

## *Projet MACS*

*Modélisation, Analyse et Contrôle pour le Calcul des Structures*

*Rocquencourt*

THÈME 4B

*R* *apport*  
*d'Activité*

2000



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>4</b>
3.1	Développement et analyse de méthodes numériques performantes pour le calcul des structures . . . . .	4
3.1.1	Fiabilité des méthodes numériques pour les coques minces . . . . .	5
3.1.2	Eléments finis de coques pour les applications industrielles . . . . .	6
3.1.3	Modèles numériques multi-échelles en structures composites . . . . .	7
3.2	Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide . . . . .	8
3.3	Dynamique des structures et stabilité . . . . .	9
3.4	Mécanique active . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>12</b>
4.1	Panorama . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>13</b>
5.1	MODULEF . . . . .	13
5.2	Comportement de stratifiés composites sous chocs . . . . .	13
5.3	Dynamique des structures . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>14</b>
6.1	Développement et analyse de méthodes numériques performantes pour le calcul des structures . . . . .	14
6.1.1	Fiabilité des méthodes numériques pour les coques minces . . . . .	14
6.1.2	Eléments finis de coques pour les applications industrielles . . . . .	15
6.1.3	Comportement dynamique de stratifiés composites sous impact . . . . .	16
6.2	Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide . . . . .	16
6.2.1	Décomposition de domaines en élasticité non linéaire . . . . .	17
6.2.2	Décomposition de domaines pour problèmes non symétriques . . . . .	17
6.3	Dynamique des structures et stabilité . . . . .	18
6.3.1	Modèles simplifiés pour l'interaction fluide-structure . . . . .	18
6.3.2	Algorithmes de couplage . . . . .	19
6.4	Mécanique active . . . . .	19
6.4.1	Modélisation numérique de coques piézoélectriques . . . . .	19
6.4.2	Structures gyrovibrantes . . . . .	20
<b>7</b>	<b>Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)</b>	<b>21</b>
7.1	Projet CEP&M: "Calcul des structures en béton. Analyse des singularités par la méthode de décomposition de domaines avec maillages incompatibles" . . . . .	21
7.2	Action fluide-structure LCPC . . . . .	21
7.3	Michelin: simulation du comportement des nappes de renfort dans un pneu . . . . .	22

---

<b>8</b>	<b>Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>22</b>
8.1	Actions nationales . . . . .	22
8.1.1	Action CAESARE (Chirurgie Abdominale Et Simulation A Retour d'Effort) . . . . .	22
8.1.2	Action de recherche coorative ICEMA (Images de l'Activité Electromécanique du Coeur) . . . . .	22
8.2	Actions internationales . . . . .	23
8.2.1	Accord INRIA-NSF . . . . .	23
8.2.2	Projet Liapunov "Etude du comportement dynamique des coques résonnantes" . . . . .	23
8.2.3	Amérique . . . . .	23
<b>9</b>	<b>Diffusion de résultats</b>	<b>24</b>
9.1	Animation de la communauté scientifique . . . . .	24
9.2	Enseignement universitaire . . . . .	24
9.3	Participation à des colloques, séminaires, invitations . . . . .	24
<b>10</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>26</b>

# 1 Composition de l'équipe

## Responsable scientifique

Dominique Chapelle [Ingénieur des Ponts et Chaussées, mis à disposition de l'INRIA]

## Responsable permanent

Marina Vidrascu [DR, INRIA]

## Assistante de projet

Maryse Desnous [TR, INRIA, assure également le secrétariat de Gamma et M3N]

## Personnel INRIA

Frank Génot [CR à partir d'octobre]

Amine Hassim [CR]

## Conseiller scientifique

Patrick Le Tallec [Professeur, Ecole Polytechnique]

## Collaborateurs extérieurs

Michel Bernadou [Professeur, Pôle Universitaire Léonard de Vinci]

Frédéric Bourquin [Ingénieur-en-Chef des Ponts et Chaussées, LCPC]

## Chercheurs invités

Michel Delfour [Université de Montréal, professeur invité par MACS/SOSSO jusqu'à fin avril]

Jemal Peradze [Tbilisi State University, de janvier à avril]

Frédéric Valentin [LNCC (Brésil) du 18 septembre au 13 octobre]

## Chercheurs post-doctorants

Frank Génot [jusqu'à fin septembre, bourse INRIA]

José Urquiza [à partir d'octobre, bourse INRIA]

## Doctorants

Miguel Fernández [Université Paris Dauphine, bourse MENRT]

Anca Ferent [Ecole Polytechnique]

Daniel Lepikson [Doctorant de l'Université de São Paulo, jusqu'à fin mars]

## 2 Présentation et objectifs généraux

La simulation numérique est maintenant un outil incontournable de l'ingénieur. Cela est particulièrement vrai dans le domaine de la mécanique des milieux continus en général, et dans le calcul des structures en particulier. C'est dans cette discipline que la méthode des éléments finis s'est initialement développée et c'est encore là qu'elle est le plus utilisée. Dans une chaîne de conception industrielle, les essais numériques tendent de plus en plus à compléter les essais expérimentaux, voire à se substituer à une partie d'entre eux, et permettent ainsi des gains très significatifs dans les coûts et les délais de conception.

Dans ce contexte général, le projet MACS vise à répondre plus spécifiquement à des besoins de recherche nouveaux liés à :

- la nécessité de développer des méthodes numériques de plus en plus fiables, aptes à résoudre des problèmes industriels de très grande taille ;
- l'émergence du contrôle actif de structures, qui permet de concevoir des structures plus minces, plus légères (et donc moins chères), ou qui répondent à un cahier des charges plus strict (en matière de vibrations notamment).

Les deux disciplines en question (calcul et contrôle des structures) sont de plus en plus indissociables. La conception d'une loi de contrôle ainsi que sa mise en oeuvre reposent en effet, de façon incontournable, sur la modélisation et simulation numérique du comportement dynamique de la structure. Par ailleurs, le contrôle actif est devenu un ingrédient essentiel dans la conception des structures modernes dans la mesure où un nombre croissant d'applications nouvelles inclut un dispositif de contrôle.

L'originalité de notre démarche résulte du "couplage" que nous cherchons à réaliser entre ces deux disciplines scientifiques par la mobilisation de compétences en analyse numérique et calcul des structures d'une part, en contrôle/contrôlabilité et en automatique/temps réel d'autre part.

## 3 Fondements scientifiques

Quatre axes de recherche sont retenus pour leur complémentarité, leur adéquation à la culture scientifique et aux compétences de l'équipe, ainsi que pour leurs retombées industrielles. Dans cette section, nous mettons l'accent sur la problématique scientifique et la démarche envisagée pour chacun de ces axes.

### 3.1 Développement et analyse de méthodes numériques performantes pour le calcul des structures

**Mots clés :** structure, poutre, plaque, coque, fiabilité numérique, matériau composite.

**Glossaire :**

**Structure :** Objet tridimensionnel de la mécanique des solides dont une des dimensions au moins (typiquement l'épaisseur) est très inférieure à la taille globale. Cette propriété permet

d'utiliser des modèles mécaniques réduits, c'est à dire formulés sur des variétés de dimension 1 (ligne, dite "ligne moyenne") ou de dimension 2 ("surface moyenne"), et non dans un domaine tridimensionnel. Les poutres, plaques et coques constituent des exemples de structures simples, et une structure générale est constituée d'un assemblage de tels composants.

**Poutre:** Objet dont deux dimensions (en général du même ordre de grandeur) sont très petites devant la troisième. Le modèle réduit est alors formulé sur une ligne (droite ou courbe).

**Coque:** Objet dont une dimension (l'épaisseur) est très inférieure aux deux autres. Le modèle de structure est formulé sur la surface moyenne de l'objet.

**Plaque** Cas particulier de coque dont la surface moyenne est plane.

**Verrouillage numérique:** Le verrouillage numérique est un phénomène qui fait que, lorsque l'épaisseur (qui apparaît dans la formulation comme un paramètre) est petite, la méthode numérique fournit un résultat bien inférieur (parfois de plusieurs ordres de grandeur) à la solution exacte, c'est à dire que la structure paraît numériquement beaucoup trop "raide".

**Résumé :** *Dans le cadre des méthodes numériques pour le calcul des structures, trois axes de recherche font l'objet de travaux :*

- i) la fiabilité des méthodes de coques,*
- ii) les éléments finis de coques pour les applications industrielles,*
- iii) les modèles numériques de structures composites.*

Les modèles utilisés pour représenter le comportement des structures, en statique et en dynamique, dans les régimes linéaire et non-linéaire, sont de plus en plus fins et requièrent le développement et l'analyse de méthodes numériques performantes. Dans ce cadre, trois thèmes de recherches plus spécifiques font l'objet de travaux au sein de MACS.

### 3.1.1 Fiabilité des méthodes numériques pour les coques minces

Les éléments de coque sont manifestement les éléments finis les plus utilisés pour le calcul des structures dans l'industrie, tous secteurs confondus (automobile, aéronautique, génie civil, etc.). Cependant, tous les spécialistes s'accordent pour dire que les éléments de coque aujourd'hui disponibles ne sont pas suffisamment fiables. Une cause essentielle de ce problème réside dans l'apparition du phénomène du verrouillage numérique lorsque la structure est "mince".

D. Chapelle a contribué, à travers sa thèse de doctorat [Cha96], à mieux faire comprendre le phénomène du verrouillage numérique dans le cas de coques. En particulier, il a mis au point, en collaboration avec R. Stenberg (Professeur à l'Université de Tampere, Finlande), la première méthode d'éléments finis de coques dont la résistance au verrouillage ait pu être démontrée sans hypothèse simplificatrice [CS98]. En revanche, le traitement spécifique appliqué à la méthode la rend inapte à représenter correctement le comportement en membrane des coques dans les configurations où le verrouillage n'est pas à redouter !

---

[Cha96] D. CHAPELLE, *Etude des Phénomènes de Verrouillage Numérique pour les Problèmes de Coques Minces*, thèse de doctorat, Université Paris VI, juin 1996.

[CS98] D. CHAPELLE, R. STENBERG, « Stabilized finite element formulations for shells in a bending dominated state », *SIAM Journal of Numerical Analysis* 36, 1, 1998, p. 32-73.

Ainsi, on ne connaît toujours pas, à l'heure actuelle, d'élément de coque dont la fiabilité ait été démontrée dans un cadre général, alors que de nombreuses équipes y travaillent dans le monde entier. Face à ce problème difficile, notre stratégie consiste à susciter une synergie entre la compréhension et l'analyse théorique du phénomène d'une part, et la mise en oeuvre d'expérimentations numériques guidées par des critères rigoureux d'autre part. Une collaboration étroite en ce sens est en cours entre D. Chapelle et K.J. Bathe (Professeur au MIT, fondateur et directeur de la société ADINA R&D, Inc.), voir notamment [CK98,CB98].

### 3.1.2 Eléments finis de coques pour les applications industrielles

L'objectif de cette thématique consiste à rapprocher les méthodes d'éléments finis de coques analysées dans le cadre classique de l'analyse numérique de celles, souvent sans lien apparent, utilisées par les ingénieurs dans la pratique industrielle. On vise ainsi à faire bénéficier les méthodes industrielles des améliorations (notamment en terme de fiabilité) permises par la finesse et la puissance de l'analyse numérique, en même temps qu'à mieux valoriser les méthodes que nous mettons au point.

Dans le cadre classique, l'utilisation des éléments finis de coque requiert la donnée d'une carte  $\phi$  qui associe à tout point matériel  $m$  de la surface moyenne de référence  $\hat{\omega}$  (que l'on choisit en général plane) sa position initiale  $\phi(m)$ . Dans les applications industrielles, les géométries des structures considérées sont en général trop complexes pour être définies par une carte unique et, de fait, les surfaces sont habituellement décrites par une liste de points. Des techniques d'approximation par fonctions "splines" ont été parfois utilisées dans ces situations pour reconstruire une carte à partir des coordonnées ponctuelles mais, à cause de son coût, cette approche n'est pas toujours satisfaisante dans la pratique industrielle. A contrario, les ingénieurs utilisent couramment des éléments finis de coques à base de "coques à facettes" (alors que des analyses théoriques ont mis en évidence un défaut de consistance dans ces méthodes<sup>[BDT88]</sup>), ou encore des méthodes de type "general shell elements" [13].

Nous nous sommes intéressés, en particulier, à dégager une méthodologie efficace et robuste pour construire automatiquement une carte, au niveau de chaque élément fini, à partir de données provenant d'un maillage de surface. Des éléments finis de type DKT non-linéaires<sup>[LCM95]</sup>, capables de représenter des grands déplacements, ont été mis au point dans cet esprit par P. Le Tallec et M. Vidrascu. Ces éléments, développés dans le cadre d'un contrat avec PSA, ont déjà été intégrés dans un code industriel du constructeur automobile.

- 
- [CK98] D. CHAPELLE, K.J. BATHE, «Fundamental considerations for the finite element analysis of shell structures», *Computers & Structures* 66, 1, 1998, p. 19–36.
- [CB98] D. CHAPELLE, K. BATHE, «On general shell finite elements and mathematical shell models», in : *Advances in Finite Element Procedures and Techniques*, B. Topping (éditeur), Civil-Comp Press, p. 25–30, Edinburgh, Scotland, 1998.
- [BDT88] M. BERNADOU, Y. DUCATEL, P. TROUVÉ, «Approximation of a circular cylindrical shell by Clough-Johnson flat plate finite elements», *Numer. Math.* 52, 1988, p. 187–217.
- [LCM95] P. LE TALLEC, M. CARRIVE, J. MOURO, «Approximation par Eléments Finis d'un modèle de coques géométriquement exact», *Revue Européenne des Eléments Finis* 4, 5-6, 1995, p. 633–662.



### 3.1.3 Modèles numériques multi-échelles en structures composites

Ce travail concerne l'étude de l'endommagement et de la tenue aux chocs de structures stratifiées composites à matrice organique. Sous chargement transverse de type impact, certaines zones du stratifié peuvent être suffisamment sollicitées pour que des micro-fissurations se développent dans la matrice, suivies par des décohésions fibre-matrice. Ces endommagements au niveau de la micro-structure (matrice et fibre) se traduisent par des dégradations des propriétés mécaniques dans la zone de la couche (mésoscopique) composite et affecte le comportement global (macroscopique) de la structure.

L'approche locale (microscopique) consiste à modéliser finement les phénomènes de dégradation en chaque point de la structure et à utiliser des méthodes d'homogénéisation pour caractériser l'influence de ces phénomènes sur le comportement du matériau. Une telle approche, mise en œuvre à l'échelle des phénomènes physiques que l'on cherche à modéliser, se heurte cependant à trois grandes difficultés au niveau :

- des données du modèle qui sont très difficile à recalculer expérimentalement;
- des résultats numériques car les dégradations du matériau ont tendance à se concentrer dans des zones très étroites (bandes de localisation) entraînant des résultats numériques erronés;
- du temps calcul qui devient très vite prohibitif.

L'approche globale s'appuie sur des modèles phénoménologiques macroscopiques au niveau du stratifié complet. Ces modèles utilisés depuis longtemps dans les codes de calcul des structures donnent des résultats satisfaisants compte tenu de leur relative simplicité. Mais cette approche donne une représentation globale donc très approximative des mécanismes à l'échelle microscopique.

Notre approche localement couplée combine les performances du calcul de structures macroscopique avec un calcul d'évolution de l'endommagement à chaque pas de temps. Nous avons pris en compte trois échelles pour représenter le stratifié, et les informations d'une simulation à une échelle donnée sont utilisées à l'échelle supérieure :

- à l'échelle microscopique la méthode d'homogénéisation [BLP78], [Duv76], fournit la loi de comportement de la couche non-endommagée,
- à l'échelle de l'élément fini de la couche *homogénéisée* dans la zone endommagée, une loi d'endommagement non-linéaire est utilisée pour décrire l'évolution du matériau. L'écriture de cette loi est basée sur les concepts classiques de la mécanique de l'endommagement, avec des variables moyennant les phénomènes complexes (micro-fissuration de la matrice et la décohésion fibre-matrice). L'identification des coefficients de la loi d'évolution de l'endommagement est réalisée à partir d'expériences simples et reproductibles.

---

[BLP78] A. BENSOUSSAN, J. LIONS, G. PAPANICOLAOU, *Asymptotic analysis for periodic structures*, North Holland, 1978.

[Duv76] G. DUVAUT, *Matériaux élastiques à structure périodique*, North Holland, 1976.

- à l'échelle macroscopique, des simulations numériques tridimensionnelles sont effectuées avec le modèle d'endommagement à l'échelle des plis [HV98]. Le calcul numérique fournit les valeurs des paramètres d'endommagement à chaque instant et permet de mettre en évidence le début de micro-fissuration dans les différentes couches.

### 3.2 Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide

**Mots clés :** décomposition de domaine, algorithme numérique, calcul parallèle, élasticité linéaire, élasticité non-linéaire.

**Glossaire :**

**Solveur en mécanique du solide :** Ensemble d'algorithmes qui permettent la résolution du problème complet (par exemple une méthode de Newton associée à une discrétisation par éléments finis).

**Décomposition de domaines :** la décomposition de domaines consiste à subdiviser le domaine de calcul en sous-domaines plus petits et à concevoir une méthode de résolution qui ramène la résolution du problème global à des petits problèmes par sous-domaine. Par ailleurs, en calcul parallèle, ce terme désigne la distribution de données à travers les processeurs.

**PVM :** Parallel Virtual Machine

**Résumé :** *La simulation numérique de structures industrielles conduit à des problèmes de grande taille. Leur résolution se heurte à deux difficultés : les géométries sont complexes, et les schémas d'intégration sont nécessairement implicites, ce qui exige l'inversion de systèmes matriciels creux, non-structurés et de très grande taille. Pour mener à bien cette tâche, il convient de concevoir et de développer des algorithmes nouveaux.*

Les moyens de calcul classiques sont souvent insuffisants pour résoudre des problèmes réels en calcul des structures, en particulier les modèles discrets obtenus sur maillages raffinés et adaptés de structures hétérogènes.

L'avenir du calcul haute-performance dans ces domaines réside vraisemblablement dans l'utilisation de grands ordinateurs parallèles ou de réseaux de stations de travail et de nouveaux algorithmes adaptés au calcul numérique intensif.

La stratégie de développement est axée sur l'utilisation de machines parallèles gros grains et d'une programmation par passage de messages utilisant des standards de communication de type PVM ou MPI. Cette approche assure une grande portabilité du logiciel et une utilisation indifférente de réseaux de stations de travail ou de gros ordinateurs parallèles.

D'un point de vue algorithmique, le traitement des problèmes non-linéaires de la mécanique des structures par des algorithmes de type "Newton" débouche sur la résolution d'un ou plusieurs systèmes linéaires de grande taille, creux, non-structurés et, en général, très mal condi-

---

[HV98] A. HASSIM, G. VANDERBORCK, « Computational Procedures for Progressive Impact-Induced Damage Analysis of Laminated Composites », in : *Proceedings of the 69th Shock & Vibration Symposium*, St. Paul, MN, USA, 1998.

tionnés (cf. [LV97a]). La grande taille de ces systèmes rend difficile, sinon impossible, l'utilisation de méthodes directes. D'autre part, le mauvais conditionnement est un frein pour l'utilisation de méthodes itératives de type gradient conjugué. Pour résoudre de tels problèmes, au niveau algorithmique, la plupart des solutions proposées et validées s'appuient sur des techniques de décomposition de domaines [LV97b]. C'est une méthodologie générale qui permet de résoudre des systèmes linéaires et non-linéaires issus de la discrétisation d'équations aux dérivées partielles.

Une analyse mathématique rigoureuse de ces méthodes, aux niveaux continu et discret, permet de concevoir des algorithmes très robustes et de définir des méthodes à deux niveaux pour pouvoir résoudre des problèmes elliptiques avec un grand nombre de sous-domaines (voir Le Tallec [Le 94]).

Dans le projet, on s'intéresse à trois types d'outils nécessaires pour surmonter les difficultés théoriques et pratiques posées par l'utilisation des techniques de décomposition de domaines :

- des techniques de partitionnement automatique permettant de découper des maillages de structures complexes en sous-domaines réguliers et compacts,
- des solveurs itératifs d'interface de type Neumann-Neumann, qui permettent de réduire le problème initial à une succession de problèmes de sous-structures à traction ou à déplacement imposés et résolus en parallèle par sous-domaine,
- des solveurs sur grille grossière permettant de construire des algorithmes multi-niveaux rapides et efficaces quels que soient la géométrie et le nombre des sous-domaines utilisés.

### 3.3 Dynamique des structures et stabilité

**Mots clés :** vibration, couplage fluide-structure.

**Résumé :** *Dans ce thème, on s'intéresse à la stabilité des structures en comportement dynamique, ce qui constitue un préliminaire essentiel au contrôle. Pour l'instant, les travaux de l'équipe se sont plus spécifiquement concentrés autour des problèmes de stabilité provenant de l'interaction avec un fluide.*

La stabilité des structures constitue naturellement une préoccupation majeure des concepteurs. Il s'agit en particulier de s'assurer que la structure ne sera pas le siège de vibrations mal amorties (voire d'amplitude croissante!). Par ailleurs, l'analyse de la stabilité d'un système dynamique général constitue une étape préliminaire essentielle pour pouvoir aborder l'étude du même système auquel on adjoint un dispositif de contrôle.

- 
- [LV97a] P. LE TALLEC, M. VIDRASCU, « Domain decomposition techniques for nonlinear elasticity problems », *in: Computational Science for the 21st century*, Wiley, p. 568–585, 1997.
- [LV97b] P. LE TALLEC, M. VIDRASCU, « Solving large-scale structural problems on parallel computers using domain decomposition techniques », *in: Parallel Solution Methods in Computational Mechanics*, M. Papadrakakis (éditeur), John Wiley & Sons, 1997, ch. 3.
- [Le 94] P. LE TALLEC, « Domain decomposition methods in computational mechanics », *Advances in computational mechanics* (North-Holland), 1994, Volume 1.

Pour l'instant, les travaux réalisés par l'équipe dans ce domaine ont principalement concerné l'étude de la stabilité d'une structure sous l'effet d'un écoulement fluide. Ceci nécessite de savoir rendre compte, par des modèles et méthodes numériques pertinentes, de phénomènes physiques faisant intervenir de façon essentielle l'interaction entre une structure en mouvement et un écoulement fluide. Très schématiquement, on peut décrire le couplage qui entre en jeu comme suit : le déplacement de la structure modifie la géométrie du domaine fluide et donc l'écoulement qui à son tour exerce une action sur la structure. Ces phénomènes jouent un rôle capital dans un grand nombre d'applications et dans des domaines très variés (écoulements dans les vaisseaux sanguins, stabilité des ailes d'avion et des grands ouvrages d'art, etc.).

Dans cette démarche, la pertinence des modèles utilisés pour décrire chacun des deux domaines indépendamment l'un de l'autre et la performance des méthodes numériques employées pour discrétiser ces modèles constituent des préalables fondamentaux. C'est donc naturellement en association avec des spécialistes de mécanique des fluides d'autres équipes de l'INRIA (notamment CAIMAN et M3N) que MACS est engagé dans cette action. A travers celle-ci, nos objectifs spécifiques concernent donc le développement de méthodes permettant d'analyser la stabilité de la structure au contact de l'écoulement (pour notamment éviter les phénomènes de "flottement" bien connus des avionneurs).

### 3.4 Mécanique active

**Mots clés** : contrôle, capteurs/actionneurs, structure intelligente.

**Résumé** : *L'objectif général est ici de mettre au point des outils permettant d'analyser et de concevoir des "structures intelligentes" (systèmes composés d'une structure et d'un dispositif de contrôle). La démarche envisagée consiste à s'inspirer à la fois de la théorie du contrôle d'EDPs telle que développée par l'école de Mathématiques Appliquées (notamment les méthodes de type HUM, pour "Hilbert Uniqueness Method"<sup>[Lio88a,Lio88b]</sup>), et de l'Automatique.*

Un intérêt notable des méthodes de type HUM réside dans le lien étroit qu'elles font apparaître entre la géométrie du système et sa contrôlabilité (et observabilité). Cette information est précieuse pour la conception d'un système avec contrôle intégré (notamment pour le placement des capteurs et actionneurs). En revanche, les lois de commande obtenues par ces méthodes sont difficilement applicables en pratique, car leur écriture sous forme de feedback n'est pas toujours possible ou exploitable, malgré de récentes avancées dans cette direction [Kom97] (il est à noter que le feedback en question fait de plus appel à une connaissance parfaite de l'état). Par ailleurs le problème de la robustesse (vis-à-vis des erreurs de modélisation

---

[Lio88a] J. LIONS, *Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués. Volume 1 : contrôlabilité exacte*, Masson, 1988.

[Lio88b] J. LIONS, *Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués. Volume 2 : perturbations*, Masson, 1988.

[Kom97] V. KOMORNIK, « Rapid boundary stabilization of linear distributed systems », *SIAM J. Control Optim.* 35, 5, 1997, p. 1591–1613.

en général, et en particulier des erreurs de discrétisation) de ces méthodes est encore largement ouvert. Pour obtenir des lois robustes et optimiser les marges de stabilité du système contrôlé il paraît utile de se tourner vers des méthodes et stratégies issues d'autres branches du contrôle d'EDP (semi-groupe, pour l'utilisation des représentations d'états) et de l'automatique (fonctions de transfert irrationnelles, pour l'utilisation des représentations entrée/sortie). Notons que la plupart des extensions récentes à la dimension infinie de résultats connus pour les systèmes de dimension finie ne s'appliquent que sous l'hypothèse forte de stabilisabilité et de détectabilité exponentielles du système sous-jacent, ce qui n'est pas le cas des structures mécaniques en général. Néanmoins de récents résultats sur les systèmes dissipatifs [KJ96,OC00] avec capteurs/actionneurs colocalisés semblent très prometteurs.

De manière générale, de nombreuses questions restent ouvertes, ne serait-ce qu'au niveau de la mise en oeuvre de ces techniques et de l'interprétation physique des marges de robustesse annoncées : ces dernières ne correspondent souvent qu'à un type bien choisi de perturbations structurelles du modèle (par exemple, l'introduction d'une terme parasite dans une factorisation donnée de la fonction de transfert) qu'il est souvent difficile de mettre en rapport avec les incertitudes sur les caractéristiques physiques du système qui correspondent à des perturbations paramétriques, plus difficiles à étudier (anisotropie, amortissement, etc.).

Pour l'instant, les travaux de l'équipe dans ce domaine se sont principalement concentrés sur l'étude (modélisation et simulation numérique) de composants utilisables pour le contrôle des structures en tant que dispositifs de capteurs/actionneurs (matériaux piézoélectriques et magnétostrictifs, cf. [A.B97,Hae00,BLB98,BH95,BH98,BH99]). Tout en poursuivant dans cette direction, nous souhaitons également développer, en aval, certains aspects plus directement liés à l'étude de structures contrôlées.

- 
- [KJ96] A. KELKAR, S. JOSHI, *Control of Nonlinear Multibody Flexible Space Structures, Lectures Notes in Control and Information Sciences*, 221, Springer Verlag, London, 1996.
- [OC00] J. OOSTVEEN, R. CURTAIN, «Robustly Stabilizing Controllers for Dissipative Infinite-Dimensional Systems with Collocated Actuators and Sensors», *Automatica* 36, 2000, p. 337–348.
- [A.B97] A. BLANGUERNON, *Contrôle Actif de Poutres et de Plaques à l'aide d'un Composant Piézo-céramique*, Thèse de doctorat, Université Paris VI, mars 1997.
- [Hae00] C. HAENEL, *Modélisation, Analyse et Simulation Numérique de Coques Piézoélectriques*, Thèse de doctorat, Université Paris VI, 25 janvier 2000.
- [BLB98] A. BLANGUERNON, F. LÉNÉ, M. BERNADOU, «Active control of a beam using a piezoceramic element», *Smart Mater. Struct.* 8, 1998, p. 116–124.
- [BH95] M. BERNADOU, C. HAENEL, «On the numerical analysis of general piezoelectric thin shells», in : *Computational Mechanics 95*, Springer-Verlag, p. 1650–1655, 1995. Vol. 2.
- [BH98] M. BERNADOU, S. HE, «On the computation of hysteresis and closure domains in micromagnetism», in : *SPIE Conference on Mathematics and Control in Smart Structures*, 3323, p. 512–519, 1998.
- [BH99] M. BERNADOU, S. HE, «Numerical approximation of unstressed and prestressed magnetostrictive materials», in : *SPIE Conference on Mathematics and Control in Smart Structures*, 1999.

## 4 Domaines d'applications

### 4.1 Panorama

Le calcul des structures, avec ses développements liés au contrôle, a des applications dans la plupart des secteurs industriels. On peut néanmoins identifier plus particulièrement quatre grands domaines dans lesquels les travaux de MACS ont vocation à trouver des applications directes.

1. **Génie civil.** Dans ce domaine, avec l'augmentation de la portée (et donc de la souplesse) des grands ouvrages, le contrôle des vibrations est une préoccupation majeure des concepteurs (par exemple pour le tablier et les câbles des ponts à haubans). La maîtrise des effets du vent sur les ouvrages est également un objectif déterminant dans la mesure où, dans bon nombre de cas, il s'agit du chargement dimensionnant (c'est à dire prépondérant dans les calculs). Une collaboration étroite est engagée avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (Ministère de l'Équipement), notamment à travers un contrat de recherche (§7.2). Par ailleurs, un contrat industriel, portant sur le calcul de grandes structures off-shore par décomposition de domaines, est en cours de réalisation (voir 7.1).
2. **Construction mécanique** (automobile, aéronautique, spatial...). Dans ce secteur, les structures minces sont omniprésentes (carrosserie d'automobile, carlingue d'avion...), et la simulation numérique constitue un maillon essentiel de la chaîne de conception. Par ailleurs, l'adjonction de dispositifs de contrôle actif sur les structures constitue un domaine d'étude très actif. En outre, la haute valeur ajoutée autorise l'emploi de matériaux élaborés, comme les matériaux nouveaux et les composites. Dans ce cadre également, des actions industrielles sont en cours avec des grandes entreprises.
3. **Génie biomédical.** La simulation numérique est très probablement appelée à jouer un rôle essentiel dans ce secteur en pleine expansion, et les travaux de MACS devraient y trouver de nombreuses applications, notamment dans le domaine de la biomécanique. Pour l'instant, deux sujets de recherche applicative ont été identifiés : les écoulements sanguins (et les déformations concomitantes des vaisseaux) et la simulation des déformations d'organes sous l'effet d'un outil chirurgical, dans le but de concevoir un simulateur d'opération. Une "action de recherche coopérative" est engagée sur cette deuxième application (voir §8.1.1) et MACS y participe activement.
4. **Logiciel.** De par ses multiples contributions à l'obtention de méthodes numériques fiables et performantes, MACS a naturellement vocation à jouer un rôle dans la production de grands codes industriels, voire de codes commerciaux. Des liens concrets avec des "producteurs de codes" existent déjà, notamment à travers la collaboration avec K.J. Bathe, professeur au MIT et directeur de l'entreprise qui développe le code ADINA. Enfin, MACS joue également un rôle dans le domaine du logiciel scientifique par la diffusion de la bibliothèque d'éléments finis Modulef (logiciel libre, cf. §5.1).

## 5 Logiciels

### 5.1 MODULEF

**Participants :** Dominique Chapelle, Amine Hassim, Marina Vidrascu [correspondant].

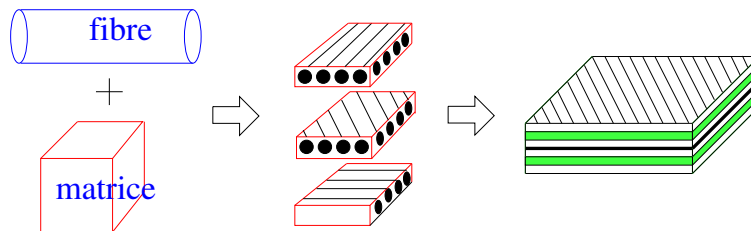
La quasi-totalité des développements logiciels réalisés par l'équipe sont effectués dans l'environnement constitué par la bibliothèque Modulef. Cette bibliothèque fournit en effet une véritable base logicielle qui, par sa conception modulaire fondée sur des structures de données rigoureusement définies et particulièrement adaptées aux méthodes d'éléments finis, permet d'intégrer aisément de nouveaux développements, que ce soit au niveau des modèles, des types de discrétisation, ou encore des algorithmes de résolution nouveaux.

Jusqu'en 1998, le logiciel Modulef était diffusé par Simulog dans le cadre d'un club d'utilisateurs qui versaient une cotisation annuelle. Afin d'en permettre une diffusion plus large, il a été décidé d'en faire un logiciel libre à partir de 1999, et nous nous sommes chargés de coordonner les opérations correspondant à ce changement de statut. Modulef est désormais téléchargeable sur le serveur Web de l'INRIA-Rocquencourt (<http://www-rocq.inria.fr/modulef/>). Ce nouveau statut facilitera également l'interfaçage et/ou l'intégration de modules issus de Modulef dans d'autres logiciels, qu'il soient eux-mêmes libres ou commercialisés sous une forme ou une autre.

### 5.2 Comportement de stratifiés composites sous chocs

**Participant :** Amine Hassim [correspondant].

ADANIDEC est un logiciel pour l'étude du comportement dynamique de stratifiés composites sous impact. Nous avons considéré les trois échelles caractéristiques des stratifiés composites (fibre/matrice, pli et stratifié) pour la construction et l'étude du comportement du stratifié. Les informations d'une construction ou d'une simulation à une échelle donnée sont utilisées à l'échelle supérieure.



A chaque échelle nous avons intégré une base de données matériaux ainsi que des outils de simulation numérique appropriés :

- caractérisation des propriétés effectives (homogénéisation) et visualisation des contraintes locales à l'échelle inférieure des constituants;
- loi d'évolution de l'endommagement à l'échelle intermédiaire de l'élément fini du pli;

- simulation du comportement dynamique du stratifié sous impact à l'échelle macroscopique localement couplée avec un calcul d'évolution de l'endommagement à chaque pas de temps.

Une interface graphique Tcl/Tk aide l'utilisateur à manipuler la base de données matériaux et les logiciels aux trois échelles du stratifié.

### 5.3 Dynamique des structures

**Participants** : Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu [correspondant].

Le logiciel **dynaxx** permet de résoudre des problèmes dynamiques de coques en grands déplacements (mais tous les autres éléments finis d'élasticité de la bibliothèque Modulef peuvent être utilisés). Une méthode de Newmark est utilisée pour la discrétisation en temps, un algorithme de Newton pour la discrétisation en espace. Ce module est également destiné à être utilisé pour la partie **structure** dans la simulation du couplage fluide-structure. Dans ce cas, la communication avec le **code fluide** est faite via un **coupleur** en utilisant la bibliothèque PVM. Ce logiciel utilise la bibliothèque Modulef et a déjà été mis à la disposition de tous nos partenaires, en particulier les participants de l'action fluide-structure LCPC (voir §7.2).

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 Développement et analyse de méthodes numériques performantes pour le calcul des structures

**Participants** : Michel Bernadou, Dominique Chapelle, Anca Ferent, Daniel Lepikson, Amine Hassim, Marina Vidrascu.

**Mots clés** : fiabilité numérique, éléments MITC, couplage coque/3D, composites, endommagement.

#### 6.1.1 Fiabilité des méthodes numériques pour les coques minces

**Résumé** : *Nous avons formulé et testé numériquement de nouveaux éléments de coques reposant sur une discrétisation du modèle de Naghdi et s'inspirant des éléments MITC pour éviter le verrouillage numérique.*

Parmi les nombreux éléments finis de coques utilisés par les ingénieurs, les éléments MITC<sup>[Bat96]</sup> (pour "Mixed Interpolation of Tensorial Components") sont connus pour être très performants, en particulier vis-à-vis du phénomène de verrouillage numérique (cf. notamment [10, 11]). Or, pour une large part, l'analyse mathématique de ces éléments reste à faire, ce qui permettrait non seulement de justifier ces méthodes mais aussi probablement de les améliorer. Pour cela, une difficulté majeure vient de ce que ces éléments ne découlent pas de la discrétisation d'un

---

[Bat96] K. BATHE, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, 1996.



modèle de coque explicite, mais sont obtenus en “dégénéralant” des éléments 3D. Dans [13], nous avons déjà établi des liens entre ces éléments de type “solide dégénéré” et les modèles de coques classiques (en particulier celui de Naghdi). Nous avons poursuivi ce travail en formulant des éléments finis nouveaux qui reposent sur une discrétisation du modèle de Naghdi, tout en s’inspirant des éléments MITC pour les aspects visant à éviter le verrouillage numérique. Parmi la famille ainsi obtenue, l’élément à 9 noeuds (Q2 modifié) a été implémenté et soumis à des tests numériques approfondis. Ces tests montrent des performances comparables à celles de l’élément MITC9 d’origine (cf. [13]), et en particulier une supériorité remarquable de cet élément par rapport à un élément Q2 simple dans le cas des coques à flexion dominante. L’ensemble de ces nouveaux développements a constitué le sujet du stage doctoral de Daniel Lepikson, qui devrait soutenir sa thèse de l’Université de São Paulo début 2001 sur la base de ces travaux.

Ces nouveaux éléments, plus accessibles à l’analyse que les éléments MITC eux-mêmes, pourront faire l’objet d’une étude mathématique dans une étape ultérieure.

### 6.1.2 Eléments finis de coques pour les applications industrielles

**Résumé :** *Un travail est en cours sur la modélisation et la simulation numérique de l’inclusion d’une couche mince et raide dans un matériau 3D plus mou.*

La thèse d’Anca Ferent (sous la direction de Dominique Chapelle et Patrick Le Tallec) s’inscrit dans cette thématique. L’objectif général de cette thèse consiste à formuler et analyser des modèles mécaniques et des méthodes numériques aptes à représenter correctement l’inclusion d’une couche fine et raide (typiquement modélisée par une coque) dans un matériau massif plus mou. Ce travail est notamment motivé par l’application industrielle que constitue la simulation des nappes de renfort dans les pneus (voir section 7.3).

Dans ce contexte, on a étudié notamment l’effet du recollement cinématique de la rotation avec les déplacements 3D. Nous avons démontré que le modèle avec rotations libres peut être vu comme le cas limite, quand l’épaisseur tend vers zéro, du modèle avec les rotations couplées. En revanche, nous avons constaté, à travers les expériences numériques réalisées, que la différence entre les solutions à épaisseur finie et la solution limite reste significative tant que l’épaisseur n’est pas très petite (typiquement de l’ordre de  $10^{-4}$  par rapport aux autres dimensions caractéristiques de la structure). Ceci justifie l’emploi des conditions cinématiques complètes (c’est à dire incluant la rotation) dans le cas général. L’imposition de ces conditions pose alors des difficultés pratiques sérieuses, en particulier parce que les noeuds de la coque ne sont pas confondus avec ceux du milieu 3D et que les conditions de liaisons cinématiques sont complexes. Ce travail se poursuit donc par la formulation et l’analyse d’éléments finis de coques qui “se présentent comme” des éléments 3D (c’est à dire possèdent des noeuds sur les faces inférieures et supérieures de la coque et non pas seulement sur la surface moyenne). Bien entendu, il est essentiel que ces éléments présentent des bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis du paramètre épaisseur (c’est à dire en particulier qu’ils soient aussi peu sensible que possible au verrouillage). De tels éléments devraient également s’avérer très précieux pour la simulation des stratifiés composites.

### 6.1.3 Comportement dynamique de stratifiés composites sous impact

**Résumé :** *L'objectif est ici de poursuivre le développement de notre plate-forme ADANIDEC pour l'évaluation de la tenue aux chocs de stratifié composite en présence d'un couplage de plusieurs lois d'endommagements.*

Nous avons poursuivi le développement de notre plate-forme ADANIDEC pour la prédiction de l'endommagement et l'évaluation de la tenue au choc de composites stratifiés. En préalable à l'étude de l'endommagement, un point important pour la simulation des essais avec choc est la prise en compte des mâchoires qui maintiennent le stratifié lors des essais. Ces mâchoires sont généralement de grandes dimensions et les couches externes du stratifié ne sont pas parfaitement maintenues pour ne pas abîmer le stratifié. Nous avons recalé notre modèle sur des essais élastiques en étudiant l'effet d'un glissement des couches externes au contact avec les mâchoires sur l'amplitude de la déformée et la durée du choc.

Nous nous sommes d'autre part intéressés au couplage de plusieurs lois d'endommagement. Les développements ont été menés en parallèle avec la réalisation d'essais sur un stratifié conçu par Ansaldo Ricerche (Italie). A l'échelle des plis, nous avons introduit deux variables internes non-observables  $d$  et  $d'$  pour traduire les effets collectifs des fissures sur les caractéristiques élastiques :

$$E_2 = (1 - d') E_2^0 \quad ; \quad \nu_{21} = \nu_{21}^0 (1 - d') \quad \text{avec } (d, d') \in [0, 1]$$

$$G_{12} = (1 - d) G_{12}^0 \quad ; \quad G_{13} = (1 - d) G_{13}^0$$

L'évolution de l'endommagement est définie à partir des variables  $Y_d$  et  $Y_{d'}$  associées aux variables d'endommagement  $d$  et  $d'$  et qui s'obtiennent en considérant la densité d'énergie libre  $W$  du matériau dégradé

$$\dot{W} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{ij}} \cdot \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial W}{\partial d} \cdot \dot{d} + \frac{\partial W}{\partial d'} \cdot \dot{d}'$$

avec :

$$Y_d = \frac{\partial W}{\partial d} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0 (1 - d)^2} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0 (1 - d)^2} \right] \quad ; \quad Y_{d'} = \frac{\partial W}{\partial d'} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{22}^2}{E_2^0 (1 - d')^2}$$

L'identification de la "loi d'évolution" de l'endommagement :  $d = F(Y_d, Y_{d'})$   
 $d' = F'(Y_d, Y_{d'})$  nécessite pour chaque type de matériau des essais exécutés à l'aide d'une machine de traction-compression. Les éprouvettes sont soumises à un cycle de charge-décharge. Ce type de sollicitation permet de déterminer pour chaque cycle de charge-décharge les valeurs de  $d$ ,  $d'$ ,  $Y_d$  et  $Y_{d'}$ . Les paramètres des modèles d'endommagement ont été identifiés à partir des résultats d'essais réalisés par Ansaldo. L'Université de Gand (Belgique) a procédé à plusieurs essais d'impact sur ce stratifié. Les travaux en cours portent sur la comparaison de ces résultats expérimentaux d'impact aux résultats de simulations numériques tridimensionnelles (Adanidec). Cette validation reste un problème délicat.

## 6.2 Solveurs pour le calcul intensif en mécanique du solide

**Participants :** Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu.

**Mots clés :** algorithme numérique, décomposition de domaine, méthode numérique,

programmation parallèle, élasticité non-linéaire.

**Résumé :** *Une action est menée depuis plusieurs années pour concevoir des solveurs efficaces pour la résolution de problèmes de très grande taille de structures linéaires ou non-linéaires tels qu'ils se posent couramment dans les bureaux d'études industriels. Ces algorithmes, basés sur des méthodes de décomposition de domaines, sont bien adaptés aux architectures parallèles.*

### 6.2.1 Décomposition de domaines en élasticité non linéaire

**Résumé :** *L'algorithme de type Newton avec continuation combiné à une résolution par décomposition de domaines du problème tangent est un outil robuste pour résoudre un problème d'élasticité non linéaire.*

Dans cadre de l'action transversale "Modélisation d'organes" nous avons développé un modèle de référence de déformation du foie. Ce modèle est utilisé et développé dans le cadre de l'action Caesare (voir 8.1.1) sur une nouvelle géométrie plus réaliste. C'est un exemple typique l'élasticité non-linéaire en grandes déformations pour des matériaux incompressibles. L'algorithme de résolution utilisé est de type Newton.

### 6.2.2 Décomposition de domaines pour problèmes non symétriques

**Résumé :** *La méthode de sous-structuration itérative avec un préconditionneur Neumann-Neumann à deux niveaux a été étudiée et utilisée avec succès et évaluée sur des problèmes réalistes d'élasticité linéaire ou non de type industriel. On cherche maintenant à étendre cette technique aux problèmes non symétriques.*

L'analyse du comportement de structures caractérisées par une multiplicité des zones de contact entre les différents corps déformables de la structure (comme les assemblages de corps déformables en contact tels que les rideaux roulants) nécessite de développer une modélisation mécanique et des méthodes numériques spécifiques. De fait, ces problèmes non-linéaires de très grande taille constituent un domaine naturel d'application des techniques de décomposition de domaine. De tels problèmes sont étudiés de façon intensive au laboratoire de Mécanique et Génie Civil de l'Université de Montpellier.

Chaque problème implique des choix stratégiques liés à la nature des phénomènes mécaniques mis en jeu, en particulier en termes de sous-structuration, de solveurs itératifs et de préconditionneurs. Dans le cadre d'une collaboration avec Pierre Alart et Mikaël Barboteux nous avons étudié de tels problèmes.

En utilisant une formulation en Lagrangien augmenté <sup>[AC91]</sup>, l'équilibre du système discrétisé de corps déformables en contact est gouverné par des équations non-linéaires et non différentiables.

---

[AC91] P. ALART, A. CURNIER, «A mixed formulation for frictional contact problems prone to Newton like solution methods», *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 92, 1991, p. 353–375.

La non-symétrie de la matrice est induite par le frottement ; l'interface de contact est discrétisée en éléments finis mixtes de contact fournissant des matrices tangentes élémentaires non-symétriques si le statut de contact détecté est "frottant" ; pour les statuts "non contact" et "adhérant" les matrices élémentaires demeurent symétriques. L'étude porte plus précisément sur la résolution du système linéarisé tangent non-symétrique.

Nous avons conçu une méthode de décomposition de domaines extensible généralisée à la résolution de systèmes non-symétriques. Cette généralisation a pu être effectuée en utilisant le cadre théorique des méthodes de décomposition en sous-espaces de Schwarz additifs avec introduction d'un espace grossier correctement adapté au cas non-symétrique. La méthode développée est testée sur des problèmes non-symétriques provenant de la formulation mixte de problèmes de contact avec frottement. Les résultats obtenus sur le problème des rideaux métalliques sont très concluants.

### 6.3 Dynamique des structures et stabilité

**Participants** : Dominique Chapelle, Miguel Fernández, Amine Hassim, Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu.

**Mots clés** : équation de Navier-Stokes, formulation ALE, machines tournantes.

#### 6.3.1 Modèles simplifiés pour l'interaction fluide-structure

**Résumé** : *L'objectif de ce travail est l'obtention de modèles simplifiés pour l'interaction fluide-structure, afin de pouvoir analyser la stabilité d'une structure placée dans un écoulement à un coût notablement réduit par rapport à celui d'une simulation du modèle complet (typiquement en formulation ALE).*

La thèse de Miguel Fernández-Varela (sous la direction de Patrick Le Tallec) a pour objectifs l'obtention et la justification de modèles simplifiés pour l'interaction fluide-structure, afin de pouvoir analyser la stabilité d'une structure placée dans un écoulement à un coût notablement réduit par rapport à celui d'une simulation du modèle complet (typiquement en formulation ALE).

Ce travail s'est poursuivi avec le développement d'une méthode qui permet de linéariser le problème couplé complet écrit sous forme variationnelle, au moyen d'un développement asymptotique adéquat. La linéarisation est appliquée aux équations d'Euler et de Navier-Stokes couplées avec une structure déformable en grands déplacements, et on obtient ainsi la formulation variationnelle d'un problème couplé linéaire posé sur domaine fluide fixe. On retrouve de cette façon les conditions de transpiration à l'ordre 1 classiques (à l'interface fluide-structure), ce qui en constitue par là-même une justification. De plus, grâce à l'écriture variationnelle du problème, on obtient des conditions d'effort non-standards à l'interface. Ces résultats font l'objet d'un rapport de recherche INRIA [26], accepté par la Revue Européenne des éléments Finis. Par la suite, ces résultats ont été étendus dans un cadre plus général, provenant d'un problème de contrôle en fluide-structure, et permettant de calculer le gradient de l'état fluide par rapport à la vitesse à l'infini. Ces résultats étendus ont été obtenus en collaboration avec M. Moubachir (LMSGC, UMR 113 LCPC-CNRS).

La suite de ce travail (en cours) concerne l'étude du problème spectral associé à la linéarisation effectuée, et le but de cette recherche réside dans la résolution numérique de ce problème aux valeurs propres, qui permettra d'obtenir un outil précieux pour déterminer la stabilité linéaire du système couplé fluide-structure.

### 6.3.2 Algorithmes de couplage

**Résumé :** *Validation des algorithmes développés pendant l'ARC.*

Notre objectif (avec Jean-Frédéric Gerbeau<sup>1</sup>) est de valider les outils développés pendant l'ARC Couplage Fluide-Structure sur des problèmes réalistes et difficiles. On essaye de simuler la propagation d'ondes de pression dans des conduites (modélisant par exemple des artères) mais nous rencontrons quelques difficultés dont l'origine (algorithme de couplage ou bien algorithme de résolution de l'un des problèmes concernés) reste à déterminer.

## 6.4 Mécanique active

**Participants :** Michel Bernadou, Frédéric Bourquin<sup>2</sup>, Dominique Chapelle, Michel Delfour, Frank Génot, Amine Hassim, Michel Sorine<sup>3</sup>.

**Mots clés :** contrôle, capteurs/actionneurs, piézoélectricité, gyroscopes.

### 6.4.1 Modélisation numérique de coques piézoélectriques

Dans la plupart des applications utilisant des matériaux piézoélectriques, ces matériaux apparaissent sous la forme de structures minces, de type plaques ou coques, ou bien des pastilles réalisées à l'aide de ces matériaux sont collées sur des structures minces réalisées à l'aide de matériaux classiques.

Une première partie de l'étude consiste à obtenir des modèles de coques piézoélectriques bidimensionnels :

- par intégration sur l'épaisseur, nous obtenons un premier modèle bidimensionnel simplifié qui s'apparente pour l'aspect purement mécanique au modèle de coque mince de W.T. Koiter. La simplification consiste à négliger les termes d'énergie qui sont d'ordre  $e/R$  par rapport aux termes principaux retenus (ici  $e$ = épaisseur,  $R$ = rayon de courbure moyen de la coque);
- par analyse asymptotique, ce qui débouche, moyennant des conditions assez restrictives, sur un modèle de coque membranaire et sur un modèle de coque en flexion.

Le premier modèle est ensuite approché par une méthode d'éléments finis conforme (l'élément de type P4-Ganev pour approcher les composantes tangentielles du déplacement, l'élément de

---

1. M3N  
2. LCPC  
3. projet SOSSO

type P5-Argyris pour approcher la composante transe). Des tests numériques sur une plaque puis sur un cylindre illustrent la pertinence de la méthode.

Ce qui précède est repris ensuite dans le contexte d'équations dynamiques de coques piézoélectriques.

Enfin, en vue d'applications au contrôle actif des structures, nous abordons la modélisation de composants piézoélectriques insérés dans, ou collés sur, des structures constituées de matériaux classiques.

L'ensemble de ce travail constitue la thèse de C. Haenel.

#### 6.4.2 Structures gyrovibrantes

Ce travail de recherche s'intègre en grande partie dans le projet Liapunov "Etude du comportement dynamique des coques résonnantes" (cf. 8.2.2). Il s'inscrit également dans le prolongement de travaux déjà réalisés dans le projet SOSSO<sup>[CS92]</sup>.

De manière générale, les gyrovibrants sont des systèmes mécaniques dont certains modes de vibration présentent des propriétés inertielles (ou gyroscopiques). Quelques exemples de tels capteurs existent déjà dans la littérature (et dans la pratique), de géométries très diverses (poutre <sup>[KKS90]</sup>, double diapason <sup>[L96]</sup>, hémisphère <sup>[LL82]</sup>). Une étude préliminaire a porté sur l'analyse du phénomène gyroscopique sous-jacent afin d'identifier les caractéristiques géométriques et mécaniques nécessaires à son obtention. Nous avons opté pour des structures à symétrie de révolution présentant cette particularité. Les travaux de Zhuravlev <sup>[Zhu92]</sup> offrant des techniques de contrôle déjà éprouvées en pratique, nous nous sommes attachés à l'optimisation du système complet, c'est-à-dire de la structure mécanique munie de son dispositif de contrôle, afin de réduire l'effort de contrôle et, par delà, les effets de *spill-over*.

Ce travail nous a permis de

1. Mieux comprendre les phénomènes mécaniques qui sont à la base des propriétés gyroscopiques des gyrovibrants en général, et des coques résonnantes axisymétriques en particulier;
2. Identifier et implémenter des méthodes numériques permettant de
  - Optimiser la forme de la structure gyrovibrante sur un critère obtenu par une approximation de la fonction de transfert du système,
  - Simuler la dynamique des structures gyrovibrantes soumises à un mouvement d'ensemble dans un repère inertiel.

- 
- [CS92] P. CONSTANCIS, M. SORINE, « Wideband control of gyro/accelerometer multisensors in a strap down guidance system », *Journal of Guidance, Control and Dynamics* 15, 4, 1992.
- [KKS90] S. KUDO, M. KONNO, S. SUGAWARA, T. YOSHIDA, « Consideration on Equivalent Mechanical Circuits for Vibrating Gyroscope », in : *IEEE Ultrasonics Symposium*, p. 397-400, 1990.
- [L96] P. LÉGER, « Quapason<sup>TM</sup> – A New Low-Cost Vibrating Gyroscope », in : *3rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, p. 143-149, 28-29 mai 1996. Part I.
- [LL82] E. LOPER, D. LYNCH, « The HRG: a New Low-Noise Inertial Rotation Sensor », in : *Proc. 16th Joint Services Data Exchange for Inertial Systems*, p. 1-6, Los Angeles, CA, 16-18 novembre 1982.
- [Zhu92] V. ZHURAVLEV, « Oscillation Shape Control in Resonant Systems », *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 56, 5, 1992, p. 725-735.

Les simulations de la dynamique de la structure gyrovibrante issue de la procédure d'optimisation valident la diminution recherchée des effets de *spill-over* par rapport au classique résonateur hémisphérique.

Soulignons que ce sujet semble prometteur en termes de retombées industrielles, comme en témoigne l'intérêt déjà manifesté par la SAGEM et la DGA.

## 7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

### 7.1 Projet CEP&M : “Calcul des structures en béton. Analyse des singularités par la méthode de décomposition de domaines avec maillages incompatibles”

**Participants** : Dominique Chapelle, Patrick Le Tallec, Marina Vidrascu.

Cette étude est menée avec la société Doris-Engineering.

Les structures offshore en béton se caractérisent par des épaisseurs d'éléments en béton qui varient beaucoup (de 0.4m à 1.5m). Les intersections de ces éléments sont massives et peuvent avoir des formes compliquées. L'analyse de la structure se fait à partir d'un modèle global plus ou moins raffiné. Pour des raisons de coût, les intersections ne présentent pas le même degré de raffinement que les parties courantes. L'analyse de ces “singularités” se fait en générant un maillage plus fin, qui se raccorde au modèle éléments finis global sur des frontières spécialement choisies.

Le but de cette étude est de développer une méthode numérique, basée sur des techniques de décomposition de domaines avec des maillages incompatibles, qui permette de déterminer précisément les contraintes dans les intersections massives. Cette approche a été validée sur plusieurs cas de charge concrets fournis par Doris-Engineering.

### 7.2 Action fluide-structure LCPC

**Participants** : Dominique Chapelle, Serge Piperno<sup>4</sup>, Marina Vidrascu.

Le LCPC pilote un partenariat de recherche financé par le Ministère de l'Équipement sur la période 1998–2001 qui réunit comme autres partenaires le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) ainsi que les projets CAIMAN (ENPC-INRIA) et MACS. Le thème de ce partenariat concerne les “Effets du vent sur les structures du génie civil”. Dans ce cadre, le rôle de l'INRIA est de développer des outils de simulation numérique (“soufflerie numérique”).

Cette année a vu la mise en oeuvre d'une campagne de validation poussée des simulations numériques réalisées au moyen du code de couplage fluide-structure de l'INRIA (NSI3-FS), par comparaison des résultats numériques avec des résultats d'expériences en soufflerie conçues spécialement dans ce but et réalisées par le CSTB. Dans l'ensemble, les résultats (préliminaires) sont encourageants, mais certaines divergences notables restent à expliquer. La validation sera poursuivie et achevée au cours de la dernière année de ce partenariat, pour permettre une évaluation finale de la démarche.

---

4. projet CAIMAN

Par ailleurs, dans ce cadre également, les travaux sur la prise en compte simplifiée des conditions de couplage se poursuivent, voir 6.3.1.

### 7.3 Michelin: simulation du comportement des nappes de renfort dans un pneu

**Participants** : Dominique Chapelle, Anca Ferent, Marina Vidrascu.

Les nappes de renfort des pneus sont des couches minces constituées de matériaux résistants qui sont “immergées” dans la gomme du pneu pour rigidifier l’ensemble. L’objet de ce contrat est de mettre au point des méthodes numériques qui permettent de simuler le comportement de ces nappes, avec des contraintes qui sont celles d’un environnement de calcul industriel. Compte tenu de la finesse de ces couches, on utilise une modélisation de type coque, mais la difficulté consiste alors à assurer la continuité des déplacements à l’interface entre la nappe (coque) et la gomme (solide 3D). En effet, les inconnues de la coque sont localisées sur la surface moyenne de celle-ci, et non sur ses faces externes. La problématique de recherche correspondante est décrite en détails dans la section 6.1.2.

## 8 Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1 Actions nationales

#### 8.1.1 Action CAESARE (Chirurgie Abdominale Et Simulation A Retour d’Effort)

**Participants** : Dominique Chapelle, Marc Thiriet<sup>5</sup>, Marina Vidrascu.

Cette action en “Télémédecine et Technologies pour la Santé” est la suite de l’Action de Recherche Coopérative AISIM. Elle est animée par Hervé Delingette (Projet Epidaure). Les équipes concernées sont : projets Epidaure de l’INRIA Sophia-Antipolis, projets Imagis et Sharp de l’INRIA Grenoble, projets MACS et M3N de l’INRIA Rocquencourt, l’IRCAD de Strasbourg et la société ESI. Le but du projet est de mettre au point et de valider un système de simulation d’interventions chirurgicales apte à prendre en compte les principaux gestes chirurgicaux tels que la préhension et la découpe des tissus.

#### 8.1.2 Action de recherche coorative ICEMA (Images de l’Activité Electromécanique du Coeur)

**Participants** : Dominique Chapelle, Frank Génot, Patrick Le Tallec, José Urquiza, Marina Vidrascu.

Cette action est animée par Frédérique Clément (Projet SOSSO) et réunit les projets Epidaure et Sinus de Sophia Antipolis, et les projets SOSSO et MACS de Rocquencourt.

---

<sup>5</sup>.Projet M3N



L'objectif est d'associer des méthodes d'imagerie de l'activité électro-mécanique du coeur à des simulations numériques de modèles représentant ces phénomènes pour permettre l'identification de ces modèles. On vise ainsi à obtenir des modèles réalistes, donc prédictifs du comportement cardiaque. Les phénomènes de propagation de l'influx électrique et de contraction du muscle sont décrits par des EDPs, qui sont naturellement couplées. Dans ce contexte, le projet MACS s'occupe plus particulièrement de la modélisation et de la simulation du comportement mécanique.

## 8.2 Actions internationales

### 8.2.1 Accord INRIA-NSF

**Participants :** Dominique Chapelle, Marina Vidrascu.

L'action INRIA-NSF sur la "Décomposition de Domaines et Parallélisation en Calcul Scientifique" se poursuit. Le coordinateur scientifique est Serge Piperno (Caiman - Sophia). Participe à cette action les projets Caiman, Sinus, M3N et MACS de l'INRIA, ainsi que les Universités de Boulder, Denver et le Courant Institute.

### 8.2.2 Projet Liapunov "Etude du comportement dynamique des coques résonnantes"

**Participants :** Dominique Chapelle, Michel Delfour, Frank Génot, Amine Hassim, Marina Vidrascu.

Ce projet, qui entre dans le cadre des actions de collaboration financées par l'Institut Liapunov, réunit les projets MACS et SOSSO avec des chercheurs de l'Université de Moscou (I. Zhanov et V. Zhuravlev). Pour les résultats nouveaux obtenus dans ce contexte, se reporter à la section 6.4.2.

### 8.2.3 Amérique

- Collaboration sur le verrouillage numérique avec le MIT et ADINA R&D (Klaus-Jürgen Bathe).
- Projet ProTeM-CC "FEF" (Fiabilité des méthodes d'Eléments Finis pour le calcul des structures: aspects théoriques et numériques) avec l'Université de São Paulo (Miguel Bucalem). C'est dans ce cadre que Daniel Lepikson a effectué un stage doctoral chez MACS de mars 1999 à mars 2000, voir Section 6.1.1.
- Collaboration sur la modélisation des coques avec l'Université de Montréal (Michel Delfour). C'est dans ce cadre que Michel Delfour a été invité (conjointement par MACS et SOSSO) d'octobre 1999 à avril 2000.
- Action intégrée "CFSH" (Couplage Fluide-Structure et applications à l'Hémodynamique) avec le LNCC (Brésil). C'est dans ce cadre que Frédéric Valentin a effectué un séjour d'un mois à Rocquencourt.

## 9 Diffusion de résultats

### 9.1 Animation de la communauté scientifique

Dominique Chapelle est membre du comité éditorial de la revue "Computers & Structures".

Dominique Chapelle est coordinateur scientifique des Ecoles CEA-EDF-INRIA "Problèmes Non-Linéaires Appliqués".

Michel Bernadou a été cochairman de la 10th International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST'99), Paris, 11-13 Octobre 1999

Michel Bernadou a organisé une session invitée a ECCOMAS 2000, "Smart Materials and Active Structures", Barcelona, 11-14 Septembre 2000.

### 9.2 Enseignement universitaire

- Amine Hassim: Cours et T.D sur les *Bases Mathématiques de la méthode des éléments Finis*, au Pôle Universitaire Leonard de Vinci, de février à avril 2000.

### 9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

Michel Bernadou

- *3rd International Conference on Non-linear problems in Aviation and Aerospace*, Daytona Beach, USA, May 10-12 2000, "Numerical modelization of piezoelectric thin shells".
- *IASS-IACM 2000*, Chania Crête, 5-8 Juin 2000, "On the numerical analysis of active thin shell structures".
- *Eccomas 2000*, Barcelona, 11-14 Septembre 2000, "Modelization and numerical analysis of active thin shell structures".

Dominique Chapelle

- *Workshop "Elastic Shells: Modeling, Analysis and Numerics"*, M.S.R.I., Berkeley (USA), 17-28 avril 2000. Conférencier invité.
- Organisateur du mini-symposium "Mathématiques et Biologie" au *32<sup>ème</sup> Congrès d'Analyse Numérique*, Port d'Albret, 5-9 juin 2000.
- *Fifth International Conference on Computational Structures Technology*, Leuven (Belgique), 6-8 septembre 2000. Conférencier invité.
- Séminaire au Laboratoire d'Analyse Numérique de l'Université Paris 6, 31 mars 2000.

Anca Ferent

- *32<sup>ème</sup> Congrès d'Analyse Numérique*, Port d'Albret, 5-9 juin 2000. "Etude asymptotique de l'immersion d'une coque dans un milieu tridimensionnel" (avec D. Chapelle).

- 5<sup>ème</sup> Colloque Franco-Roumain de Mathématiques Appliquées, Constanta (Roumanie), 28 août–1er septembre 2000. “Etude des conditions de couplage d’une coque avec un milieu tridimensionnel” (avec D. Chapelle).

Miguel Fernández

- 32<sup>ème</sup> Congrès d’Analyse Numérique, Port d’Albret, 5–9 juin 2000. “De l’ALE à la transpiration” (avec P. Le Tallec).

Frank Génot

- 2nd European Conference on Structural Control, ENPC, Champs-sur-Marne, 3–6 juillet 2000. “On the Dynamics and Optimum Design of Resonating Gyros”.

Patrick le Tallec

- 13th International Conference on Domain Decomposition Methods, Lyon, 9–12 octobre 2000. “Non symmetric balancing domain decomposition by additive Schwarz method” (avec M. Barboteu, P. Alart et M. Vidrascu).
- Colloque SHF: Interactions Mécaniques entre Fluides et Structures, Chatou, 23–24 novembre 2000. “Calculs d’écoulements en domaines déformables : de l’ALE à la transpiration”.

Marina Vidrascu

- 32<sup>ème</sup> Congrès d’Analyse Numérique, Port d’Albret 5–9 juin, 2000. “Modèle biomécanique de référence du foie dans le cadre de la conception d’un simulateur de chirurgie laparoscopique” (avec Marc Thiriet).
- Journées CAESARE, 1–2 mars 2000, Rungis. “Présentation du modèle de référence du foie”.
- Séminaire PALM, Paris, 30 mars 2000. “Quelques problèmes posés par la simulation de la chirurgie hépatique”.
- Séminaire à l’Université de Montpellier, le 22 mars 2000. “Méthodes de décomposition de domaines pour la simulation de la chirurgie hépatique”
- Séminaire CRESPO, Paris, 26 octobre 2000. “Une méthode de Schwarz additive avec solveur grossier pour problèmes non-symétriques”.

## 10 Bibliographie

### Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] M. BERNADOU, *Finite Element Methods for thin Shell Problems*, Wiley, Chichester, 1996.
- [2] D. CHAPELLE, *Etude des phénomènes de verrouillage numérique pour les problèmes de coques minces*, thèse de doctorat, université de Paris 6, 18 juin 1996.
- [3] P. LE TALLEC, *Domain Decomposition Methods in Computational Mechanics*, North-Holland, 1994, Volume 1.

### Livres et monographies

- [4] K. BATHE, D. CHAPELLE, *The Finite Element Analysis of Shells*, Springer-Verlag, To appear.
- [5] R. OHAYON, M. BERNADOU (éditeurs), *enth International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST'99)*, Technomic Publ., 2000.

### Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [6] C. HAENEL, *Modélisation, analyse et simulation numérique de coques piézoélectriques*, thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 25 janvier 2000.

### Articles et chapitres de livre

- [7] Y. ACHDOU, P. LE TALLEC, F. NATAF, M. VIDRASCU, « A Domain Decomposition Preconditioner for an Advection-Diffusion Problem », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 184, 2000, p. 145–170.
- [8] P. ALART, M. BARBOTEUX, P. LE TALLEC, M. VIDRASCU, « Méthode de Schwarz additive avec solveur grossier pour problèmes non symétriques », *C.R. Acad Sci Paris* 331, 2000, p. 399–404, Série I.
- [9] P. ALART, M. BARBOTEUX, M. VIDRASCU, « A domain decomposition strategy for non classical frictional multicontact problems », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, à paraître.
- [10] K. BATHE, A. IOSILEVICH, D. CHAPELLE, « An evaluation of the MITC shell elements », *Comput. & Structures* 75, 1, 2000, p. 1–30.
- [11] K. BATHE, A. IOSILEVICH, D. CHAPELLE, « An inf-sup test for shell finite elements », *Comput. & Structures* 75, 5, 2000, p. 439–456.
- [12] B. BROGLIATO, A. A. TEN DAM, L. PAOLI, F. GÉNOT, M. ABADIE, « Numerical Simulation of Finite Dimensional Multibody Nonsmooth Mechanical Systems », *ASME Applied Mechanics Reviews*, Soumis.
- [13] D. CHAPELLE, K. BATHE, « The mathematical shell model underlying general shell elements », *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 48, 2, 2000, p. 289–313.
- [14] D. CHAPELLE, « Some new results and current challenges in the finite element analysis of shells », in : *Acta Numerica*, 10, Cambridge University Press, 2001, To appear.

- [15] Y. HURMUZLU, F. GÉNOT, B. BROGLIATO, « Dynamics and Control of Bipedal Locomotion Systems – A Tutorial Survey », *Automatica*, Soumis.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [16] M. BERNADOU, M. DELFOUR, « Intrinsic models of piezoelectric shells », *in: Proceedings of ECCOMAS 2000*, 2000. CD-ROM.
- [17] M. BERNADOU, C. HAENEL, « Modelization and numerical analysis of active thin shell structures », *in: Proceedings of ECCOMAS 2000*, 2000. CD-ROM.
- [18] M. BERNADOU, C. HAENEL, « On the numerical analysis of active thin shell structures », *in: Proceedings of IASS-IACM 2000, Chania - Crête*, 2000. CD-ROM.
- [19] M. BERNADOU, C. HAENEL, « Numerical modelization of piezoelectric thin shells », *in: Proceedings of the 3rd International Conference on Non-Linear Problems in Aviation and Aerospace, Daytona Beach*, to appear.
- [20] M. BERNADOU, S. HE, « Finite element approximation of magnetostrictive materials », *in: Proceedings of the 10th International Conference on Adaptive Structures and Technologies (ICAST'99)*, T. Publ. (éditeur), p. 524–531, 2000.
- [21] M. BERNADOU, S. HE, « On the numerical analysis of magnetostrictive materials », *in: Proceedings for the Symposium on the "Mechanics of Electromagnetic Materials and Structures"*, J.Y. Yang, G. Maugin (éditeurs), IOS Press, p. 45–53, 2000.
- [22] D. CHAPELLE, « Reliability of finite element methods for thin shells », *in: Computational Mechanics for the Twenty-First Century*, B. Topping (éditeur), Saxe-Coburg Publications, p. 99–108, 2000.
- [23] F. GÉNOT, D. CHAPELLE, M. DELFOUR, A. HASSIM, M. SORINE, « On the Dynamics and Optimum Design of Resonating Gyros », *in: Proc. of the 2nd European Conference on Structural Control, to appear*, ENPC, Champs-sur-Marne, France, 3-6 Juillet 2000.
- [24] C. R. U. BARBERIS, A. HASSIM, G. VANDERBORCK, « Impact-induced damage analysis tools for laminated composites », *in: Advances in Composite Materials & Structures VII*, p. 281–290, 2000.
- [25] G. VANDERBORCK, A. HASSIM, « Progressive Failure Simulation of Composite Laminates », *in: Proceedings of the 71th Shock & Vibration Symposium*, Arlington, Virginia, USA, 2000.

### Rapports de recherche et publications internes

- [26] T. FANION, M. FERNÁNDEZ, P. LE TALLEC, « Deriving adequate formulations for fluid-structure interactions problems: from ALE to transpiration », *rapport de recherche n° RR 3879*, INRIA, 2000, à paraître dans *Revue Européenne des Éléments Finis*, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3879.html>.