

Projet ONDES

*Modélisation et Simulation de Phénomènes de Propagation
d'Ondes*

Rocquencourt

THÈME 4B



*R*apport
d'Activité

1999

Table des matières

1	Composition de l'équipe	3
2	Présentation et objectifs généraux	5
3	Fondements scientifiques	6
3.1	Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes	7
3.2	Problèmes en géométrie complexe	8
3.3	Résolution de Problèmes en milieux non bornés	9
3.4	Modèles asymptotiques ou approchés	9
3.5	Hautes fréquences	10
3.6	Milieux complexes	10
3.7	Le guidage des ondes	11
3.8	Résonances	11
3.9	Ondes non linéaires	12
3.10	Calcul parallèle	12
4	Domaines d'applications	13
4.1	Ondes acoustiques	13
4.2	Ondes élastiques	13
4.3	Ondes électromagnétiques	14
4.4	Ondes de gravité	14
4.5	Ondes et corpuscules	15
5	Logiciels	15
5.1	Code de calcul pour la diffraction	15
6	Résultats nouveaux	17
6.1	Eléments finis d'arête et condensation de masse pour les équations de Maxwell en maillage triangulaire et tétraédrique	17
6.2	Equations de Maxwell et singularités	17
6.3	Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques	18
6.4	Schémas symétriques d'ordre élevé en temps pour l'équation des ondes	19
6.5	Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré	20
6.6	Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile	21
6.7	Acoustique en présence d'écoulement	23
6.8	Raffinement de maillage pour une méthode de résolution des équations de Maxwell et de l'équation des ondes	24
6.9	Conditions aux limites absorbantes	25
6.10	Couches minces et ferromagnétisme	28
6.11	Analyse modale de la propagation des ondes. Décomposition en fonctions propres généralisées	30
6.12	Optique géométrique et solutions multivaluées d'équations d'Hamilton-Jacobi	30

6.13	Limite semi-classique en fréquence de l'équation de Helmholtz	31
6.14	Modélisation numérique en acoustique musicale: étude de la timbale	31
6.15	Modélisation de silencieux d'automobiles	32
6.16	Rayonnement d'un guide fermé semi-infini	33
6.17	Guides d'ondes électromagnétiques en Optique	33
6.18	Etude des lignes de transmission supraconductrices	34
6.19	Résonances en Hydrodynamique navale	35
6.20	Ondes de surface en élasticité et couplage fluide-structure	35
6.21	Distance de Wasserstein et applications aux problèmes inverses	36
6.22	Astrophysique	37
6.23	Programmation dynamique et factorisation d'opérateurs elliptiques	37
6.24	Modélisation d'une sonde à oxygène	38
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	38
7.1	Contrat INRIA-IFP	38
7.2	Contrat INRIA-CEG	39
7.3	Contrat INRIA-EDF	39
7.4	Contrat INRIA-CEA	39
7.5	Contrat INRIA & DASSAULT-SPA	39
7.6	Contrat ENSTA-DGA	39
8	Actions régionales, nationales et internationales	40
8.1	Actions nationales	40
8.2	Relations bilatérales internationales	40
8.3	Accueils de chercheurs étrangers	40
9	Diffusion de résultats	40
9.1	Animation de la communauté scientifique	40
9.2	Prix et distinctions	41
9.3	Enseignement universitaire	41
9.4	Participation à des séminaires, colloques, invitations	44
9.5	Réalisation de vidéos scientifiques	47
9.6	Réalisation de Logiciels	47
10	Bibliographie	47

1 Composition de l'équipe

Responsables scientifiques

Patrick Joly [DR]

Marc Lenoir [DR CNRS]

Responsable permanent

Eliane Bécache [CR]

Assistantes de projet (avec le projet Estime)

Muriel de Bianchi [AJT]

Régine Tannière [Secrétaire ENSTA]

Personnel INRIA

Jean-David Benamou [CR]

Gary Cohen [CR]

Jacques Henry [DR]

Jean Roberts [DR]

Collaborateurs extérieurs

Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia [CR]

Christophe Hazard [CR]

Jean-Francois Mercier [CR]

Patrick Ciarlet [enseignant-chercheur ENSTA]

Jérôme Pérez [enseignant-chercheur ENSTA]

Eric Lunéville [Maître de Conférences Université Paris-Nord]

Daniel Martin [Maître de Conférences Université de Rennes]

Christine Poirier [Maître de Conférences Université de Versailles]

Ingénieurs Expert

Francis Collino [jusqu'au 1/9]

Chercheurs invités

Alexandre Komech [Université de Moscou]

Dolores Pedreira [Université Saint Jacques de Compostelle]

Chercheurs doctorants

Lynda Dahi [boursière gouvernement algérien]

Grégoire Derveaux [boursier X]

Dorra Drissi [ENIT, Tunisie]

Thierry Fouquet [boursier Inria, Université Paris 9]

Houssein Haddar [boursier MENRT-Ponts, Université Paris 6]

Stéphanie Lohrengel [boursière MENRT, Université Paris 6]

Karim Ramdani [boursier MENRT, Université Paris 6]

Leïla Rhaouti [boursière MENRT, Université Paris 9]

Axel Tillequin [boursier MENRT, Université Versailles-St Quentin]

Chrysoula Tsogka [boursière MENRT, Université Paris 9]

Ian Sollicec [boursier Inria, Université Paris 6, depuis le 01/12]

Stagiaires

Stephane Menozzi [IUP, Université Paris 9]

Jérôme Roy [CUST]

Sandrine Fauqueux [DEA, Clermont-Ferrand]

Adel Ben Haj Yedder [DEA, Paris 6]

Jérôme Metral [DEA, UVSQ]

2 Présentation et objectifs généraux

La propagation d'ondes de toutes natures est l'un des phénomènes physiques les plus simples et les plus usuels auquel nous soyons confrontés. Depuis la vie courante (sons, vibrations, vagues, télécommunications, radar) jusqu'à l'échelle de l'univers (ondes électromagnétiques, de gravité) et à celle de l'atome (émission spontanée ou stimulée, interférences entre particules), ce sont l'émission et la réception des ondes qui constituent notre moyen privilégié de connaissance du monde qui nous entoure.

L'étude et la simulation numérique des phénomènes de propagation constituent donc une activité très répandue dans les divers domaines de la physique et de l'art de l'ingénieur.

La variété et la complexité des problèmes posés, leur intérêt scientifique et industriel, la prise de conscience d'une structure mathématique commune à des problèmes issus de domaines différents justifient qu'un projet de recherche en Calcul Scientifique soit entièrement dédié à ce thème. Ce projet est un projet commun INRIA-CNRS-ENSTA.

De façon générale, l'activité du projet est orientée vers la conception, l'analyse, l'approximation numérique et le contrôle de modèles mathématiques pour la description des phénomènes de propagation d'ondes intervenant en mécanique et en physique et dans les sciences de l'ingénieur.

Au-delà de l'objectif général de progression de la connaissance scientifique, trois buts peuvent être assignés au projet:

- Le développement d'une expertise des problèmes relatifs aux quatre types d'ondes étudiées: acoustique, ondes de gravité, élastodynamique et électromagnétique, ainsi que des diverses méthodes de résolution numérique.
- Le traitement des problèmes complexes, c'est-à-dire dont la modélisation soit suffisamment proche des situations concrètes.
- Le développement des méthodes numériques originales.

L'étude de tels problèmes conduit naturellement à des applications importantes sur le plan industriel. Pour s'attaquer à ces problèmes, notre démarche scientifique repose sur une approche selon les trois angles suivants :

- La modélisation des problèmes physiques, leur mise en équations et la conception de modèles approchés à l'aide de méthodes asymptotiques.
- L'étude théorique des modèles mathématiques relativement à l'existence, l'unicité et aux propriétés qualitatives essentielles des modèles.
- La conception, l'analyse et la mise en oeuvre de méthodes numériques, l'étude de la précision et de la stabilité des méthodes, la mise au point d'algorithmes, leur parallélisation et leur vectorisation.

3 Fondements scientifiques

Notre activité repose avant tout sur l'existence de modèles mathématiques issus de la physique. Il s'agit d'équations ou de systèmes d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique (pour reprendre la terminologie mathématique). Les modèles de base, qui s'appuient sur une physique simplifiée, sont linéaires. Le prototype en est l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \Delta u = 0,$$

qui s'applique directement aux ondes acoustiques mais constitue un modèle scalaire simplifié pour les autres types d'onde. C'est pourquoi le développement de nouvelles méthodes numériques passe souvent par son application à l'équation des ondes. Une physique plus réaliste vient en général enrichir ces modèles de base et en accroître la complexité : conditions aux limites, termes non linéaires, termes intégral-différentiels, couplages de modèles, ...

Il est commun de distinguer deux types de problèmes associés à ces modèles : les problèmes en temps (ou problèmes transitoires) et les problèmes en fréquence (ou problèmes harmoniques). Dans le premier cas, le temps fait explicitement partie des variables de l'inconnue du problème et on s'intéresse alors à un problème d'évolution. Dans le second cas, la dépendance en temps est imposée *a priori*, par l'intermédiaire de la source par exemple. Elle est supposée périodique en temps, et même harmonique : on cherche une solution proportionnelle à $e^{i\omega t}$, où $\omega > 0$ désigne la pulsation (on parle aussi de fréquence). Le temps n'intervient alors plus que par l'intermédiaire de cette fréquence, qui joue le rôle de paramètre, et l'inconnue recherchée est une fonction des seules variables spatiales. Ainsi, l'équation des ondes donne naissance à l'équation de Helmholtz :

$$-c^2 \Delta u - \omega^2 u = 0.$$

Il convient de souligner que ces deux types de problèmes, bien qu'issus d'une même modélisation physique, ont des propriétés mathématiques radicalement différentes et nécessitent le développement de méthodes numériques adaptées. En outre, la justification mathématique précise du passage de l'un à l'autre s'avère souvent délicate. Enfin, signalons que les problèmes harmoniques n'ont, du moins en toute rigueur, plus d'objet dès que le modèle mathématique devient non linéaire.

Toutefois, il est un point commun entre ces problèmes : l'existence d'une dimension caractéristique qu'on appelle la longueur d'onde. Très intuitivement, cette dimension est la longueur sur laquelle la solution recherchée varie substantiellement (typiquement la période d'une solution périodique). Dans le cas d'une propagation en milieu hétérogène, il conviendra de parler de plusieurs longueurs d'onde, celle-ci pouvant varier d'une région de l'espace à l'autre. Sa connaissance a bien entendu une influence fondamentale sur les propriétés de la solution et donc sur le choix d'une méthode numérique. Un problème sera considéré comme de grande taille si le rapport entre la taille de ce problème (à savoir la taille du domaine de calcul dans le cas d'un problème harmonique ou la distance parcourue par l'onde pendant le temps d'intégration dans le cas d'un problème transitoire) et la longueur d'onde est grand.

Actuellement, on maîtrise bien les méthodes numériques pour résoudre les problèmes académiques ou industriels de base. Beaucoup de compagnies possèdent des codes de calcul s'appuyant sur des méthodes de nature diverse et de précision peu élevée (typiquement du second

ordre par rapport aux paramètres de discrétisation). Ces méthodes sont fiables et leurs limites en général bien cernées. En revanche les problèmes plus complexes et plus proches des applications restent largement ouverts et constituent un champ d'investigation très fertile pour les mathématiques appliquées. Les recherches en Mathématiques Appliquées s'orientent maintenant dans les directions suivantes :

- La conception de nouvelles méthodes plus précises et plus performantes
- Le traitement des modélisations de plus en plus complexes : modèles non locaux, modèles non linéaires, systèmes couplés,...
- L'étude de phénomènes spécifiques : ondes guidées, résonances, singularités de solutions
- Le développement de modèles approchés.

C'est dans ce cadre que s'inscrivent les problématiques abordées par le projet Ondes.

3.1 Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes

Les problèmes auxquels on est souvent confronté sont de grande taille au sens où le rapport entre la taille du domaine de calcul (ou la distance parcourue par l'onde pendant la durée de la simulation en régime transitoire) et la longueur d'onde peut être grande. Dans ce cas, les méthodes évoquées plus haut tombent en défaut et des phénomènes parasites, tels que la dispersion numérique pour n'en citer qu'un, viennent gravement entacher la fiabilité des résultats. Par ailleurs, la grande taille des problèmes conduit à des calculs sur ordinateur à la fois longs et gourmands en place mémoire. Il est alors naturel de chercher à améliorer les méthodes numériques en termes de précision et d'efficacité, les deux allant d'ailleurs parfois de paire.

C'est dans cette perspective que se situent les travaux que nous menons sur les méthodes d'ordre élevé en régime transitoire, tant en ce qui concerne les différences finies que les éléments finis. L'utilisation de cette deuxième classe de méthodes pose le problème pratique de la condensation de masse, opération préliminaire indispensable pour aboutir à des schémas numériques explicites, propriété essentielle pour préserver l'efficacité de la méthode résultante. Le fondement mathématique de cette opération de condensation repose sur l'utilisation de formules de quadrature numérique. Celle-ci doit bien sûr se faire sans nuire à la précision et à la stabilité des calculs, ce qui pose des problèmes théoriques intéressants (dont la nature varie avec le modèle de propagation étudié) et conduit à des méthodes originales.

Des questions analogues se posent en régime fréquentiel, le problème étant alors de diminuer la taille ou d'améliorer le conditionnement des problèmes à traiter. C'est dans cet esprit que se situent nos travaux sur les méthodes de décomposition de domaine, évoqués plus en détail dans le paragraphe Calcul parallèle.

Enfin, on peut être dans une situation où on ne s'intéresse qu'à une partie de la solution d'un problème, auquel cas on doit s'attacher à concevoir des méthodes adaptées à ce cas de figure, plus efficaces qu'une méthode générale. C'est le cas des équations paraxiales qui ont été conçues pour calculer de façon approchée la propagation d'une onde dans une direction privilégiée. De tels modèles sont abondamment utilisés en géophysique (la direction privilégiée

est la verticale) ou en acoustique sous-marine (la direction privilégiée est horizontale). L'analyse et l'approximation numérique de ces modèles correspondent à une problématique proche de celle du traitement des conditions aux limites absorbantes (voir paragraphe 3.2).

3.2 Problèmes en géométrie complexe

Les géométries des domaines de calcul rencontrés dans les applications réalistes sont souvent complexes et ne peuvent se contenter de l'usage de maillages réguliers de type différences finies. Les méthodes d'éléments finis sont en principe conçues pour pallier ce genre d'inconvénient mais ne constituent pas nécessairement la panacée pour toutes les applications, notamment à cause de leur relative complexité en ce qui concerne l'implémentation et la gestion informatique. C'est pourquoi nous nous sommes lancés dans la recherche et l'étude de méthodes alternatives.

- **Les méthodes de domaines fictifs** : Ces méthodes ont été popularisées en France par R. Glowinski initialement pour la résolution de problèmes statiques de type elliptique. Leur adaptation aux modèles d'évolution de nature hyperbolique se révèle particulièrement fructueuse. La philosophie de ces méthodes consiste, dans un premier temps, à plonger la géométrie complexe à traiter dans une géométrie simple (typiquement un carré ou un cube), puis à oublier la présence de la frontière réelle. Dans un second temps, on introduit une inconnue de calcul auxiliaire définie uniquement sur cette frontière afin de tenir compte si possible de la condition aux limites qui y est imposée. Ceci permet alors de travailler avec deux maillages de calcul quasiment indépendants, un maillage régulier pour le volume et un maillage conforme pour la frontière. Ceci permet en particulier de s'affranchir de la majeure partie des difficultés pratiques liées aux méthodes d'éléments finis. D'un point de vue théorique, l'analyse de ces méthodes pose des questions délicates liées à la théorie des problèmes de point selle. Signalons que ces méthodes semblent particulièrement bien adaptées pour le traitement de fissures, pour les problèmes de diffraction par des obstacles mobiles ou encore pour les problèmes d'optimisation ou d'identification de formes.
- **Les méthodes de raffinement de maillages** : Ces méthodes présentent surtout un intérêt dans le contexte de l'utilisation de méthodes de différences finies. La question majeure qui se pose est la suivante : comment raccorder deux maillages de tailles différentes de façon stable et précise ? Dans le cas des problèmes elliptiques statiques (ou pour les problèmes dans le domaine fréquentiel), les méthodes dites d'éléments joints, notamment développées en France par Y. Maday, apportent une solution élégante à cette question. Cette solution n'est pas suffisante pour les problèmes de propagation d'ondes où l'utilisation d'un pas de temps local est souhaitable : on diminue le pas de discrétisation en temps là où on raffine le maillage en espace. Dans ce cas, le problème reste largement ouvert et les solutions heuristiques développées par les ingénieurs manquent de fondements scientifiques. Leur étude requiert des techniques d'analyse relativement peu standard et pose des questions de stabilité qui sont nouvelles.

3.3 Résolution de Problèmes en milieux non bornés

De nombreux problèmes de propagation d'onde se posent en milieu non borné ou du moins très grand par rapport à la zone d'intérêt: nous pensons par exemple au problème de la diffraction d'une onde électromagnétique par un avion ou à la propagation d'une onde élastique dans le sous-sol. Pour des raisons pratiques évidentes, on est amené à réduire les calculs effectifs à un domaine borné en espace. Se pose alors le problème du traitement de la frontière artificielle ainsi introduite afin de simuler le fait que le milieu de propagation réel est infini. C'est ce qui amène à introduire les notions de conditions aux limites transparentes (i.e., qui n'ont pas d'influence sur la solution), de conditions aux limites absorbantes (conditions aux limites qui sont censées "laisser sortir" les ondes du domaine de calcul en minimisant les réflexions parasites) ou de couches absorbantes (des petites bandes qui sont rajoutées autour du domaine de calcul dans lesquelles on travaille avec un modèle mathématique qui permet de laisser rentrer les ondes dans la couche puis les absorbe).

Il s'agit d'un thème à la fois important et délicat qui passionne les mathématiciens appliqués depuis près de vingt ans, et auquel les chercheurs du projet contribuent de façon substantielle. Ce sujet est étroitement lié sur le plan théorique aux notions d'opérateurs pseudo différentiels et de leur approximation ainsi qu'à la théorie des problèmes hyperboliques mixtes.

3.4 Modèles asymptotiques ou approchés

Dans de nombreux problèmes, on doit faire face à un ou à plusieurs petits paramètres, souvent de nature géométrique: nous pensons par exemple à l'épaisseur du revêtement absorbant d'un obstacle réfléchissant que l'on cherche à rendre furtif, à celle d'une couche de colle entre deux solides, au rayon d'une structure filaire intervenant comme élément d'une antenne ou à la période de variation d'un milieu hétérogène. Cette dimension caractéristique liée au problème considéré peut être petite devant la longueur d'onde, auquel cas sa prise en compte par des techniques de discrétisation classique est déraisonnable et coûteuse, mais néanmoins avoir une grande influence sur la solution du problème, ce qui rend nécessaire d'en tenir compte. Une idée relativement naturelle consiste alors à développer des modèles approchés fondés sur un développement asymptotique de la solution par rapport au petit paramètre: on aboutira alors selon les cas à une condition aux limites dite équivalente ou effective pour le revêtement absorbant, à une condition de transmission équivalente pour la couche mince, à une équation intégrale filaire dans le cas de l'antenne ou à un modèle homogénéisé dans le dernier cas. Dans chaque cas, la résolution numérique du nouveau problème se révèle plus simple (gain d'une ou plusieurs dimensions d'espace, coefficients localement constants, ...). La justification mathématique de ces modèles approchés passe par l'attirail classique en analyse numérique: caractère bien posé des problèmes approchés, stabilité par rapport au petit paramètre, estimations d'erreur. Dans le cas des couches minces, on est confronté à des difficultés proches de celles rencontrées avec les conditions aux limites absorbantes.

Signalons que des techniques analogues peuvent être développées dans des cas où le petit paramètre n'est pas nécessairement de nature géométrique. Nous pensons aux problèmes basse fréquence, ou aux problèmes non linéaires avec données petites.

3.5 Hautes fréquences

Cette problématique aurait pu figurer dans la rubrique méthodes asymptotiques : en effet, il s'agit de s'intéresser à des problèmes de propagation dans lesquels la longueur d'onde générée se révèle très petite vis-à-vis des dimensions du domaine de calcul, ce qui fournit donc un petit paramètre naturel pour un développement asymptotique. Toutefois, la nature des phénomènes engendrés par ce petit paramètre est tellement spécifique qu'elle nécessite un traitement totalement à part : il s'agit d'imaginer une méthode permettant le calcul d'une solution très oscillante en espace. L'idée, maintenant ancienne, consiste à séparer le calcul de la phase et celui de l'amplitude à partir de l'ansatz dit de l'optique géométrique qui consiste à postuler que la solution s'écrit comme le produit d'une exponentielle complexe à phase réelle par une amplitude qu'on développe suivant les puissances inverses de la fréquence. On aboutit alors à une équation pour la phase, appelée équation Eikonale, et à une équation pour le premier terme du développement de l'amplitude, l'équation de transport. C'est la résolution de ces équations qui a donné la méthode connue sous le nom de lancer de rayons, méthode répandue dont les limites dépassent toutefois le simple cadre des hautes fréquences : coefficients variables non réguliers, problème des caustiques, zones d'ombre, ...

Depuis quelques années, un nouveau courant est né dans le monde de l'analyse numérique, qui consiste à s'intéresser directement à l'équation Eikonale en tant qu'équation aux dérivées partielles. Il s'agit d'une équation non linéaire de type Hamilton-Jacobi pour laquelle il est naturel de chercher à exploiter la récente théorie des solutions de viscosité de P.L. Lions. C'est dans ce cadre que nous axons nos recherches dans ce domaine.

Une deuxième idée a récemment vu le jour. Elle consiste à exploiter la théorie dite des limites semi-classiques fondée sur l'usage de la transformée de Wigner. Appliquée à l'équation des ondes, cette technique permet d'une part de retrouver le modèle asymptotique des rayons et d'autre part de dériver une équation de type Liouville pour une densité liée à la solution de l'équation de Helmholtz. Ceci permet d'espérer la mise au point d'une méthode particulière consistante à la limite en fréquence avec le lancer de rayons et exacte à fréquence finie.

3.6 Milieux complexes

Pour traiter des milieux réels, on est inévitablement amené à traiter ce que nous appelons des milieux complexes. Par ce terme, nous entendons des milieux qui se révéleront être hétérogènes (coefficients variables, éventuellement discontinus - présence de fissures) ou obéir à une loi de comportement (mécanique ou électromagnétique) complexe : loi non locale en temps ou en espace, loi non linéaire. De telles propriétés induisent des phénomènes spécifiques de nature variée (singularités, absorption intrinsèque, dispersion intrinsèque...) qui correspondent à des difficultés nouvelles sur un plan mathématique ou numérique. Dans ce cas de figure, il est difficile de dégager une méthode générale. On a affaire à des problèmes dont la théorie est inexistante ou mal connue, pour lesquels les méthodes numériques sont balbutiantes. Il faut alors trouver la solution *ad hoc* pour chaque cas de figure.

3.7 Le guidage des ondes

Les ondes guidées sont des solutions très particulières des modèles de propagation d'ondes : ce sont des ondes qui se propagent dans une direction privilégiée et dont l'énergie reste confinée dans une région bornée dans les directions orthogonales à cette direction privilégiée (directions transverses). Ceci n'est en général rigoureusement possible que si le milieu de propagation a une structure cylindrique (on parle alors de guide d'ondes). Toutefois, les ondes guidées décrivent bien les phénomènes que l'on observe dans des structures "presque cylindriques", situation qui se rencontre fréquemment dans les applications. Une des caractéristiques de ces ondes est d'être généralement dispersives (la vitesse de propagation dépend de la longueur d'onde) et ce même lorsque le modèle de propagation ne l'est pas intrinsèquement. On a l'habitude de distinguer les guides d'ondes fermés qui correspondent au cas où le confinement de l'énergie transverse est simplement dû au fait que le milieu de propagation est borné dans les directions transverses, des guides d'ondes ouverts qui correspondent au cas où, le milieu de propagation étant non borné dans les directions transverses, le confinement de l'énergie est dû à un mécanisme physique qui dépend des propriétés du modèle de propagation. Ce sont bien entendu les guides ouverts qui posent les questions les plus intéressantes (mais aussi les plus difficiles) d'un point de vue scientifique, tant au plan physique que mathématique et numérique.

L'analyse de ces phénomènes revêt une importance fondamentale soit parce qu'il y a dans la nature des ondes guidées auquel l'homme se trouve directement confronté (ondes de surface lors des tremblement de terre, ondes de gravité captées par la côte, ...) soit parce que l'homme va chercher à maîtriser et exploiter de telles ondes, notamment dans le domaine des télécommunications (fibres optiques, ...). Mathématiquement, l'étude des guides d'ondes nécessite une parfaite maîtrise de la théorie spectrale des opérateurs auto adjoints et numériquement elle fait appel à beaucoup d'ingrédients utilisés par ailleurs (conditions aux limites artificielles, équations intégrales, éléments finis, ...) mais aussi à des outils plus spécifiques (algorithmes de calcul de valeurs propres, résolution d'équations non linéaires, ...), autant d'aspects sur lesquels le projet a acquis une expertise internationalement reconnue.

Enfin, au delà de l'étude intrinsèque des guides d'ondes, il est fondamental, notamment pour les applications technologiques, d'être capable d'étudier leur interaction avec d'autres milieux de propagation (guides d'ondes débouchant sur des milieux ouverts, couplage de guides...), voire d'optimiser ces guides.

3.8 Résonances

Les fréquences de résonance constituent une notion qui est facilement accessible à l'intuition, mais délicate à définir proprement sur le plan mathématique surtout lorsqu'elles sont associées à des problèmes de propagation en milieu non borné (ce qui constitue le cas intéressant scientifiquement). Ces fréquences sont intimement liées au développement de la théorie du "scattering" (travaux de Lax et Phillips) : ce sont des nombres complexes qui apparaissent comme les pôles du prolongement méromorphe d'une famille d'opérateurs dépendant de la fréquence réelle ω (ces opérateurs sont encore appelés matrices de Scattering).

Physiquement, on appelle souvent fréquences de résonance, les fréquences pour lesquelles la réponse d'un milieu ou d'un objet soumis à une excitation périodique en temps présente

brutalement un maximum: on dit alors que le milieu (ou l'objet) rentre en résonance, phénomène auquel chacun est un jour ou l'autre confronté dans la vie courante. Le lien avec les pôles de résonance introduits plus haut est le suivant: ces fréquences physiques correspondent aux parties réelles des pôles, l'amplitude de la réponse étant, elle, directement reliée à la partie imaginaire des pôles (plus grande est celle-ci, plus faible est la réponse). On comprend alors l'importance pour les applications de la connaissance de ces pôles (détection radar, stabilité d'un navire soumis à la houle, instruments de musique, ...). En outre, les fréquences de résonance complexes permettent de décrire (à l'aide d'exponentielles complexes) le comportement aux temps longs de problèmes de propagation en milieu ouvert: elles sont donc potentiellement exploitables pour un calcul en transitoire.

Méthodologiquement, l'approche numérique des problèmes de résonances n'est pas sans point commun avec celle des problèmes d'ondes guidées mais présente des aspects très spécifiques, qui demandent de bien connaître la théorie des fonctions de la variable complexe, et des difficultés nouvelles (opérateurs non auto-adjoints, recherche de zéros dans le plan complexe, ...)

3.9 Ondes non linéaires

Si depuis toujours, les phénomènes non linéaires ont intéressé mathématiciens, physiciens et chimistes, ce n'est qu'assez récemment que des outils puissants d'analyse ont vu le jour et ont permis d'en mieux comprendre les effets. Dans le domaine des ondes, les non linéarités se rencontrent fréquemment. Citons par exemple, les solitons qui se propagent dans les canaux peu profonds sans se déformer sur des distances considérables ou encore les oscillations étranges de la concentration chimique dans les mélanges de bergobenzine de palladium. Les problèmes non linéaires jouent également un rôle important en Physique fondamentale et devraient être à la base des théories du futur. La construction de modèles numériques fiables et bien maîtrisés peut s'avérer très intéressante et contribuer à enrichir notre compréhension de leur comportement si souvent difficiles à appréhender par manque de solutions analytiques. Le modèle numérique devient alors un instrument de laboratoire virtuel qui permet d'expérimenter et d'explorer les potentialités des systèmes d'équations et de voir leur adéquation à la réalité. Ils peuvent également servir à l'inspiration des théoriciens en les guidant quant aux types de résultats susceptibles d'être démontrés.

3.10 Calcul parallèle

Comme dans beaucoup d'autres disciplines du Calcul Scientifique, il est naturel de chercher à exploiter pour la résolution des problèmes d'ondes les possibilités offertes par les outils du calcul parallèle. Dans certains cas, la parallélisation se fait de façon naturelle (parallélisation sur les fréquences, sur les sources, ...). Dans d'autres cas, nous pensons surtout aux schémas explicites pour les simulations transitoires, cette parallélisation ne pose pas de problème conceptuel mais nécessite une utilisation optimale et astucieuse de l'outil informatique. Dans d'autres cas enfin, nous pensons ici notamment aux problèmes de grande taille posés dans le domaine fréquentiel, il faut développer de nouvelles techniques de Calcul Scientifique. Parmi ces techniques, les méthodes de décomposition de domaine, déjà largement utilisées dans d'autres domaines de la physique, occupent une place privilégiée. Toutefois, les méthodes

classiques, qui s'appliquent essentiellement aux problèmes dits coercifs, ne s'appliquent pas directement aux modèles de propagation en fréquence type Helmholtz. C'est la raison pour laquelle le développement de méthodes de décomposition de domaine pour de tels modèles constitue un champ de recherches à part entière.

4 Domaines d'applications

Nous avons choisi de regrouper les différents domaines d'application de nos travaux suivant les principaux types d'onde concernés.

4.1 Ondes acoustiques

Ces ondes se propagent en milieu fluide et sont le support de la propagation du son. On cherche à calculer une distribution de pression.

Acoustique musicale Une application particulièrement séduisante des modèles numériques de propagation d'ondes est la simulation sur ordinateur d'instruments de musique. Le but poursuivi est alors double : aider à une meilleure compréhension du fonctionnement de ces instruments mais aussi aider à la facture d'instruments nouveaux. Dans la pratique, une modélisation réaliste de ces instruments conduit à étudier en fait des problèmes d'interaction fluide-structure, c'est-à-dire l'interaction entre une onde acoustique et une structure vibrante telle une membrane, une plaque ou une coque.

Acoustique sous-marine L'acoustique sous-marine a pour objet l'étude et l'utilisation de modèles mathématiques décrivant la propagation des ondes acoustiques dans la mer. La propagation des ondes dépend des caractéristiques physiques locales du milieu pouvant évoluer au cours du temps. Les résultats des recherches dans ce domaine ont des applications directes en océanographie, biologie marine, géophysique.

4.2 Ondes élastiques

Ces ondes se propagent dans les solides. L'inconnue est la distribution du champ des déplacements dans le solide.

Géophysique La géophysique s'intéresse à la propagation des ondes dans le sous-sol (éventuellement en milieu marin). Ces ondes interviennent bien sûr dans des phénomènes naturels comme les séismes mais elles sont aussi utilisées à des fins industrielles essentiellement par l'industrie du pétrole qui a développé les méthodes de prospection pétrolière par la sismique. Ces méthodes constituent un vaste champ d'application pour les méthodes numériques. Se posent également des problèmes de modélisation fine destinée à prendre en compte l'influence d'éléments tels que la présence de puits, d'outils d'acquisition des données, modélisation des sources, ...

Bien entendu, les outils de modélisation sont surtout dans ce contexte un outil nécessaire pour mener à bien l'identification du sous-sol (problème inverse), raison pour laquelle la géophysique est notre principal thème de collaboration avec le projet Estime.

Contrôle non destructif Une autre application très répandue des ondes élastiques est le contrôle non destructif: le but est par exemple de détecter la présence d'un défaut dans une pièce métallique (typiquement une fissure) sans avoir à casser celle-ci. On utilise alors des ondes ultra-sonores dont on mesure l'écho à la surface de la pièce. Un champ d'applications privilégié de telles méthodes est le contrôle des centrales nucléaires.

4.3 Ondes électromagnétiques

Ces ondes n'ont pas besoin de support matériel pour se propager. Les inconnues du problème sont essentiellement le champ électrique et le champ magnétique.

Furtivité radar Les ondes électromagnétiques sont très utilisées pour la détection d'objets volants, le plus souvent pour des applications militaires. Les problèmes de calcul numérique qui se posent sont de deux natures :

- Comment calculer la réponse d'un objet à une onde incidente?
- Comment rendre cet objet furtif?

Le thème furtivité fait notamment appel à la modélisation de nouveaux matériaux absorbants (anisotropes, chiraux, non linéaires, ...)

Antennes Les antennes sont une des technologies de base pour la communication à longue distance par ondes électromagnétiques. Elles sont utilisées pour émettre, diriger, réfléchir les ondes. Le calcul des antennes pose notamment des difficultés liées à leur géométrie très complexe (antennes plaquées, éléments filaires, ...)

Optique Les ondes électromagnétiques sont également largement utilisées en télécommunications pour transmettre de l'information par support optique (fibres optiques, optique intégrée). La technologie pour la conception de guides d'ondes optiques est très pointue et fait très largement appel à des matériaux nouveaux tels que les supraconducteurs. Le besoin en méthodes numériques dans ce domaine est croissant.

4.4 Ondes de gravité

Il s'agit des ondes liées à la propagation de la houle. Les modèles utilisés sont dérivés de la mécanique des fluides. Les applications concernent prioritairement l'industrie maritime notamment pour tout ce qui concerne les problèmes de stabilité des navires, de tenue à la mer, de résistance de vagues, ...

4.5 Ondes et corpuscules

On s'intéresse ici à des questions de base sur la nature ondulatoire et corpusculaire de la matière en Physique fondamentale. Il s'agit de concevoir des modèles d'ondes non linéaires et d'étudier le comportement asymptotique aux temps longs de leurs solutions. L'idée est d'interpréter les états limites ou stationnaires comme des particules. Dans ce cadre, la nature corpusculaire de la matière apparaît comme un horizon asymptotiquement atteint loin de toute interaction. L'état asymptotique est alors défini par les quantités classiques en mécanique quantique (énergie, moment cinétique et spin). La nature ondulatoire est quant-à-elle fondamentale pour décrire la phénoménologie des chocs et des interactions entre particules.

5 Logiciels

5.1 Code de calcul pour la diffraction

Participants : Alexandre Elmkies, Patrick Joly, Marc Lenoir, Daniel Martin.

Mots clés : diffraction, élément fini, équation intégrale.

Le code MELINA

L'approximation numérique d'équations aux dérivées partielles issues de la mécanique fait, depuis toujours, partie des objectifs du projet. L'expérience des premières années a permis d'appréhender la difficulté à mettre en œuvre les algorithmes issus de nos travaux: gaspillage de temps pour des chercheurs plus à l'aise avec les études théoriques, duplication des travaux et des programmes, perte d'information lors du départ du chercheur, qualité logicielle douteuse qui rend problématique le transfert de programmes vers l'industrie. Les méthodes développées au sein du projet présentant de plus des spécificités tout à fait originales, il est apparu nécessaire de créer un outil logiciel efficace qui puisse servir de cadre à la plupart de nos futurs développements informatiques.

C'est ainsi qu'est né le code MELINA, destiné à la mise en œuvre de la méthode des éléments finis et à la résolution des problèmes de diffraction. Il ne s'agit pas de rivaliser avec l'ergonomie des meilleurs codes industriels, mais d'obtenir une souplesse d'utilisation qui ne présume ni du problème à résoudre ni de l'algorithme utilisé.

Le code MELINA et les applications qui en découlent permettent maintenant de résoudre un nombre important de problèmes de propagation d'ondes, en particulier dans les domaines de l'hydrodynamique navale, de l'acoustique et l'électromagnétisme. Une collaboration avec la société SIMULOG a été mise sur pied pour promouvoir le développement d'applications industrielles et la diffusion du code, en particulier dans le domaine de l'électromagnétisme. Des perspectives nouvelles s'ouvrent dans le cadre du projet commun, des méthodes numériques complémentaires ou alternatives ayant été développées par les deux partenaires; promouvoir la synergie, rassembler le savoir-faire des deux équipes constitue une remarquable opportunité de mettre au point et de diffuser des codes de calcul efficaces témoignant de la qualité et de l'originalité de nos travaux dans le domaine numérique.

Présentation

- Le code MELINA est une bibliothèque de procédures pour la résolution de problèmes aux limites par la méthode des éléments finis. Il comporte des modules adaptés à la résolution de problèmes extérieurs, dont la modélisation reste l'un des objectifs majeurs du laboratoire. Il s'agit essentiellement d'un code de recherche qui fournit un ensemble d'outils aisément manipulables pour écrire rapidement des applications destinées au traitement numérique de problèmes aux limites ou à la mise au point d'algorithmes.
- La résolution d'un nouveau problème aux limites ou la mise en œuvre d'un nouvel algorithme de résolution peut, en général, être implémentée en rédigeant un programme principal à partir de la formulation variationnelle et de quelques procédures spécifiques. Les aspects informatiques les plus délicats, qui sont liés à l'occupation de la mémoire centrale, à l'assemblage des divers termes et à leur mode de rangement, sont pris en compte de façon automatique par le programme et ne sont donc plus à la charge du concepteur de l'application.
- Tous les '*objets*' (il s'agit par exemple des domaines sur lesquels sont calculées les intégrales apparaissant dans la formulation variationnelle, ou des termes matriciels ou vectoriels représentant ces intégrales, ou encore des constantes, etc ...) manipulés par les procédures constituant le programme principal, sont définis par des *noms*. Ces noms sont le lien entre les structures de données du code et l'utilisateur qui n'a donc pas à se soucier de leur représentation interne (en particulier, la gestion des types et des adresses est assurée de manière transparente par la librairie d'allocation dynamique).
- Les données du code, qui permettent la description simple des *objets* manipulés par le code, sont introduites sous forme de '*phrases*'. Ces phrases sont construites en utilisant un vocabulaire de mots-clés restreint et les mnémoniques (noms propres) définis par le développeur de l'application pour désigner les *objets* qui apparaissent dans la formulation du problème.
- Les opérations à effectuer sur ces *objets* sont des macro-opérations réalisées à l'aide de procédures dites de *haut niveau*, telles le calcul des termes matriciels, leur assemblage, la prise en compte de conditions essentielles, la résolution d'un système linéaire, etc ...
- Le code contient des procédures pour la résolution de problèmes aux limites extérieurs (c'est-à-dire posés sur un domaine non borné), par exemple les phénomènes de propagation d'ondes (de gravité en hydrodynamique navale, acoustiques ou électromagnétiques, etc ...) Les méthodes de résolution accessibles dans le code pour de tels problèmes sont la méthode de *couplage entre éléments finis et représentation intégrale* et la méthode des *éléments finis localisés*.

6 Résultats nouveaux

6.1 Éléments finis d'arête et condensation de masse pour les équations de Maxwell en maillage triangulaire et tétraédrique

Participants : Christine Poirier, Patrick Joly.

Mots clés : élément fini d'arête, équation de Maxwell, condensation de masse, milieu anisotrope.

Résumé : *Construction et implémentation de nouvelles familles d'éléments finis d'arête d'ordre élevé avec condensation de masse pour les équations de Maxwell.*

Dans la continuation de la thèse d'A. Elmkies, nous avons poursuivi nos recherches sur les éléments finis d'arête permettant la condensation de la matrice de masse issue de la discrétisation des équations de Maxwell sur maillage triangulaire ou tétraédrique. Nos principaux résultats dans cette direction ont été présentés à un Workshop sur ce thème à l'Université de Rostock. Les développements effectués dans le cas bi-dimensionnel s'étant avérés très prometteurs, nous avons concentré nos efforts sur le cas tridimensionnel et plus particulièrement sur les éléments du second ordre. Nous avons démontré que tant la première famille des éléments d'arête de Nédélec (1980) que la seconde famille (1986 - appelés aussi éléments de Mur-Nédélec) étaient incompatibles avec la condensation de masse. Dans le premier cas, ceci est dû à l'impossibilité de reconstruire l'intégralité d'un champ de vecteurs en un point à l'aide de degrés de liberté locaux associés au même point : l'utilisation de formules de quadrature est alors inopérante. Dans le second cas, ceci est dû à l'absence d'une formule de quadrature suffisamment précise qui soit à poids positifs : on aboutit alors à une méthode instable après discrétisation en temps. Le nouvel élément que nous proposons contourne ces deux difficultés. Il possède en outre l'avantage d'être relativement peu coûteux : il y a 24 degrés de liberté par tétraèdre contre 20 pour l'élément Nédélec-1980 et 30 pour l'élément Nédélec-1986. Les fonctions de base de cet élément ont été explicitées en fonction des coordonnées barycentriques du tétraèdre. Un code de résolution sur maillage non structuré est en cours d'implémentation.

6.2 Equations de Maxwell et singularités

Participants : Christophe Hazard, Stéphanie Lohrengel.

Régime harmonique Les techniques les plus fréquemment employées pour résoudre les équations de l'électromagnétisme en régime harmonique utilisent des éléments finis très particuliers (éléments d'arêtes). On peut aussi chercher à utiliser des éléments finis standards (Lagrange), grâce à une nouvelle formulation du problème (équivalente à la formulation classique) obtenue en "régularisant" les équations de Maxwell. Cependant, lorsque le milieu de propagation possède des singularités géométriques (coins, arêtes, etc.), le champ électromagnétique peut présenter un comportement singulier. La faille de la technique de "régularisation" provient du fait que les éléments finis habituels ne permettent pas d'approcher un tel comportement. Ce constat est le point de départ de la thèse de S. Lohrengel (soutenue en Décembre 1998).

L'idée consiste simplement à décomposer le champ électromagnétique en deux parties: une partie *régulière*, dont l'approximation numérique peut être obtenue par une discrétisation standard des équations de Maxwell régularisées, et une partie *singulière* qui sera traitée de façon explicite. Encore faut-il connaître *a priori* la nature du comportement singulier du champ électromagnétique au voisinage des arêtes et des coins!

Cette idée nous a conduits à développer une *méthode de champs singuliers* dont la mise en œuvre numérique (implémentée dans le cas bidimensionnel sur le code MELINA) revient à résoudre un problème couplé entre les parties *régulière* et *singulière* du champ électromagnétique. Des calculs numériques ont été réalisés à l'aide du code MELINA.

Régime transitoire. Ce travail fait l'objet d'une collaboration avec Franck Assous et Jacques Segré du CEA; le thème principal en est la résolution des équations de Maxwell transitoires dans un domaine borné non convexe Ω bidimensionnel ou tridimensionnel. Le but final est semblable à celui du paragraphe précédent: il s'agit de résoudre numériquement ces équations à l'aide d'une méthode conforme dans l'espace $H^1(\Omega)$, en vue d'utiliser l'Elément Fini de type Lagrange P^1 . Outre la facilité de mise en œuvre, les champs calculés sont continus, ce qui permet de coupler la méthode retenue à une méthode particulière, pour résoudre le système d'équations de Vlasov-Maxwell. Là encore, la difficulté réside dans la détermination de champs singuliers approchés lorsque le domaine n'est pas convexe.

Lorsque Ω est bidimensionnel, le problème peut aujourd'hui être considéré comme résolu, tant d'un point de vue théorique que d'un point de vue numérique. En effet, à l'aide d'une décomposition orthogonale de l'espace des solutions en champs réguliers et champs singuliers, on constate que le sous-espace singulier est toujours de dimension finie. A partir de là, le problème se résume à calculer une base approchée, puis à adapter les codes de calcul existants. Ce résultat reste valable lorsque le domaine Ω (et les données du problème) sont axisymétriques. Lorsque Ω est un polyèdre tridimensionnel, les études théoriques sont prometteuses [6]. Le problème, dans ce cas, est de réussir à calculer une approximation de la partie singulière de la solution; en effet, le sous-espace singulier est cette fois de dimension infinie. Des études visant à utiliser une méthode de type Galerkin, et reprenant les démarches algorithmique et numérique du cas bidimensionnel, sont en cours.

6.3 Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Mots clés : élément fini d'arête, équation de l'acoustique, équation de l'élastodynamique, condensation de masse, milieu anisotrope, couches absorbantes, ondes sismiques.

Résumé : *Construction et implémentation d'éléments finis mixtes d'ordre élevé avec condensation de masse pour les équations de l'acoustique et de l'élastodynamique.*

G. Cohen, en collaboration avec S. Fauqueux dans le cadre de son stage de DEA, a poursuivi l'étude des éléments finis mixtes $H^1 - L^2$ avec condensation de masse, commencée l'année dernière avec S. Sonnenberg, pour les équations d'ondes. Cette méthode peut modéliser des géométries complexes et des milieux anisotropes pour le même coût. Dans un premier temps, on a mené l'étude de la dispersion numérique de telles méthodes dans le cadre de l'acoustique pour des maillages déformés périodiques en éléments Q_3 . Cette étude a abouti à la démonstration d'un théorème d'équivalence entre l'approximation par cette méthode et une méthode d'éléments finis de type Lagrange pour l'équation des ondes. Ce théorème a été étendu aux équations de l'élastodynamique qui ont été reformulées pour entrer dans son cadre. Puis, une comparaison numérique de la précision et du temps de calcul a été faite sur l'équation des ondes pour les éléments finis mixtes et ceux de type Lagrange pour les éléments Q_3 et Q_5 . Cette comparaison a montré un gain de temps calcul et de stockage substantiel réalisé par les éléments finis mixtes sur les éléments finis de type Lagrange. Une évaluation du nombre d'opérations et du stockage pour l'acoustique et l'élastodynamique en dimensions 2 et 3 montre que, si k désigne l'ordre de la méthode, le gain en temps croît en $O(k)$ en dimension 2 et en $O(k^2)$ en dimension 3 alors que le gain en stockage croît en $O(k^2)$ en dimension 2 et en $O(k^3)$ en dimension 3. Ainsi, pour les éléments Q_5 en dimension 3, le stockage est divisé par 10 et le temps de calcul par plus de 8! Enfin, le stage de DEA de S. Fauqueux a été prolongé par un contrat de 4 mois avec l'IFP dont l'objet était de traiter un modèle de géophysique "réaliste". Dans le cadre de ce stage, S. Fauqueux a implémenté des couches absorbantes en milieu hétérogène et a traité des données géophysiques avec topographie fournies par l'IFP. Les premiers résultats sont très encourageants. Ce contrat devrait être prolongé par une bourse CIFRE dans le cadre de laquelle S. Fauqueux poursuivrait une thèse sur ce sujet.

6.4 Schémas symétriques d'ordre élevé en temps pour l'équation des ondes

Participants : Gary Cohen, Jérôme Roy.

Mots clés : équations des ondes, schémas en temps.

Résumé : *Étude de schémas symétriques d'ordre élevé en temps pour l'équation des ondes approchée par des méthodes d'éléments finis d'ordre élevé en espace.*

Les schémas aux différences finies centrés (voire décentrés) en temps d'ordre supérieur ou égal à 4 étant inconditionnellement instables, il faut trouver de nouveaux schémas d'ordre élevé en temps pour l'équation des ondes. Une première approche est celle de l'équation modifiée dont le principe est de remplacer les dérivées d'ordre supérieur dans le développement limité de l'approximation du terme en temps de l'équation des ondes par des dérivées en espace obtenues grâce à l'équation des ondes. Malheureusement, lorsque l'on veut modéliser des milieux infinis au moyen de couches absorbantes, une telle approche introduit une matrice de masse dans ces couches pour des approximations par éléments finis. Ce phénomène est gênant lorsque l'on fait de la condensation de masse.

Dans le cadre de son stage de deuxième année du CUST, J. Roy a étudié, sous la direction de G. Cohen, le comportement de schémas symétriques d'ordre élevé en temps pour l'équation des ondes formulée sous forme de système. Ces schémas, proposés par P. Chartier and J. Erhel du projet Aladin, avaient pour but de pouvoir modéliser des milieux infinis au moyen de couches absorbantes sans introduire de matrice de masse dans ces couches. Les premiers résultats obtenus n'ont pas été satisfaisants mais d'autres schémas de ce type sont en cours d'étude.

6.5 Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré

Participants : Eliane Bécache, Francis Collino, Patrick Joly, Chrysoula Tsogka.

Mots clés : élément fini mixte, élastodynamique, fissure.

Nous avons poursuivi nos travaux sur la diffraction d'une onde élastique par une fissure. Rappelons que pour prendre en compte la fissure nous utilisons la méthode des domaines fictifs qui conduit à considérer la formulation vitesse-contraintes des équations de l'élastodynamique. Dans les travaux précédents, nous avons construit des nouveaux éléments finis mixtes (appelés $Q_{k+1}^{div} - Q_k$) permettant de faire la condensation de masse et donc d'obtenir des schémas en temps explicites.

Études théoriques. Nous nous sommes intéressés à deux types d'analyse: une analyse de stabilité-dispersion en milieu isotrope homogène qui avait déjà été menée pour les schémas $Q_{k+1}^{div} - Q_k$, $k = 0, 1, 2$ en dimension 2 (voir rapports d'activité 98 et 97) et une analyse d'erreur de type éléments finis.

L'analyse d'erreur de type éléments finis a d'abord été menée sur un modèle simplifié d'ondes anisotropes scalaire et a fait l'objet d'un article (à paraître dans SIAM J. of Num. Anal.).

Le cas élastique contient une difficulté supplémentaire par rapport au cas scalaire, due à la prise en compte de la symétrie du tenseur des contraintes. Comme nous l'avons expliqué dans le rapport 98, nous n'avons pu appliquer la théorie développée dans le cas scalaire pour obtenir des estimations d'erreur. Nous avons donc développé une nouvelle théorie abstraite applicable au cas élastique en modifiant légèrement les hypothèses de la théorie précédente. La vérification de ces hypothèses dans le cas du nouvel élément $Q_{k+1}^{div} - Q_k$ s'est avérée délicate (en particulier pour l'élément d'ordre le plus bas!): elle repose sur des techniques de macro-éléments. La présentation de ces éléments et leur analyse a donné lieu à un rapport de recherche [35] (soumis pour publication à SIAM J. of Num. Anal.).

Les études de stabilité-dispersion en milieu homogène isotrope, précédemment menées en dimension 2, ont été étendues au cas tridimensionnel, ce qui constitue une première à notre connaissance. Ces études permettent notamment de comparer la précision de notre méthode à celle des méthodes plus classiques (différences finies, éléments finis Q_1).

L'ensemble de ces contributions a été regroupé dans la thèse de Chrysoula Tsogka (soutenance le 7 Décembre 1999).

Développements Numériques. Nous avons implémenté le schéma $Q_1^{div} - Q_0$ dans des milieux 3D hétérogènes anisotropes comportant des fissures en les associant à l'utilisation de couches absorbantes parfaitement adaptées (PML). Les résultats de ce code ont été comparés avec ceux produits par une méthode de potentiels retardés sur le cas modèle de la diffraction d'une onde plane par une fissure plane circulaire dans un milieu homogène isotrope. Ces résultats sont très satisfaisants. Nous avons enfin réalisé un film sur la propagation des ondes élastiques en milieu anisotrope 3D (homogène) ainsi que sur leur diffraction par une fissure (voir figure 1).

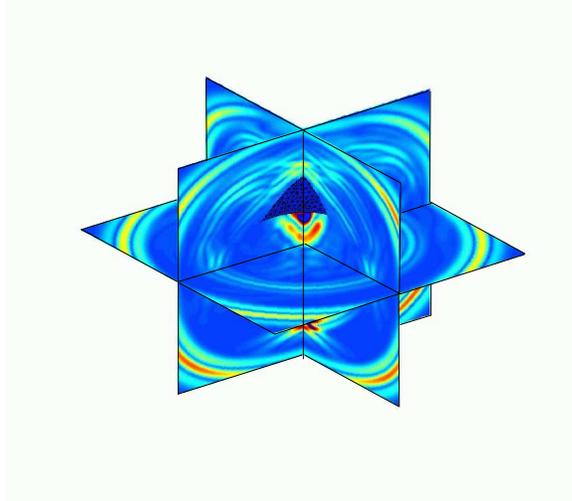


FIG. 1: *Diffraction par une fissure en milieu anisotrope 3D*

6.6 Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile

Participants : Eliane Bécache, Francis Collino, Patrick Joly, Adel Ben Haj Yedder, Alexander Kometch.

Nous nous intéressons à la diffraction d'une onde par un obstacle mobile. L'obstacle se déplace à une vitesse inférieure (qui peut être assez proche) à celle de l'onde: le problème aux limites est alors bien posé. Une application possible est la détection de l'hélice d'un sous-marin par une onde sonore par exemple. Dans un premier temps, on considère comme exemple modèle l'équation des ondes acoustiques, on notera u la solution. On suppose que l'obstacle est un solide indéformable sur lequel est posée une condition aux limites de Dirichlet, $u|_{\Gamma} = 0$. Ce problème modèle pose des questions nouvelles très intéressantes tant sur le plan numérique que sur le plan mathématique.

Développements numériques. Du point de vue de la résolution numérique, nous avons choisi d'adapter la méthode des domaines fictifs qui semble particulièrement intéressante pour ce problème. En effet, rappelons que cette méthode consiste à prolonger la solution dans un

domaine de géométrie simple (typiquement un rectangle en 2D) et à prendre en compte la condition aux limites sur l'obstacle de façon faible en introduisant un multiplicateur de Lagrange λ défini sur la frontière de l'obstacle. On a alors à chercher le couple (u, λ) , où on note toujours u la solution dans le domaine rectangulaire. Cette méthode présente donc l'avantage de poser le problème dans un domaine simple dont le maillage est indépendant de celui du bord de l'obstacle. Le mouvement de l'obstacle ne concerne que le maillage du bord de l'obstacle qui est relativement petit devant celui du domaine. Pour la semi-discrétisation en espace de ce problème, on utilise des éléments finis P_1 . Lorsque l'obstacle est fixe, il est très facile d'obtenir un schéma "découplé" en u et λ c'est-à-dire un schéma en temps explicite en u , où le multiplicateur apparaît comme un terme source de l'équation des ondes discrétisée dans le domaine rectangulaire et une équation sur le multiplicateur λ en fonction de u qui permet de le réactualiser à chaque itération (du type $M_\Gamma \lambda^n = C u^n$). Le schéma est quasi-explicite, dans la mesure où le système à résoudre pour déterminer λ^n a comme taille le nombre de degrés de liberté sur la frontière, qui est négligeable par rapport à la dimension du problème. Lorsque l'obstacle est mobile, il est moins immédiat, mais néanmoins possible moyennant une discrétisation en temps adéquate de la condition au bord, d'obtenir une équation simple sur le multiplicateur, ce qui nous a permis de proposer un schéma quasi-explicite pour la résolution. Cependant l'argument, classique dans le cas d'un obstacle fixe, permettant d'affirmer que la condition de stabilité du schéma est la même que celle du problème sans obstacle ne marche plus immédiatement dans le cas d'un obstacle mobile: la stabilité de cette méthode reste donc pour l'instant une question ouverte. Cette méthode a été implémentée par A. Ben Haj Yedder dans le cadre de son stage de DEA. Elle fournit des résultats très spectaculaires. Nous avons choisi de représenter sur la Figure 2 un exemple de diffraction d'une onde harmonique sur un obstacle infiniment mince (fissure) en rotation. Des phénomènes nouveaux (par rapport au cas d'un obstacle fixe) ont pu être observés : on peut notamment remarquer sur l'onde diffractée une sorte de mouvement en spirale. Pour ce type de simulations, il est crucial d'observer l'évolution au cours du temps de l'onde: un film est actuellement en préparation sur ce sujet.

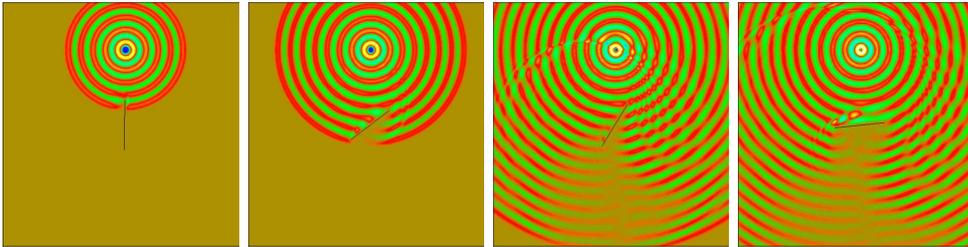


FIG. 2: *Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile*

Développements théoriques. Bien que ce problème ait déjà fait l'objet d'un certain nombre d'études théoriques (Cooper, Petkov, Strauss, ...), il reste des questions ouvertes sur lesquelles nous nous penchons actuellement, notamment en ce qui concerne le comportement asymptotique de la solution (pour t grand). Nous nous concentrons plus particulièrement sur le cas où l'obstacle est un solide en rotation uniforme de vitesse angulaire Ω .

La première question concerne le problème de Cauchy et se formule ainsi: l'énergie de la solution reste-t-elle bornée au cours du temps? Dans le cas où l'obstacle peut être animé d'un mouvement quelconque, il existe dans la littérature des exemples pour lesquels la réponse est négative: on peut même avoir croissance exponentielle de l'énergie. Notre conjecture est que, dans le cas d'un obstacle en rotation uniforme, l'énergie de la solution reste bornée quelle que soit la géométrie de l'obstacle. Cette conjecture s'appuie sur des constatations numériques mais surtout sur l'observation simple que si on considère le cas d'un obstacle en rotation uniforme à l'intérieur d'une cavité circulaire "suffisamment petite" (en l'occurrence de rayon R tel que $\Omega R/c < 1$, c désignant la vitesse de propagation des ondes) centrée sur l'axe de rotation de l'obstacle, alors l'énergie de la solution du problème de Cauchy est bornée. Ce résultat s'obtient très facilement moyennant une identité d'énergie non classique obtenue en écrivant l'équation de propagation dans un repère tournant. Malheureusement l'extension de ce résultat au problème extérieur qui nous intéresse est paradoxalement plus difficile: seule une borne de type exponentiel sur la croissance de l'énergie peut être aisément obtenue. Le problème est que l'équation de propagation en domaine tournant change de type à travers le cercle de rayon c/Ω !

La deuxième question, connexe, concerne le cas de la diffraction d'une onde incidente harmonique de fréquence $\omega > 0$:

- Peut-on dans ce cas décrire le comportement asymptotique en temps long de l'onde diffractée?
- Si oui, existe-t-il une équation de "type Helmholtz" permettant de décrire ce comportement asymptotique?

Une réponse formelle peut-être donnée à cette question. Elle passe par l'étude de l'équation de propagation dans le repère mobile. On travaille avec une équation modifiée mais dans un domaine fixe ce qui autorise l'usage de la transformation de Fourier Laplace en temps. On peut alors développer une théorie de type "Ondes de Bloch" dans la variable temps et prédire un comportement quasi-périodique en temps du type $u(x, t) \sim u_\infty(x, t, \omega) \exp(i\omega t)$ où $u_\infty(x, t, \omega)$ est périodique en temps de période $T = 1/\Omega$. Chacun des coefficients de Fourier $u_\infty^n(x, \omega)$ satisfait une équation de type Helmholtz de fréquence $\omega - n\Omega$. Toutefois, la théorie de ces équations de Helmholtz apparaît très délicate. Cette équation change de type:

- Elle est elliptique dans la région $\Omega R/c < 1$ et hyperbolique dans la région $\Omega R/c > 1$.
- Dans la région hyperbolique, les caractéristiques sont des spirales.

En conséquence, la condition de radiation naturelle ne produit pas de flux d'énergie d'un signe déterminé comme c'est le cas des conditions de radiation usuelles. Mieux, si on prolonge cette équation aux fréquences ω complexes, on ne sait pas déterminer si elle ne devient pas singulière pour certaines fréquences dans le demi plan $\text{Im}(\omega) > 0$. C'est le problème de la localisation des résonances, directement lié à la croissance (ou non) de l'énergie du problème de Cauchy.

6.7 Acoustique en présence d'écoulement

Participants : Anne-Sophie Bonnet-BenDhia, Gary Cohen, Patrick Joly, Eric Lunéville, Jérôme Métral.

Ce sujet nouveau est développé dans le cadre d'une collaboration avec V. Pagneux, du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans, et Olivier Vacus (Dassault-Aviation) (plus spécifiquement pour les problèmes en régime transitoire).

Problèmes en régime harmonique. L'étude des pots d'échappement pose le problème de la prise en compte de l'influence d'un écoulement de gaz sur une onde acoustique. Nous nous sommes intéressés au problème de la diffraction acoustique par une plaque rigide plane située dans un écoulement uniforme. Ce problème pose des questions théoriques délicates, étroitement liées à des questions de modélisation, concernant le comportement du champ de pression aux deux extrémités de la plaque. Nous avons prouvé l'existence d'une solution vérifiant une condition de type *Kutta* au bord de fuite. Jean-François Mercier cherche actuellement à justifier cette modélisation.

Problèmes en régime transitoire. Dans l'optique de l'application aux problèmes d'Aéroacoustique, nous nous sommes intéressés à l'approximation numérique des équations d'Euler linéarisées autour d'un écoulement laminaire stationnaire subsonique (stage de DEA de J. Métral, financé par Dassault-Aviation). Le but poursuivi est de concevoir un schéma numérique qui retombe sur le schéma saute-mouton classique lorsque le fluide est au repos. Nous avons proposé un schéma semi-implicite (i.e., implicite pour les termes de convection), qui a la particularité que la condition de stabilité n'est pas affectée par l'écoulement. Ce schéma donne de bons résultats bien que la dispersion numérique devienne de plus en plus importante lorsque le nombre de Mach augmente (ce qui semble plus inhérent au problème qu'à la nature du schéma). J. Métral s'est plus particulièrement intéressé à l'application des couches PML à ce type de modèle. Les couches PML standard donnant naissance à des instabilités, il a implémenté des modèles de couches régularisées développés en collaboration avec J.L. Lions et O. Vacus. Les résultats obtenus sont très satisfaisants.

6.8 Raffinement de maillage pour une méthode de résolution des équations de Maxwell et de l'équation des ondes

Participants : Francis Collino, Thierry Fouquet, Patrick Joly.

Mots clés : raffinement de maillage, FDTD, stabilité, précision.

Résumé : *Étude théorique et numérique du raffinement de maillage en différences finies pour la résolution de l'équation des ondes et des équations de Maxwell.*

Nous avons poursuivi les travaux entrepris sur le raffinement de maillage pour les équations de Maxwell, en étendant la méthode au modèle de résolution "Maxwell 3D".

Rappelons que notre méthode peut être formulée dans un cadre variationnel abstrait. Elle se rapproche en cela de la méthode dite des éléments joints et s'en distingue essentiellement au niveau de la discrétisation en temps : le point clé de notre approche consiste à gérer des pas de temps locaux via des conditions de transmission discrètes entre grilles qui assurent une conservation d'énergie discrète et par suite la stabilité de la méthode.

Le cadre général permet de mettre au point une méthode d'éléments finis en dimension 3 et de développer un code de calcul 3D, ce qui a constitué la majeure partie du travail cette année. Les difficultés sont essentiellement d'ordre technique et informatique. Toutefois, un choix

important et délicat est celui de l'espace d'approximation pour l'inconnue (en l'occurrence le courant surfacique) définie sur l'interface entre deux grilles, inconnue qui sert à définir les équations de raccord. Nous avons dans un premier temps opté pour un espace d'approximation non conforme, *a priori* moins coûteux. La méthode résultante s'est avérée inconsistante, sans que l'on sache encore très bien pourquoi d'un point de vue théorique. Un second choix d'approximation conforme, sur la base d'éléments finis mixtes à la Raviart-Thomas, a permis de résoudre le problème. Il a été implémenté et greffé sur un code de calcul du Centre d'études de Gramat puis validé sur plusieurs cas test. Les résultats obtenus sont plus que satisfaisants et nous amène à penser que la voie du raffinement de maillage ouvre des perspectives intéressantes pour résoudre des problèmes actuels.

Afin de valider la méthode, nous avons réalisé deux expériences. La première est une simulation en l'absence d'obstacle, afin de comparer l'erreur due au raffinement seul, à celle du schéma classique. Pour des discrétisations généralement utilisées, (environ 20 points par longueur d'onde), l'erreur due au raffinement est bien que d'ordre 1 négligeable devant l'erreur due au schéma classique sans raffinement qui elle est pourtant d'ordre 2.

Le second exemple est une simulation en présence d'un obstacle dont la géométrie provoque localement des singularités difficilement prises en compte avec un maillage grossier. Nous considérons un conducteur cubique creux avec une ouverture (une fenêtre) de taille petite devant la longueur d'onde λ du champ incident (Figure 3). Nous enregistrons ensuite les valeurs du champ électrique en un point à l'intérieur du cube, pour différentes discrétisations: une grille grossière (h), une grille grossière raffinée ($\frac{h}{2}$) autour de l'ouverture et une grille raffinée dans tout le domaine. La solution de référence est approchée en simulant avec une grille très fine. Les résultats sont présentés sur la Figure 4. Ils montrent pleinement l'utilité d'un raffinement de grille, puisque, en présence d'une grille fine, l'erreur due à la géométrie de l'obstacle est équivalente à l'erreur obtenue en raffinant tout le domaine. C'était, rappelons le, la motivation du raffinement de maillage.

6.9 Conditions aux limites absorbantes

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Stéphanie Lohrengel, Chrysoula Tsogka, Olivier Vacus.

Conditions absorbantes pour le système de l'élastodynamique. Nous avons finalisé une étude relativement ancienne sur la construction de conditions absorbantes d'ordre élevé pour les équations de l'élastodynamique linéaire en milieu isotrope. Ce modèle est un de ceux pour lesquels la question des conditions absorbantes d'ordre arbitraire restait mal résolue et soulevait de nombreuses questions ouvertes notamment en ce qui concerne la stabilité.

Nous avons réussi à proposer une nouvelle famille de conditions aux limites fondée sur une factorisation adéquate de l'opérateur de type Dirichlet-Neumann qui au champ de déplacement sur la frontière absorbante associe la contrainte normale. Cette factorisation amène à introduire de nouvelles inconnues vivant sur cette frontière, liées à la décomposition de la solution en ondes de pression (ondes P) et de cisaillement (ondes S); sans faire appel aux potentiels! Nos conditions ont les propriétés fondamentales suivantes:

- Elles sont toutes fortement stables au sens de Kreiss.

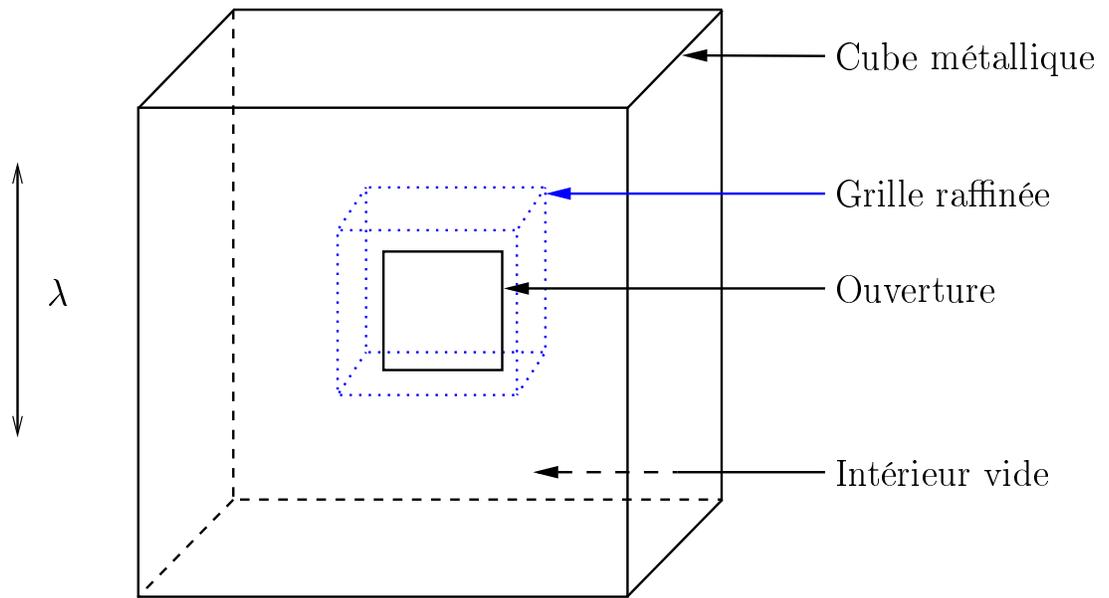


FIG. 3: schéma de l'expérience

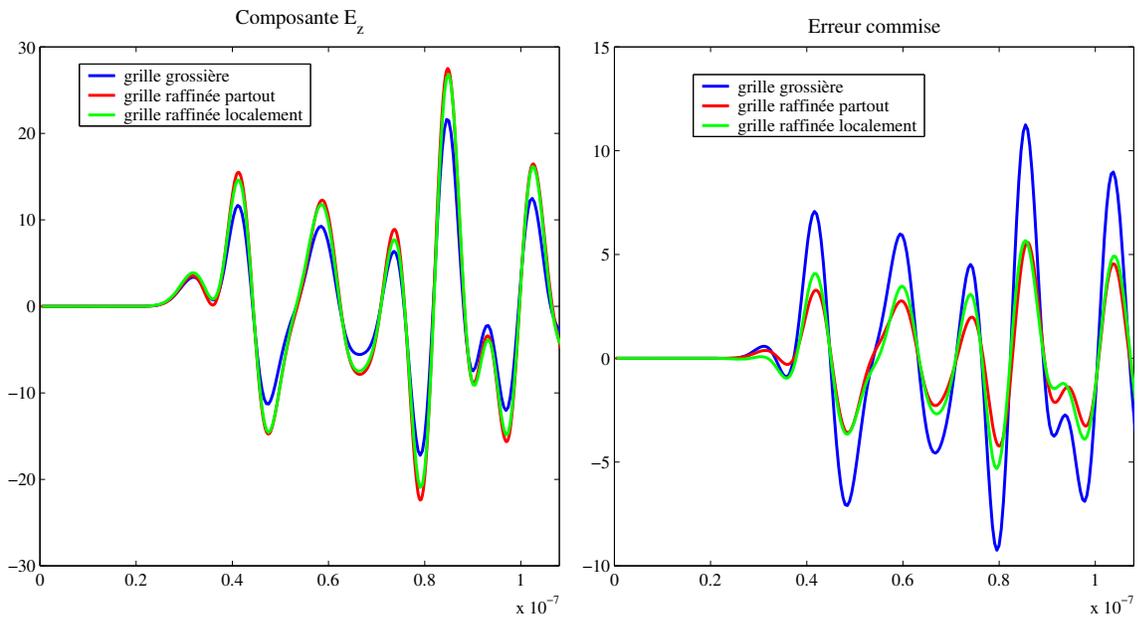


FIG. 4: résultats de l'expérience

- La frontière absorbante ne génère aucune conversion de mode.
- L’amplitude des réflexions coïncide avec celle que l’on obtient pour l’équation des ondes scalaire.
- Elles s’intègrent naturellement dans une formulation variationnelle.

La discrétisation en temps de ces conditions s’est avérée délicate. Les idées les plus naturelles mènent à des schémas instables. Pour stabiliser ces schémas, nous avons du avoir recours à un schéma semi-implicite au bord qui mène à résoudre à chaque pas de temps un système linéaire “localisé” sur le bord absorbant. Cette méthode donne d’excellents résultats (voir Figure 5).



FIG. 5: *Conditions absorbantes*

Conditions absorbantes et équation de Helmholtz. La théorie des conditions aux limites absorbantes est maintenant bien comprise dans le cas de l’équation des ondes en régime transitoire (Travaux de Kreiss, Engquist-Majda, Higdon, Ha Duong-Joly, ...). Ces conditions sont également couramment utilisées pour les problèmes en fréquence, c’est à dire couplées à l’équation de Helmholtz. Dans ce cas, la théorie des problèmes aux limites est beaucoup plus nébuleuse et seul, en fait, le cas de la condition du premier ordre (dite condition de radiation de Sommerfeld) était bien compris.

Nous avons levé une petite partie du voile en considérant le problème académique consistant à résoudre l’équation de Helmholtz dans un carré, en imposant la condition absorbante du second ordre sur chacun des quatre cotés et les conditions de coin (à la Bamberger-Joly-Roberts) appropriées.

Dans ce cas, on montre facilement que, moyennant un cadre fonctionnel adapté, ce problème relève de l’alternative de Fredholm. La difficulté est alors reportée dans la démonstration du résultat d’unicité. Celle-ci repose essentiellement sur des techniques d’énergie à la Ha Duong-Joly / Sheen. La preuve rigoureuse demande un examen attentif des singularités pouvant *a priori* apparaître aux coins du domaine rectangulaire.

Etude théorique des couches absorbantes PML. Nous nous sommes intéressés au caractère bien posé des couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) pour l’électromagnétisme. Cette question a été soulevée déjà notamment par Abarbanel et Gottlieb, dans un article où ils montrent que les équations de Maxwell écrites sous forme “splittées” (c’est-à-dire en utilisant la décomposition d’une des inconnues introduite par Bérenger) sont seulement faiblement

bien posées, c'est-à-dire qu'il y a perte de régularité de la solution par rapport aux données initiales. Or le système des PML apparaît comme une perturbation de ces équations "splittées" et on sait qu'une perturbation d'un problème seulement faiblement bien posé peut conduire à un problème mal posé, et les auteurs exhibent un exemple d'une telle perturbation. Cependant, cette perturbation n'est pas celle induite par les PML. On s'est alors demandé ce qui se passait pour la perturbation spécifique induite par les PML. Une étude spectrale du symbole de l'opérateur nous a permis de montrer que le problème perturbé reste faiblement bien posé et qu'on peut toujours avoir des estimations de la solution (avec perte d'un cran de régularité par rapport aux données initiales). Récemment, une formulation des PML sans splitting a été proposée par Zhao et Cangellaris. Cette formulation a l'avantage de conserver le même opérateur que dans les équations de Maxwell habituelles et d'introduire une inconnue supplémentaire. Numériquement, on voit bien sûr l'intérêt d'une telle formulation qui permet de garder la même structure de programme à l'intérieur du domaine et dans la couche. Un autre intérêt de cette formulation est que cette fois-ci elle peut s'exprimer comme une perturbation d'ordre zéro des équations de Maxwell qui elles sont fortement bien posées (voir Petropoulos, Zhao et Cangellaris) et donc le problème reste bien posé. Nous redémontrons ce résultat par des estimations d'énergie, qui nous fournissent en même temps des estimations de la solution en fonction des données initiales. Dans le cas particulier d'une couche PML homogène, nous arrivons également à montrer la décroissance d'une énergie (qui n'est pas l'énergie habituelle). Nous n'avons pas pour l'instant réussi à obtenir une décroissance d'énergie pour des couches hétérogènes. Ces résultats permettent d'obtenir de façon classique la stabilité du schéma de Yee dans la couche, sous une condition de type CFL.

6.10 Couches minces et ferromagnétisme

Participants : Patrick Joly, Houssein Haddar.

Mots clés : ferromagnétisme, électromagnétisme, équation de Maxwell, développement asymptotique, couche mince, condition équivalente.

Résumé : *Dérivation de conditions aux limites équivalentes afin de modéliser la diffraction d'une onde électromagnétique par un obstacle réfléchissant, couvert d'une fine couche de matériau ferromagnétique.*

Les matériaux ferromagnétiques possèdent une aimantation naturelle, qui interagit de manière non linéaire avec les ondes électromagnétiques (nous considérons ici le cas des matériaux saturés obéissant à la loi de Landau-Lifschitz-Gilbert). Cette interaction induit en particulier une dissipation de l'énergie de l'onde, et confère donc à ces matériaux la particularité d'être absorbants. Nous nous intéressons à leur utilisation en tant que revêtements furtifs. Dans ces cas, ils occupent généralement une couche de très faible épaisseur (comparée, par exemple, à la longueur de l'onde incidente). C'est pourquoi il semble intéressant (voire nécessaire), numériquement, de pouvoir représenter l'action de cette couche par une condition aux limites "approchée" de type absorbant.

L'étude du problème 1D est maintenant close par la justification rigoureuse, basée sur des estimations de stabilité de type énergie, de l'ordre d'approximation fourni par les conditions

équivalentes. Par ailleurs, nous avons également finaliser les points suivants des problèmes 2D et 3D :

- Dérivation formelle des conditions d'ordre 2 et 3 dans le cas d'une frontière courbe régulière et pour des données qui varient lentement dans la direction tangente. Un point délicat consiste à approcher les termes supplémentaires dûs à la géométrie de façon adéquate afin d'aboutir à une condition aux limites stable et variationnelle. Lorsque le matériau constituant le revêtement est linéaire (et non plus ferromagnétique), on a pu également établir une condition stable d'ordre 4 lorsque le bord est plan.
- Obtention des estimations de stabilité pour ces conditions.
- Dans le cas particulier où le matériau constituant le revêtement est un matériau linéaire et où la frontière est plane, on a pu obtenir des estimations d'erreur pour les conditions d'ordre 2, 3 et 4. La généralisation au cas des matériaux ferromagnétiques reste un problème ouvert.
- Conception de schémas numériques variationnels stables de type éléments finis, pour les nouveaux problèmes aux limites.
- Mise en œuvre numérique dans le cas 2D et pour une géométrie droite de la frontière de la condition d'ordre 2 et la condition d'ordre 3. Les résultats obtenus sont très convaincants (voir Figure 6).

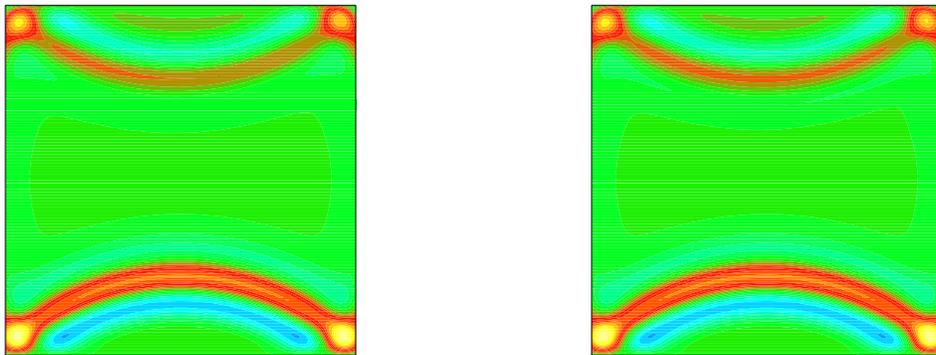


FIG. 6: *Comparaison entre la solution exacte et la solution obtenue en utilisant la condition d'ordre 3.*

Nous envisageons d'autre part la généralisation de nos résultats aux cas des couches à caractéristiques rapidement variables dans les directions parallèles à la surface de l'obstacle, de manière périodique. Des premiers résultats formels sur l'homogénéisation du système Maxwell-Landau-Lifschitz ont été obtenus.

6.11 Analyse modale de la propagation des ondes. Décomposition en fonctions propres généralisées

Participant : Christophe Hazard.

Le lien entre les régimes *transitoire* et *périodique* de la propagation des ondes est bien connu pour les problèmes de vibration de systèmes conservatifs: une onde transitoire peut être décomposée sous forme d'une somme discrète suivant les modes propres de vibration de ce système. Pour les problèmes de propagation d'ondes en domaine non borné, une telle décomposition peut encore être obtenue, mais cette fois sous forme d'une intégrale. Cette *décomposition en fonctions propres généralisées* permet notamment d'exhiber le comportement asymptotique à grandes distances d'une onde transitoire.

L'étude systématique de cette décomposition, qui joue le rôle d'une transformée de Fourier "généralisée", dans divers contextes (acoustique, électromagnétisme, ondes de surface) fait l'objet du rapport d'habilitation à diriger les recherches de C. Hazard.

6.12 Optique géométrique et solutions multivaluées d'équations d'Hamilton-Jacobi

Participants : Jean-David Benamou, Ian Solliec.

L'activité a été concentrée cette année sur le problème de la localisation précise des caustiques à l'aide de résolutions directes des équations d'Hamilton-Jacobi et sans utiliser de technique de lancer de rayons. En effet, bien que cette localisation soit facile le long des rayons, cette technique ne permet pas, en particulier en dimension 3, de garantir une résolution spatiale suffisamment uniforme des caustiques. Une représentation à l'aide de fonctions, solutions des équations d'Hamilton-Jacobi et d'équations de transport associées, permet de contrôler la résolution par l'intermédiaire de la discrétisation des équations. Divers problèmes de "pollution" liés à la nature même des caustiques rendent toutefois *a priori* impossible leur localisation par cette dernière approche.

Nous avons alors proposé [37] une méthode robuste basée sur un changement de variable en temps qui permet la localisation exacte des caustiques à l'aide d'un nouveau système d'équations aux dérivées partielles pour lesquelles la caustique devient un objet asymptotique en temps long. La discrétisation des équations reste à la discrétion de l'utilisateur et permet grâce à un changement de variable inverse en temps un raffinement adaptatif automatique au voisinage des caustiques.

La localisation numérique précise des caustiques associées aux équations d'Hamilton-Jacobi est un problème suffisamment général pour conférer à ce travail un intérêt intrinsèque. Cette technique va également permettre d'utiliser de façon efficace l'algorithme proposé dans [12] pour le calcul de solutions multivaluées des équations d'Hamilton-Jacobi. La localisation des caustiques est en effet un des outils essentiels pour la séparation des branches de ces solutions. Finalement l'idée de la méthode est d'une généralité suffisante pour permettre de penser qu'elle peut être adaptée et utilisée dans d'autres problèmes de frontière libre et de raffinement

adaptatif de maillage.

6.13 Limite semi-classique en fréquence de l'équation de Helmholtz

Participant : Jean-David Benamou.

L'utilisation de la transformée de Wigner permet, comme dans le cas de l'équation de Shrödinger (P.L. Lions et T. Paul), d'établir la limite semi-classique de l'équation de Helmholtz vers le système Hamiltonien des rayons lorsque la fréquence tend vers l'infini. Cette technique produit également une suite d'équations de type Liouville pour une densité qui est précisément la transformée de Wigner de la solution de l'équation de Helmholtz. Ce passage à la limite à été établi de manière rigoureuse dans un travail [36] en collaboration avec F. Castella (Université de Rennes), T. Katsaounis (FORTH, Crète) et B. Perthame (ENS-Ulm/M3N).

6.14 Modélisation numérique en acoustique musicale: étude de la timbale

Participants : Eliane Bécache, Francis Collino, Grégoire Derveaux, Patrick Joly, Leïla Rhaouti.

Mots clés : domaine fictif, non-linéarité, interaction fluide-structure, modèles de plaques, jonction, éléments finis, dynamique des structures.

Modélisation de la timbale. Leïla Rhaouti a soutenu sa thèse sur le sujet au mois de Juin. Les travaux effectués sur la modélisation de la timbale ont valu l'attribution du second Prix CRAY en Simulation Numérique à une équipe composée d'Antoine Chaigne (ENST), Francis Collino, Patrick Joly et Leïla Rhaouti.

Modélisation de la guitare. A la suite du travail de L. Rhaouti sur la modélisation numérique de la timbale, et toujours en collaboration avec le Groupe Acoustique de l'Ecole Supérieure des Télécommunications (A. Chaigne), nous nous intéressons à l'analyse des instruments à cordes, à commencer par la guitare. Ce travail s'inscrit dans le thème de recherche baptisé *synthèse sonore*, dont le but est de reproduire numériquement le son d'instruments de musique.

Le modèle général consiste en un couplage entre une ou plusieurs cordes avec la table supérieure de l'instrument par l'intermédiaire d'un chevalet, la table elle même étant couplée à une cavité d'air percée d'un trou ou d'ouïes. La question de l'excitation de la corde (pincée, frottée ou frappée) est, elle aussi, fondamentale pour la sonorité.

Dans un premier temps, une étude d'un modèle simple de couplage entre une corde et une plaque rectangulaire homogène et isotrope (dans le cadre des hypothèses de Kirchhoff-Love) a permis de déterminer un certain nombre de difficultés nouvelles par rapport à celles soulevées par le problème de la timbale, tout en évacuant dans un premier temps les problèmes inhérents aux modèles de plaques (orthotropie, géométrie, conditions aux limites). D'une part, la résolution numérique de l'équation de plaque impose d'utiliser des éléments finis d'ordre élevé, notamment parce que la présence d'un opérateur spatial d'ordre élevé induit une très forte dispersion. D'autre part, la condition de stabilité pour des schémas explicites est très contraignante; on obtient donc des temps de calculs plutôt longs. Un code C++ complet a

été implémenté (et ce fut l'occasion d'apprendre ce langage de programmation) pour tester divers schémas numériques (implicite, explicite, P1, P2). Une conclusion claire est qu'il vaut mieux utiliser des schémas explicites en temps (ce qui est *a priori* surprenant pour un problème qui est du second ordre en temps et du quatrième ordre en espace) et d'opter alors pour une discrétisation précise en espace (ce qui est naturel, compte tenu de la condition de stabilité).

Ensuite nous nous sommes intéressés à la modélisation de la table supérieure de l'instrument, qui semble être une difficulté essentielle de ce travail, tant sur le plan physique que numérique. Il faut prendre en compte l'orthotropie de la plaque, la présence de raidisseurs (baguettes de bois rigides collées sous la table de la guitare), sa forme et la présence du trou. Il existe une abondante littérature sur le sujet: modèles de plaque, justification mathématique de ces modèles par des méthodes asymptotiques, problèmes de jonction, techniques de résolution numérique, analyse modale.

Nous avons pour l'instant opté pour un modèle de Kirchoff-Love pour la table de la guitare, avec condition de bord encastré sur la partie externe de celle-ci et condition de bord libre au bord du trou circulaire qui la perce. Forts de l'expérience acquise sur le problème modèle de la plaque rectangulaire, nous avons ensuite poursuivi l'objectif d'aboutir à un schéma numérique explicite. Ceci ne pose pas de problème dans l'optique différences finies mais se révèle beaucoup plus délicat si on s'intéresse à une approche éléments finis qui paraît incontournable pour traiter correctement la géométrie de l'instrument mais surtout les conditions aux limites, en particulier les conditions de bord libre. Nous poursuivons actuellement une piste prometteuse qui est fondée sur une factorisation de l'opérateur spatial intervenant dans l'équation de Kirchoff-Love sous la forme du produit de quatre opérateurs différentiels du premier ordre. Ceci permet d'aboutir à un système mixte de type gradient-divergence analogue à celui produit par l'équation des ondes usuelle mais ayant la particularité de faire intervenir un opérateur intermédiaire de "type intégral" dont l'évaluation équivaut à résoudre un problème d'élasticité plane lui-même réécrit sous la forme d'un système mixte du premier ordre. On approche les deux systèmes à l'aide d'éléments finis mixtes. Afin de garantir le caractère explicite du schéma résultant, il apparaît nécessaire de concevoir de nouveaux éléments finis pour l'élasticité plane. Enfin, le traitement de conditions aux limites de bord libres nécessite une procédure spécifique amenant à introduire une nouvelle inconnue sur le bord libre.

6.15 Modélisation de silencieux d'automobiles

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Dorra Drissi, Marc Lenoir.

Ce sujet est développé dans le cadre d'une collaboration avec le LAMSIN (Laboratoire de Modélisation et de Simulation Numériques dans les Sciences de l'Ingénieur) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis. En particulier, la thèse de Dorra Drissi co-encadrée avec Mohammed Jaoua (Professeur à l'ENIT) a pour objectif de mettre au point une méthode numérique d'éléments finis permettant d'évaluer l'atténuation acoustique produite par un pot d'échappement. L'une des difficultés vient de la présence dans le pot de tubes perforés. En effet, la taille des perforations est petite devant les dimensions du pot et devant la longueur d'onde. Une étude asymptotique a été réalisée dans le cas bidimensionnel à partir des travaux de Sanchez-Palencia : nous avons ainsi pu vérifier que (à l'ordre 0) l'onde acoustique ne voit pas la

paroi perforée. Ceci a été confirmé par une étude numérique réalisée à partir du code MELINA. Nous avons ensuite établi les équations vérifiées par le terme d'ordre 1 qui permet d'évaluer l'influence des perforations sur l'atténuation. Le calcul numérique de ce terme correctif est en cours.

Le passage au cas réaliste d'un pot tri-dimensionnel est envisagé, dans le cadre de la thèse de Naouel Zrelli.

6.16 Rayonnement d'un guide fermé semi-infini

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Patrick Joly, Axel Tillequin.

Un problème très important dans le domaine de l'optique intégrée consiste à évaluer les pertes par diffraction à la jonction de deux guides ouverts, en particulier lors du raccord d'une fibre optique et d'un guide diélectrique microruban. La complexité du milieu de propagation rend difficile, voire inaccessible, l'utilisation de méthodes intégrales. Plus généralement, ce type de difficulté se présente dès que l'on s'intéresse à la diffraction d'une onde par un obstacle non borné. Ce sujet fait l'objet de la thèse d'Axel Tillequin.

La méthode que nous proposons repose sur une formulation variationnelle écrite sur une frontière rectiligne infinie perpendiculaire à l'axe du guide et située au niveau de l'embout. Elle consiste à écrire le raccord en dérivée normale de la solution dont l'expression, de part et d'autre de la frontière, est explicitée en variable de Fourier. Le couplage de cette méthode avec une méthode intégrale classique permet de prendre en compte un obstacle borné situé à l'intérieur ou à l'extérieur du guide.

La méthode a été mise en œuvre dans le cadre du code MELINA. L'espace de discrétisation est un espace d'éléments finis de Lagrange, éventuellement complété par une fonction destinée à mieux tenir compte du comportement mal décroissant du champ diffracté à l'infini. La comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par la technique de Wiener-Hopf s'est avérée très satisfaisante. La méthode a également été appliquée avec succès au cas d'un dioptre acoustique bidimensionnel.

6.17 Guides d'ondes électromagnétiques en Optique

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Patrick Joly, Dolores Pedreira, Christine Poirier.

D. Pedreira a soutenu sa thèse sur le calcul de modes guidés dans des guides d'ondes intervenant en optique intégrée le 15 Janvier 1999 à Saint-Jacques de Compostelle. Nous poursuivons notre collaboration dans le but d'étendre notre méthode au cas du modèle vectoriel complet fourni par le système de Maxwell (La méthode actuelle s'applique à un modèle scalaire simplifié).

A. S. Bonnet-Ben Dhia et Patrick Joly ont contribué à la rédaction d'un livre intitulé "Mathematical Methods in the Optical Sciences", édité par SIAM sous la responsabilité de Gang Bao (University of Florida) et Lawrence Cowsar (Bell Labs), en écrivant le chapitre portant sur la modélisation mathématique et numérique des guides d'ondes ouverts en électromagnétisme.

A cette occasion, a été développée une théorie vectorielle portant sur les guides d'ondes réalisés en optique intégrée. Ce travail, qui s'appuie en partie sur les travaux réalisés par Karim Ramdani pour les applications à la micro-électronique, a permis de généraliser certains résultats établis par Fabrice Mahé dans le cas du modèle scalaire approché. En particulier, nous avons établi un résultat d'existence d'ondes guidées pour le guide ruban. Nous avons également exhibé un exemple de structure pour laquelle il existe des valeurs propres plongées dans le spectre continu.

6.18 Étude des lignes de transmission supraconductrices

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Karim Ramdani, Patrick Joly, Eliane Bécache.

Mots clés : ligne microruban, supraconducteur, modèle de London, mode guidé.

Ce thème est développé dans le cadre d'un contrat avec la DGA en collaboration avec le Laboratoire Central de Recherches de Thomson à Orsay, l'IRCOM à Limoges et le laboratoire d'électronique de l'ENSEEIH à Toulouse.

Il a fait l'objet de la thèse de Karim Ramdani où l'on s'est intéressé plus particulièrement à l'étude mathématique des modes guidés dans une ligne microruban supraconductrice. Une telle ligne est constituée d'un ruban supraconducteur mince déposé sur une couche de diélectrique qui repose elle-même sur un plan de masse que nous supposons parfaitement conducteur. En utilisant le modèle de London pour modéliser le caractère supraconducteur du ruban, on vérifie que tout se passe comme si le matériau supraconducteur avait une permittivité diélectrique négative à basse fréquence. Le changement de signe de la permittivité (négatif dans le supraconducteur et positif ailleurs) a des répercussions importantes sur l'approche mathématique.

Le changement de signe de la permittivité diélectrique. Nous avons tout d'abord abordé cette difficulté dans le cas d'un problème scalaire. Il s'agit alors d'étudier une équation du type

$$-div(\varepsilon \nabla \varphi) = f \tag{1}$$

lorsque ε n'est pas de signe constant. L'opérateur étant non borné inférieurement, la stabilité du problème ne peut se déduire du théorème de Lax-Milgram mais repose sur l'écriture d'une équation intégrale sur la frontière du domaine où ε est négatif. On démontre alors que tout se passe "bien" si la frontière est régulière et si ε ne prend pas des valeurs opposées de part et d'autre.

La situation est beaucoup plus délicate lorsque cette frontière présente des points anguleux. La théorie est alors étroitement reliée aux singularités du problème de transmission. En effet, on montre que pour certaines valeurs du contraste (entre les deux valeurs de ε) la solution de l'équation (1) n'appartient pas à H^1 et l'opérateur associé n'est plus autoadjoint, si son domaine est choisi contenu dans H^1 . On peut alors en définir des extensions autoadjointes, mais il reste à ce stade de nombreuses questions non résolues: en particulier, nous ne savons pas quel critère permet de choisir parmi toutes ces extensions le modèle pertinent.

L'étude de ce cas a fait l'objet d'une collaboration avec Monique Dauge de l'Université de Rennes et a abouti à la publication d'un CRAS [14].

Grâce à ces résultats, nous avons été en mesure d'étudier les modes guidés par une ligne micro-ruban dans le cas d'un modèle scalaire simplifié. Ce travail a fait l'objet d'un article actuellement soumis.

Le modèle vectoriel de "couche mince". Nous avons également considéré un modèle "de couche mince" qui permet de tenir compte dans le cadre du problème vectoriel de la présence d'un ruban supraconducteur d'épaisseur négligeable à l'aide d'une condition d'impédance appropriée. Ce problème comporte essentiellement deux difficultés. D'une part, il fait intervenir un espace fonctionnel de champs peu réguliers. D'autre part, la détermination du spectre continu de l'opérateur est beaucoup plus technique que dans le cas scalaire car les équations de Maxwell en milieu stratifié ne se découpent pas directement. Une fois ces deux difficultés résolues, le Principe du Min-max permet de conclure à l'existence de modes guidés. En particulier, l'existence du mode fondamental est garantie à basse fréquence. Ce travail a fait l'objet d'un article actuellement à paraître [17].

Karim Ramdani a mis en œuvre une méthode d'éléments finis nodaux pour résoudre numériquement ce problème. Les résultats mettent en évidence plusieurs difficultés. D'une part, il est nécessaire d'utiliser un maillage très fin pour approcher correctement la solution. D'autre part, la solution dépend fortement de la longueur de London, qui est une quantité difficile à mesurer.

6.19 Résonances en Hydrodynamique navale

Participant : Christophe Hazard.

Le calcul numérique de *résonances* pour les problèmes de diffraction a fait l'objet de nombreux travaux au cours des quinze dernières années. On peut donner deux interprétations physiques de ces résonances, selon qu'on s'intéresse au régime périodique ou transitoire de propagation. D'une part, elles correspondent aux pics de la réponse en fréquence du problème, d'autre part, elles définissent des "modes naturels" exponentiellement décroissants en temps.

De façon générale, le comportement asymptotique en temps d'une onde transitoire fait apparaître une décomposition suivant ces "modes naturels". Ce type de décomposition a donné naissance dans les années 70 à la *méthode de développement en singularités* (S.E.M. en anglais!) pour simuler l'évolution d'un champ électromagnétique (simulation d'antennes notamment): elle ne semble pas avoir connu un grand succès, faute de techniques fiables de calcul numérique de résonances. De telles techniques sont aujourd'hui disponibles.

C'est dans ce cadre que se situent les travaux engagés récemment autour de la question de *stabilisation dynamique* d'un navire: la S.E.M. fournit en effet un moyen très rapide de déterminer les mouvements du navire lorsque l'on connaît le champ de vagues. On peut ainsi envisager un contrôle dynamique de ces mouvements.

6.20 Ondes de surface en élasticité et couplage fluide-structure

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Lynda Dahi, Patrick Joly, Christine

Poirier.

Ce travail est réalisé dans le cadre de la thèse de Lynda Dahi. Nous considérons des domaines cylindriques, de section transverse non bornée, dont une partie est occupée par un fluide compressible et une partie par un solide élastique. En utilisant les outils de la théorie spectrale des opérateurs autoadjoints (et plus particulièrement le principe du Min-Max), nous avons pu démontrer l'existence d'ondes de Stoneley généralisées guidées par l'interface fluide-solide. Diverses estimations sur le nombre de modes guidés en fonction de la fréquence ont été établies.

Nos derniers résultats concernent l'étude asymptotique des ondes guidées lorsque la densité du fluide tend vers 0, sa célérité étant maintenue constante. Il s'agit de l'approximation dite de *fluide léger*.

Une méthode destinée à calculer numériquement ces modes guidés est en cours d'implémentation dans le code MELINA.

6.21 Distance de Wasserstein et applications aux problèmes inverses

Participants : Jean-David Benamou, Stephane Menozzi.

Le calcul de la distance de Wasserstein entre deux densités, encore appelé problème de Monge-Kantorovitch (d'exposant 2) revient à résoudre un problème de transport de densité avec données fixées aux deux bouts. On peut pour plus de détail sur ce problème consulter [11] où est également présenté un algorithme de type Lagrangien Augmenté pour résoudre numériquement ce problème.

Cette distance est par nature moins sensible aux dilatations-translations des données que des distances plus usuelles. Elle possède donc des propriétés très différentes de la distance des moindres carrés (L^2). Les pathologies liées à l'utilisation de cette dernière distance pour résoudre des problèmes inverses sont bien connues. S. Menozzi a donc, durant son stage co-encadré par G. Chavent (Estime), testé l'utilisation de la distance de Wasserstein pour résoudre un problème inverse 1D en acoustique. Il s'agissait d'identifier les paramètres de vitesses à partir d'un sismogramme (enregistrement du signal en temps à une position fixée). L'étude a permis, dans des cas simples, de vérifier numériquement la convexité de la fonction coût définie à l'aide de la distance de Wasserstein. L'application de cette méthode à des cas plus complexes bute cependant sur de nouvelles difficultés liées à cette distance : problèmes de normalisation, fonction coût convexe mais très plate. A suivre ...

Pour certaines applications (en météorologie par exemple), il est souhaitable de marier distance de Wasserstein et moindres carrés. Ceci peut être obtenu par la formulation d'une distance de Wasserstein généralisée. La technique numérique présentée en [11] ne s'applique plus. Nous avons donc proposé une autre approche basée sur la relaxation de la condition finale dans le problème de transport de densité. La densité finale est maintenant prise en compte (de façon classique) par un terme de pénalisation ajouté à la distance. Ainsi formulé le problème mixte Wasserstein/moindres carrés peut être résolu efficacement par une méthode de gradient conjugué.

6.22 Astrophysique

Participant : Jérôme Pérez.

Cette activité concerne essentiellement l'interaction gravitationnelle et se décompose en deux domaines complémentaires.

Modélisation mathématique de la gravitation classique. Le paradigme standard de la gravitation classique (et dans un cadre plus général des systèmes continus non dissipatifs) est le formalisme de Boltzmann Sans Collision (BSC) fermé par une équation de champ (Poisson (P), Maxwell, ...). Les piliers fondateurs de cette théorie, hypothèses de Boltzmann sur le chaos moléculaire et principe ergodique, ne possèdent pas de contrepartie mathématique claire. Sur le plan physique, et au moins dans le cas de la gravitation, les solutions d'équilibre du système BSC+P rendent compte de façon suffisamment satisfaisante des propriétés des galaxies et des amas globulaires. S'il existe une bonne adéquation entre les solutions de ce système dans le domaine transitoire et les scénarios classiques de formation de ces objets, nous serons donc en mesure de valider le paradigme gravitationnel standard. Pour ce faire, en collaboration avec Jean-Michel Alimi de l'Observatoire de Paris-Meudon et Jean-Jacques Aly du CEA, nous avons proposé une solution analytique du système BSC+P dans le cadre d'une condition initiale de type formation de galaxie, et nous envisageons de montrer que cette solution présente en sortie de transitoire des propriétés comparables à celles des galaxies et des amas globulaires [30], [5].

Origines du principe cosmologique dans les propriétés de certaines solutions singulières des équations de la relativité générale.

L'hypothèse de base de cosmologie, érigée en "Principe cosmologique", est l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers. Cette hypothèse qui peut paraître simpliste est tout de même efficace. C'est en effet dans le cadre de la métrique homogène et isotrope de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) que sont apparus les cosmogonies de type Big-Bang et les scénarios de formation des grandes structures de type matière sombre, deux modèles en accord redoutable avec l'expérience. Nous proposons de mettre en évidence dans les équations de la relativité générale, un mécanisme rapide et susceptible d'homogénéiser et de rendre isotrope un Univers primordial supposé quelconque. Dans le cadre de cette quête, nous avons pu montrer en collaboration avec Jean-Michel Alimi et Thierry Lehner de l'Ecole Polytechnique, qu'un Univers primordial vide homogène et anisotrope générique (de type Bianchi IX) présentait des propriétés chaotiques qui semblent suffisantes pour son isotropisation.

6.23 Programmation dynamique et factorisation d'opérateurs elliptiques

Participant : Jacques Henry.

Les travaux menés précédemment sur la factorisation d'opérateurs elliptiques du second ordre ont été poursuivis. On a ainsi mis en évidence, pour des ouverts cylindriques, par la méthode du plongement invariant dans une famille de problèmes définis sur des domaines variables, qu'un problème elliptique du second ordre peut se factoriser en un produit de deux problèmes du premier ordre non couplés et qui font intervenir un opérateur P vérifiant une

équation de Riccati. Cet opérateur relie les conditions de Dirichlet et de Neumann sur la frontière variable. Sur le problème discrétisé, cette factorisation s'interprète exactement comme la factorisation de Gauss par blocs de la matrice du système linéaire. Enfin ce découplage a été interprété comme celui d'un problème de contrôle qui a été explicité ce qui permet d'envisager une généralisation aux problèmes non linéaires. Les recherches actuellement menées visent à généraliser la forme des domaines considérés soit pour un domaine proche d'un cylindre en le balayant par des plans perpendiculaires à la direction privilégiée, soit pour un ouvert étoilé en le balayant par des surfaces homothétiques du bord. Ces travaux se font en collaboration avec A. Ramos à l'Universidade Complutense de Madrid et M. C. Soares à l'Universidade nova de Lisbonne. On a aussi étendu les résultats précédents au cas de l'opérateur biharmonique; dans ce cas le résultat surprenant lié aux conditions aux limites choisies est que l'opérateur P vérifie des équations linéaires. Les applications actuellement envisagées de ces travaux portent sur la conception de nouveaux schémas de discrétisation des opérateurs elliptiques, sur l'étude des ondes guidées en acoustique et sur le problème inverse en EEG-MEG3D.

6.24 Modélisation d'une sonde à oxygène

Participant : Jacques Henry.

Les travaux entrepris dans le cadre du projet SOSSO, en collaboration avec J.P. Yvon de l'INSA-Rennes, sur la modélisation d'une sonde à oxygène aboutissent cette année à la soutenance de la thèse d'A. Viel à l'université de technologie de Compiègne. Ils ont essentiellement porté sur la modélisation de la conduction électrique dans le cristal de zircone. Les équations sont semblables à celles du modèle de dérive-diffusion pour les semi-conducteurs mais comportent une espèce supplémentaire: les lacunes d'oxygène. Compte tenu des ordres de grandeur des données, les simulations ont fait apparaître un phénomène nouveau: l'existence de couches limites au bord qui ne satisfont pas à l'analyse d'électronneutralité pour les faibles longueurs de Debye. Cette constatation a donné lieu à une nouvelle analyse asymptotique intermédiaire entre l'analyse d'électronneutralité et l'analyse de F. Brezzi et al. pour les forts potentiels appliqués qui conduit à la mise en évidence de zones de déplétion. Dans l'analyse proposée une zone de déplétion intervient à l'intérieur de la couche limite. On montre aussi un comportement singulier lorsque la concentration donnée au bord tend vers zéro.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Contrat INRIA-IFP

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Dans le cadre d'un contrat de quatre mois avec l'IFP, S. Fauqueux, sous la direction de G. Cohen, a traité un modèle de géophysique réaliste en acoustique par une méthode d'éléments finis mixtes avec condensation de masse. Ce contrat devrait se prolonger par une bourse CIFRE et un contrat de trois ans avec l'IFP. La méthode et les premiers résultats ont fait l'objet d'une communication de l'IFP à un workshop de la SEG sur l'élaboration d'un modèle numérique en élastodynamique 3D.

7.2 Contrat INRIA-CEG

Participants : Francis Collino, Thierry Fouquet, Patrick Joly.

L'INRIA mène, depuis plus de 9 ans, une activité de recherche sur le thème différences finies et électromagnétisme pour le Centre d'Études de Gramat (DGA). Début 97 a commencé un nouveau contrat de trois ans sur le raffinement de maillage pour le schéma de Yee.

L'étude sur le raffinement de maillage pour les équations de Maxwell 2D a été étendue au cas des équations de Maxwell 3D. Un code de simulation a été implémenté et incorporé avec succès dans le code de calcul du centre d'études de Gramat ('Gorf'). Le troisième rapport d'avancement ainsi que la livraison du code sont prévus pour le mois de Décembre 1999.

7.3 Contrat INRIA-EDF

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Chrysoula Tsogka.

Ce contrat porte sur la modélisation d'expériences de contrôle non destructif par ondes ultra-sonores en vue de la détection et l'identification d'éventuelles fissures dans des cuves de réacteurs nucléaires. Dans ce cadre, nous avons mené une étude concernant la résolution avec des méthodes de haute précision des équations de l'élastodynamique 3D pouvant s'appliquer à des milieux hétérogènes, anisotropes, comportant des fissures de géométrie complexe (voir paragraphe 6.5).

7.4 Contrat INRIA-CEA

Participants : Jean-David Benamou, Ian Sollic.

Ce contrat a pour objet de financer sur 1999 le début de la thèse de Ian Sollic qui porte sur la résolution directe d'équations d'Hamilton-Jacobi et le calcul numérique d'ondes hautes fréquences en présence de caustiques plis et fronces.

7.5 Contrat INRIA & DASSAULT-SPA

Participants : Patrick Joly, Michel Kern.

Ce contrat qui devrait débuter en Janvier 2000 portera sur la modélisation par éléments finis tétraédriques avec condensation de masse de la propagation acoustique en présence d'écoulement turbulent via le modèle de Lightill.

7.6 Contrat ENSTA-DGA

Participants : Anne-Sophie Bonnet- Ben Dhia, Karim Ramdani.

Les travaux sur la modélisation des lignes supraconductrices sont développés dans le cadre d'un contrat avec la DGA en collaboration avec le Laboratoire Central de Recherches de Thomson à Orsay, l'IRCOM à Limoges et le laboratoire d'électronique de l'ENSEEIH à Toulouse.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions nationales

- F. Collino travaille au Cerfacs 4 jours par mois dans l'équipe Electromagnétisme dirigée anciennement par P.Joly et aujourd'hui par A. Bendali. L'accent a été mis cette année sur les méthodes multi-pôles pour la résolution des équations intégrales intervenant dans la modélisation de la diffraction d'ondes électromagnétiques.
- Participation à l'action de recherche concertée 3D-MEG, consacrée à l'imagerie cérébrale, avec les projets Robotvis et Estime (Jean Roberts et Jacques Henry).

8.2 Relations bilatérales internationales

- Le projet participe à deux projets de l'Institut Lyapounov :
Avec l'équipe du professeur Komech de l'université de Moscou sur l'étude de problèmes de propagation d'onde non-linéaire et l'étude de problèmes de diffraction dans des domaines singuliers.
Avec l'équipe du professeur Tcheverda du centre de calcul de Novosibirsk sur les problèmes de modélisation numérique en sismique.
- Action Intégrée Procope (Franco-Allemande) avec G. Leugeuring (U. Bayreuth) et F. Bourquin (LCPC) : "Application of domain decomposition methods for approximate and exact controllability problems in structural mechanics". Responsable : J.-D. Benamou.
- Les travaux sur les guides d'ondes en interaction fluide-structure entrent dans le cadre d'une collaboration avec le LAMSIN (Laboratoire de Modélisation et de Simulation Numériques dans les Sciences de l'Ingénieur) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.

8.3 Accueils de chercheurs étrangers

Les chercheurs suivants ont séjourné au sein du projet :

- A. Komech (Université de Moscou), 1er septembre au 30 novembre.
- D. Gomez Pedreira (Université Saint-Jacques de Compostelle), 1er au 30 septembre.

9 Diffusion de résultats

9.1 Animation de la communauté scientifique

- Le projet est coorganisateur, avec l'ENSTA, du séminaire mensuel CRESPO.
- G. Cohen et P. Joly ont organisé un cours INRIA dans la série "Ecole INRIA des Ondes" sur le thème "Diffraction d'ondes par des structures exotiques" (Mai 1999).
- P. Joly est membre du Comité éditorial de la Revue M2AN (Modélisation Mathématique et Analyse Numérique).

- P. Joly a été membre du Comité Scientifique de la Conférence ICTCA, Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Trieste, Mai 1999.
- P. Joly est membre de la Commission Analyse Numérique de l'Ecole Polytechnique. Cette commission réfléchit à la refonte de l'enseignement des mathématiques appliquées, et plus spécifiquement de l'analyse numérique et de l'optimisation à l'Ecole Polytechnique. Elle prépare également le recrutement du prochain professeur d'Analyse Numérique.
- J. Henry a été membre du comité international de la conférence IFIP TC7 "System modeling and optimization" qui a eu lieu à Cambridge en juillet 99.
- J.-D. Benamou a assuré et coorganisé un mini-cours SMAI d'initiation à MATLAB.

9.2 Prix et distinctions

- L'équipe composée de A. Chaigne (ENST), F. Collino, P. Joly et L. Rhaouti a obtenu le second prix CRAY en modélisation numérique pour ses travaux sur la modélisation de la timbale.

9.3 Enseignement universitaire

- Eliane Bécache
Travaux Dirigés en première année à l'ENSTA, cours d'analyse.
Cours sur l'approximation filaire, Ecole des Ondes Inria sur la Diffraction des ondes par des structures complexes (Mars 1999).
- J.-D. Benamou
Cours en première année au Pôle Universitaire Léonard de Vinci.
Cours d'initiation au calcul Scientifique, DEA MMSAP (P6/UVSQ/X).
- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia et Christophe Hazard
"Ondes dans les milieux continus", troisième année à l'ENSTA.
- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia
Cours de tronc commun à l'ENSTA sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles.
Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, cours ENSTA de deuxième année, en collaboration avec Eric Luneville.
Propagation d'ondes . ,cours ENSTA de troisième année, cours commun au DEA de dynamique des structures et couplages et à l'option MMS de l'Ecole Centrale de Paris, en collaboration avec Christophe Hazard.
- Thierry Fouquet
Travaux Dirigés en Analyse numérique, première et deuxième année au CESTI (École d'ingénieur en matériau)

- Housseem Haddar
 - Travaux Dirigés en Analyse numérique, première année au CESTI.
 - Travaux Dirigés, première année à l'ENSTA, cours d'analyse.
 - Travaux Dirigés sur le Calcul Différentiel, première année à l'ENSMP.
- Christophe Hazard et Eric Lunéville
 - Optimisation et le contrôle optimal, deuxième année à l'ENSTA.
- P. Joly
 - Maître de conférence à temps partiel à l'École Polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées.
 - Formation sur les méthodes numériques pour les équations de Maxwell, collège Polytechnique.
 - Méthodes numériques en propagation d'ondes, Pôle Universitaire Léonard de Vinci (Formation des post-gradués) (en collaboration avec Michel Kern).
- P. Joly et E. Bécache
 - Méthodes numériques en propagation d'ondes transitoire, ENSTA (Troisième année).
- G. Cohen et P. Joly
 - Méthodes Mathématiques en propagation d'ondes, DEA à l'Université Paris IX Dauphine.
- J. Henry
 - Analyse numérique, deuxième année à l'école des Mines de Paris.
- G. Cohen
 - Equations de Maxwell, Pôle Universitaire Léonard de Vinci.
- M. Lenoir
 - Maître de conférences à temps partiel à l'École Polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées.
 - Cours de deuxième année de l'X, Algèbre linéaire et optimisation, Majeure Sciences de l'ingénieur et calcul scientifique.
 - Cours ENSTA de première année, Algèbre linéaire et optimisation, en collaboration avec Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia.
- Jean Roberts
 - Méthodes d'approximation, quatrième année du Pôle Universitaire Léonard de Vinci.
 - Travaux Dirigés, Licence de Mathématiques à l'Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.

-
- Chrysoula Tsogka
Travaux Dirigés sur les équations hyperboliques non linéaires et sur la méthode des éléments finis, deuxième année à l'ENSTA.
 - Patrick Ciarlet
Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, ENSTA deuxième année en collaboration avec Eric Lunéville.
Aspects récents en méthodes numériques pour les équations de Maxwell, Ecole des Ondes Inria (23-27 mars 1998).
Travaux dirigés de première année du cours ENSTA, Algèbre linéaire et optimisation.
 - Simon Labrunie
Travaux dirigés de première année du cours ENSTA, Outils élémentaires d'analyse pour les équations aux dérivées partielles.
 - Jérôme Perez
Cours ENSTA de troisième année, Modélisation numérique de problèmes de diffraction, en collaboration avec Daniel Martin.
Cours de Systèmes dynamiques pour économètres, licence d'économétrie de l'Université d'Evry Val d'Essonne.
Cours ENSTA de première et deuxième année, Astrophysique théorique.
Travaux dirigés de première année de l'ENSTA, Calcul différentiel.
 - Christophe Hazard
Travaux dirigés de l'ENSTA d'Optimisation.
Cours de D.E.A. de Mécanique de Paris VI, filière "fluide", Modélisation et Résolution des Problèmes de Diffraction.
Cours de D.E.A. d'Analyse Numérique de Paris VI, Stabilité et résonances.
 - Karim Ramdani
ATER, département de Mathématique de l'Université Paris XIII .
 - Stephanie Lohrengel
ATER, Université Paris-Dauphine.
 - Eric Luneville
Travaux dirigés de première année du cours ENSTA, Algèbre linéaire et optimisation.

9.4 Participation à des séminaires, colloques, invitations

- E. Bécache.

New mixed finite elements for elastic waves in complex media ICTCA, Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Trieste, mai 1999.

Domaines fictifs et éléments finis mixtes pour la diffraction d'une onde élastique par une fissure en régime transitoire. Séminaire du LMA - Marseille, Juin 99.

Application of the Fictitious Domain to Elastic Waves. ICIAM 99, juillet 99.

- J.-D. Benamou.

Solutions numériques multi-valuées d'équations d'Hamilton-Jacobi. *Groupe de Travail du CMAPX*, novembre 1999.

Localisation Eulérienne de Caustiques. *Groupe de Travail Hautes Fréquences*, ENS ULM, octobre 1999.

Why is it difficult to observe caustics using numerical Hamilton-Jacobi simulation? *Ecole d'été du Cemracs CIRM*, aout 1999.

Finite-difference computation of 2-D travel-time triplication. *Consortium Σ Annual meeting* INRIA, janvier 1999.

Finite-Difference Computation of Travel-Time Triplications. *Fifth SIAM Conference on Mathematical and Computational Issues in the Geosciences, minisymposium "Finite Difference Travel-Time Computation"* San Antonio, février 1999.

Direct computation of phase-space multivalued solutions of the Eikonal equation. *ICIAM, minisymposium "New Numerical Methods for Geometrical Optics"*, Organisateur : J.-D. B., Edinbourg, juillet 1999.

ICIAM, minisymposium "Applications of optimal mass transfer problems to meteorology and oceanography", Edinbourg, juillet 1999.

- J.-D. Benamou a été invité à Bayreuth Universitat (Allemagne), département de mathématique 16/23 juillet 1999 (Dans le cadre du projet de cooperation PROCOPE).

- P. Ciarlet.

Une méthode de résolution des équations de Maxwell instationnaires dans un domaine singulier, Deuxièmes Journées singulières, Valenciennes, novembre 1998.

Singularités des équations de Maxwell dans un domaine axisymétrique Congrès d'analyse numérique, Bonascre, mai 1999.

Solving numerically the time-dependent Maxwell equations in domains with reentrant corners MAFELAP'99, Uxbridge (G.-B.), juin 1999 and ICIAM'99, Edimbourg (G.-B.), juillet 1999.

- G. Cohen.

Mixed finite elements with mass-lumping for the transient wave equation. ICTCA, Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Trieste, mai 1999.

Éléments finis mixtes avec condensation de masse pour les équations de Maxwell Séminaire du département de mathématiques de l'Université de Rennes, 11 janvier 1999.

Éléments finis mixtes pour les équations des ondes. *Séminaire CRESPO*, ENSTA, avril 1999.

– L. Dahi.

Guided waves in fluid-solid media. ICTCA, Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Trieste, mai 1999.

– T. Fouquet

Raffinement de maillage spatio-temporel *CANum'99: 31e Congrès National d'Analyse Numérique* Bonascre, 17-21 mai 1999.

– H. Haddar.

Scattering of Electromagnetic Waves by Thin Ferromagnetic Coatings. *Day on Diffraction 1999* St Petersburg, juin 1999.

– C. Hazard.

How and why to compute resonances for fluid-structure interaction in unbounded domains. *5e Congrès Chilien de Mathématiques, Olmue, octobre 1998*.

– J. Henry.

Factorisation de problèmes aux limites elliptiques autoadjoints par programmation dynamique *Séminaires à l'Université Strasbourg I, à l'INRIA Rocquencourt, au CRM Université de Montréal, à l'Université du Maryland et à l'Universidad Complutense de Madrid*.

Some new problems occurring in modelling of Oxygen sensors *19th IFIP TC7 conference on System Modelling and Optimization juillet 99 Cambridge*.

– P. Joly.

Numerical modeling of the Timpani. *132th International Congress of Acoustics*, Berlin, mars 1999.

Couches minces ferromagnétiques. *Séminaire de l'Institut Henry Poincaré*, février 1999.

Spectral problems of open waveguides. *ICIAM Edinburgh*, juillet 1999.

Space time mesh refinement for Maxwell's equations. *ICIAM Edinburgh*, juillet 1999.

Edge elements and mass lumping for Maxwell's equations. *Workshop on the numerical solution of Maxwell's equations, Rostock*, septembre 1999.

Une méthode numérique pour le calcul d'ondes guidées en optique intégrée. *Séminaire Université de Versailles Saint-Quentin*, octobre 1999.

Modèles de couches minces pour la diffraction d'ondes électromagnétiques en régime transitoire. *Séminaire IRMAR, Université de Rennes*, novembre 1999.

Développements récents en méthodes numériques pour la diffraction d'ondes. *Minisymposium, Colloques de l'intergroupe des Ecoles Centrales, Ecole centrale de Lyon*, décembre 1999.

- S. Labrunie.

Un résultat de fermeture pour les équations de Maxwell dans un domaine axisymétrique. Deuxièmes Journées singulières, Valenciennes, novembre 1998.

- S. Lohrengel.

Some singular aspects of electromagnetism Mini-symposium at ICIAM, Edinburgh, 1999.

- J. Pérez.

The time dependent generalized Green function of the Vlasov-Poisson system International congress "The Chaotic Universe", Rome - février 1999.

- J. E. Roberts.

La décomposition de domaines pour les écoulements en milieu poreux 11^{ième} séminaire de mécanique des fluides numériques, CEA Saclay, 26-28 janvier, 1999

Modélisation numérique de transport de contaminants dans un milieu poreux fracture *GdR Pollution de Fluides et Fluides Pollués* IHP, Paris, 10 mai, 1999.

ICIAM, organisation du minisymposium Numerical Modelling of Flow and Transport in Fractured Porous Media, Edinburgh, juillet 1999.

Numerical techniques for flow in fractured porous media et Primal-dual formulations for parameter estimation problems *19th Daewoo Workshop on Analysis and Scientific Computing* POSTECH, Pohang, Korea, 19-23, juillet, 1999, conférences invitées.

- A. Tillequin.

On a scattering problem by unbounded obstacles. ICTCA, Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Trieste, mai 1999.

- C. Tsogka.

Éléments finis mixtes et domaines fictifs pour le calcul de la propagation d'ondes dans des milieux élastiques fissures *Journées sur les méthodes d'évaluations non destructives pour le génie civil*, LCPC, Nantes, 7-8 octobre 1999.

Analysis of a new family of mixed finite elements for elasticity *The Fourth International Congress on Industrial and Applied Mathematics*, Edinburgh, juillet 1999.

Application of the perfectly matched absorbing layer model to elastodynamics *3rd National congress on computational mechanics*, Volos, Greece, juin 1999.

Fictitious domain method and mixed finite elements for elastodynamics *Seminar, Department of Mathematics, University of Crete*, Greece, juin 1999.

Une méthode numérique pour la modélisation de la diffraction des ondes élastiques par une fissure dans des milieux anisotropes en 3D *31e Congrès d'Analyse Numérique*, Ax-Bonascres, Ariège, mai 1999.

Fictitious domain method and perfectly matched absorbing layer model applied to the elastodynamic problem *Fourth International Conference on Theoretical and Computational Acoustics* Trieste, mai 1999.

Extension au cas 3D d'une méthode d'éléments finis mixtes pour l'élastodynamique *Séminaire CRESPO*, ENSTA, avril 1999.

Recent Developments in Mixed Finite Elements for Elastodynamics in Complex Media *SIGMA* INRIA-Rocquencourt, janvier 1999.

9.5 Réalisation de vidéos scientifiques

- E. Bécache, P. Joly et C. Tsogka Propagation des ondes élastiques dans les milieux complexes en 3D. (1999, Français, 13 mn 30)
(extraits disponibles sur “ <http://www.inria.fr/multimedia/Videothèque/2-Listes-Videos/CC3-fra.html>”)
- F. Collino T. Fouquet P. Joly Illustration d'un phénomène d'instabilité en raffinement de maillage (1999, Français, 4 mn 15)

9.6 Réalisation de Logiciels

- J.-D. Benamou a conçu et développé GROLAB : une interface utilisateur (en MATLAB) pour réaliser de façon interactive du lancer de rayons dans des milieux à indices de réfraction variables.

10 Bibliographie

Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [1] J.-D. BENAMOU, *Quelques Algorithmes pour la résolution numérique de problèmes de Contrôle et de calcul des variations*, Habilitation à diriger des recherches en mathématiques appliquées, Université de Paris 6, février 1999.
- [2] L. RHAOUTI, *Domaines fictifs pour la simulation d'un problème d'interaction fluide-structure: simulation numérique de la timbale*, Thèse de doctorat, Université de Paris 9, juin 1999.
- [3] C. TSOGKA, *Modélisation mathématique et numérique de la propagation des ondes élastiques dans les milieux fissurés*, Thèse de doctorat, Université de Paris 9, décembre 1999.

Articles et chapitres de livre

- [4] R. ABGRALL, J.-D. BENAMOU, « Big Ray Tracing and Eikonal Solver on Unstructured Grids : Application to the Computation of a Multi-valued Travel-time Field in the Marmousi Model », *Geophysics* 64, 1999, p. 230–239.

-
- [5] J. ALY, J. PEREZ, «Thermodynamics of a two-dimensionnal unbounded self-gravitating system», *Physical Review*, to appear.
- [6] F. ASSOUS, P. CIARLET, P.-A. RAVIART, E. SONNENDRÜCKER, «A characterization of the singular part of the solution to Maxwell's equations in a polyhedral domain», *Math. Meth. Appl. Sci.* 22, 1999, p. 485–499.
- [7] F. ASSOUS, J. P. CIARLET, S. LABRUNIE, «Caractérisation des singularités et résolution des équations de Maxwell stationnaires en géométrie axisymétrique», *C. R. Acad. Sc. Paris, Série I* 328, 1999, p. 767–772.
- [8] E. BÉCACHE, F. COLLINO, P. JOLY, «Higher order variational finite difference schemes for solving 3-D paraxial wave equations using splitting techniques», *Wave Motion*, to appear.
- [9] E. BÉCACHE, P. JOLY, C. TSOGKA, «Fictitious domains, mixed finite elements and perfectly matched layers for 2D elastic wave propagation», *J. of Comp. Acoustics*, submitted for publication.
- [10] E. BÉCACHE, P. JOLY, C. TSOGKA, «Some New Mixed Finite Elements in View of the Numerical Solution of Time Dependent Wave Propagation Problems», *to appear in SIAM J. on Num. Anal.*
- [11] J.-D. BENAMOU, Y. BRENIER, «A Computational Fluid Mechanics solution to the Monge-Kantorovich mass transfer problem», *Numer. Math.* 84, 1999.
- [12] J.-D. BENAMOU, «Direct Computation of Multi Valued Phase-Space Solutions for Hamilton-Jacobi Equations», *Comm. on Pure and Applied Math.* 52, 1999, p. 1443–1475.
- [13] J.-D. BENAMOU, «Domain Decomposition, Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations and Synthesis of Feed-Back Laws», *J. Optim. Theory Applic.* 102, 1999.
- [14] A. BONNET-BEN-DHIA, M. DAUGE, K. RAMDANI, «Analyse spectrale et singularités d'un problème de transmission non coercif», *C.R.A.S* 328, 1999, p. 717–720.
- [15] A. BONNET-BEN-DHIA, C. HAZARD, S. LOHRENGEL, «A singular field method for the solution of Maxwell's equations in polyhedral domains», *SIAM J. Appl. Math.* 59, 1999, p. 2028–2044.
- [16] A. BONNET-BEN-DHIA, P. JOLY, «Optical waveguides».
- [17] A. BONNET-BEN-DHIA, K. RAMDANI, «Mathematical analysis of conductive and superconductive transmission lines», *SIAM Journal on Applied Mathematics*, to appear.
- [18] A. S. BONNET-BEN-DHIA, J. DUTERTE, P. JOLY, «Mathematical analysis of elastic surface waves in topographic waveguides», *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 9, 1999, p. 755–798.
- [19] A. CHAIGNE, P. JOLY, L. RHAOUTI, «Time-domain modeling and numerical simulation of a kettledrum», *Journal of the Acoustical Society of America* 105, 1999, p. 3545–3562.
- [20] G. COHEN, P. JOLY, N. TORDJMAN, J. ROBERTS, «Higher Order Triangular Finite Elements with Mass Lumping for the Wave Equation», *SINUM*, A paraître.
- [21] F. COLLINO, P. JOLY, T. FOUQUET, «Une méthode de raffinement de maillage espace-temps pour le système de Maxwell 1-D», *C.R. Acad. Sci. Paris, Série I Rath* 328, 1999, p. 263–268.
- [22] P. CUTZACH, C. HAZARD, «Existence, uniqueness and analyticity properties for electromagnetic scattering in a two-layered medium», *Math. Methods in the Appl. Sc.*, A paraître.

- [23] J. DUTERTE, P. JOLY, « A numerical method for surface waves in a cylindrically perturbed elastic half-space. I. Construction and analysis », *SIAM J. Appl. Math.* 59, 1999, p. 1599–1635.
- [24] P. JOLY, S. LOHRENGEL, P. JOLY, « Un résultat d'existence et d'unicité pour l'équation de Helmholtz avec conditions aux limites absorbantes d'ordre 2. », *C.R. Acad. Sci. Paris, Série I* 329, 1999.
- [25] P. JOLY, C. POIRIER, « A Numerical Method for the Computation of Electromagnetic Modes in Optical Fibers », *Math. Meth. in Appl. Sciences* 22, 1999, p. 389–447.
- [26] P. JOLY, L. RHAOUTI, « Domaines fictifs, éléments finis $H(\text{div})$ et condition de Neumann: le problème de la condition inf-sup », *C.R. Acad. Sci. Paris, Sér. I Math.* 328, p. 1225–1230.
- [27] P. JOLY, O. VACUS, « Mathematical and Numerical Studies of Non Linear Ferromagnetic Materials », *M2AN* 33, 1999, p. 593–626.
- [28] J. P. CIARLET, C. HAZARD, S. LOHRENGEL, « Les équations de Maxwell dans un polyèdre: un résultat de densité », *C.R. Acad. Sci. Paris* 326, 1998, p. 305–1310.
- [29] J. P. CIARLET, J. ZOU, « Fully discrete finite element approaches for time-dependent Maxwell's equations », *Numer. Math.* 82, 1999, p. 193–219.
- [30] J. PEREZ, J.-M. ALIMY, A. SERNA, « Stability of rotating spherical stellar systems », *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 305, 1999, p. 805.
- [31] L. RHAOUTI, P. JOLY, « An analysis of a simplified string-mallet interaction model », *M2AN*, À paraître.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [32] C. ALBOIN, J. JAFFRÉ, J. ROBERTS, C. SERRES, « Domain decomposition for flow in fractured porous media », in : *Eleventh International Conference on Domain Decomposition Methods*, C.-H. Lai, P. E. Bjorstad, M. Cross, O. Widlund (éditeurs), Domain Decomposition Press, Bergen, Norway, p. 371–379, 1999, <http://www.ddm.org/DD11/Alboin.pdf>.
- [33] C. ALBOIN, J. JAFFRÉ, J. ROBERTS, X. WANG, C. SERRES, « Domain Decomposition For Some Transmission Problems in Flow in Porous Media », in : *Multiphase Flow and Transport in Porous Media*, Springer Verlag, 1999. à paraître.

Rapports de recherche et publications internes

- [34] L. ANNÉ, P. JOLY, Q. TRAN, « Schémas d'ordre élevé en espace et/ou en temps pour l'équation des ondes acoustiques 1D. », *rapport de recherche n° 3759*, INRIA, Septembre 1999, soumis à Computational Geosciences, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3759.html>.
- [35] E. BÉCACHE, P. JOLY, C. TSOGKA, « Mixed Finite Elements, Strong Symmetry and Mass Lumping for Elastic Waves. », *rapport de recherche n° 3717*, INRIA, June 1999, submitted in SIAM. J. of Num. Anal., <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3717.html>.
- [36] J.-D. BENAMOU, F. CASTELLA, T. KATSAOUNIS, B. PERTHAME, « High Frequency limit of the Helmholtz Equations », *Rapport de Recherche n° 3785*, INRIA, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3785.html>.

- [37] J.-D. BENAMOU, I. SOLLIEC, « A Eulerian Method for Capturing Caustics », *Rapport de Recherche n° 3786*, INRIA, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3786.html>.
- [38] O. FAUGERAS, F. CLÉMENT, R. DERICHE, R. KERIVEN, T. PAPADOPOULO, J. ROBERTS, T. VIÉVILLE, F. DEVERNAY, J. GOMES, G. HERMOSILLO, P. KORNPBST, D. LINGRAND, « The Inverse EEG and MEG Problems: The Adjoint State Approach I: The Continuous Case », *Rapport de recherche n° 3673*, Inria, Sophia Antipolis, France, 1999, <http://www.inria.fr/RRRT/RR-3673.html>.