terme est de parvenir à un algorithme formel et implémentable, décidant si un système donné est plat en un point régulier.

**Équivalence topologique** Dans ce qui précède on n'a pas évoqué la régularité des transformations considérées. Il est commode de les prendre suffisamment différentiables. Toutefois cela conduit à ce qu'un système soit, même localement (c'est-à-dire pour des valeurs de l'état et de la commande proche d'une valeur fixe), équivalent à presque aucun système voisin. Évidemment cela ne permet pas d'envisager la recherche d'invariants « qualitatifs ».

Dans le cas des systèmes dynamiques sans contrôle, il est bien connu (théorème de Hartman-Grobman), que si l'on ne demande que la continuité des transformations, alors, en dehors de situations certes intéressantes, mais que l'on peut considérer comme dégénérées, tout système est *localement* équivalent à un système linéaire. Il est donc tentant, dans le cadre d'une classification qualitative des systèmes commandés, d'étudier une équivalence modulo des transformations non différentiables, et d'espérer ainsi dégager des invariants beaucoup plus robustes, et peut-être des formes normales stables. Un équivalent du théorème d'Hartman-Grobman pour les systèmes contrôlés dirait par exemple qu'en dehors d'une classe de modèles « rares » (par exemple ceux dont l'approximation linéaire est non commandable), et localement autour de valeurs fixées de l'état et de la commande, aucun phénomène qualitatif ne distingue un système non-linéaire d'un linéaire, tous les phénomènes non linéaires étant donc soit de nature globale soit des singularités. En fait un tel résultat est essentiellement faux, ce qui est assez peu intuitif, cf. [23] et §6.9.

### 3.2.3 Structure de l'espace des trajectoires

**Participants :** Jean-Baptiste Pomet, Andrey Sarychev [Université d'Aveiro, Portugal].

**Mots clés :** planification de trajectoires, processus de diffusion.

---

[ABMP99] E. ARANDA-BRICAIRE, C. H. MOOG, J.-B. POMET, « An Infinitesimal Brunovsky Form for Nonlinear Systems with Applications to Dynamic Linearization », *Banach Center Publications* 32, 1999, p. 19–33.

Étant donné un système dynamique commandé, une courbe dans l'espace d'état est une *trajectoire* si il existe une commande qui la produit. La *planification de trajectoire* consiste à trouver une trajectoire satisfaisant certaines conditions, par exemple joindre deux points donnés en restant dans une certaine zone. C'est une problématique omniprésente en robotique, par exemple. Il est naturel dans ce contexte de considérer aussi la *planification approchée*, qui consiste à trouver une courbe qui ne soit pas forcément une trajectoire mais qui puisse être approchée par des trajectoires. Cette démarche requiert, cependant, une caractérisation de cet ensemble de courbes. Il est également une autre motivation pour une telle étude : on peut associer à un système contrôlé affine en les commandes, un *processus de diffusion* en remplaçant *grosso modo* les commandes par des bruits blancs indépendants. Ce processus de diffusion définit à chaque instant une mesure de probabilité sur l'espace des courbes paramétrées dans l'espace d'état, et il est connu<sup>[SV72]</sup> que le support de cette mesure est exactement l'ensemble des courbes qui peuvent être approchées (au sens  $C^0$ ) par des trajectoires du système contrôlé associé. La caractérisation de cette adhérence a donc des répercussions en analyse stochastique. Pourtant, ce problème a été peu étudié en dehors du cas où l'adhérence en question contient toutes les courbes. Les travaux menés dans le projet ont déjà donné lieu à des résultats importants, comme une caractérisation [19] des courbes qui peuvent être approchées au sens  $C^0$  par des trajectoires d'un système en dehors de certaines singularités. Ils se poursuivent en collaboration avec l'université d'Aveiro (Portugal). Une raison supplémentaire de s'intéresser à ce problème est qu'il met en jeu des techniques utilisées par ailleurs pour synthétiser des lois de commandes continues stabilisantes cf. §3.2.1.

### 3.3 Jeux dynamiques et commande robuste

La théorie des jeux dynamiques est aujourd'hui un outil bien établi pour modéliser les processus de décision, et qui emprunte beaucoup à la commande optimale c'est-à-dire au calcul des variations moderne sous contrainte différentielle. Cependant, résoudre le problème en général reviendrait à établir une typologie des singularités qui semble d'ores et déjà hors de portée dans le cas statique, de sorte que l'examen d'exemples significatifs en petite dimension reste l'activité principale dans la théorie classique. L'activité du projet se concentre ici sur des méthodes de désingularisation de la fonction valeur susceptible de permettre l'approximation des solutions. Par ailleurs, la commande robuste  $H^\infty$  se traduit dans le formalisme des jeux et fournit un cadre pour poser le problème dans un cadre plus général que celui des systèmes linéaires. Cet aspect est également analysé au sein du projet, lequel a joué un rôle de pionnier dans le domaine [8].

## 4 Domaines d'applications

La répartition des activités du projet s'effectuant autour de deux axes qui sont l'identification et la synthèse dans le domaine fréquentiel, d'une part, et le contrôle de systèmes

---

[SV72] D. W. STROOCK, S. R. S. VARADHAN, « On the Support of Diffusion Processes with Applications to the Strong Maximum Principle », in : *Proc. Sixth Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., III (Probability Theory)*, California University Press, p. 333–359, 1972.

différentiels, d'autre part, on peut distinguer deux familles dans les applications visées : une qui concerne *grosso modo* les problèmes inverses dans les systèmes diffusifs et résonnants et une qui concerne la stabilisation de certains systèmes mécaniques. Pour ce qui est du premier axe, les techniques d'approximation méromorphe décrites en section 3.1.1 sont susceptibles d'applications à la déconvolution d'équations linéaires où l'analyticité peut provenir soit de l'application de la transformation de Fourier soit du caractère harmonique de l'équation elle-même par exemple en thermique ou en électrostatique. Nous donnons, ci-après, un aperçu de telles applications.

#### 4.1 Problèmes inverses géométriques et identification de paramètres pour le Laplacien 2D

**Participants** : Laurent Baratchart, Slim Chaabane, Juliette Leblond, Frédéric Mandrea, Edward Saff.

**Mots clés** : problème inverse, laplacien, approximation analytique, méromorphe, rationnelle.

La localisation de fissures dans un matériau bidimensionnel, à l'aide de mesures thermiques ou électrostatiques sur sa frontière, est un problème inverse classique pour étudier la fatigue des structures ou détecter les fuites, par exemple. Cependant aucun algorithme efficace n'existe aujourd'hui pour détecter l'emplacement de telles fissures, en particulier si l'on ne dispose pas d'informations initiales sur leur emplacement, car l'intégration numérique du problème inverse est très instable. La présence de « pailles » dans un objet se traduisant par un défaut d'analyticité de la solution du problème de Dirichlet-Neumann associé, elle peut être diagnostiquée (voir section 3.1.3) en utilisant la théorie d'Adamjan-Arov-Krein, l'approximation rationnelle  $H^2$  (voir section 3.1.2) ou, lorsque les mesures ne sont disponibles que sur une partie de la frontière, son extension (voir section 3.1.1).

L'approche consiste à bâtir depuis les données mesurées sur une partie  $K$  de la frontière  $\Gamma$  d'un domaine  $D$  du plan la trace d'une fonction analytique  $F$  dans  $D$  privé de l'éventuelle singularité  $\gamma \subset D$ . Les techniques d'approximation développées au sein du projet permettent :  
 - d'étendre  $F$  à tout  $\Gamma$  si les données sont incomplètes ( $K \neq \Gamma$ ), dans l'hypothèse réaliste où la frontière n'est pas entièrement accessible à la mesure, et d'identifier par exemple un coefficient de Robin inconnu, <sup>[CLJ]</sup> et [13] ;  
 - de diagnostiquer la présence de  $\gamma$  de façon économique en calcul ;  
 - de se doter d'informations sur la localisation de  $\gamma$ , <sup>[BKMT]</sup> et [14].

Ainsi, les problèmes inverses de type géométrique consistant à retrouver une partie inconnue de la frontière depuis des mesures partielles semblent accessibles par ces techniques d'approximation.

---

[CLJ] S. CHAABANE, J. LEBLOND, M. JAOUA, « From  $H^2$  approximation / interpolation to identification results for 2D Laplace inverse problems: determination of an exchange coefficient », en préparation, version courte soumise pour communication au MTNS 2000.

[BKMT] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDREA, V. TOTIK, « Pole distribution from orthogonality », en préparation.

A cet égard, il semble naturel, pour perfectionner la localisation, d'envisager un problème d'approximation non-classique où les résidus seraient réels, et qui correspondrait à l'approximation discrète d'un potentiel logarithmique. Nous envisageons aussi la généralisation de ce type de méthode au cas de problèmes avec coefficient de conductivité variable (éventuellement inconnu) et l'utilisation des propriétés de convergence des algorithmes d'approximation en vue d'établir des résultats de stabilité pour certains problèmes inverses.

L'étude de la dimension infinie (fonctions à valeurs opérateurs) doit aussi être considérée, mais à plus long terme, pour des applications à la tomographie ou la détection de mines, par exemple. L'analyticité s'introduirait alors par le biais de la transformée de Fourier.

## 4.2 Identification et synthèse de systèmes résonnants

**Mots clés :** télécommunications, multiplexage, filtre, hyperfréquences, ondes de surface.

Un des meilleurs terrains d'application pour l'activité du projet en théorie des fonctions est l'identification et la synthèse de systèmes physiques pour lesquels l'hypothèse de linéarité est bien vérifiée dans le domaine de fonctionnement, et dont les spécifications sont données dans le domaine fréquentiel. Les systèmes résonnants, acoustiques et électromagnétiques, en sont un prototype intéressant à l'ère des télécommunications. Nous détaillons ci-après deux exemples.

### 4.2.1 Synthèse de filtre à ondes de surface pour la téléphonie mobile

**Participants :** Laurent Baratchart, Andrea Gombani, José Grimm, Martine Olivi.

Les filtres à ondes de surface sont largement utilisés dans les moyens de communications modernes et en particulier les téléphones mobiles. Ceci est principalement dû à leur petite taille et leur coût de fabrication peu élevé. Les filtres unidirectionnels, constitués de transducteurs de type SPUDT contenant des réflecteurs internes (cf. fig. 2), induisent des pertes plus faibles et sont de plus en plus utilisés dans cette technologie. La synthèse de tels filtres s'avère beaucoup plus complexe que celle des filtres conventionnels.

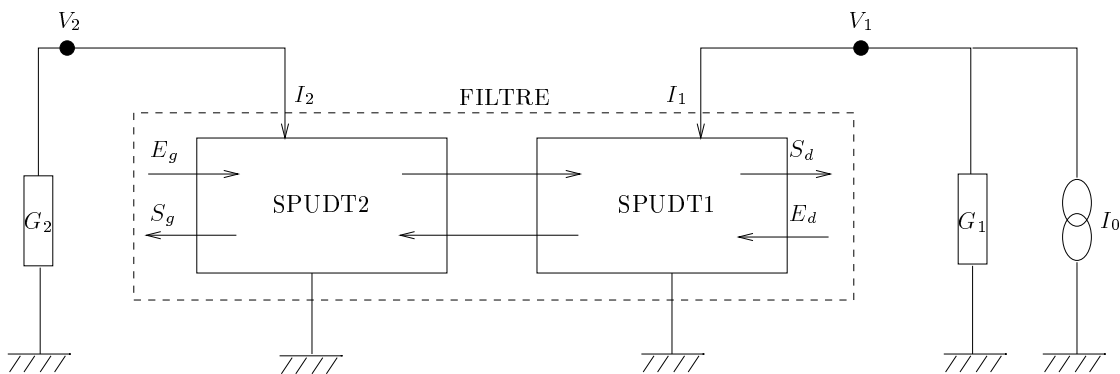
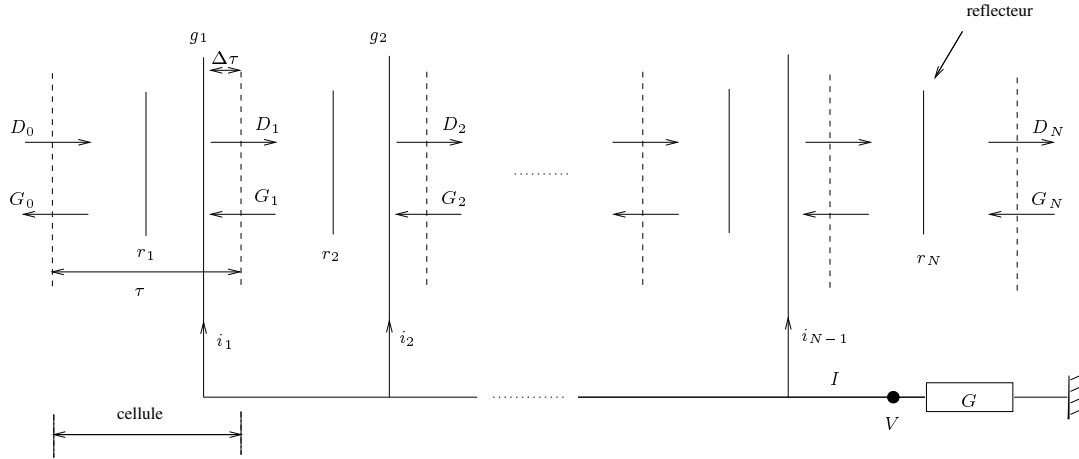


FIG. 1 – Configuration du filtre.


 FIG. 2 – *Modèle de transducteur.*

Nous nous intéressons ici à un filtre constitué de deux transducteurs de type SPUDT (fig. 1). Chaque transducteur est composé de cellules de longueur  $\tau$  identique contenant chacune un réflecteur et, à l'exception de la dernière, une source (fig. 2). Ces sources sont toutes reliées à un circuit électrique extérieur et sont à l'origine des interactions électro-acoustiques. Dans SPUDT2, représenté par la figure 2, les réflecteurs sont positionnés par rapport aux sources de sorte que, au voisinage d'une certaine fréquence dite centrale, aucune onde ne sorte à gauche du transducteur ( $S_g \approx 0$ ), c'est l'unidirectionnalité. Dans le transducteur de droite (SPUDT1), les réflecteurs sont placés à droite des sources de façon à obtenir l'unidirectionnalité vers la gauche.

Des spécifications sont données dans le domaine fréquentiel sur l'amplitude et la phase (ou le temps de propagation de groupe moyen) de la fonction de transfert électrique. Cette fonction traduit le transfert de puissance et s'écrit

$$E(r, g) = 2 \frac{V_2}{I_0} = \frac{2 \sqrt{G_1 G_2} Y_{12}}{Y_{12} Y_{21} - (Y_{11} + G_1)(Y_{22} + G_2)},$$

où  $Y$  est la matrice d'admittance du couplage :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}.$$

Le problème de la synthèse du filtre consiste donc à déterminer les *coefficients de réflexion*  $r$  et *efficacités*  $g$  des sources des deux transducteurs qui satisfont aux mieux les spécifications.

Les transducteurs sont décrits par des matrices de fonctions analytiques dites matrices mixtes qui relient les ondes entrantes et le courant électrique aux ondes sortantes et à la tension sur le transducteur. Les propriétés physiques de réciprocité et conservation de l'énergie confèrent à ces matrices une riche structure mathématique qui autorise une approche par approximation dans le domaine complexe (voir section 7.1) selon les grandes lignes suivantes :

- décrire l'ensemble  $\mathcal{E}$  des fonctions de transfert électrique que l'on peut obtenir en couplant deux transducteurs.

- poser le problème de synthèse comme *un problème d'approximation rationnelle* dans un espace vectoriel normé de fonctions analytiques :

$$\min_{E \in \mathcal{E}} \|D - E\|,$$

où  $D$  est la fonction de transfert électrique désirée.

- utiliser le logiciel hyperion développé au sein du projet afin de résoudre ce type de problèmes d'approximation (voir §5.1).

Des résultats significatifs ont été obtenus dans le cadre des stages de Guillaume Delong et Hichem Snoussi et un contrat de faisabilité est sur le point d'être signé avec la société Thomson Microsonics.

#### 4.2.2 Identification de filtres hyperfréquences

**Participants :** Laurent Baratchart, José Grimm.

Dans le domaine des télécommunications spatiales (transmission par satellite et multiplexage), les contraintes spécifiques aux matériels embarqués conduisent à réaliser des filtres à cavités résonnantes bimodes dans le domaine des hyperfréquences. Ces filtres sont constitués d'une succession de corps creux cylindriques reliés (couplés magnétiquement) entre eux par des iris. L'onde électromagnétique qui traverse ces cavités satisfait aux équations de Maxwell, ce qui force par exemple le champ électrique tangent à la cavité à être nul. Une étude un peu approfondie montre qu'alors seul un ensemble discret de vecteurs d'ondes est ainsi sélectionné. Dans la plage de fréquences d'utilisation du filtre, le champ électrique dans chacune des cavités peut être vu comme se décomposant selon deux modes orthogonaux dans le plan perpendiculaires à l'axe des cavités (les autres modes sont assez éloignés en fréquence pour ne pas intervenir). Chacune des cavités est munie de trois vis (Fig. 3) : les vis horizontales et

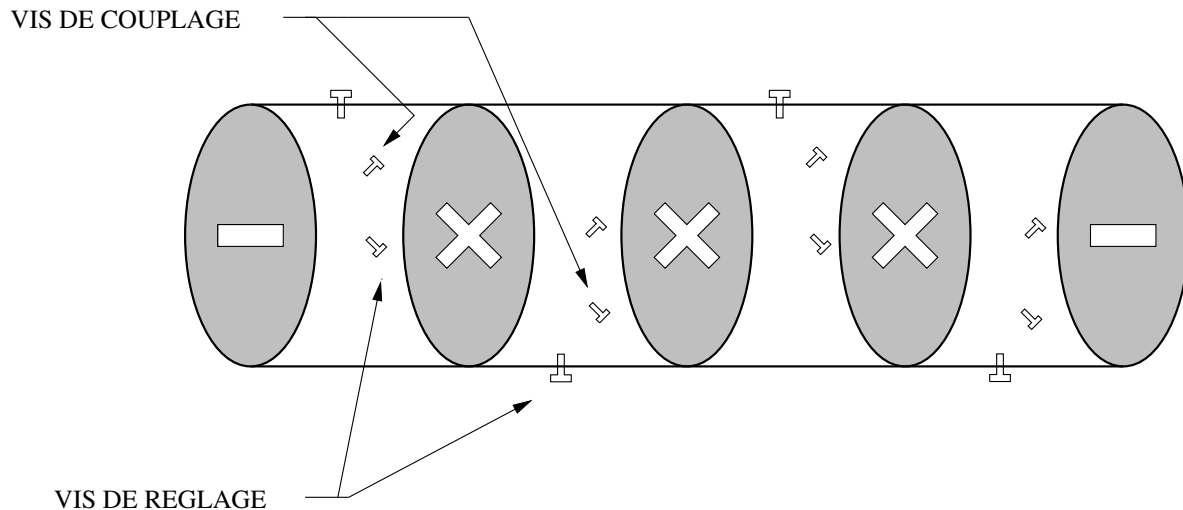


FIG. 3 – *Filtre à cavités bimodes.*



verticales permettent en perturbant la géométrie de la cavité d'ajuster les fréquences de chacun des deux modes. La dernière vis permet, elle, d'ajuster le couplage des deux modes entre eux. Enfin les iris réalisent un couplage entre modes de cavités adjacentes. Lors de la synthèse du filtre la géométrie des iris est déterminée et respectée autant que possible à l'usinage. Par contre, après assemblage du filtre, les techniciens ajustent l'enfoncement des différentes vis pour obtenir la réponse désirée. Pour fixer les idées, un problème spécifique posé par le CNES (centre de Toulouse) concerne le réglage d'un filtre passe-bande à huit cavités aux alentours de 11Ghz.

Autour des fréquences de résonance, une bonne approximation des équations de Maxwell est donnée par la solution d'une équation différentielle du second ordre. On aboutit ainsi à un modèle électrique modélisant notre filtre comme une suite de circuits résonnants couplés entre eux électriquement, et chacune des cavités sera modélisée par deux circuits (un par mode), dont la fréquence de résonance représentera la fréquence du mode et dont la résistance modélisera les pertes par courant de surface.

Le filtre peut être vu comme un quadripôle à deux accès lorsque l'on charge une des extrémités par une résistance et qu'on alimente l'autre. On s'intéresse alors au transfert de puissance ainsi qu'à la puissance réfléchi qui définissent sa matrice de répartition  $S$ , qui peut être considérée comme la matrice de transfert d'un système dynamique, linéaire, causal, et stable à deux entrées et deux sorties. Ses termes diagonaux  $S_{1,1}$ ,  $S_{2,2}$  correspondent à la réflexion, alors que  $S_{1,2}$ ,  $S_{2,1}$  correspondent à la transmission de puissance. Ce sont ces fonctions que l'on sait mesurer expérimentalement sur une bande de fréquences de l'axe imaginaire. Si le modèle était parfait, le filtre serait rationnel d'ordre 16, et faire le lien entre les  $S_{i,j}$  mesurés et les composants de l'équivalent électrique du filtre apparaît comme l'étape-clé du réglage car elle permet de savoir dans quel sens on doit modifier l'enfoncement des vis pour améliorer la réponse. Par ailleurs, ceci serait également très utile au niveau de la synthèse pour analyser les simulations effectuées par intégration numérique des équations de Maxwell et valider le choix du dimensionnement, des composants, en particulier par l'absence de modes parasites. C'est un outil d'identification procurant un tel lien que l'on se donne ici pour objectif.

En réalité, on ne raisonne pas sur l'analogie électrique lui-même mais sur son équivalent passe-bas, obtenu par linéarisation autour de la fréquence centrale, et qui est de degré deux fois moindre, c'est-à-dire 8, mais dont les paramètres sont complexes.

Nous pouvons résumer notre stratégie d'identification comme suit :

- mesure physique de la matrice de répartition du filtre autour de la fréquence de fonctionnement de ce dernier. Ces données nous sont fournies par le CNES sous forme, typiquement, de 800 points mesurés à l'aide d'un vobuloscope sur deux fois la largeur de bande passante, laquelle est de 80Mhz ;
- résolution de problèmes extrémaux bornés en norme  $H^2$  pour les transmissions qui sont nulles à l'infini et en norme de Sobolev pour les réflexions qui sont voisines de 1 à l'infini cf. 3.1.1. Ceci fournit une matrice de répartition de dimension infinie (numériquement de dimension grande) ;
- approximation rationnelle à degré de McMillan fixé (8 en l'occurrence) de cette matrice de répartition en utilisant le logiciel hyperion cf. 3.1.4 et 5.1 ;
- réaliser le transfert ainsi obtenu sous forme d'état, en imposant à la réalisation de vérifier

certaines symétries satisfaites physiquement ;

- Remonter aux paramètres passe-bas du filtre en cherchant un changement de base qui minimise les couplages non physiques entre cavités. Ceci s'effectue par continuation sur le groupe des matrices orthogonales, complexes car les changements de base sont de ce type vu les symétries du problème.

L'approximation obtenue *in fine* est remarquable, ce qui peut être interprété comme la validation de la linéarité du système : l'erreur  $L^2$  aux données ponctuelles est d'environ un pour mille. Ceci est illustré ici par un diagramme de Nyquist en réflexion. Les couplages non physiques sont quant à eux inférieurs à  $10^{-2}$ .

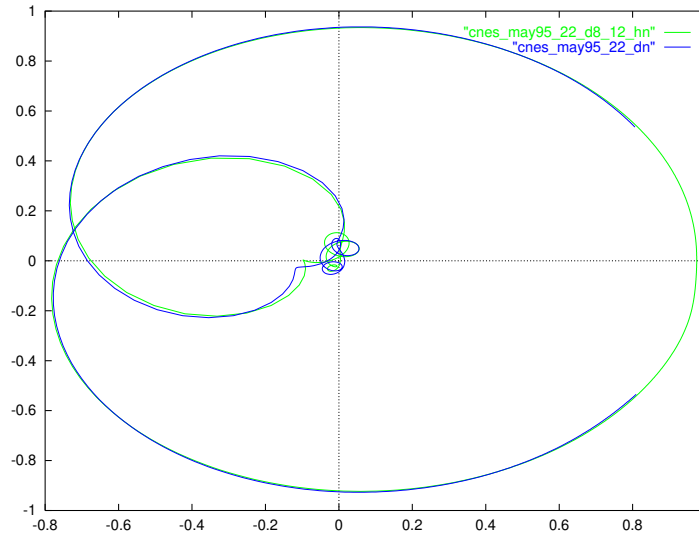


FIG. 4 – Nyquist - Approximation rationnelle (degré de McMillan 8) et données - S22

Les considérations précédentes sont valables pour de larges classes de filtres. Ces développements ont permis également la synthèse de filtres dissymétriques, selon une géométrie qui fait l'objet d'une demande de brevet conjointement avec le CNES. Le cas de plusieurs filtres couplés sur un guide d'ondes est actuellement à l'étude, à des fins de multiplexage.

### 4.3 Stabilisation

**Participants** : Ludovic Faubourg, Pascal Morin [projet ICARE], Jean-Baptiste Pomet, Claude Samson [Projet ICARE].

**Mots clés** : mécanique, robotique, robotique mobile, satellite, génie des procédés.

Les systèmes pour lesquels il n'existe pas de commande stabilisante continue stationnaire, et auxquels les travaux sur la commande périodique évoqués en 3.2.1 s'appliquent naturellement, sont essentiellement des systèmes mécaniques. À l'origine de la théorie se trouve la stabilisation de systèmes comprenant des liaisons non-holonômes intervenant en robotique mobile : nos travaux, communs avec le projet ICARE, permettent la stabilisation d'une configuration

« immobile » par retour d'état continu. De gros efforts ont été fournis pour améliorer leurs performances et restent à faire concernant leur robustesse à des erreurs de modèles. Ces applications s'inscrivent dans un vaste programme expérimental en robotique mobile mené par le projet ICARE, pour lequel nous renvoyons au rapport d'activité de ce projet. Certains systèmes mécaniques sous-actionnés, par exemple un satellite en mode dégradé, fournissent d'autres applications potentielles.

La stabilisation de manière générale concerne évidemment bien d'autres systèmes. Par exemple, un grand nombre de procédés chimiques ont leur meilleur rendement autour de points de fonctionnement instables, qui relèvent de méthodes non-linéaires pour leur stabilisation.

#### 4.4 Transformations et équivalence des systèmes non-linéaires

**Participants :** Laurent Baratchart, Jean-Baptiste Pomet.

**Mots clés :** planification de trajectoires, robotique mobile, identification.

Les travaux présentés en 3.2.2 se situent assez en amont. L'utilité de décider si un système donné est en fait un système linéaire modulo un compensateur adéquat est claire conceptuellement. Soulignons que l'utilisation des « sorties plates » pour la planification de trajectoires revêt un grand intérêt, voir par exemple Conférence Européenne d'Automatique<sup>[MMR97]</sup>. De plus, comme indiqué en 3.2, une meilleure compréhension des invariants des systèmes non-linéaires conduirait à des progrès considérables en identification.

## 5 Logiciels

### 5.1 Le logiciel hyperion

**Participants :** José Grimm [correspondant], Franck Wielonsky.

Le logiciel hyperion est un logiciel d'identification de fonctions de transfert multivariées, linéaires, stables et rationnelles, à partir de mesures fréquentielles partielles. Pour plus de détails, voir le rapport d'activité de l'année 1997, et la référence [2]. Ce logiciel est actuellement utilisé par le CNES et l'IRCOM (voir section 7.1). Notons que le CNES a acheté le droit d'utiliser le logiciel hyperion, et que l'IRCOM l'utilise aussi pour la synthèse de filtres diélectriques [22].

Pour identifier une fonction  $F$ , on procède dans une première phase à sa « complétion analytique ». Dans cette phase, on essaie également d'identifier les retards éventuels et la valeur à l'infini. Ensuite, on utilise la décomposition de Douglas-Shapiro-Shields  $F = Q^{-1}C$ , et l'on minimise une fonction  $\psi(Q)$ , où  $Q$  est une matrice intérieure de degré de McMillan donné. La fonction  $\psi(Q)$ , ainsi que ses dérivées première et seconde, sont calculées par application des techniques de différentiation automatique développées dans l'ex-projet SAFIR. Dans le cas scalaire, nous avons développé une version où la distance entre  $F$  et  $Q^{-1}C$  n'est pas la distance  $L^2$  usuelle, mais une distance pondérée.

---

[MMR97] P. MARTIN, R. M. MURRAY, P. ROUCHON, « Flat Systems », *in: European Control Conference, Plenary Lectures and Mini-Courses*, G. Bastin, M. Gevers (éditeurs), p. 211–264, 1997.

Nous avons également ajouté une extension au logiciel hyperion, qui utilise des propriétés physiques et géométriques particulières des filtres hyperfréquence, pour obtenir une réalisation de la fonction de transfert dans laquelle se lisent les paramètres physiques du filtre. Cette extension est codéveloppée avec le CNES et le CMA de l'École des Mines à Sophia.

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 Participation à la création du rapport d'activité

**Participant :** José Grimm.

Le rapport d'activité de l'année 1998 a été publié sous forme papier et version électronique grâce aux outils développés par J. Grimm. La traduction en HTML a été assurée par Marie-Pierre Durollet. Une version de ces pages WEB, mises en forme par Laurent Pierron, a donné le RAWEB, dont une version bêta est disponible sur l'intranet Inria depuis la fin septembre 1999. La méthodologie utilisée est décrite dans [16], et est utilisée pour le rapport 1999.

### 6.2 Estimations asymptotiques pour l'interpolation et l'approximation dans $H^2$

**Participants :** Laurent Baratchart, Juliette Leblond, Jonathan Partington.

Dans le cas hilbertien  $p = 2$ , la solution du problème ( $P$ ) de la section 3.1.1 pour une contrainte  $M$  constante s'obtient par le biais d'un opérateur de Toeplitz et d'un paramètre  $\lambda$  de type Lagrange (qui rend implicite sa dépendance en  $M$ ). Lorsque  $\lambda$  s'approche de  $-1$ , l'erreur d'approximation sur  $K$  tend vers 0 et la contrainte  $M$  sur  $T \setminus K$  vers l'infini, en général, [4]. Nous avons obtenu cette année des estimées asymptotiques exactes du comportement de ces quantités en  $\lambda$  au voisinage de  $-1$  en utilisant un procédé constructif de diagonalisation des opérateurs de Toeplitz, dû à Rosenblum et Rovnyak, qui rend effectif le théorème spectral<sup>[BLPa]</sup>.

### 6.3 Approximation rationnelle

**Participants :** Laurent Baratchart, Andrea Gombani, Edward Saff, Herbert Stahl [TFH Berlin], Franck Wielonsky.

En approximation de type  $(n-1, n)$  dans  $H^2$ , nous avons établi avec H. Stahl l'unicité asymptotique d'un point critique (c'est-à-dire l'unicité pour un ordre d'approximation assez grand) lorsque la fonction à approcher est de Markov avec une mesure associée qui satisfait la condition de Szegő<sup>[BSW]</sup>. Nous avons obtenu cette année des estimées asymptotiques précises de l'erreur, fondées sur une version pondérée de l'asymptotique de Szegő pour les polynômes

---

[BLPa] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, « Approximation and interpolation in  $H^2$ : Toeplitz operators, recovery problems and error bounds », en préparation, version courte soumise pour communication au MTNS 2000.

[BSW] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, « Asymptotic uniqueness of best rational approximants of given degree to Markov functions in  $L^2$  of the circle », à paraître dans *Constructive Approximation*.

orthogonaux, et un article sur le sujet a été soumis au *Journal of Approximation theory*. En couplant ceci avec des travaux de Fisher et Michelli sur la  $n$ -ième épaisseur de la boule unité de  $H^2$  dans  $L^2[a,b]$ , où  $[a,b]$  est un segment réel contenu dans le disque, nous avons étendu ces estimées au cas de l'approximation méromorphe en norme  $L^p$ , ce qui forme une théorie complète en ce qui concerne les fonctions de Markov. Un article sur le sujet est en cours d'écriture. Il reste à considérer le cas de fonctions définies par des intégrales de mesures non nécessairement positives sur des contours non-nécessairement réels, afin de traiter des singularités raisonnablement générales de dimension 1. Les points critiques sont alors définis par des relations d'orthogonalité non hermitiennes, de sorte que cette recherche se marie naturellement à celle entamée sur les problèmes inverses du Laplacien, voir sections 4.1, 3.1.3, et 6.7.

#### 6.4 Paramètres de Schur et réalisations balancées.

**Participants :** Bernard Hanzon [Univ. Libre (VU) d'Amsterdam], Martine Olivi, Ralf Peeters [Univ. de Maastricht].

La question du paramétrage des matrices intérieures (matrices de fonctions analytiques dans le disque unité, unitaires sur le cercle) de degré de McMillan donné est un point essentiel pour l'approximation rationnelle. Deux approches ont été développées à ce jour : une, en terme de formes canoniques élaborées à partir de réalisations, l'autre à partir d'une version matricielle de l'algorithme de Schur (dit tangentiel). Cette dernière, développée dans le projet, a permis la construction d'un atlas de cartes facilement utilisable pour les besoins de l'approximation rationnelle [25]. L'obtention de réalisations demeure néanmoins primordiale dans les applications et s'avère être parfois un passage obligé pour retrouver les paramètres physiques. Dans ce cas la forme de la réalisation est imposée par la géométrie du problème (voir section 7.1). Depuis quelque temps, nos efforts ont porté sur la recherche d'éventuelles connections entre les paramétrages dits de Schur et ceux obtenus à partir de réalisations par le biais de formes canoniques. Dans le cas scalaire, une forme canonique existe, qui peut être décrite par les paramètres de Schur<sup>[PH94]</sup>. Cette forme canonique s'obtient récursivement à l'aide de multiplications par des matrices unitaires. Ces résultats ont pu être généralisés au cas multivariable [29]. Plus précisément, rappelons que l'algorithme de Schur tangentiel consiste en une succession de transformations linéaires fractionnelles (agissant sur des matrices intérieures)

$$G \rightarrow F = (\Theta_1 - G\Theta_3)^{-1}(G\Theta_4 - \Theta_2), \quad \Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 \\ \Theta_3 & \Theta_4 \end{pmatrix},$$

où  $\Theta$  est une matrice de fonctions rationnelles telle que  $F$  soit à nouveau intérieure et de degré égal à celui de  $G$  moins 1. Pour cela, on peut construire la matrice  $\Theta$  à partir d'une condition d'interpolation

$$G(w)^*u = v,$$

---

[PH94] R. PEETERS, B. HANZON, « A balanced canonical form for discrete-time stable all-pass systems », in : *Proc. of 10th Internat. Symp. Math. Th. of Networks and Systems, MTNS 93, Regensburg, Germany, August 2-6, Systems and networks: mathematical theory and applications, 2*, Berlin: Akademie Verlag, p. 417-420, 1994.

où  $w$  est un complexe de module inférieur à 1,  $u$  un vecteur unitaire et  $v$  un vecteur (paramètre de Schur) tel que  $\|v\| < 1$  ( $G$  étant intérieure, étant donné  $w$  on peut trouver  $u$  satisfaisant cette condition). La matrice  $\Theta$  est donnée par

$$\Theta(z) = \left( I - \left( 1 - \frac{z-w}{1-\bar{w}z} \right) \frac{\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^* J}{(1-\|v\|^2)} \right) H,$$

où  $H$  est une matrice constante satisfaisant  $HJH^* = J$  et  $J = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$ . Lorsque la matrice  $\Theta$  est correctement choisie (pour un certain  $H$  dépendant de  $w$ ,  $u$  et  $v$ ), la transformation inverse

$$G = (\Theta_1 F + \Theta_2)(\Theta_3 F + \Theta_4)^{-1}, \quad (3)$$

s'exprime en terme de réalisations de la façon suivante : soit  $(A, B, C, D)$  une réalisation de  $F^{-1}$ , une réalisation  $(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D})$  de  $G^{-1}$  est alors donnée par

$$\begin{bmatrix} \tilde{D} & \tilde{C} \\ \tilde{B} & \tilde{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & D & C \\ 0 & B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^* & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

où  $U$  et  $V$  sont des matrices unitaires qui s'expriment en fonction de  $w$ ,  $u$  et  $v$ . Cela permet d'obtenir des réalisations balancées et un atlas de formes canoniques directement en termes de paramètres de Schur. Lorsque  $H$  n'est pas de la forme voulue, la transformation (3) s'interprète encore en termes de réalisations, mais (4) doit être remplacée par une transformation linéaire fractionnelle sur les réalisations.

## 6.5 Nouveaux développements du logiciel hyperion

Le logiciel hyperion consiste en une bibliothèque d'algorithmes dédiés à l'identification de fonctions de transfert, et un interprète de commandes de type Lisp. Nous avons traduit l'ensemble du code en  $C++$ , et rajouté un interprète de commande du type Maple au dessus de l'interprète Lisp.

Nous avons modifié l'algorithme de complétion analytique pour donner accès à l'utilisateur à toutes les parties du code. Rappelons que le problème à résoudre est : étant donné un arc  $K$  du cercle unité,  $J$  son complémentaire,  $\psi$  une fonction de référence,  $f$  la mesure,  $M$  un nombre positif, trouver une fonction  $g$  dans  $H^2$  qui approche au mieux  $f$  sur  $K$ , et telle que  $g - \psi$  soit de norme au plus  $M$  sur  $J$ . En règle générale, la norme de  $g - \psi$  est alors  $M$ .

La fonction mesurée  $F$  l'est en général sur un intervalle  $[\omega_1, \omega_2]$  (ou un intervalle plus son symétrique). La première transformation consiste à transformer cette fonction (qui est la trace d'une fonction de l'espace de Hardy du demi-plan) en une fonction  $f$ , qui est la trace d'une fonction de l'espace de Hardy du disque, tout en conservant le degré de McMillan. Il y a deux façons distinctes de procéder, l'une supposant que la valeur à l'infini est nulle (ou connue a priori). Dans certains cas, on préfère ne pas utiliser l'intervalle des données en entier, mais

simplement une partie ; dans d'autres cas, on voudrait pouvoir choisir un intervalle  $K$  autre que l'intervalle par défaut qui est  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Ceci donne quatre paramètres réels, et un paramètre booléen, que l'utilisateur peut choisir.

Pour déterminer les retards éventuels, on multiplie la fonction  $F$  par  $\exp(i(\alpha + \beta\omega'))$  (on peut penser à rajouter un terme en  $\omega'^2$ ), où  $\omega'$  est la fréquence réduite,  $\omega' = (\omega - \omega_0)/(\Delta\omega)$ ,  $\omega_0$  étant la fréquence centrale (milieu de l'intervalle des données) et  $\Delta\omega$  la largeur de bande (longueur de cet intervalle).

La fonction de référence  $\psi$  est en général choisie nulle. Si on choisit  $\psi$  dans  $H^2$ , le problème se ramène en principe au cas  $\psi = 0$  par une simple soustraction. Il faudra éventuellement rajouter  $\psi$  au résultat, avant ou après l'approximation rationnelle (dans le deuxième cas, il y a non-conservation du degré de McMillan, ce qui fait que cette solution n'est pas adaptée). La discontinuité de  $f - \psi$  au bord de l'intervalle de données peut poser des problèmes numériques. C'est pour cela que le logiciel hyperion peut calculer automatiquement une fonction  $\psi$  de degré un, qui rende  $f - \psi$  continue. Par ailleurs, pour éviter de modifier la valeur à l'infini, le logiciel hyperion peut calculer une fonction  $\psi$  de degré 2 qui s'annule à l'infini (i.e. le point de  $J$ , image de  $\omega = \infty$  dans la transformation droite cercle). Le comportement asymptotique de  $M$ ,  $\lambda$  (le paramètre de Lagrange utilisé pour trouver  $g$ ) et  $e$  (la distance entre  $f$  et  $g$ ) décrit à la section 6.2, a été mis en évidence numériquement grâce à ces techniques.

## 6.6 Détermination des paramètres de couplage

**Participants** : Laurent Baratchart, Jean-Paul Marmorat [CMA].

Les filtres hyperfréquences utilisés en télécommunication spatiale sont constitués d'une succession de cavités résonnantes couplées, et sont correctement modélisés dans leur bande de fréquence de travail par un système dynamique rationnel à 2 entrées et 2 sorties, à coefficients complexes.

Parmi toutes les représentations internes minimales de la matrice de transfert d'un tel filtre, l'une d'elles, dite « physique », a un sens précis pour le concepteur du filtre : les coefficients non-nuls de la matrice de dynamique sont directement interprétés comme des couplages inter-cavités.

On dispose pour identifier ces filtres de données expérimentales constituées d'un échantillon de la fonction de transfert en un certain nombre de points de la bande de fréquence. Le problème — retrouver le modèle interne « physique » à partir des données expérimentales — a été traité dans le cadre d'une collaboration CNES-IRCOM-INRIA-EMP.

Pour certaines géométries de filtre, nous obtenons une caractérisation théorique des transferts admissibles et pour ceux-ci, l'unicité de la représentation interne « physique » recherchée.

La mise en œuvre utilise les algorithmes d'identification rationnelle en données incomplètes du logiciel hyperion ainsi qu'un post-traitement pour la recherche de la base d'état particulière. Des filtres à 3 et 4 cavités (d'ordre 6 et 8) sont traités avec succès.

## 6.7 Comportement des pôles

**Participants** : Laurent Baratchart, Reinhold Küstner, Frédéric Mandréa, Edward Saff, Herbert Stahl [TU Berlin, Al.], Vilmos Totik [univ. Szeged et Acad. des Sciences, Hongrie].

Le point de départ est ici que les dénominateurs des meilleurs approximants rationnels ou méromorphes sur une courbe fermée, disons le cercle unité  $T$  pour fixer les idées, sont déterminés par une certaine relation d'orthogonalité qui, lorsque la fonction à approximer se présente comme la somme d'une fonction analytique dans le disque unité  $D$  et d'une intégrale de Cauchy sur une courbe  $\gamma$  (lieu des singularités) contenue dans  $D$ , permet d'interpréter les dénominateurs comme des polynômes orthogonaux non hermitiens pour une certaine mesure complexe. Dans le cas d'une fonction avec points de branchement, autrement dit si l'arc  $\gamma$  et l'intégrande sont analytiques (ce qui correspond au cas d'une fissure analytique dans le cadre de la détection de défauts), on a prouvé que lesdits pôles s'accablent au voisinage du contour  $\mathcal{C}$  joignant les extrémités de  $\gamma$  qui minimise la capacité du condensateur  $(T, \mathcal{C})$ ; en fait, leur distribution asymptotique est la distribution d'équilibre dudit condensateur<sup>[BKMT]</sup>. Il s'agit d'un résultat important qui généralise les résultats connus sur le comportement des approximants de Padé, qui peuvent être interprétés dans ce contexte comme optimaux lorsque le rayon du cercle sur lequel on approxime tend vers l'infini. Les techniques de preuves reposent sur des arguments classiques de théorie du potentiel et sur une analyse originale de la variation de l'argument des polynômes orthogonaux non hermitiens, et s'appliquent dès lors que la mesure a un argument à variation bornée. Plus généralement, on conjecture que, pour un nombre fini de points de branchement, la distribution asymptotique des pôles est la distribution d'équilibre sur le continuum  $\mathcal{M}$  contenant ces points qui minimise la capacité du condensateur  $(T, \mathcal{M})$ , voir section 3.1.3. Il reste à prouver cette conjecture, puis à interpréter le cas limite où le nombre de points de branchement tend vers l'infini en restant sur la courbe  $\gamma$ .

## 6.8 Fonctions de Lyapunov contrôlées

**Participants :** Jean-Baptiste Pomet, Ludovic Faubourg.

Les publications [24, 32] rendent compte d'un travail qui permet, pour certains systèmes possédant une fonction « énergie », l'obtention explicite (par déformation) d'une fonction de Lyapunov contrôlée, et donc d'une loi de commande associée à une fonction de Lyapunov *stricte*.

## 6.9 Équivalence et linéarisation topologiques

**Participants :** Laurent Baratchart, Monique Chyba, Jean-Baptiste Pomet.

Le séjour post-doctoral de Monique Chyba a été l'occasion d'un travail sur l'équivalence et la linéarisation topologiques. Le résultat principal, développé dans une publication en voie d'achèvement, disponible au mois de décembre sous forme de rapport de recherche, et exposé sous forme simple dans la publication [23], dit la chose suivante : si un système est équivalent à un système linéaire commandable via une transformation bicontinue (un homéomorphisme local dans l'espace état-commande), alors il est *aussi* équivalent à ce même système linéaire commandable via une transformation aussi différentiable que le système lui-même (un difféomorphisme local dans l'espace état-commande). Au passage, un certain nombre de résultats

---

[BKMT] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDREA, V. TOTIK, « Pole distribution from orthogonality », en préparation.



généraux sur les transformations conjuguant deux systèmes quelconques sont établies, mais le problème de savoir si le résultat (équivalence topologique implique équivalence différentiable) reste vrai si l'on ne suppose pas l'un des systèmes linéaires est ouvert.

Ce résultat négatif laisse ouverte la question suivante : existe-t-il des différences qualitatives locales de comportement entre un système non-linéaire et son approximation linéaire si celle-ci est commandable ? Un résultat positif aurait impliqué que de telles différences n'existent pas.

## 6.10 Méthodes numériques pour des problèmes de contrôle déterministes par morceaux

**Participants :** Francesco Moresino, Odile Pourtallier, Mabel Tidball.

On s'est intéressé à des problèmes d'approximation numérique dans des problèmes de contrôle déterministes par morceaux. On suppose que l'on a un problème de contrôle optimal en horizon fini dont les états sont hybrides et constitués, d'une part, d'une variable évoluant dans un sous ensemble de  $R^m$  suivant une équation différentielle, et, d'autre part, d'une variable évoluant dans un ensemble fini et évoluant suivant un processus de sauts stochastiques.

La programmation dynamique appliquée à un tel problème donne un système d'équations différentielles partielles de premier ordre de type Jacobi Bellman couplées.

Ce type de problème a été utilisé par A. Haurie et F. Moresino pour l'étude d'un problème de contrôle de flux de production dans une usine. Un schéma numérique basé sur une approximation du problème par un problème de programmation stochastique avait alors été utilisé et donnait des résultats numériques encourageants. Néanmoins<sup>[HM98]</sup> ne donne pas de preuve de convergence de l'algorithme.

On a utilisé une extension de la notion de solutions de viscosité pour des EDP de premier ordre, les solutions de viscosité vectorielles, pour prouver, d'une part, que la solution du problème de contrôle optimal déterministe par étape est l'unique solution de viscosité vectorielle du système d'équations couplées, et, d'autre part que le schéma numérique développé dans [HM98] converge vers la solution du problème. Ces résultats sont présentés dans le rapport de recherche [33].

## 6.11 Approximation des équilibres de Nash pour des jeux statiques déterministes par morceaux

**Participants :** Alain Haurie, Francesco Moresino, Odile Pourtallier.

L'équilibre de Nash est un des concepts de solution des jeux non coopératifs à somme non nulle le plus largement utilisé. Néanmoins, le calcul effectif d'un tel équilibre pose de nombreux problèmes techniques. Cela est en particulier dû à la multiplicité des équilibres, qui dans le cadre des jeux à somme non nulle, ne sont plus équivalents. En particulier, dès que l'on a affaire à des jeux dynamiques, il n'existe pas (ou tout au moins on ne sait pas prouver la convergence) d'algorithmes généraux permettant de calculer de tels équilibres, même dans le cas le plus simples de jeux quadratiques. Nous nous sommes concentrés sur des approximations

---

[HM98] A. HAURIE, F. MORESINO, « Manufacturing flow control: a stochastic programming approach », à paraître, 1998.

dans le cadre des jeux statiques. Nous avons étendu, dans le cadre des jeux à somme non nulle, des résultats d'approximation qui étaient valides pour les jeux à sommes nulles. Tout jeu dynamique peut être considéré comme un jeu statique (où les contrôles sont alors des stratégies dynamiques). Les résultats obtenus dans le cadre statique ont été appliqués à des jeux dynamiques avec des sauts stochastiques dans le domaine du contrôle de flot de production.

## 7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

### 7.1 Contrat CNES-IRCOM-INRIA

Dans le cadre d'un contrat qui lie le CNES, l'IRCOM et l'Inria, dont l'objectif est de réaliser un ensemble logiciel pour la conception de filtres hyperfréquences, le travail de l'Inria a porté sur les points suivants :

- création d'une interface spécifique pour le logiciel hyperion, de manière à le connecter aux logiciels FILCAV du CNES et EXMD de l'IRCOM ;
- création d'une extension du logiciel hyperion, qui calcule les paramètres de couplage associés aux paramètres physique du filtre (cf. section 6.6) ;
- modification du logiciel hyperion pour la détermination des retards dûs aux instruments de mesure, sonde d'excitation, tés de connexion, etc.

Ce contrat s'accompagne de la mise à disposition du logiciel hyperion aux deux partenaires.

## 8 Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1 Comités Scientifiques

P. Bernhard est membre du Conseil scientifique de l'ENPC, du Conseil d'évaluation des recherches des écoles des Mines et de la Commission aval de l'école Polytechnique.

P. Bernhard est membre de l'*Advisory Council* de IWI (*Research Institute of Mathematics and Computing Sciences*, université de Gröningen, Pays-Bas).

### 8.2 Actions financées par la commission européenne

Le projet fait partie du réseau TMR (n° ERB FMRX T98 0206) *European Research Network on System Identification*

Le projet fait partie du réseau TMR (n° ERB FMRXCT-970137) *Nonlinear Control Network*, voir <http://supelec.supelec.fr/lss/NCN/>. « Membre permanent » pour le projet : J.-B. Pomet.

Le projet fait partie du groupe de travail en théorie des systèmes du consortium ERCIM, voir <http://www.ladseb.pd.cnr.it/control/ercim/control.html>.

### 8.3 Relations bilatérales internationales

- Une action intégrée de coopération avec les universités d'Amsterdam et de Maastricht est en cours. Elle porte sur les paramétrisations de Schur, les réalisations balancées, et leurs applications à la théorie des systèmes 6.4.

- Une convention NSF-INRIA portant sur la collaboration avec E.B. Saff, V. Totik et E. Rachmanov du *Center for Constructive Approximation* à Tampa (USA) est en cours ; elle porte sur l'utilisation de la théorie de l'approximation en traitement du signal et en contrôle non-destructif.
- Une convention bilatérale CMCU (n° 98F1403) avec l'ENIT (LAMSIN), Tunis, est en cours sur ce même sujet.
- Une action intégrée de coopération avec l'université d'Aveiro (Portugal) est en cours dans le cadre du programme de Coopération Scientifique ICCTI-INRIA. Convention n° 256-J4.
- Nos échanges avec l'université de Leeds (U.K.) rentrent cette année pour partie dans le cadre de la convention bilatérale Alliance n° 98104.

## 8.4 Accueils de chercheurs étrangers

- Bernard Hanzon, université libre d'Amsterdam, et Ralf Peeters, université de Maastricht, trois semaines (mai et octobre).
- Jonathan Partington, université de Leeds, GB, deux semaines en janvier et juillet.
- Birgit Jacob, université de Leeds, GB, une semaine en mars.
- Mohamed Jaoua, ENIT, Tunis, une semaine en septembre.
- Jan H. van Schuppen, CWI Amsterdam, une semaine en octobre.
- Amel Ben Abda, ENIT, Tunis, une semaine en décembre.
- Herbert Stahl, université Technique de Berlin, Allemagne, une semaine en septembre.
- Bernard Hanzon, université libre d'Amsterdam, et Ralf Peeters, université de Maastricht, une semaine en septembre.
- Larissa Manita, université Lomonossov (Moscou), quatre semaines en septembre-octobre.

## 9 Diffusion de résultats

### 9.1 Animation de la communauté scientifique

Organisation Workshop ERNSI, Théoule sur Mer, 27-29 septembre 1999, <http://www-sop.inria.fr/miaou/ERNSI/ernsi-fra.html>.

Un séminaire « Commande et Identification » dont l'assistance regroupe des chercheurs sur ce thème à l'INRIA, au CMA (école des Mines de Paris) et à l'I3S (CNRS) est organisé par le projet. Contact : J.-B. Pomet.

Voir une liste des invités et des exposés sur <http://www.inria.fr/miaou/Jean-Baptiste.Pomet/Seminaire/semPrec99.html>.

Odile Pourtallier est membre du bureau de l'ISDG (International Society for Dynamic Games).

## 9.2 Enseignement universitaire

### 9.2.1 Cours

- Pierre Bernhard, en tant que Professeur, enseigne dans le cycle d'ingénieurs de l'ESSI ainsi qu'à l'université de Nice-Sophia Antipolis en mathématiques appliquées aux sciences sociales (IMaFA) et en maîtrise d'ingénierie mathématique, et il est responsable de l'option « Signal, Automatique et Robotique » du DEA ARAVIS. Il est en outre Maître de Conférence à l'École Polytechnique.
- Voir Comore pour les enseignements de Odile Pourtallier.
- Le projet intervient dans le DEA ARAVIS, univ. de Nice-Sophia Antipolis :
  - Méthodes  $H^\infty$ , Laurent Baratchart et Juliette Leblond,
  - Introduction aux systèmes non-linéaires, Jean-Baptiste Pomet.

### 9.2.2 Encadrements de stages et thèses

#### Stages

- Moez Kallel, « Sur la détermination d'une fissure par des techniques d'approximation analytique et méromorphes depuis des données partielles », de juillet à septembre, responsable J. Leblond (Stage dans le cadre de la convention CMCU).
- Guillaume Delong, « Modélisation d'un filtre à ondes de surface ».
- Hichem Snoussi, « Modélisation d'un filtre à ondes de surface ».

#### Thèses soutenues au cours de l'année :

- Slim Chaabane, « Sur quelques problèmes inverses », Thèse de l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, soutenue en juin, voir [13] (participation de J. Leblond au jury).

#### Thèses en cours :

- Frédéric Mandrea, « comportement asymptotique des pôles et zéros d'approximants », avec participation du CERMICS à l'encadrement.
- Ludovic Faubourg, « Sur l'équivalence par feedback dynamique des systèmes non-linéaires ».
- Reinhold Küstner, « comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et polynômes orthogonaux non-hermitiens »

## 9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

L. Baratchart, J. Leblond, M. Olivi et J.-B. Pomet ont présenté des exposés et J. Grimm a fait une démonstration du logiciel hyperion au workshop ERNSI (organisé par L. Baratchart) « Variable complexe, contrôle et identification » à Théoule, en septembre.

L. Baratchart, M. Olivi et J.-B. Pomet présenteront des exposés au CDC'99, Phoenix, décembre.

L. Baratchart a été invité comme conférencier au workshop *Function Theory* organisé à Oberwolfach en février, ainsi qu'à la conférence *Minimal Energy Problems* organisée à Hong-Kong en novembre.

- J. Leblond a été invitée à donner une conférence à la JIMAP'99, Carthage, Tunisie, juin.
- J. Leblond a présenté un exposé au séminaire « Algorithmes temps réel pour la défense » (CTA-DGA), en janvier.
- S. Chaabane a présenté un exposé au CANUM'99, Toulouse, mai.
- J. Grimm a présenté le rapport d'activité de l'Inria aux journées GUT'99, Lyon, mai.
- J.-B. Pomet a présenté un exposé au workshop « Stabilité et stabilisation des systèmes non-linéaires » qui se tenait à Gand (Belgique) et à l'école d'été sur les systèmes non-linéaires qui se tenait à Athènes en septembre dans le cadre du « Nonlinear control network » (réseau TMR).
- J.-B. Pomet était conférencier invité à la conférence Nationale Mexicaine de Génie Électrique, en septembre à Mexico.
- J.-B. Pomet a été invité une semaine environ par les Universités d'Augsburg (Allemagne) en juillet, de Princeton (USA) et de Rutgers (USA) en novembre, et de Duke (Durham, USA) en décembre, et a fait des exposés aux séminaires correspondants.
- Voir Comore pour les participations de Odile Pourtallier.

## 10 Bibliographie

### Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] L. BARATCHART, M. CARDELLI, M. OLIVI, « Identification and rational  $L^2$  approximation: a gradient algorithm », *Automatica* 27, No.2, 1991, p. 413–418.
- [2] L. BARATCHART, J. GRIMM, J. LEBLOND, M. OLIVI, F. SEYFERT, F. WIELONSKY, « Identification d'un filtre hyperfréquence par approximation dans le domaine complexe », *rapport de recherche n° RT-219*, Inria, 1998.
- [3] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. PARTINGTON, « Hardy approximation to  $L^\infty$  functions on subsets of the circle », *Constructive Approximation* 12, 1996, p. 423–435.
- [4] L. BARATCHART, J. LEBLOND, « Hardy approximation to  $L^p$  functions on subsets of the circle with  $1 \leq p < \infty$  », *Constructive Approximation* 14, 1998, p. 41–56.
- [5] L. BARATCHART, M. OLIVI, « Critical points and error rank in best  $H^2$  matrix rational approximation of fixed McMillan degree », *Constructive Approximation* 14, 1998, p. 273–300.
- [6] L. BARATCHART, E. B. SAFF, F. WIELONSKY, « A criterion for uniqueness of a critical point in  $H^2$  rational approximation », *Journal d'Analyse* 70, 1996, p. 225–266.
- [7] L. BARATCHART, F. WIELONSKY, « Rational approximation in the real Hardy space  $H_2$  and Stieltjes integrals: a uniqueness theorem », *Constructive Approximation* 9, 1993, p. 1–21.
- [8] T. BAŞAR, P. BERNHARD,  *$H^\infty$ -Optimal control and related minimax design problems*, Birkhäuser, 1995.
- [9] P. FULCHERI, M. OLIVI, « Matrix rational  $H^2$ -approximation: a gradient algorithm based on Schur analysis », *SIAM Journal on Control and Optimization* 36, 6, 1998, p. 2103–2127.
- [10] J. LEBLOND, M. OLIVI, « Weighted  $H^2$  approximation of transfer functions », *MCSS* 11, 1998, p. 28–39.
- [11] J.-B. POMET, « Explicit Design of Time-Varying Stabilizing Control Laws for a Class of Controllable Systems without Drift », *Systems & Control Lett.* 18, 1992, p. 147–158.
- [12] J.-B. POMET, « On Dynamic Feedback Linearization of Four-dimensional Affine Control Systems with Two Inputs », *control, optimization, and the calculus of variations* 2, juin 1997, p. 151–230, <http://www.edpsciences.com/cocv/>.

## Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [13] S. CHAABANE, *Sur quelques problèmes inverses*, Thèse, École Nationale d'Ingénieurs de Tunis, juin 1999.

## Articles et chapitres de livre

- [14] L. BARATCHART, J. LEBLOND, F. MANDRÉA, E. SAFF, « How can meromorphic approximation help to solve some 2D inverse problems for the Laplacian? », *Inverse Problems* 15, 1, 1999, p. 79–90.
- [15] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, « Non-uniqueness of rational best approximants », *J. Comp. and Appl. Math.* 105, 1999, p. 141–154.
- [16] J. GRIMM, « Le rapport d'activité de l'Inria », *Cahiers Gutenberg* 32, 1999, p. 35–45, <http://www.gutenberg.eu.org/pub/gut/publications/publis.html>.
- [17] J. LEBLOND, J. PARTINGTON, « Constrained approximation and interpolation in Hilbert function spaces », *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 234, 2, 1999, p. 500–513.
- [18] P. MORIN, J.-B. POMET, C. SAMSON, « Design of Homogeneous Time-Varying Stabilizing Control Laws for Driftless Controllable Systems Via Oscillatory Approximation of Lie Brackets in Closed Loop », *SIAM J. on Control & Optim.* 38, 1999, p. 22–49, <http://epubs.siam.org/sam-bin/dbq/toc/SICON/38/1>.
- [19] J.-B. POMET, « On the curves that may be approached by trajectories of a smooth control affine system », *Syst. & Control Lett.* 36, février 1999, p. 143–149.
- [20] M. TIDBALL, A. LOMBARDI, O. POURTALLIER, E. ALTMAN, « Continuity of Optimal Values and Solutions for Control of Markov Chains with Constraints », *SIAM J. Control and Optim.*, 1999.
- [21] F. WIELONSKY, « Hermite-Padé approximants to exponential functions and an inequality of Mahler », *J. Number Th.* 74, 1999, p. 230–249.

## Communications à des congrès, colloques, etc.

- [22] L. BARATCHART, S. BILA, D. BAILLARGEAT, M. AUBOURG, S. VERDEYME, P. GUILLON, J. GRIMM, S. GENDRAUD, C. ZANCHI, J. SOMBRIN, « Méthode d'optimisation électromagnétique pour la conception automatique de filtres hyperfréquences », *in: 11èmes journées Nationales Micro-ondes*, Arcachon, mai 1999.
- [23] L. BARATCHART, M. CHYBA, J.-B. POMET, « On the differentiability of feedback linearization and the Hartman-Grobman theorem for control systems », *in: 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, p. 1617–1622, décembre 1999.
- [24] L. FAUBOURG, J.-B. POMET, « Design of control Lyapunov functions for “Jurjevic-Quinn” systems », *in: Stability and Stabilization of Nonlinear Systems*, D. Aeyels, A. van der Schaft, F. Lamnabhi-Lagarrigue (éditeurs), *Lect. Notes in Contr. & Inform. Sci.*, 246, Springer-Verlag, p. 137–150, 1999.
- [25] P. FULCHERI, M. OLIVI, « Matrix rational  $H^2$ -approximation and Schur parameters », *in: 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, Phoenix, décembre 1999.
- [26] S. GENDRAUD, J. SOMBRIN, F. SEYFERT, « Optimisation de la synthèse de filtres et OMUX pour charges utiles de satellites », *in: 11èmes journées Nationales Micro-ondes*, Arcachon, mai 1999.
- [27] M. MAINI, P. MORIN, J.-B. POMET, C. SAMSON, « On the robust stabilization of chained systems by continuous feedback », *in: 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, p. 3472–3477, décembre 1999.

- [28] P. MORIN, J.-B. POMET, C. SAMSON, « A note on the design of homogeneous time-varying stabilizing control laws for driftless controllable systems via oscillatory approximation of Lie brackets in closed-loop », *in: 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, p. 5243–5246, décembre 1999.
- [29] R. PEETERS, B. HANZON, M. OLIVI, « Balanced parametrizations of discrete-time all-pass systems and the tangential Schur algorithm », *in: Proc. of the European Control Conference (cd-rom)*, Karlsruhe, septembre 1999.
- [30] F. WIELONSKY, « Some results on Hermite-Padé approximants to  $e^z$  », *in: Continued Fractions: From Analytic Number Theory to Constructive Approximation*, B. Berndt, F. Gesztesy (éditeurs), *Contemporary Mathematics*, 236, Amer. Math. Soc., p. 369–379, 1999.

### Rapports de recherche et publications internes

- [31] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, « Constrained  $H^p$  interpolation on subsets of the circle », *Rapport de recherche n° RR-3763*, INRIA, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3763.html>.
- [32] L. FAUBOURG, J.-B. POMET, « Design of Control Lyapunov Functions for Homogeneous Jurdjevic-Quinn Systems », *Rapport de recherche n° RR-3724*, INRIA, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3724.html>.
- [33] F. MORESINO, O. POURTALLIER, M. TIDBALL, « Using Viscosity Solution for Approximations in Piecewise Deterministic Control Systems », *rapport de recherche n° RR-3687*, INRIA, mai 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3687.html>.