INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet SYSDYS

Systèmes Dynamique Stochastiques

Sophia Antipolis

THÈME 4B

Rapport d'Activité

1999

Table des matières

SYSDYS *est un projet commun à l'INRIA, au CNRS et à l'université de Provence, via le Laboratoire d'Analyse, Topologie et Probabilités (UMR 6632). Il est localisé sur le Technopôle de Château–Gombert (Marseille).*

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Fabien Campillo [CR]

Assistante de projet

Sylvie Blanc [CES, depuis le 1/5/1999 à temps partiel dans le projet]

Personnel université de Provence

Etienne Pardoux [Professeur, à temps partiel dans le projet]
Bruno Torrésani [Professeur]
Fabienne Castell [Maître de conférences, à temps partiel dans le projet]
Elisabeth Remy [ATER]

Autre personnel universitaire

Marie–Christine Roubaud [Maître de conférences, université Joseph Fourrier]

Chercheurs doctorants

Antoine Lejay [allocataire AMN]
François Delarue [allocataire AMN]
Laurent Daudet [allocataire AMN]
Marcela Morvidone [allocataire ministère et Argentine]

Stagiaires

Vincent Toulmonde [juin-juillet 1999]
Sandrine Anthoine [juin-juillet 1999]
Alice Maurisot [juin-juillet 1999]

2 Présentation et objectifs généraux

En modélisation, analyse ou simulation numérique « l'aléa » transparaît à différents niveaux.

Le phénomène étudié peut intrinsèquement comporter des composantes stochastiques (coefficients aléatoires, entrées aléatoires etc.). Ou bien la modélisation précise qui en est faite peut s'avérer trop « inextricable » ; il est alors préférable d'en « simplifier » certaines difficultés, en introduisant des termes aléatoires, afin de le rendre accessible à l'analyse puis à la simulation.

Enfin, depuis quelques années, les probabilités apparaissent comme un outil d'analyse à part entière.

Sur le plan algorithmique, on peut également faire appel à des approches stochastiques. Le phénomène que l'on souhaite simuler numériquement peut comporter des entrées aléatoires dues à la physique même du problème. Mais l'aléatoire apparaît également comme un outil numérique (méthodes de Monte Carlo, gradient stochastique, recuit simulé, algorithmes génétiques etc.).

Le projet cible deux thèmes prioritaires. Le premier dans le cadre des milieux hétérogènes — modélisés comme des milieux aléatoires – on s'intéresse à l'analyse de phénomènes d'homogénéisation, ainsi qu'à l'analyse et au calcul de coefficients effectifs.

La candidature de Marseille dans le programme national « Génopole » a été retenue. SYSDYS a été l'un des groupes de recherche à l'initiative de cette candidature. Le projet s'implique plus particulièrement dans l'utilisation des modèles markoviens pour l'identification de paramètres (comme les paramètres de déscendance, de mutation etc.).

3 Fondements scientifiques

3.1 Milieux aléatoires

Mots clés : milieux aléatoires, homogénéisation.

Participants : Fabien Campillo, Fabienne Castell, François Delarue, Antoine Lejay, Étienne Pardoux, Élisabeth Remy.

Il s'agit d'étudier les propriétés mécaniques ou physiques des milieux hétérogènes en utilisant des méthodes probabilistes. Ceci conduit à l'étude qualitative et quantitative des solutions d'équations aux dérivées partielles, ou équations aux différences, à coefficients aléatoires. Toute une théorie de ces équations s'est développée au cours des dernières années.

Un premier axe de recherche concerne la théorie de l'homogénéisation des solutions d'EDP dont les coefficients sont des champs aléatoires. On développe des méthodes d'analyse s'appuyant, soit sur des approches « analytiques », soit sur des approches « probabilistes ». Une des applications importantes est le calcul des coefficients dits effectifs, i.e. décrivant le modèle à une échelle macroscopique.

Un deuxième axe aborde les problèmes d'homogénéisation d'opérateurs aux différences (c'est–à–dire d'opérateurs différentiels discrets). On redéfinit et reconstruit les outils nécessaires pour étudier l'homogénéisation de tenseurs discrets (G–convergence, Γ–convergence, convergence des énergies, lemme de compacité compensée, homogénéisation dans le cas de coefficients aléatoires et le problème auxiliaire correspondant). Ensuite, on considère plusieurs schémas de discrétisation de problèmes d'homogénéisation d'opérateurs aux différences elliptiques aléatoires, ayant des coefficients à variations rapides.

3.2 Analyse stochastique

Mots clés : équations différentielles stochastiques rétrogrades, équations aux dérivées partielles stochastiques.

Participants : Fabienne Castell, François Delarue, Antoine Lejay, Étienne Pardoux.

L'étude des milieux aléatoires et de leurs applications ne peut se faire sans l'aide de l'analyse stochastique. L'environnement scientifique du pôle marseillais nous fournit l'assise nécessaire, notamment au travers de l'équipe de Probabilités du LATP.

Dans ce domaine, le projet étudie plus particulièrement les EDSR (équations différentielles stochastiques rétrogrades) et les EDPS (équations aux dérivées partielles stochastiques). Les EDSR, introduites par Étienne Pardoux et Peng Shige, ont engendré un mouvement de recherche important et proposent de nouvelles modélisations dans différentes applications (comme les mathématiques financières). On applique ces travaux pour établir des résultats d'homogénéisation pour des EDP semi–linéaires.

Les EDPS sont, d'un certain point de vue, une extension fonctionnelle des équations différentielles stochastiques. Elles permettent d'aborder un calcul stochastique spatio–temporel et présentent un fort potentiel applicatif.

3.3 Calcul scientifique et probabilités numériques

Mots clés : milieux aléatoires, homogénéisation.

Participants : Fabien Campillo, Antoine Lejay, Élisabeth Remy, Bruno Torrésani.

C'est dans ce domaine que le projet SYSDYS trouve sa spécificité. Le rapprochement de la théorie des probabilités et du calcul scientifique remonte, d'une certaine façon, aux origines même des probabilités. Toutefois, cette voie n'est systématiquement étudiée que depuis peu d'années. On citera, à titre d'exemple, les méthodes de Monte Carlo en physique des particules, les algorithmes d'optimisation (recuit simulé, algorithmes génétiques) fondés sur la mécanique statistique, la modélisation poissonnienne des réseaux, les mathématiques financières numériques etc. Dans ce domaine, le projet s'implique fortement dans les chaînes de Markov pour les méthodes de Monte Carlo qui est sujet très en pointe actuellement.

Parmi ces exemples, les applications numériques des milieux aléatoires s'appuient sur un substrat scientifique pointu qui n'a, loin s'en faut, pas encore livré toutes ses possibilités et qui, sur le plan numérique, reste relativement peu exploré. Il s'agit d'un programme ambitieux. C'est pourquoi nos premiers efforts portent d'abord sur l'homogénéisation. Ce thème est déjà bien cerné dans le cas déterministe/périodique, quelques avancées ont été faites sur le plan numérique dans le cas aléatoire/ergodique mais beaucoup reste à faire.

Cet intérêt pour les probabilités numériques remonte aux origines de SYSDYS, c'est–à–dire au projet Mefisto créé par Etienne Pardoux qui a regroupé François LeGland (identification et filtrage non linéaire, actuellement dans le projet SIGMA2), Denis Talay (méthodes de Monte Carlo, mathématiques financières, responsable du projet OMEGA) et Jean Picard (calcul stochastique, professeur à Clermont–Ferrand).

Au sein de SYSDYS une réflexion générale s'est engagée au sujet des outils et langages utilisés pour les applications numériques. La nécessité pour les codes actuels d'être modulaires et facilement réutilisables oriente nos choix. Il est nécessaire de développer des outils de base. Un des premiers est la maîtrise des algorithmes de générateurs de nombres pseudo-aléatoires. En particulier toutes les méthodes d'essence « Monte Carlo » (simulation de faciès, calcul de coefficients effectifs à l'aide de marches aléatoires, algorithmes de filtrage non linéaire particulaires, gradient stochastique etc.) sont largement conditionnées par la qualité des générateurs utilisés.

Le projet a une grande maîtrise en *filtrage non linéaire* sur le plan théorique comme sur le plan pratique. Notre savoir–faire s'appuie sur de nombreuses collaborations avec des groupes universitaires (Brown university, Rutgers university, university of Southern California etc.), également avec François LeGland à l'IRISA.

4 Domaines d'applications

4.1 Milieux hétérogènes/fissurés

Mots clés : milieux poreux, milieux fissurés, environnement.

Le sous–sol est constitué de matériaux ayant la propriété d'emmagasiner (réservoirs), de laisser s'écouler et de restituer l'eau souterraine. Le débit souterrain, régi par la loi de Darcy, est fonction de la perméabilité.

Il existe deux types de roches réservoirs :

– les *pores* sont des vides de petites dimensions existant entre les grains de formes et de grosseurs variables,
– les *fissures* sont des fentes allongées (à une échelle inférieure, les microfissures ont les mêmes caractéristiques que les pores).

Un réservoir est homogène lorsque ses caractéristiques physiques sont constantes dans la direction de l'écoulement des eaux souterraines. Or, cette condition est rarement observée. *L'hétérogénéité* est le plus fréquent. Elle est également la règle générale en milieu fissuré.

À ce niveau, les outils de modélisation/analyse/simulation par milieu aléatoire que se propose d'étudier SYSDYS prennent toute leur dimension.

Le problème d'homogénéisation provient du fait que les lois de l'hydrodynamique souterraine ne s'appliquent qu'aux seuls milieux homogènes. Ainsi le problème est d'identifier un volume de réservoir considéré comme homogène dans son ensemble.

Un problème connexe important concerne l'abus des fertilisants en agriculture qui engendre une pollution des nappes phréatiques. Également, la pollution des mers par le pétrole répandu ou par les rejets d'effluents urbains sont des sujets de modélisation/analyse/simulation qui peuvent également faire appel à la modélisation par milieu aléatoire.

4.2 Génomique

Mots clés : génomique, modèle markovien, phylogénie.

Participants : Fabien Campillo, Élisabeth Remy, Bruno Torrésani.

Parmi les nombreux problèmes de modélisation et d'algorithmique émergeant en génomique, les problème d'identification par modèles markoviens (comme celui de la phylogénie) ont retenu notre attention.

Ces problèmes regroupent beaucoup d'éléments d'intérêt pour SYSDYS : modélisation probabiliste, algorithmique probabiliste, calcul parallèle etc.

5 Résultats nouveaux

5.1 Homogénéisation : Analyse et applications

5.1.1 Opérateurs aux différences

Participante : Elisabeth Remy.

Collaboration avec A. Piatnitski (Institut Lebedev, Moscou).

Le point de départ de notre travail est un problème de calcul de coefficient effectif dans le cadre de simulations d'écoulement de fluide dans des sols pétroliers. L'étude d'une méthode numérique de type MCMC (Monte–Carlo par Chaînes de Markov) nous a naturellement conduit à l'étude de l'homogénéisation d'opérateurs aux différences (i.e différentiels discrets). L' homogénéisation d'opérateurs peut être appréhendée suivant deux approches, analytique ou probabiliste.

Après s'être intéressé à l'approche analytique, qui consiste à prouver la G–convergence des opérateurs, nous nous sommes penchés sur l'approche probabiliste, qui consiste à appliquer un théorème central limite fonctionnel à une chaîne de Markov. En s'inspirant des travaux de Kozlov et Kipnis–Varadhan, nous montrons que si la chaîne de Markov $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ peut s'écrire sous la forme

$$X_n = \sum_{k=0}^{n-1} \varphi(\xi_k,\xi_{k+1})$$

où $\{\xi_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ est une chaîne de Markov ergodique ayant une mesure invariante, et s'il existe une solution F à l'équation de poisson $(\mathbf{P} - I)\,F = \mathbf{P}\,\varphi$, où $\mathbf{P}$ est l'opérateur de transition de la chaîne et F ayant des propriétés de stationnarité satisfaisante, alors le TCLF s'applique et la chaîne de Markov correctement renormalisée en temps et en espace converge vers un mouvement brownien dont la matrice de covariance représente les caractéristiques effectives du milieu homogénéisé.

L'étude de l'homogénéisation par cette seconde méthode nous a permis de faire des parallèles intéressants entre l'approche analytique et l'approche probabiliste.

5.1.2 Opérateurs sous forme divergence

Participants : Antoine Lejay, Étienne Pardoux.

L'étude des propriétés d'homogénéisation des équations aux dérivées partielles (paraboliques ou elliptiques) dont l'opérateur différentiel est

$$L^\varepsilon = \sum_{i,j=1}^{d} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{i,j}(\cdot/\varepsilon)\frac{\partial}{\partial x_j}\right) + \sum_{i=1}^{d} b_i(\cdot/\varepsilon)\frac{\partial}{\partial x_i} + c(\cdot/\varepsilon) + \sum_{i=1}^{d}(d_i(\cdot/\varepsilon)\cdot)$$

permet de simplifier la résolution de nombreux problèmes physiques. Nous supposerons ici que les coefficients sont des champs stationnaires ergodiques. Cela revient à montrer que les solutions des équations aux dérivées partielles

$$\frac{\partial u^\varepsilon(t,x)}{\partial t} = L^\varepsilon u^\varepsilon(t,x) \text{ ou } (\alpha - L^\varepsilon)u^\varepsilon = f$$

convergent vers les solutions d'équations aux dérivées partielles dont les opérateurs sont à coefficients constants lorsque ε décroît vers 0. Nous avons utilisé l'interprétation probabiliste des solutions afin de donner une preuve consistant à établir un Théorème Central Limite fonctionnel sur le processus dont le générateur infinitésimal est l'opérateur différentiel du second-ordre $\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{i,j}\frac{\partial}{\partial x_j}\right)$. En dehors du traitement des termes différentiels d'ordre un ou zéro, la nouveauté de ce travail repose sur l'usage de la théorie des formes de Dirichlet au lieu du calcul stochastique d'Itô afin de ne pas imposer des conditions de régularité sur les coefficients. Nous nous sommes ensuite intéressés aux systèmes d'équations paraboliques semi–linéaires

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = Lu + h(t,x,u(t,x),\nabla u(t,x))$$

lorsque l'opérateur L est aussi un opérateur sous forme divergence. Il a fallu tout d'abord démontrer que les solutions des équations stochastiques différentielles rétrogrades permettent d'obtenir les solutions de tels systèmes. Nous avons ensuite obtenu des résultats d'homogénéisation pour ces équations non-linéraires à l'aide de méthodes probabilistes. Un article est en préparation.

5.1.3 EDP paraboliques semilinéraires, avec un terme nonlinéaire fortement oscillant

Participant : Étienne Pardoux.

J'ai utilisé les EDS rétrogrades pour démontrer un nouveau résultat d'homogénéisation d'EDP paraboliques semilinéraires, avec un terme nonlinéaire fortement oscillant, de la forme

$$\begin{aligned}\frac{\partial u^\varepsilon}{\partial t}(t,x) = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{d} a_{ij}\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)\frac{\partial^2 u^\varepsilon}{\partial x_i \partial x_j}(t,x) + \sum_{i=1}^{d}\left(\frac{1}{\varepsilon}b_i\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) + c_i\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)\right)\frac{\partial u^\varepsilon}{\partial x_i}(t,x)\\ +\frac{1}{\varepsilon}e\left(\frac{x}{\varepsilon},u^\varepsilon(t,x)\right) + f\left(\frac{x}{\varepsilon},u^\varepsilon(t,x)\right),\\ u^\varepsilon(0,x) = g(x).\end{aligned}$$

Ce résultat vient de paraître au *Journal of Functional Analysis*. Une généralisation au cas d'une équation avec condition de Neuman au bord d'un demi-espace est en cours d'investigation avec *Y. Ouknine*.

5.1.4 Opérateurs paraboliques aléatoires sous forme divergence dans le cas d'un grand potentiel

Participant : Fabien Campillo.

*Collaboration avec A. Piatnitski (Institut Lebedev, Moscou) et M. Kleptsina (*IPPI*, Moscou).*

Dans un précédant travail, on a étudié le problème de moyennisation pour des opérateurs paraboliques aléatoires sous forme divergence dans le cas d'un grand potentiel et avec des coefficients rapidement oscillant en temps aussi bien qu'en espace. On suppose que le milieu possède une structure microscopique périodique alors que la dynamique du système est aléatoire et de plus diffusive. Ce travail va paraître dans *Stochastic Processes and Their Applications*.

Nous poursuivons cette étude dans le cas de coefficient localement périodiques.

5.1.5 Diffusion effective en petite viscosité

Participant : Fabien Campillo.

Collaboration avec A. Piatnitski (Institut Lebedev, Moscou).

On étudie le comportement asymptotique du coefficient de diffusion effectif associé à des opérateurs elliptiques avec un terme du premier ordre de type potentiel, lorsque le terme du second ordre tend vers 0. En supposant que le potentiel est une perturbation aléatoire d'une fonction périodique donnée et que cette perturbation n'affecte pas fondamentalement la structure du potentiel, on démontre la décroissance exponentielle du coefficient de diffusion effectif. On établit de plus son asymptotique logarithmique en fonction d'un niveau de percolation convenable associé au potentiel aléatoire (cf. [8]).

5.2 Analyse stochastique

5.2.1 Approximation diffusion

Participant : Étienne Pardoux.

*Collaboration avec A. Veretennikov (*IPPI*, Moscou).*

Nous avons poursuivi nos travaux sur l'approximation diffusion. L'essentiel du travail consiste à étudier la régularité par rapport à la variable y de la solution d'une équation de Poisson

$$[L(\cdot,y)u](x) = f,$$

où L est le générateur infinitésimal d'une diffusion ergodique dans R^d ; c'est un opérateur aux dérivées partielles du second ordre en la variable $x \in R^d$, dépendant du paramètre y, et f est d'intégrale nulle par rapport à la mesure invariante $\mu(dx,y)$ de la diffusion. L'approximation diffusion se démontre, pour un système très général du type

$$\begin{aligned} dX_t^\varepsilon &= \varepsilon^{-2} b(X_t^\varepsilon,Y_t^\varepsilon)\,dt + \varepsilon^{-1}\sigma(X_t^\varepsilon,Y_t^\varepsilon)\,dB_t \\ dY_t^\varepsilon &= F(X_t^\varepsilon,Y_t^\varepsilon)\,dt + \varepsilon^{-1}G(X_t^\varepsilon,Y_t^\varepsilon)\,dt + H(X_t^\varepsilon,Y_t^\varepsilon)\,dB_t, \end{aligned}$$

comme dans notre travail précédent.

5.2.2 Grandes déviations pour une diffusion dans une dérive de type « shear flow »

Participante : Fabienne Castell.

En collaboration avec F. Pradeilles .

Le problème considéré est l'étude des grandes déviations en temps long pour des processus de diffusion du type

$$X_t = W_t + \int_0^t V(X_s)\,ds \ , \tag{1}$$

où W est un mouvement Brownien, et V est un champ aléatoire indépendant de W, incompressible. Un tel processus permet de modéliser une diffusion dans un fluide. C'est la raison pour laquelle il a été et est toujours l'objet de nombreuses études. La plupart de ces études concerne les propriétés d'homogénéisation d'un tel processus, i.e. des résultats de convergence en loi.

Notre intérêt pour ce processus vient du problème de la propagation de front dans des équations de réaction-diffusion, et plus particulièrement dans des équations KPP (Kolmogorov, Petrovski, Piskunov).

Nous nous sommes limités au cas simple où le champ gaussien V est *laminaire*, i.e. du type $V(x_1,x_2) = (0,v(x_1))$, v champ gaussien centré stationnaire de densité spectrale intégrable. La renormalisation $x \mapsto x/\varepsilon$, $t \mapsto t/\varepsilon^{2/3}$ mène alors au processus

$$X_t^\varepsilon = \varepsilon^{2/3} \begin{pmatrix} B_t^1 \\ B_t^2 \end{pmatrix} + \varepsilon^{1/3} \begin{pmatrix} 0 \\ \int_0^t v\left(\frac{B_s^1}{\varepsilon^{1/3}}\right)\,ds \end{pmatrix}$$

Le résultat principal que nous avons obtenu donne les grandes déviations des marginales 1-dimensionnelles du processus X^ε, i.e *dans le cas où la fonction de corrélation du processus v est positive, et tend vers 0 à l'infini,*

$$\lim_{\delta\to 0} \limsup_{\varepsilon\to 0} \varepsilon^{2/3} \log P(|X_t^\varepsilon - x| \le \delta) = \lim_{\delta\to 0} \liminf_{\varepsilon\to 0} \varepsilon^{2/3} \log P(|X_t^\varepsilon - x| \le \delta) = -I_t(x)$$

où la fonction de taux I_t est donnée par une formule variationnelle (et vaut $+\infty$ pour tout $x = (x_1,x_2)$ si $x_1 \neq 0$).

Ce résultat fait l'objet d'un article soumis à *Stochastic Processes and its Applications.*

5.2.3 Homogénéisation d'équations aux dérivées partielles paraboliques semilinéaires

Participants : Fabienne Castell, Etienne Pardoux.

On s'intéresse aux propriétés d'homogénéisation d'EDPs paraboliques du type

$$\frac{\partial}{\partial t}u_t^\varepsilon + \frac{1}{2}\triangle u_t^\varepsilon - \frac{1}{\varepsilon}\nabla V(\frac{x}{\varepsilon})\nabla u_t^\varepsilon + f(x,u_t^\varepsilon,\nabla u_t^\varepsilon) = 0\,,\ 0 \le t \le T\,,\ u_T^\varepsilon = H\,.$$

Ces propriétés d'homogénéisation ont été obtenues par Buckdahn, Hu et Peng dans le cas où les coefficients de l'équation sont périodiques. Le but est ici de généraliser ces résultats au cas où le potentiel ∇V est la réalisation d'un champ aléatoire stationnaire ergodique. Le problème essentiel est de montrer que la solution du problème auxiliaire a un gradient qui a de bonnes propriétés d'intégrabilité par rapport à la loi du champ aléatoire V. Dans le cas où x est de dimension 1, la solution du problème auxiliaire est explicite. Nous essayons actuellement d'étendre ce résultat au cas multi-dimensionnel.

5.3 Filtrage optimal

5.3.1 Grandes déviations en filtrage non linéaire

Participant : Étienne Pardoux.

Dans un travail en collaboration avec O. Zeitouni, nous reprenons les travaux de J. Picard sur le filtrage en dimension 1 avec petit bruit d'observation. Nous établissons un résultat de grande déviation de la loi conditionnelle dans le cas "quenched". Le cas "annealed" est en cours d'investigation. Le même problème, avec un signal multidimensionel, fera l'objet de travaux ultérieurs.

5.3.2 Calcul stochastique fractionnaire et applications statistiques

Participante : Marie-Christine Roubaud.

*Collaboration avec M.L Kleptsyna (*Ippi*, Moscou) et A. Le Breton (LMC-Université Joseph Fourier).*

Depuis ces dernières années un engouement croissant est suscité par la modélisation stochastique des phénomènes à *longue mémoire*. Le mouvement brownien fractionnaire (mBf) est un des processus les plus simples pour traduire la longue dépendance.

La principale difficulté de ce travail résidant dans le fait que le mBf n'est pas une semi–martingale et donc les résultats classiques d'intégration stochastique pour les semi–martingales ne peuvent s'appliquer tout au moins directement. L'approche que nous avons choisie est élémentaire. Dans un premier temps, nous considérons uniquement l'intégration des fonctions déterministes par rapport à un mBf ; ceci étant suffisant pour un grand nombre d'applications intéressantes.

Ces résultats ont été appliqués principalement à des problèmes de filtrage linéaire et non linéaire mais aussi à l'estimation de paramétrique (maximum de vraisemblance pour un problème d'estimation dans un modèle de régression linéaire avec un bruit brownien fractionnaire).

Dans le cadre du filtrage optimal de systèmes linéaires et non linéaires les bruits de dynamique et d'observation sont représentés par des mouvements browniens fractionnaires. Dans le cas d'un système linéaire gaussien les équations du filtre que nous avions obtenues lorsque les paramètres de Hurst des mBf étaient compris entre $1/2$ et 1 ont été établies dans le cas où ils appartiennent à (0,1). Dans le cas non linéaire, la résolution complète du problème est un travail en cours. Toutefois la solution a été obtenue lorsque le signal est une variable aléatoire et dans le cas dit *semi-linéaire* où la non linéarité se situe uniquement dans l'équation de dynamique du signal qui est une diffusion.

5.3.3 Filtres approchés pour des systèmes avec bruits colorés

Participante : Marie-Christine Roubaud.

Collaboration avec A. Le Breton (LMC-université Joseph Fourier).

Nous avons donné une nouvelle interprétation de la majeure partie de notre travail sur le comportement asymptotique de filtres d'ordre réduit.

Nous avons proposé des filtres approchés pour des systèmes stochastiques semi-linéaires et non linéaires avec des bruits colorés. Ces filtres sont définis comme étant identiques aux filtres optimaux lorsque les bruits sont blancs.

Nous avons étudié leur comportement en temps long et montré leur efficacité asymptotique dans deux situations sous des hypothèses raisonnables. Premièrement, nous avons considéré le cas d'un système où la dynamique du signal et celle de l'observation sont linéaires; le filtre approché est un filtre de Kalman et dans l'étude asymptotique une représentation du filtre optimal est donné.

Cette formule étend à des systèmes avec bruits colorés celle connue pour des systèmes avec bruits blancs et condition initiale non gaussienne. Puis le cas d'un système non linéaire sous des hypothèses d'ergodicité a été considéré. Dans cette situation le filtre approché correspond au filtre optimal du système initialisé avec une distribution erronée. Pour l'étude asymptotique nous avons utilisé les résultats d'Ocone et Pardoux sur la stabilité asymptotique du filtre optimal par rapport à la condition initiale.

6 Actions régionales, nationales et internationales

6.1 Actions nationales

6.1.1 Collaboration « Marseille–Moscou » du programme PICS du CNRS

Ce programme, regroupant le projet SYSDYS en collaboration avec l'équipe de probabilités du LATP et différents mathématiciens de Moscou a permis de nombreux échanges.

6.1.2 Séminaires et groupes de travail

Le projet anime le groupe de travail *homogénéisation en milieu aléatoire*, il participe également au *séminaire de probabilités* de l'université de Provence. SYSDYS participe à l'atelier « biologie, informatique, mathématiques, physique » du programme *Génopole*.

6.2 Visites et invitations de chercheurs

Andrey Piatnitski (Institut Lebedev de Moscou) a séjourné au sein du projet en décembre.

7 Diffusion de résultats

7.1 Conférences

Antoine Lejay *Non-linear equation with divergence-form operator and BSDE: application to homogenization* au congrès *Backward Stochastic Differential Equations and Applications* à l'université du Maine (Le Mans), le 3–4 juin.

Étienne Pardoux Colloquium à Rennes, janvier — Séminaire de Probabilités à Paris 6 — Ecole d'été de Probabilités de St Flour, juillet 99 Conférence d'analyse stochastique d'Ascona, septembre — Conférence d'Analyse stochastique d'Oberwohlfach, novembre.

Élisabeth Remy *Juillet* Fourth International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM 99, Edimbourg, Écosse) — *Mars* Fifth SIAM Conference on Mathematical and Computational Issues in the Geoscience (San Antonio, Texas).

Marie–Christine Roubaud XXXI^{eme} Journées de Statistique, Grenoble du 17 au 21 mai (poster: *Rudiments de calcul stochastique fractionnaire et applications statistiques*).

7.2 Séjours à l'étranger

Fabien Campillo a séjourné en août et en octobre à l'Institut Lebedev à Moscou (Russie).

7.3 Enseignement

Fabienne Castell en tant que MCF à l'université Aix-Marseille I. TDs de probabilités et statistique en DEUG SV-ST (52h) — TD de probabilités en Maîtrise Ingenierie (32h) — TD du cours de calcul stochastique au DEA de Mathématiques Appliquées (12h) — TD de probabilités et statistique en DEUG MIAS 2eme année (52h) — TD de probabilités en Maîtrise Ingenierie (32h) — Préparation à l'épreuve de modélisation (option probabilités) de l'agrégation de mathématiques (60h) — Cours de calcul stochastique au DEA de Mathématiques Appliquées (36h). *Enseignements couvrant les années universitaires 1998/1999 et 1999/2000.*

Antoine Lejay Moniteur à l'université d'Aix-Marseille I. À partir de septembre 1999 : Travaux dirigés en DEUG Science de la Vie et de la Terre 2$^{\text{ème}}$ année : en Probabilités et Statistiques (26 h) —- Travaux Dirigés en Licence MASS : Calcul différentiel - calcul intégral (27 h).

Étienne Pardoux Cours de Processus stochastiques a l'ESM2, 2e annee, 15 heures — Cours de DEA de Calcul Stochastique, université de Provence, 20 heures — Cours de majeure à l'Ecole Polytechnique sur le calcul stochastique, 10 heures.

Marie–Christine Roubaud Enseignements au centre Joseph Fourier Drôme–Ardèche. Le centre Joseph Fourier de Valence est un antenne de l'université Joseph Fourier (Grenoble 1) proposant aux étudiants de la région Drôme–Ardèche des cursus de DEUG scientifique et DEUG staps. Cours (36h) et travaux dirigés (48h) de Mathématiques, 2ème année de DEUG Mention MIAS (Mathématiques, Informatique et Applications aux sciences) et SMa (Sciences de la matière, physique–chimie). — Cours (30h) et travaux dirigés (42h) de Mathématiques, 1ère année de DEUG mention SMb (Sciences de la matière, Physico–Chimie-Biologie).

Elisabeth Remy TD de probabilités et statistiques, 2ème année de DEUG (26 heures) — Module de probabilité, préparation au CAPES — TD Statistiques, Maîtrise d'ingénierie Mathématiques (25 heures) — TP Statistiques, École Supérieure de Mécanique de Marseille (ESM2) (18 heures).

7.4 Thèses et stage

Trois thèses sont en préparation au sein du projet :

François Delarue travaille sous la direction d'Étienne Pardoux sur l'homogénéisation d'EDP semi–linéaires à l'aide d'outils probabilistes.

Guillaume Gaudron travaille sous la direction d'Étienne Pardoux sur l'homogénéisation d'EDP semi–linéaires à l'aide d'outils probabilistes. La soutenance de sa thèse a eu lieu en février 1999. Il est actuellement Maître de Conférence à l'INSA de Toulouse.

Antoine Lejay travaille sous la direction d'Étienne Pardoux sur l'approche probabiliste en homogénéisation d'EDP semi–linéaires. Il commence sa deuxième année de thèse. La soutenance de cette thèse est prévue en janvier 2000.

Élisabeth Remy travaille sous la direction de Fabien Campillo sur l'homogénéisation des opérateurs aux différences. Elle a soutenue sa thèse en octobre 1999. Elle est actuellement en post–doc au Brésil.

Vincent Toulmonde (deuxième année de l'ESM2) a effectué un stage de 5 mois au sein du projet sous la direction de Fabien Campillo.

Alice Maurisot (DEA de Mathématiques Appliquées, université de Provence) a effectué un stage de 5 mois au sein du projet sous la direction de Fabien Campillo.

7.5 Animation de la Communauté scientifique

Fabienne Castell est membre du conseil national des universités (CNU), section 26, commission de spécialistes section 26 de l'université de Provence.

Marie–Christine Roubaud est membre suppléant de la commission de spécialistes de l'UJF en 26^{eme} section.

Étienne Pardoux est membre de la commission de spécialistes de l'université de Provence. Il a été membre des jurys de thèse de G. Gaudron (université de Provence), N. L. Zaidi (université de Barcelone), P. Seignourel (Ecole Polytechnique), E. Remy (université de Provence), H. Regnier (université de Provence).

7.6 Divers

Élisabeth Remy *Octobre à Décembre :* Training and Research on Advanced Computing Systems, Edimbourg.

8 Bibliographie

Thèses et habilitations à diriger des recherches

[1] G. Gaudron, *Convergence en loi d'EDS et d'EDS Rétrogrades : Application à l'homogénéisation d'EDP linéaires ou semilinéaires*, thèse de doctorat, Université de Provence, 1999.

[2] E. Remy, *Homogénéisation d'opérateurs aux différences : Approches analytique et probabiliste*, thèse de doctorat, Université de Provence, 1999.

Articles et chapitres de livre

[3] E. Pardoux, C. Mueller, « The Critical Exponent for a Stochastic PDE to Hit Zero », *in : Stochastic analysis, control, otimization and applications, a volume in honor of W. H. Fleming*, Q. Z. W. M. McEneaney, G. G. Yin (éditeur), Birkhäuser, 1999, p. 325–338.

[4] E. Pardoux, S. Tang, « Forward–backward stochastic differential equations and quasilinear parabolic PDEs », *Prob. Theory and Rel. Fields 114*, 1999, p. 123–150.

[5] E. Pardoux, « BSDEs, weak convergence and homogenization of semilinear PDEs », *in : Nonlinear Analysis, Differential Equations and Control*, F. C. . R. Stern (éditeur), Kluwer Acad. Pub., 1999, p. 503–549.

[6] E. Pardoux, « Homogenization of linear and semilinear second order parabolic PDEs with periodic coefficients : a probabilistic approach », *J. of Funct. Anal. 167*, 1999, p. 498–520.

Rapports de recherche et publications internes

[7] A. L. Breton, M. Roubaud, « Asymptotic optimality of approximate filters in stochastic systems with colored noises », *rapport de recherche n° 3801*, INRIA, November 1999.

[8] F. Campillo, A. Piatnitski, « Effective diffusion in vanishing viscosity », *Rapport de Recherche n° 3813*, INRIA, November 1999.