

*Projet NUMOPT**Optimisation Numérique**Rhône-Alpes*

THÈME 4A



*R*apport
*d'**A*ctivité

1999

Table des matières

1	Composition de l'équipe	2
2	Présentation et objectifs généraux	2
3	Fondements scientifiques	3
4	Domaines d'applications	3
5	Logiciels	4
6	Résultats nouveaux	5
6.1	Théorème de Perron-Frobenius	5
6.2	Chimie quantique	5
6.3	Commande optimale	6
6.4	Relaxation SDP en optimisation combinatoire	6
6.5	Algorithmes pour la programmation semi-définie	7
6.6	Programmation stochastique	7
6.7	Actions d'applications	7
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	8
8	Actions régionales, nationales et internationales	8
9	Diffusion de résultats	9
9.1	Diffusion de logiciels	9
9.2	Animation de la communauté scientifique	9
9.3	Enseignement universitaire	9
9.4	Autres enseignements	9
9.5	Participation à des colloques, séminaires, invitations	9
10	Bibliographie	10

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Claude Lemaréchal [Directeur de Recherche]

Assistante de projet

Danièle Herzog [commune avec Movi et Sharp jusqu'à août]

Françoise de Coninck [depuis août]

Personnel Inria

François Oustry [Chargé de Recherche]

Edmundo Rofman [Directeur de Recherche]

Chercheurs invités

Pablo Lotito [Univ. Rosario (Argentine), depuis novembre]

Elina Mancinelli [Conicet et Univ. Rosario (Argentine), depuis avril]

Mabel Medina [Conicet et Univ. Rosario (Argentine)]

Collaborateur extérieur

Stéphane Chrétien [Education Nationale, jusqu'à septembre]

Chercheur doctorant

Philippe Meurdesoif [depuis août, boursier DGA]

2 Présentation et objectifs généraux

Officiellement créé en juillet 1998, ce projet concerne les algorithmes d'optimisation numérique dans leurs divers aspects : recherche, développement, applications. Issu de Promath¹, il en conserve le principe de synergie entre les trois composantes :

- *Recherche* de type fondamental, pouvant être motivée par des applications de pointe, ou concerner des sujets considérés comme importants par la communauté scientifique internationale ;
- *Développement* d'algorithmes d'optimisation, en vue non pas de problèmes particuliers mais de grandes classes de problèmes ;
- *Applications*, c'est-à-dire collaboration avec des partenaires industriels (ou venant d'autres secteurs de la recherche) sur des problèmes spécifiques auxquels ils sont confrontés.

1. ancien projet Inria, dédié à l'optimisation non linéaire ; voir rapport(s) d'activité des années précédentes.

3 Fondements scientifiques

Mots clés : optimisation, algorithme numérique, convexité, relaxation lagrangienne, relaxation SDP, optimisation semi-définie positive.

Ce projet concerne la minimisation numérique d'une fonction f de n variables sur un domaine $D \subset \mathbb{R}^n$, soit

$$\min f(x), \quad \text{avec } x = \{x_1, \dots, x_n\} \in D. \quad (1)$$

Divers cas de figure relèvent plus particulièrement de nos compétences. Leur énumération ci-dessous suit l'ordre décroissant de niveau théorique.

1. Cas où les dérivées premières de f sont discontinues. Pour ces problèmes, des algorithmes existent (méthodes de *faisceaux*, méthode du centre analytique), et sont implémentés et appliqués à des problèmes d'origines de plus en plus diverses. Nos recherches portent sur les possibilités d'accélération de ces algorithmes, ce qui implique de généraliser convenablement la notion de *second ordre* en un point où les dérivées premières n'existent pas.
2. *Problèmes combinatoires*, où D est un ensemble fini, typiquement un sous-ensemble de $\{0, 1\}^n$. Nous n'avons pas de compétence particulière dans ce vaste domaine; mais il se trouve que *l'analyse convexe* y joue un rôle utile, encore méconnu de la communauté scientifique (*relaxation lagrangienne*, *relaxation semi-définie positive*). Nous nous plaçons ici à la charnière entre les trois domaines: continu-combinatoire-convexité.
3. Problèmes de valeurs propres, ou encore optimisation *semi-définie positive* (SDP). Ici, \mathbb{R}^n est en fait $\mathbb{R}^{m(m+1)/2}$, l'espace des matrices symétriques. Typiquement, f est alors la valeur propre maximale (ou, de façon analogue, f est linéaire mais D est l'ensemble des matrices semi-définies positives). Nos travaux ont ici un double aspect; applicatif d'une part (commande robuste, optimisation combinatoire – point 2. ci-dessus, ...) concernant la relaxation SDP, et d'autre part méthodologique, résolvant les problèmes SDP par optimisation non différentiable (point 1.), qui vient ainsi compléter les méthodes de *points intérieurs*.
4. Problèmes plus "classiques", où D est soit l'espace \mathbb{R}^n tout entier, soit défini par des *contraintes* $c_i(x) \leq 0$, f et les c_i étant régulières; éventuellement, n est grand (10^5 et plus). Ici, nous jouons le plus souvent un rôle de conseillers, en diverses étapes: modélisation, choix d'une méthodologie, orientation vers les logiciels adaptés (*Modulopt*, projet Estime ou Action Mocoa, ou encore bibliothèques externes).

4 Domaines d'applications

L'optimisation se présente potentiellement dans tous les secteurs économiques. Dès qu'un outil de simulation est au point, il peut être utilisé pour optimiser le système qu'il simule. Un autre domaine est *l'identification* de paramètres (projets Idopt ou Estime), où l'on doit minimiser l'écart entre des mesures et des prédictions théoriques.

De ce fait, il est impossible de donner une liste exhaustive de domaines d'application. Citons pêle-mêle des applications auxquelles l'Inria a été mêlé dans le passé, éventuellement via le projet Promath : gestion de la production, géophysique, finance, modélisation moléculaire, robotique, productique, réseaux, astrophysique, cristallographie, . . .

5 Logiciels

D'une façon générale, nos logiciels sont distribués de deux façons différentes : d'une part des codes de bibliothèque (type Modulopt), mis à disposition libre ou payante suivant l'utilisation qui en est faite ; d'autre part des logiciels spécifiques, développés pour une application donnée.

Les codes d'optimisation ci-dessous, très utilisés, ont été développés dans le cadre de l'ex projet Promath.

Code M1QN3 Il s'agit d'un code d'optimisation sans contraintes pour problèmes à très grand nombre de variables ($n \geq 10^3$, a été utilisé pour $n = 10^6$). Techniquement, il utilise un algorithme de BFGS à mémoire limitée avec recherche linéaire de Wolfe (voir [1, § 5.3] pour la terminologie).

Participants : Jean-Charles Gilbert [projet Estime – correspondant], Claude Lemaréchal [correspondant].

Code M2QN1 Code d'optimisation pour (petits) problèmes avec contraintes de bornes uniquement : D est un pavé de R^n . Il utilise la méthode de BFGS avec recherche de Wolfe et gestion de contraintes actives.

Participant : Claude Lemaréchal [correspondant].

Code N1CV2 Minimisation sans contraintes d'une fonction convexe (non différentiable), par une méthode de faisceaux de type proximal ([1, Chap.7], [3, Chap.XV]).

Participants : Claude Lemaréchal [correspondant], Claudia Sagastizábal [correspondante].

Modulopt Outre des codes d'optimisation tels que ceux ci-dessus, la bibliothèque Modulopt comporte des instances de problèmes d'application, réels ou académiques. Elle constitue ainsi un champ d'expérience fonctionnant dans les deux sens : expérimenter un nouvel algorithme sur une batterie de problèmes-tests, ou bien choisir parmi plusieurs codes celui qui s'adapte le mieux à un problème donné.

Participant : Claude Lemaréchal [correspondant].

6 Résultats nouveaux

Parmi les fait marquants de l'année, mentionnons que François Oustry est lauréat de deux Prix :

- Prix Jean-Claude Dodu, attribué chaque année au jeune chercheur (moins de 30 ans) ayant présenté la meilleure communication aux Journées du Groupe Mode de la Smai ;
- INFORMS Optimization Prize for Young Researchers, récompensant chaque année le meilleur article publié par un jeune chercheur (INFORMS = *Institute for Operations Research and the Management Sciences* est l'organisme ayant succédé à ORSA-TIMS).

Ces deux prix lui ont été décernés pour deux travaux différents : le Prix Dodu concerne la relaxation SDP des problèmes combinatoires [17], et le Prix INFORMS des algorithmes d'optimisation développés pendant sa thèse [18, 9].

La présentation de nos activités ci-dessous est faite en procédant du plus théorique au plus appliqué.

6.1 Théorème de Perron-Frobenius

Participant : François Oustry.

Soit une matrice symétrique à coefficients positifs ; ce théorème stipule que sa valeur propre maximale est positive, simple, et correspond à un vecteur propre positif. Lors de son séjour au Core en Belgique, F. Oustry a établi avec Y. Nesterov une démonstration de ce théorème pour un opérateur auto-adjoint laissant invariant un cône convexe. Ceci est un sous-produit direct de nos travaux sur la relaxation des problèmes combinatoires ([17], voir § 6.4 ci-dessous) et simplifie la démonstration initiale de Krein et Rutman (1948)^[KR62,RV73].

6.2 Chimie quantique

Participant : François Oustry.

Ce travail a débuté l'année dernière au Courant Institute avec B. Braams (Plasma physics, computational physics), M. Nayakkankuppam et M. Overton (Computer Science). Compte tenu des développements récents en optimisation SDP (voir § 6.5 ci-dessous), nous avons repris des travaux anciens sur l'approximation de l'énergie fondamentale d'un système à N particules^[GP64], formulé dans un espace de matrices de densité 1-corps et 2-corps. Deux types de problèmes SDP en résultent.

- Dans le cas général, des contraintes d'inégalités matricielles affines sont utilisées pour

-
- [KR62] M. G. KREIN, M. A. RUTMAN, « Linear operators leaving invariant a cone in a Banach space », *Amer. Math. Soc. Transl.* 10, 1962, p. 199–325, Appeared in *Uspehi Mat. Nauk.*, 1948.
- [RV73] W. C. RHEINOLDT, J. S. VANDERGRAFT, « A simple approach to the Perron-Frobenius theory for positive operators on general partially-ordered finite-dimensional linear spaces », *Math. Comput.* 27, 1973, p. 139–145.
- [GP64] C. GARROD, J. K. PERCUS, « Reduction of the N-Particle Variational Problem », *Journal of Mathematical Physics* 5, 12, 1964.

exprimer le fait que ces matrices de densité dérivent de fonctions d'onde du système. De premiers résultats numériques, obtenus par méthode de faisceaux spectrale pour de petites molécules, montrent que l'approximation est fine. Ces résultats sont présentés dans [10, 11] et dans la thèse de doctorat de M. Nayakkankuppam ^[Nay99] (la partie de cette thèse concernant les méthodes de faisceaux à été co-encadrée par F. Oustry).

- Dans le cas particulier d'un système à N électrons, nous proposons une formulation quadratique de l'approximation de Hartree-Fock dans l'espace des matrices de densité, puis nous lui appliquons notre schéma de relaxation lagrangienne [17] (présentation [15]). L'analyse de qualité de cette relaxation SDP est en cours.

6.3 Commande optimale

Participant : Edmundo Rofman.

Toujours dans le cadre de notre collaboration avec l'Institut Beppo Levi de l'Université de Rosario, équipe de Roberto Gonzalez (cf. http://www.inrialpes.fr/pub_numopt.html), nos travaux ont concerné deux domaines :

- Commande stochastique (avec la participation d'Elina Mancinelli). Nous avons complété notre étude théorique et numérique de l'optimisation de la production d'une machine multiproduit avec demande stochastique. Nous avons également considéré des commandes singulières pour certains problèmes stochastiques, proposant une méthode d'approximation numérique de la solution de l'IQV de Hamilton-Jacobi associée ; nous en avons démontré la convergence et présenté des exemples numériques, voir [7].
- Systèmes conservatifs à paramètres distribués (avec Pablo Lotito). Une première étude concernait la conception de contrôleurs pour plusieurs problèmes en dimension finie ; nous avons appliqué les mêmes méthodologies que pour les problèmes de "commande sans regret". Dans un deuxième temps, nous avons étudié la stabilité et la robustesse de la commande pour des problèmes en dimension infinie ; voir [6].

6.4 Relaxation SDP en optimisation combinatoire

Participants : Claude Lemaréchal, Philippe Meurdesoif, François Oustry.

Nous avons pu montrer l'an dernier que les diverses relaxations SDP de problèmes combinatoires (Lovász, Goemans-Williamson) sont en fait des relaxations lagrangiennes. La théorie est maintenant au point, voir [17] ; les applications dépassent le cadre combinatoire (§ 6.1, 6.2 ci-dessus).

Dans le domaine combinatoire, la thèse de P. Meurdesoif concerne l'application de cette théorie aux problèmes de coloration de graphes. Ses premiers résultats, fondés sur son mémoire

[Nay99] M. V. NAYAKKAKUPPAM, *Optimization over symmetric cones*, thèse de doctorat, Department of Computer Science, Graduate School of Arts and Science, New York University, Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, New York, September 1999.

de DEA^[Meu97] montrent l'équivalence de diverses relaxations SDP du type Karger-Motwani-Sudan^[KMS98] ; et il en définit une variante strictement meilleure, par une application directe de la théorie.

6.5 Algorithmes pour la programmation semi-définie

Participant : François Oustry.

À partir du cadre général des méthodes de faisceaux spectrales présentées dans [5], nous montrons comment l'adaptation de la métrique locale permet une résolution explicite du sous-problème de projection sur le cône des matrices semi-définies positives [8]. Des résultats numériques sont présentés pour des problèmes de grande taille issus de l'optimisation combinatoire (graphes à plus de 1000 sommets) et de la commande robuste (problèmes à plus de 1000 variables d'état). De premiers résultats ont également été obtenus sur des problèmes de calcul de structures électroniques avec M. Nayakkankuppam (voir § 6.2 ci-dessus).

6.6 Programmation stochastique

Participant : Stéphane Chrétien.

Un travail commun est en cours avec le projet IS2 sur l'algorithme EM (voir l'URL de ce projet : http://www.inrialpes.fr/pub_is2.html).

Un autre a été démarré suivant une motivation du laboratoire Leibniz (P. Bessière, E. Mazer). L'identification de son environnement par un robot, tenant compte des incertitudes sur les mesure, peut se formuler comme la minimisation d'une espérance mathématique : $\min_x \int_{\omega} f(x, \omega) d\omega$; la fonction coût est alors très chère à calculer. La méthode du *gradient stochastique* vise à se contenter d'une observation $f(x_k, \omega_k)$ à chaque itération k ; c'est une méthode très lente et S. Chrétien² en définit une variante à base de méthode de faisceaux.

6.7 Actions d'applications

Participants : Elina Mancinelli, Mabel Medina, Edmundo Rofman.

Coulée continue des alliages binaires Étude menée avec la participation très active du laboratoire Madylam, ENSHM de Grenoble, et dont les résultats ont été présentés à plusieurs congrès : [12, 14, 13]. Les résultats expérimentaux ont permis de valider notre simulateur de la solidification de certains alliages binaires (tenant compte du phénomène de ségrégation). Cela a permis de mieux préciser le domaine d'application du simulateur.

2. maintenant postdoc à l'Université Libre de Bruxelles

[Meu97] P. MEURDESOF, « Formulations et Relaxations SDP pour la Coloration de Graphes en Allocation de Fréquences », *rapport de recherche*, Université de Paris 6, 1997.

[KMS98] D. KARGER, R. MOTWANI, M. SUDAN, « Approximate graph coloring by semidefinite programming », *Journal of the ACM* 45, 2, 1998, p. 246–265.

Régulation et optimisation du trafic urbain Nous avons commencé une étude sur la modélisation du fonctionnement des feux rouges, en utilisant divers outils de la théorie des systèmes à événements discrets : réseaux de Petri, algèbre max-plus ; étude appuyée sur les données de la ville de Bahía Blanca en Argentine (300 000 hab., d'où un important volume de données sur une journée). Les variables de décision sont alors : la durée du cycle de chaque feu, les instants de commutation, la proportion de vert et rouge dans un cycle – ces trois valeurs pouvant varier au cours de la journée.

Dans un premier temps, nous avons cherché à proposer une politique de synchronisation des feux permettant des ondes vertes dans tout le centre ville. Ce problème se prêtant à de nombreuses approches différentes, l'étude se poursuivra en collaboration avec le projet Meta2.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

Participant : Claude Lemaréchal.

La relaxation lagrangienne appliquée à des contraintes d'inégalité se traduit par des variables duales positives ; d'où la nécessité d'algorithmes d'optimisation non différentiable avec contraintes (de bornes). L'objet du contrat CERD 199 G062 00 71213 212, en cours avec le Dépt. MOS d'EdF est de définir une méthodologie adaptée, à base de méthode de faisceaux. La solution idéale consiste à reporter les contraintes sur le maître-programme quadratique, ce qui nécessite un logiciel approprié^[Kiw94]. Une autre solution^[Kiw] permet de tourner la difficulté via une agrégation des contraintes actives. Les premiers résultats, obtenus par Léonard Bacaud en Service National à Rio, suggèrent que cette dernière solution se paie cher en efficacité.

8 Actions régionales, nationales et internationales

Actions nationales C. Lemaréchal est trésorier du Groupe Mode de la Smai.

Actions internationales C. Lemaréchal est membre du Jury pour le Prix Dantzig 2000. E. Rofman est responsable scientifique du programme MAE-Inria-Univs. et Insts. argentins "Techniques numériques pour la simulation, l'optimisation et le contrôle de processus industriels".

Invitation de chercheurs étrangers

- M. Nayakkankuppam (Courant Institute, 1 semaine),
- A. Frangioni (Univ. Pise, 2 semaines),
- A. Nemirovski (Technion, Haïffa, 1 mois commun avec IS2).
- M. Overton (Courant, 1 semaine),
- B.T. Poljak (IPU, Moscou, 1 semaine),

[Kiw94] K. KIWIEL, « A Cholesky dual method for proximal piecewise linear programming », *Numerische Mathematik* 68, 1994, p. 325–340.

[Kiw] K. KIWIEL, « A projection-proximal bundle method for convex nondifferentiable minimization », *Lecture Notes*, Springer Verlag, à paraître.

- Radu Stefan (Cesame, Belgique, 1 semaine)

9 Diffusion de résultats

9.1 Diffusion de logiciels

Les codes d'optimisation suivants ont été mis à disposition pour usage académique.

- M2QN1 : Alcatel (profil de l'indice de réfraction dans une fibre optique).
- M1QN3 (commun avec Estime) : Meteorological Research Institute, Tsukuba, Japon (Zhu Jiang, modèles océaniques) ; Envir. Modeling & Geogr. Info. Syst. Lab. (B.E. Vieux, modèles hydrologiques).
- N1CV2 : Lab. de Mécanica Comp., Univ. Sao Paulo (M.S. Medrano, modélisation élasto-plastique) ; College of Eng, Univ. Floride (S. Uryasev, tests de méthodes à métrique variable) ; Labo. "Optimisation, Architecture et Trafic" Cnet (J.-F. Legros, dimensionnement de réseaux).
- M2FC1 (méthode de faisceaux avec contraintes de bornes) : Cermics (C. le Bris, optimisation de la forme d'une boîte de boisson).

9.2 Animation de la communauté scientifique

C. Lemaréchal est éditeur associé à COCV et Siam Journal of Optimization.

9.3 Enseignement universitaire

- DEA Modèles et Méthodes Mathématiques en Économie, Univ. Paris 1 : Relaxation lagrangienne (3h de cours).
- Thèse de P. Tsamasphyrou, École des Mines (C. Lemaréchal, rapporteur et Prés. Jury).

9.4 Autres enseignements

- Ensimag 2e année "Optimisation" (9h de cours, 18h de TP) ;
- École d'Été CEA-EdF-Inria "Méthodes Numériques d'Optimisation", le Bréau-sans-Nappe, juillet 99 (10h de cours, 30h de TP).
- École Polytechnique, Mastère X-EPFL en Ingénierie Mathématique "Optimisation robuste" (encadrement de projets)

9.5 Participation à des colloques, séminaires, invitations

- F. Oustry a séjourné trois mois au Core (Center for Operations Research and Econometrics, Louvain-la-Neuve, Belgique) avec M. Goemans et Yu. Nesterov.
- Congrès Nationaux : Roadef, Autrans, janvier 99 ; Groupe Mode, Orléans, mars 99 (4 exposés en tout).

- Convex Analysis and Relaxation of Combinatorial Problems, Kungl. Techn. Hogskolan, Stockholm, juin 99 (7 heures de cours).
- Cours EDF “Recent Trends in Production Optimization”, Clamart, mars 99 ; Journées d’Optimisation Cnet, Sophia, avril 99.
- 7th Workshop on Well-Posedness in Optimization and Related Topics, Gargnano, Italie, septembre 99 ; 1 exposé.
- ALAPEDES Meeting on the algebraic approach to performance evaluation of discrete event systems, Delft, octobre 1999 (1 exposé).
- INFORMS Fall 1999 Meeting, Philadelphia, novembre 1999 (1 exposé, 1 one-hour invited lecture).
- Séminaires aux Univ. St Étienne, Genève, Courant Institute (3), Université Catholique de Louvain-La-Neuve.

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l’équipe

- [1] J. BONNANS, J. GILBERT, C. LEMARÉCHAL, C. SAGASTIZÁBAL, *Optimisation Numérique: aspects théoriques et pratiques*, Springer Verlag, Paris, 1997.
- [2] L. EL GHAOU, F. OUSTRY, H. LEBRET, «Robust solutions to uncertain semidefinite programs», *Siam J. of Optimizatin* 9, 1, 1998, p. 33–52.
- [3] J.-B. HIRIART-URRUTY, C. LEMARÉCHAL, *Convex Analysis and Minimization Algorithms, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*, 305-306, Springer-Verlag, 1993.
- [4] C. LEMARÉCHAL, F. OUSTRY, C. SAGASTIZÁBAL, «The \mathcal{U} -Lagrangian of a convex function», *Transactions of the AMS* 352, 2, 2000.
- [5] C. LEMARÉCHAL, F. OUSTRY, «Nonsmooth algorithms to solve semidefinite programs», *in: Recent Advances on LMI methods in Control*, L. E. Ghaoui et S.-I. Niculescu (éditeurs), *SIAM Studies in Applied Mathematics*, SIAM, 1998, à paraître.

Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [6] P. LOTITO, *Contrôle des systèmes conservatifs à paramètres distribués*, thèse de doctorat, Univ. de Rosario, Argentine, 1999.
- [7] E. MANCINELLI, *Sur la résolution de quelques problèmes d’optimisation déterministe et stochastique*, thèse de doctorat, Univ. de Rosario, Argentine, 1999.

Articles et chapitres de livre

- [8] C. HELMBERG, F. OUSTRY, «Bundle Methods to minimize the maximum eigenvalue function», *in: Handbook on Semidefinite Programming. Theory, Algorithms and Applications*, L. V. R. Saigal et H. Wolkovicz (éditeurs), Kluwer Academic Publisher, 1999, à paraître.
- [9] F. OUSTRY, «The \mathcal{U} -Lagrangian of the maximum eigenvalue function», *Siam J. of Optimization* 9, 2, 1999, p. 526–549.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [10] B. BRAAMS, S. JIANG, M. NAYAKKANKUPPAM, F. OUSTRY, M. L. OVERTON, J. K. PERCUS, «Electronic structure calculations via reduced density matrices and semidefinite optimization», ICIAM'99, Edinburgh, July 1999.
- [11] B. BRAAMS, S. JIANG, M. NAYAKKANKUPPAM, F. OUSTRY, M. L. OVERTON, J. K. PERCUS, «Electronic structure calculations via reduced density matrices and semidefinite programming», Equadiff'99, Berlin, 1999.
- [12] Y. DURAND, M. MEDINA, F. DUTERRAIL, Y. FAUTRELLE, «Solidification under convection – present trends at EPM-Madylam Grenoble», *in: New Aspects of Electromagnetic Processing of Materials*, Tochigi, Japon, Proc. Japan-France Cooperative Science Program, avril 1999.
- [13] M. MEDINA, F. DUTERRAIL, , F. DURAND, Y. FAUTRELLE, «Effect of an AC travelling field on medium scale segregation, some results of a numerical model», *in: Proc. 3rd Int. Symp. on Electromagnetic Processing of Materials*, Nagoya, Japon, Soc. Franc. de Métallurgie et de Matériaux, avril 1999.
- [14] M. MEDINA, F. DUTERRAIL, , F. DURAND, Y. FAUTRELLE, «Numerical simulation of the meso-segregation of binary alloys: influence of permeability laws and body forces», *in: Résumé Journées d'automne 1999*, Paris, Soc. Franc. de Métallurgie et de Matériaux, novembre 1999.
- [15] F. OUSTRY, «A semidefinite relaxation for Hartree-Fock variational problem», INFORMS, Philadelphia, November 1999.

Rapports de recherche et publications internes

- [16] S. CHRÉTIEN, A. HERO, «Kullback proximal algorithms for maximum likelihood estimation», *Rapport de Recherche n° 3756*, Inria, 1999.
- [17] C. LEMARÉCHAL, F. OUSTRY, «Semi-definite relaxations and Lagrangian duality with application to combinatorial optimization», *Rapport de Recherche n° 3710*, Inria, 1999, Soumis à Mathematical Programming.
- [18] F. OUSTRY, «A second-order bundle method to minimize the maximum eigenvalue function», *rapport de recherche n° 3738*, Inria Rhône-Alpes, July 1999, Soumis à *Math. Programming*. <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3738.html>.