

## *Projet Metalau*

*Méthodes, Algorithmes et Logiciels pour L'automatique*

*Rocquencourt*

THÈME 4A



*R*apport  
*d'Activité*

2000



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>5</b>
3.1	Systèmes à événements discrets et algèbre max-plus . . . . .	5
3.2	Systèmes implicites . . . . .	13
3.3	Détection de pannes dans les systèmes dynamiques . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>16</b>
4.1	Transport . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>17</b>
5.1	Scilab . . . . .	17
5.1.1	Diffusion . . . . .	17
5.1.2	Scilab et la recherche . . . . .	17
5.1.3	Scilab et le projet . . . . .	18
5.1.4	Scilab et l'enseignement . . . . .	18
5.2	Systèmes dynamiques hybrides - Scicos . . . . .	18
5.3	Metanet . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>19</b>
6.1	CAO en Automatique . . . . .	19
6.1.1	Liens Scilab - Calcul formel . . . . .	19
6.1.2	Scicos implicite . . . . .	20
6.1.3	Amélioration des fonctionnalités existantes . . . . .	20
6.1.4	Scilab parallèle . . . . .	22
6.1.5	Boîte à outils Labostat . . . . .	22
6.2	Commande des Systèmes . . . . .	22
6.2.1	Commande de systèmes à retard avec sortie tout-ou-rien . . . . .	22
6.2.2	Un problème de commande stochastique ergodique en gestion de portefeuille . . . . .	22
6.2.3	Conception simultanée de contrôleur et de détecteur de pannes . . . . .	23
6.3	Systèmes à événements discrets, algèbre max-plus et programmation dynamique	23
6.3.1	Asymptotique de systèmes dynamiques monotones homogènes . . . . .	23
6.3.2	Espace propre d'opérateurs monotones homogènes . . . . .	24
6.3.3	Exposants de Lyapunov, Tas de Pièces, Automates Max-plus et Systèmes Temps Réel . . . . .	25
6.3.4	Transformée de Fenchel généralisée . . . . .	25
6.3.5	Géométrie max-plus . . . . .	26
6.3.6	Asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron . . . . .	26
6.3.7	Forme produit min-plus . . . . .	26
6.3.8	Boîte à outils Max-Plus de Scilab . . . . .	27

6.4	Transports . . . . .	27
6.4.1	LaRA : la route automatisée . . . . .	27
6.4.2	Modélisation microscopique du trafic . . . . .	27
6.4.3	Equilibre de Wardrop et boîte à outils transport . . . . .	28
6.5	Détection et résolution de conflits en contrôle aérien . . . . .	29
<b>7</b>	<b>Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)</b>	<b>29</b>
7.1	Identification modale et surveillance de structures vibrantes en fonctionnement	29
7.2	Contrôle des aménagements hydrauliques sur déclenchement . . . . .	29
7.3	Projet RNTL SIMPA . . . . .	30
<b>8</b>	<b>Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>30</b>
8.1	Actions nationales . . . . .	30
8.2	Actions européennes . . . . .	30
8.2.1	Alapedes . . . . .	30
8.2.2	Niconet . . . . .	30
8.3	Accueils de chercheurs étrangers . . . . .	30
<b>9</b>	<b>Diffusion de résultats</b>	<b>31</b>
9.1	Animation de la communauté scientifique . . . . .	31
9.2	Enseignement universitaire . . . . .	31
9.3	Autres enseignements . . . . .	32
9.4	Membre de jury . . . . .	32
9.5	Participation à des colloques, séminaires, invitations . . . . .	32
<b>10</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>33</b>

---

# 1 Composition de l'équipe

## Responsable scientifique

Maurice Goursat [DR, Inria]

## Responsable permanent

François Delebecque [DR, Inria]

## Assistante de projet

Martine Verneuille [SAR, Inria]

## Personnels Inria

Marianne Akian [CR]

Stéphane Gaubert [CR, détaché à l'Ensta depuis le 1 novembre 1999]

Claude Gomez [DR]

Carlos Klimann [CR]

Ramine Nikoukhah [DR]

Jean-Pierre Quadrat [DR]

Serge Steer [DR]

## Conseiller scientifique

Guy Cohen [École Nationale des Ponts et Chaussées]

## Collaborateurs extérieurs

Jean-Philippe Chancelier [École Nationale des Ponts et Chaussées]

Anne-Laure Michel [Pulv/Saphir-control]

Matthieu Philippe [Saphir-Control]

## Chercheurs invités

Kimberly Drake [North Caroline State University]

**Chercheurs post-doctorants**

Sophie Bismuth [co-tutelle avec Sosso, jusqu'à fin février 2000]

Pablo Lotito [co-tutuelle avec Numopt]

Elina Mancinelli [co-tutuelle avec Numopt]

**Doctorants**

Jean Cochet-Terrasson [École des Mines]

Gaël Desiles [LRBA]

Rachid Djenidi [Éducation Nationale, Université de Créteil (co-tutelle avec Sosso)]

Oumar Fall [Bourse de coopération, Université de Dakar]

Ricardo Katz [Université de Rosario (co-tutelle)]

Hector Rubio-Scola [Université de Rosario]

**Stagiaires**

Dorine Torchin [Pulv, jusqu'à fin janvier 2000]

**2 Présentation et objectifs généraux**

L'objet du projet est de réaliser des environnements logiciels pour l'automatique et de développer de nouvelles méthodes et algorithmes pour l'identification et la commande des systèmes dynamiques.

Une compétence particulière a été acquise dans le domaine de la commande optimale éventuellement stochastique ou robuste, dans la théorie des systèmes linéaires aussi bien dans l'algèbre ordinaire que dans l'algèbre max-plus, ainsi que dans la détection de pannes, le calcul formel, la modélisation et l'optimisation des réseaux et les systèmes hybrides.

Les développements logiciels se sont concentrés sur Scilab et ses boîtes à outils . . . Ces outils conceptuels et logiciels sont appliqués sur des problèmes industriels : régulation de cours d'eau, surveillance de structures vibrantes, modélisation et commande de systèmes de transport.

Un de nos objectifs est de faire de Scilab la référence du domaine pour les logiciels libres.

Un autre objectif important du projet est le développement de l'algèbre max-plus qui est l'algèbre de l'optimisation et qui, à ce titre, devrait jouer un rôle aussi important que l'algèbre de Boole et que l'algèbre ordinaire. Enfin les applications aux problèmes de transport prennent de plus en plus d'importance dans le cadre de la coopération l'ENPC-Cermics et le Livic.

### 3 Fondements scientifiques

#### 3.1 Systèmes à événements discrets et algèbre max-plus

**Mots clés :** algèbre max-plus, systèmes à événements discrets, décision markovienne.

**Participants :** M. Akian, G. Cohen, S. Gaubert, J.-P. Quadrat.

**Résumé :** *L'idée est de substituer au corps des nombres réels le semicorps idempotent  $\mathbf{R}_{\max}$  des nombres réels auxquels on ajoute  $-\infty$  et que l'on munit des opérations  $\max$  et  $+$ . A partir de ce semicorps, on peut développer l'analogie de l'algèbre linéaire classique, une théorie des systèmes dynamiques linéaires, un analogue du calcul des probabilités, l'analogie des espaces de Sobolev etc ...*

*Les nouveaux systèmes dynamiques linéaires ainsi obtenus ne sont rien d'autre que les systèmes régis par des équations de la programmation dynamique qui jouent un rôle important en ingénierie et en physique.*

**L'algèbre max-plus** Le semianneau max-plus, parfois appelé «algèbre max-plus», et noté  $R_{\max}$ , est l'ensemble  $R \cup \{-\infty\}$ , muni des lois  $\max$  et  $+$ . Traditionnellement, on note  $\oplus$  au lieu de  $\max$  ( $2 \oplus 3 = 3$ ), et  $\otimes$  au lieu de  $+$  ( $1 \otimes 1 = 2$ ). L'élément zéro, c'est-à-dire le neutre pour la loi  $\oplus$ , est noté  $\varepsilon$  (ici  $\varepsilon = -\infty$ ). L'unité, c'est-à-dire le neutre pour la loi  $\otimes$ , est notée  $e$  (ici  $e = 0$ ). Les axiomes de structure des *semianneaux* sont ici satisfaits :  $\oplus$  est associative, commutative, a un zéro,  $\otimes$  est associative, a une unité, distribue par rapport à  $\oplus$ , et zéro est absorbant. Le semianneau max-plus est très particulier : il est *commutatif* ( $a \otimes b = b \otimes a$ ), *idempotent* ( $a \oplus a = a$ ), et les éléments ont un inverse, hormis zéro (on nomme *semicorps* les semianneaux qui satisfont cette dernière propriété).

Ces nouvelles notations  $\oplus$  et  $\otimes$  sont mieux adaptées que  $\max$  et  $+$  aux réflexes de calcul qui sont liés à l'algèbre ordinaire. Nous écrirons par exemple :

$$ab = a \otimes b, \quad a^n = a \otimes \dots \otimes a \quad (n \text{ fois}), \quad 2^3 = 6, \quad \sqrt{3} = 1.5, \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 103 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \otimes 10 \oplus 0 \otimes 103 \\ 4 \otimes 10 \oplus \varepsilon \otimes 103 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 103 \\ 14 \end{bmatrix}, \\ (3 \oplus x)^2 = (3 \oplus x)(3 \oplus x) = 6 \oplus 3x \oplus x^2 = 6 \oplus x^2 \quad (= \max(6; 2 \times x)).$$

Le tableau 1 donne une liste d'autres semianneaux apparentés au semicorps max-plus.

**Systèmes dynamiques max-plus linéaires et graphes d'événements** Certains systèmes à événements discrets (les graphes d'événements) se modélisent par des systèmes dynamiques sur le semianneau max-plus. Considérons par exemple un système comprenant  $n$  tâches répétitives (on peut penser à des assemblages dans un atelier, à des rendez-vous dans un réseau). L'instant de démarrage d'une tâche est conditionné par l'exécution d'autres tâches devant être effectuées antérieurement. Supposons que la  $k$ -ième occurrence de la tâche  $i$  (tir de la transition  $i$ ) ne puisse commencer que  $\tau_{ij}$  unités de temps après que la dernière des occurrences ( $k - \nu_{ij}$ ) des tâches  $j$  n'ait eu lieu. Alors, clairement, les dates au plus tôt d'occurrence

$R_{\max}$	$(R \cup \{-\infty\}, \max, +)$	semianneau $(\max, +)$	semicorps idempotent
$R_{\max}$	$(R \cup \{\pm\infty\}, \max, +)$	semianneau $(\max, +)$ complété	$-\infty + (+\infty) = -\infty,$ car $\varepsilon \otimes a = \varepsilon$
$R_{\max, \times}$	$(R^+, \max, \times)$	semianneau $(\max, \times)$	isomorphe à $R_{\max}$ ( $x \mapsto \log x$ )
$R_{\min}$	$(R \cup \{+\infty\}, \min, +)$	semianneau $(\min, +)$	isomorphe à $R_{\max}$ ( $x \mapsto -x$ )
$N_{\min}$	$(N \cup \{+\infty\}, \min, +)$	semianneau tropical	fameux en théorie des langages
$\mathbf{R}_{\max, \min}$	$(R \cup \{\pm\infty\}, \max, \min)$	algèbre goulot, ou floue	n'est pas un semicorps.
$B$	$(\{\text{false}, \text{true}\}, \text{or}, \text{and})$	semianneau de Boole	isomorphe à $(\{\varepsilon, e\}, \oplus, \otimes),$ pour n'importe lequel des semianneaux ci-dessus
$R_h$	$(R \cup \{-\infty\}, \oplus_h, +)$ $a \oplus_h b =$ $h \log(e^{a/h} + e^{b/h})$	semianneaux «de Maslov»	déformation de $(R^+, +, \times)$ $\lim_{h \rightarrow 0^+} R_h = R_0 = R_{\max}$

TAB. 1 – La famille des semianneaux  $(\max, +)$  et tropicaux

des  $k$ -ième tâches sont données par la récurrence

$$x_i(k) = \max_j [\tau_{ij} + x_j(k - \nu_{ij})] \quad , \quad (1)$$

qui n'est autre qu'un système linéaire stationnaire sur le semianneau max-plus. On peut l'écrire en termes matriciels

$$x(k) = \bigoplus_{\nu \in F} A_\nu x(k - \nu) \quad , \quad (2)$$

où  $F$  est un ensemble fini, et  $\{A_\nu\}_{\nu \in F}$  une famille de matrices que l'on écrira aisément.

On a obtenu un modèle linéaire pour l'évaluation de performance d'un système dans lequel les préconditions d'une tâche sont fixées a priori et invariantes en temps. En termes de système de production cela signifie à peu près qu'un ordonnancement périodique a été défini.

L'algèbre max-plus permet d'analyser complètement cette classe de systèmes. Un des résultats intéressants obtenus consiste à remarquer que la relation : instants d'entrée - instants de sortie des pièces, est max-plus linéaire et shift invariante. C'est une inf-convolution de la suite des instants d'entrée et d'une suite caractéristique du système (sa réponse impulsionnelle au sens max-plus). On a donc une bonne notion de fonction de transfert. Ce sont les séries formelles rationnelles<sup>1</sup> (si le graphe d'événement n'a qu'un nombre fini de transitions) à coefficients dans l'algèbre max-plus. Ces résultats ont été largement expliqués dans [4, 2, 7].

Cette classe est trop restreinte (dans la majorité des applications, trouver un bon ordonnancement fait partie du problème). Elle peut être élargie au prix de la perte de la linéarité max-plus.

**Systèmes dynamiques  $(\min, +, \times)$  implicites, réseaux de Petri, programmation dynamique stochastique** La modélisation de réseaux de Pétri temporisés généraux ne peut pas se faire dans le semianneau  $R_{\max}$  ou  $R_{\min}$ , la multiplication est indispensable.

On note  $\mathcal{P}$  l'ensemble des places,  $\mathcal{Q}$  l'ensemble des transitions,  $M$  les multiplicités des arcs,  $m$  le marquage initial,  $\tau$  les temps de séjour. à chaque place  $p \in \mathcal{P}$  on associe un compteur

1. Elles sont caractérisées par leurs accroissements ultimement périodiques.

$Z_p : R \rightarrow Z$ , ( $Z_p(t)$  est le numéro du dernier jeton entré avant l'instant  $t$ , en incluant les jetons du marquage initial); de même, pour chaque transition  $q \in \mathcal{Q}$ ,  $Z_q(t)$  note le numéro du dernier tir de  $q$  arrivé avant l'instant  $t$ . Ces fonctions sont croissantes, par définition. On a les bilans suivants (on note  $x^{\text{in}}$  et  $x^{\text{out}}$  les ensembles des prédécesseurs et successeurs d'un nœud  $x$ , respectivement) :

$$Z_p(t) = m_p + \sum_{q \in p^{\text{in}}} M_{pq} Z_q(t), \quad (3)$$

$$Z_p(t - \tau_p) \geq \sum_{q' \in p^{\text{out}}} M_{q'p} Z_{q'}(t). \quad (4)$$

Par exemple, pour le réseau de Petri de la Figure 1,  $Z_{q_3}(t) + 2Z_{q_2}(t) \leq Z_{p_2}(t - \tau_{p_2})$  traduit le fait qu'un jeton en  $p_2$  peut contribuer au tir d'une transition  $q_3$ , et qu'il en faut deux pour tirer  $q_2$ .

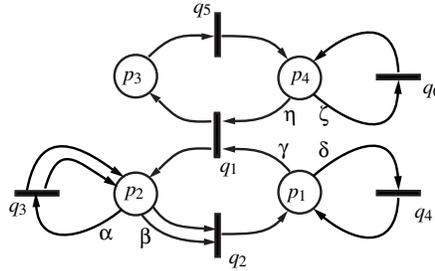


FIG. 1 – Un réseau de Petri temporisé

Dans un fonctionnement au plus tôt, au moins une inégalité de type 4 est saturée (i.e. au moins une place est indisponible) en amont de chaque transition. On a donc :

$$\forall q \in \mathcal{Q}, \min_{p \in q^{\text{in}}} \left\{ m_p + \sum_{q'' \in p^{\text{in}}} M_{pq''} Z_{q''}(t) - \sum_{q' \in p^{\text{out}}} Z_{q'}(t) M_{q'p} \right\} = 0. \quad (5)$$

Ce problème posé dans [Lib97] est un système dynamique ( $\min, +, \times$ ) implicite sur lequel on ne sait à peu près rien dire. Résoudre ce genre de problème, même dans le cas statique, revient à étudier les variétés algébriques max-plus. La programmation linéaire devrait être d'une aide précieuse pour la résolution de ces systèmes.

On peut néanmoins simplifier ce problème en forçant des routages stationnaires : on notera alors  $\rho_{qp}$  la proportion de fluide (cas où on ne se préoccupe pas de l'intégrité des jetons) routé vers  $q$  par la place  $p$ , avec  $\sum_{q \in p^{\text{out}}} \rho_{qp} = 1$ . En posant,

$$\mu_{pq} \stackrel{\text{d\u00e9f}}{=} M_{pq}, \quad \mu_{qp} \stackrel{\text{d\u00e9f}}{=} M_{qp}^{-1}, \quad \mu'_{qp} \stackrel{\text{d\u00e9f}}{=} \mu_{qp} \rho_{qp}$$

[Lib97] L. LIBEAUT, *Sur l'utilisation des dioïdes pour les commandes des systèmes à événements discrets*, thèse de doctorat, Université, Nantes, 1997.

l'évolution du système devient cette fois :

$$Z_q(t) = \min_{p \in q^{\text{in}}} \left[ \mu'_{qp}(m_p + \sum_{q'' \in p^{\text{in}}} \mu_{pq''} Z_{q''}(t - \tau_p)) \right]. \quad (6)$$

On reconnaît une équation de la programmation dynamique, pour un processus de décision semi-Markovien, avec coût additif actualisé général. On peut alors calculer l'asymptotique de  $Z$  par des algorithmes du type itération sur les politiques [CGJ95].

**Systèmes dynamiques monotones homogènes** La modélisation de systèmes à événements discrets plus généraux peut se faire en remplaçant 1, 6 par des dynamiques  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  qui satisfont les trois axiomes :

$$\begin{array}{lll} \text{Homogénéité} & f(\lambda + x) = \lambda + f(x) & (H) \\ \text{Monotonie} & x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y) & (M) \\ \text{Contraction} & \|f(x) - f(y)\|_\infty \leq \|x - y\|_\infty, & (C) \end{array}$$

pour tout  $\lambda \in \mathbb{R}, x, y \in \mathbb{R}^n$ , avec  $\lambda + x \stackrel{\text{def}}{=} (\lambda + x_1, \dots, \lambda + x_n)$ , et où  $\leq$  désigne l'ordre partiel usuel sur  $\mathbb{R}^n$ . L'importance des applications monotones homogènes est bien connue. Elles interviennent dans la version intrinsèque de la théorie de Perron-Frobenius développée initialement par Krein et Rutman, dans divers problèmes de «scaling», en économie, et surtout en commande optimale et théorie des jeux, comme opérateurs de programmation dynamique. Voir [R.D90] pour un panorama des résultats théoriques.

On peut dire que les propriétés d'homogénéité H et de contraction C, sont le minimum vital pour faire une théorie de Perron-Frobenius, la propriété H donne du sens au problème spectral  $f(x) = \lambda + x$ , la propriété C garantit en particulier que la limite  $\chi(f) = \lim_{k \rightarrow \infty} f^k(x)/k$ , quand elle existe, est indépendante du point de départ  $x \in \mathbb{R}^n$ . Cette limite est appelée temps de cycle dans la communauté des systèmes à événements discrets, car les coordonnées de  $\chi(f)$  mesurent les temps moyens entre événements. Un problème central consiste à caractériser les  $f$  telles que la limite  $\chi(f)$  existe et au delà, à déterminer plus précisément l'asymptotique de  $f$  pour des classes raisonnables d'applications. (Le cas d'applications contractantes pour des normes strictement convexes est plus simple [KN81].)

Pour fixer les idées, considérons le jeu à deux joueurs et somme nulle représenté sur la Figure 2. Deux joueurs, appelés «Rond» et «Carré», s'affrontent en déplaçant à tour de rôle un jeton sur le graphe. Quand le jeton est sur un sommet carré, c'est Carré qui joue, et de même pour Rond. Au début, le jeton est dans l'état 1, c'est donc Rond qui commence. à chaque mouvement, Carré paie à rond le nombre de francs indiqué sur l'arc (si ce nombre est négatif, c'est Rond qui paie l'opposé à Carré). On veut savoir comment croissent les gains optimaux

- 
- [CGJ95] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, «Asymptotic throughput of continuous timed petri nets», in: *CDC-AC*, New Orléans, décembre 1995.
- [R.D90] R.D. NUSSBAUM, «Hilbert's projective metric and iterated nonlinear maps», *Memoirs of the AMS* 95, 391, 1990.
- [KN81] E. KOHLBERG, A. NEYMAN, «Asymptotic behavior of nonexpansive mappings in normed linear spaces», *Israel J. Math.* 38, 4, 1981, p. 269-275.

de Rond, lorsque le nombre de tours de jeu tend vers l'infini. Pour cela, on introduit  $x_i(k)$ , le gain optimal de Rond partant de  $i$  en  $k$  tours, et l'on note que  $x(k)$  vérifie  $x(k) = f(x(k-1))$ , où

$$f(x) = \begin{pmatrix} \max(2 + x_1, \min(8 + x_1, 13 + x_2)) \\ \min(9 + x_1, -5 + x_2) \end{pmatrix}$$

Il n'est pas difficile de voir ici que  $\chi(f) = (2, -5)^T$ , i.e., que Rond gagne en moyenne 2 francs par tour de jeu s'il part de 1, et en perd en moyenne 5 s'il part de 2. De manière surprenante, nous ne connaissons pas de méthode élémentaire pour des jeux généraux de ce type. (Voir cependant [Koh80,GG98b] pour des méthodes non-élémentaires coûteuses). Dans [CTGG99,GG98a], on a donné un algorithme d'itérations sur les politiques qui permet de calculer efficacement  $\chi(f)$  (à chaque itération, on résout un problème à un joueur, i.e., un problème spectral max-plus).

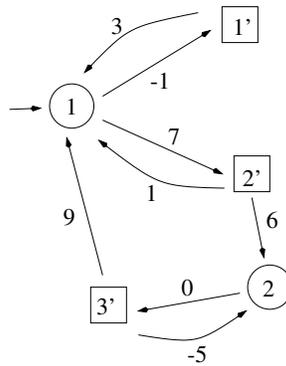


FIG. 2 – Un jeu déterministe répété à deux joueurs et somme nulle

**Ressources partagées, empilements de tâches et automates max-plus** Un système à ressources partagées peut être vu comme un empilement de tâches (représentées par les contraintes temporelles imposées sur les ressources par ces tâches) du type jeu de Tetris.

Dans l'espace temps-ressource  $R \times \mathcal{R}$  avec  $\mathcal{R} = \{1, \dots, n\}$ . Une tâche  $a$  est une classe d'équivalence de formes géométriques (deux formes sont équivalentes si elles sont superposables par une translation temporelle). D'un point de vue physique, une tâche mobilise des ressources de façon synchronisée. Elle peut être retardée ou avancée. La tâche  $a$  utilise les ressources  $R(a)$ . Une tâche en position  $\lambda$  immobilise la ressource  $r$  à la date  $d_r(a) + \lambda$  et la libère à la date  $f_r(a) + \lambda$ .  $d(a), f(a) : R(a) \rightarrow R$  sont donnés.

[Koh80] E. KOHLBERG, «Invariant half-lines of nonexpansive piecewise-linear transformations», *Math. Oper. Res.* 5, 3, 1980, p. 366–372.

[GG98b] S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «A Non-Linear Hierarchy for Discrete Event Dynamical Systems», in: *Proc. of the Fourth Workshop on Discrete Event Systems (WODES98)*, IEE, Cagliari, Italy, 1998.

[CTGG99] J. COCHET-TERRASSON, S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «A constructive fixed point theorem for min-max functions», *Dynamics and Stability of Systems* 14, 4, 1999.

[GG98a] S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «The duality theorem for min-max functions», *C.R.A.S* 326, Jan. 1998, p. 43–48.

Un travail  $w$  est un ensemble ordonné de tâches à accomplir  $w = a_1 \cdots a_k$ . On peut alors vouloir calculer les instants de libération des ressources au plus tôt  $x(w)$  pour un travail  $w$  donné, sachant que les ressources étaient disponibles au départ aux instants  $g$  ( $g : \mathcal{R} \rightarrow R$ ). Cela correspond au calcul du profil haut d'un empilement de pièces si l'on donne une interprétation spatiale à l'axe temporel. Le vecteur  $g$  est alors le profil du sol. L'exécution au plus tôt des différentes tâches d'un travail  $w$  revient à laisser tomber les pièces  $a_1, \dots, a_k$  sur le sol  $g$ , comme dans le jeu de téttris. Ce profil haut se calcule récursivement par la programmation dynamique.

$$x() = g, x(wa)_r = \max_{s \in R(a)} [f(a)_r - d(a)_s + x(w)_s], \forall r \in R(a), x(wa)_r = x(w)_r, \forall r \notin R(a). \quad (7)$$

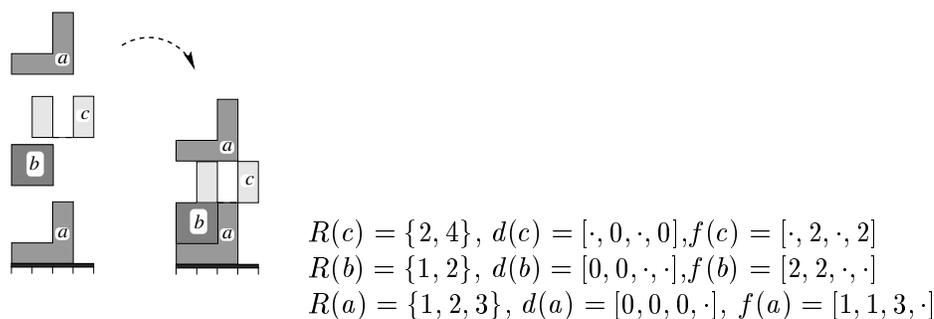


FIG. 3 – Un jeu de Tetris à trois types de pièces et quatre ressources

En termes algébriques, à chaque pièce  $a$  prise dans un ensemble de pièces  $\mathcal{T}$ , on associe la matrice  $M(a) \in (R_{\max})^{\mathcal{R} \times \mathcal{R}}$   $M(a)_{r,s} = f(a)_s - d(a)_r$  si  $r, s \in R(a)$ , et  $M(a)_{r,r} = e$  pour les coefficients diagonaux hors  $R(a)$  (les autres coefficients valent  $\varepsilon$ ). On a :

$$x(w) = gM(a_1) \dots M(a_k), y(w) = x(w)e_{\mathcal{R}}, \quad (8)$$

où  $e_{\mathcal{R}}$  désigne un vecteur de zéro et donc  $y(w)$  représente la date de fin du travail (la hauteur du tas).

Autrement dit, la série génératrice  $\bigoplus_{w \in \mathcal{T}^*} y(w)w \in R_{\max}\langle\langle \Sigma \rangle\rangle$  est reconnue par un automate à coefficients dans le semi-anneau max-plus. D'après le théorème de Kleene-Schützenberger, c'est une série rationnelle. On peut ainsi traduire en termes algébriques les classiques problèmes d'ordonnancement, qui reviennent à minimiser la vitesse de croissance du tas par rapport à l'ordre des lettres dans le mot  $w$ . Ils se ramènent à l'étude des semigroupes de matrices à plusieurs générateurs  $M(a_1), \dots, M(a_k)$ . Ces résultats algébriques ont été développés dans [8],<sup>[Gau96]</sup> et appliqués dans [6] aux tas de pièces.

**Vers une approche géométrique des systèmes dynamiques linéaires sur le semi-anneau (max, +)** La solution du système

$$x(k) = Ax(k-1) \oplus Bu(k), y(k) = Cx(k),$$

[Gau96] S. GAUBERT, « On the Burnside Problem for Semigroups of Matrices in the (max,+) Algebra », *Semigroup Forum* 52, 1996, p. 271–292.

où  $x(-1) = -\infty$ , est donnée par :

$$y(k) = \bigoplus_{l=0}^k CA^{k-l}Bu(l) .$$

Dans un atelier,  $y(k)$  s'interprète comme la date d'obtention de la  $k$ -ième pièce (on suppose, afin d'alléger la notation, que le système a une seule entrée  $u(k) \in R$  et une seule sortie  $y(k) \in R$ ).

Les problème de suivi de trajectoire consiste à rechercher  $u$  tel que  $y(k) \leq \eta(k)$ , pour  $k = 0, 1, \dots$  ( $\eta$  représente un carnet de commandes à suivre).

Le problème d'atteignabilité en horizon  $k$  consiste à rechercher  $u$  tel que  $x(k) \leq \xi$  ( $\xi$  est un vecteur des dates de disponibilité des «ressources» internes, machines, palettes, personnel, etc.).

Ces deux problèmes sont de la forme  $Fu \leq v$ , où  $F$  est un opérateur linéaire. E.g., dans le deuxième cas,  $Fu = C_k u_k$ , où  $C_k = [B, AB, \dots, A^k B]$  et  $u_k = [u(k), \dots, u(0)]^T$ . Il n'est pas en général possible de résoudre exactement  $Fu = v$  pour toute valeur de  $v$ , car génériquement, un opérateur linéaire  $(\max, +)$  n'est ni surjectif ni injectif. Cependant, il est facile de voir que  $Fu \leq v$  a toujours une solution maximale,  $F \setminus v$ , donnée en termes matriciels par

$$(F \setminus v)_i = \inf_j (-F_{ji} + v) .$$

(il s'agit d'un cas particulier de *résiduation* <sup>[BJ72]</sup>, [2]). On peut ainsi calculer la solution au plus tard satisfaisant le carnet de commande, où l'état atteignable maximal en dessous de  $\xi$ . En outre, on sait tester l'atteignabilité exacte de  $\xi$  en temps  $k$  : il suffit de vérifier que l'égalité  $C_k(C_k \setminus \xi) = \xi$  est vraie.

La version la plus achevée de ces problèmes d'atteignabilité dans le cas classique a été donnée dans <sup>[W.M79]</sup>. Elle est basée sur une discussion des espaces invariants d'un opérateur linéaire. L'extension de cette théorie au cas max-plus passe par une meilleure compréhension des semi-modules (analogue sur un semi-anneau des espaces vectoriels). Même lorsque les semimodules sont finiment engendrés, très peu de choses sont connues. Plusieurs notions d'indépendance existent, conduisant, chacune, à des notions, distinctes, de rang. De plus un sous semimodule n'a pas toujours de supplémentaire. Ces difficultés sont répertoriées dans la théorie des modules. Cependant, une nouvelle difficulté surgit ici : l'analogue d'un noyau doit être posé dans un espace double  $\ker C = \{(x, y) \mid Cx = Cy\}$ . En effet, dans cette structure tous les termes d'une équation ne peuvent pas être ramenés dans un même membre, puisque, en général, un élément n'a pas d'opposé.

**Dualité entre l'optimisation et le calcul des probabilités** Dans de nombreux domaines (grandes déviations en probabilité, entropie en mécanique statistique et théorie de l'information, dualité filtrage-commande en commande, maximum de vraisemblance en statistique, passage de la mécanique quantique à la mécanique classique, méthode de Hopf pour la résolution

[BJ72] T. BLYTH, M. JANOWITZ, *Residuation theory*, Pergamon Press, Oxford, 1972.

[W.M79] W.M. WONHAM, *Linear multivariable control: a geometric approach*, Springer-Verlag, 1979.

explicite d'équations d'Hamilton Jacobi etc.) une dualité entre le calcul des probabilités et l'optimisation est utilisée implicitement.

Dans un certain nombre de travaux relativement récents, cette dualité a été explicitée par divers groupes indépendamment [Mas87,Pap95,dTRS90,Qua90,AQV94]. On dispose maintenant d'une théorie très satisfaisante [Aki99]. Cette dualité, a pour intérêt, en dehors de son caractère esthétique et unifiant, de faire ressortir les dissymétries existantes dans le développement des deux domaines. Le calcul des probabilités contient beaucoup de résultats analytiques et conceptuels. L'optimisation est beaucoup plus développée au niveau algorithmique.

Un problème d'optimisation est souvent présenté comme le calcul de

$$\inf_{x \in A} c(x),$$

pour des  $c$  et des  $A$  suffisamment simples pour qu'il existe un  $x$  optimal calculable algorithmiquement. Des notions importantes sont apparues, comme la dualité, surtout pour des raisons algorithmiques.

Dans le calcul des probabilités on s'intéresse au calcul de la probabilité d'événements, c.a.d.

$$\int_A p(x) dx$$

pour des  $A$  et  $p$  pouvant être très compliqués. On appelle  $P(A)$  le résultat et on fait la théorie des applications  $A \mapsto P(A)$ . On fait apparaître toutes sortes de notions intéressantes : moyenne, variance, fonction caractéristique, etc. On fait aussi des calculs, mais surtout, dans des cas où il est possible d'obtenir des résultats explicites.

Il suffit d'appeler  $C(A) \stackrel{\text{déf}}{=} \inf_{x \in A} c(x)$  pour être dans une situation complètement analogue au calcul des probabilités au remplacement de l'algèbre ordinaire par  $R_{\min}$  près. Pratiquement tous les concepts des probabilités ont une notion duale, utile en optimisation. Citons en trois. Le dual de la loi Gaussienne  $\mathcal{N}_{m,\sigma}$  est la forme quadratique

$$Q_{m,\sigma}(x) \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{1}{2} \left( \frac{x-m}{\sigma} \right)^2.$$

Le dual de la transformée de Laplace est la transformée de Fenchel. Le dual de la convolution des lois est l'inf-convolution des coûts.

A l'opposé, aucun algorithme sérieux n'est donné, pour calculer la probabilité d'un événement un peu compliqué de  $R^n$ , exceptée la méthode de Monte-Carlo.

- 
- [Mas87] V. MASLOV, *Méthodes opératorielles*, Edition Mir, Moscou, 1987.  
 [Pap95] E. PAP, *Null-Additive Set Functions*, Kluwer, Dordrecht, 1995.  
 [dTRS90] P. DEL MORAL, T. THUILLET, G. RIGAL, G. SALUT, « Optimal versus random processes: the nonlinear cases », *Rapport de recherche*, 1990.  
 [Qua90] J. QUADRAT, « Théorèmes asymptotiques en programmation dynamique », *Note C.R.A.S.*, 311, 1990, p. 745-748.  
 [AQV94] M. AKIAN, J. QUADRAT, M. VIOT, « Bellman Processes », *in: LNC in Control and Information Sciences n. 199 : 11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems*, G. Cohen, J.P. Quadrat (éditeurs), Springer-Verlag, 1994.  
 [Aki99] M. AKIAN, « Densities of idempotent measures and large deviations », *Transactions of the American Mathematical Society* 351, 11, 1999, p. 4515-4543.

Il existe un moyen systématique de transférer les résultats du calcul des probabilités. C'est l'utilisation de la transformée de Cramer  $\mathcal{C}$  définie par

$$\mathcal{C} = \mathcal{F} \circ \log \circ \mathcal{L} ,$$

où  $\mathcal{L}$  désigne la transformée de Laplace,  $\mathcal{F}$  la transformée de Fenchel. On a par exemple :

$$\mathcal{C}(\mathcal{N}_{m,\sigma}) = \mathcal{Q}_{m,\sigma} .$$

La transformée de Cramer a de nombreuses propriétés. Par exemple, elle transforme les convolutions de mesures en inf-convolutions de coûts convexes. Ses propriétés de continuité pour des topologies adéquates ont été étudiées dans [Aki96]. Elles permettent dans des cas assez restreints (loi log concave) le transfert immédiat des théorèmes asymptotiques du calcul de probabilités à des théorèmes analogues en optimisation.

**Pages WEB** On pourra consulter les pages web

- <http://www-rocq.inria.fr/scilab/cohen>
- <http://amadeus.inria.fr/TROPICAL/>
- <http://www-rocq.inria.fr/scilab/quadrat>

pour obtenir des informations supplémentaires ou des publications complètes dans ce domaine.

### 3.2 Systèmes implicites

**Participants** : R. Nikoukhah, F. Delebecque, S.L. Campbell.

**Résumé** : *La modélisation des phénomènes physiques conduit souvent à des systèmes implicites. On travaille sur la théorie et les applications de ces systèmes.*

De très nombreux phénomènes physiques sont naturellement modélisables par des systèmes d'équations algébriques-différentielles de type  $F(\dot{\xi}, \xi, z, t) = 0$ , ou  $F_k(\xi_{k+1}, \xi_k, z_k) = 0$ , en temps discret. En fonction du domaine d'application, le modèle (3.2) est appelé système descripteur, système implicite, DAE (differential-algebraic equations), modèle comportemental ...

Dans certains cas, même s'il est possible de convertir un modèle implicite en un modèle explicite, il est préférable de garder le modèle implicite pour préserver la structure naturelle du système (par exemple son caractère creux).

La plupart des problèmes classiques de l'automatique tels que la construction d'observateurs, le placement de pôles, le filtre de Kalman, etc ... , peuvent se formuler plus facilement dans un cadre implicite. Il est alors clair que l'étude systématique des propriétés fondamentales des systèmes implicites comme l'existence, l'unicité, la régularité des solutions et l'analyse numérique correspondante sont des points cruciaux pour les applications à l'automatique. De même, le développement de code performant et fiable pour la résolution numérique de ces systèmes est essentiel, aussi bien pour la conception hors ligne de contrôleurs et de filtres, que pour les implémentations temps réel.

---

[Aki96] M. AKIAN, « On the continuity of the Cramer transform », *Rapport de Recherche n° 2841*, Inria, Rocquencourt, 1996.

**Le cas linéaire.** Un système linéaire implicite

$$\mathcal{E}\dot{\xi} = \mathcal{F}\xi + \mathcal{G}z, \quad (9)$$

ou sa version discrète

$$\mathcal{E}\xi_{k+1} = \mathcal{F}\xi_k + \mathcal{G}z_k, \quad (10)$$

conduit à l'étude des propriétés du «faisceau»  $\{\mathcal{E}, \mathcal{F}\}$  (en général non carré). Une théorie géométrique générale existe pour les faisceaux de matrices. Cette théorie peut être utilisée pour montrer et souvent généraliser un grand nombre de résultats en théorie des systèmes linéaires. Pour donner un exemple simple, considérons le système

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (11)$$

Toutes les propriétés de commandabilité de ce système sont contenues dans le faisceau singulier  $\{[I \ 0], [A \ B]\}$  qui correspond au système implicite (9) obtenu à partir de (11) en posant  $\xi = (x \ u)$ . Dans cet exemple, le calcul d'un certain sous-espace (ou plus exactement d'une paire de sous-espaces) donne à la fois des propriétés qualitatives de commandabilité et permet de calculer une matrice de gain plaçant les pôles commandables. La géométrie d'un faisceau général peut être assez complexe car on peut combiner de manière combinatoire les sous-espaces associés (noyau, image, modes stables, modes statiques, modes impulsions, etc). Ces sous-espaces peuvent être obtenus par des opérations numériques dont on peut contrôler le conditionnement.

Le point de vue implicite est intéressant car il englobe dans un cadre unique les problèmes classiques. Par exemple, il est bien connu que la solution des diverses formes de l'équation de Riccati algébrique peut être construite très efficacement en calculant les sous-espaces stables des Hamiltoniens associés qui sont encore des faisceaux de matrices [12]. En fait ce faisceau est associé au système implicite aux deux bouts donné par les conditions nécessaires d'optimalité.

C'est en adoptant ce point de vue qu'on a pu étendre plusieurs résultats classiques au cas implicite, ce qui conduit à des problèmes originaux et à généraliser des concepts bien établis. Montrons cela sur l'observabilité. Considérons le système dynamique à entrée inconnue

$$\dot{x} = Ax + Bu + Mv, \quad (12)$$

$$y = Cx + Du + Nv, \quad (13)$$

où le vecteur  $v$  désigne l'entrée inconnue. Dans cette modélisation, ce qui compte est qu'on a des vecteurs inconnus ( $x$  et  $v$ ), des vecteurs connus ( $u$  et  $y$ ) et un ensemble d'équations. Il est donc naturel de considérer le modèle implicite 9 où  $\{\mathcal{E}, \mathcal{F}\}$  est un faisceau arbitraire en posant  $\xi = (x, v)$  et  $z = (u, y)$ . Pour ce modèle on a pu caractériser complètement les signaux  $w = H\xi$  qui peuvent être reconstruits à partir des entrées et sorties connues du modèle (le noyau de  $H$  est le sous-espace inobservable).

L'approche consiste à construire par un algorithme (numériquement stable) un certain sous-espace  $\mathcal{Z}$  associé au modèle implicite 9 qui généralise le sous-espace d'inobservabilité classique : tous les signaux de la forme  $w = H\xi$  avec  $\ker(H) \supset \mathcal{Z}$  sont reconstructibles par un observateur causal qui est construit comme un sous-produit de l'algorithme.

On a étudié les problèmes de caractérisation des propriétés géométriques et de stabilité [11], filtrage de Kalman [10, 12], construction d'observateurs «tracking» [15], etc . . . On a aussi étudié

l'application de ces méthodes aux systèmes classiques par exemple pour la construction du filtre générateur de résidus [13] et les problèmes de découplage. On a aussi étudié la construction d'observateurs pour des systèmes linéaires non stationnaires [SND99]. Cette classe de systèmes a été beaucoup étudiée ces dernières années et une théorie générale se développe.

**Le cas non linéaire.** En reprenant le point de vue implicite discuté plus haut pour reformuler des problèmes d'automatique non linéaire, on s'intéresse aux systèmes implicites non linéaires. Ces problèmes sont en général d'indice élevé et/ou mal défini (l'indice d'un système implicite correspond en gros au nombre de fois qu'il faut dériver ses équations pour le rendre explicite), contrairement par exemple au cas des systèmes utilisés pour les simulations en mécanique où l'indice est structurel. Un simple modèle de bras de robot commandé pour suivre une trajectoire peut conduire à un système d'indice cinq.

Contrairement à d'autres approches basées sur l'inversion, pour faire de la commande ou de l'observation, on ne cherche pas une formule explicite, mais on admet que la solution puisse être le résultat d'un solveur numérique implémenté en temps réel. En particulier, pour les problèmes de suivi de trajectoires cela nous a permis de proposer une nouvelle méthode de commande prédictive, appelée DPC (descriptor predictive control). Dans cette méthode, la contrainte de trajectoire est rajoutée aux dynamiques du système pour obtenir un système implicite en  $(x, u)$ .

L'indice de ce système, souvent élevé, peut aussi être réduit, si la complexité le permet, par des méthodes formelles. Puis, une solution numérique est calculée par un solveur numérique et appliquée sur une fenêtre glissante. Le contrôle obtenu par cette stratégie, n'est en général pas stabilisant. Pour que cette approche puisse marcher, on a montré qu'il faut effectuer un feedback préliminaire linéaire approprié. Ce feedback nécessite encore le calcul de certains sous-espaces liés au faisceau linéaire tangent [15].

La même idée a été utilisée pour la construction d'observateurs non linéaires.

Le cadre implicite est aussi un point de passage obligé pour la définition d'un formalisme modélisant un système hybride général. On s'intéresse à ce problème car même pour modéliser le plus simple des systèmes réels commandés, on doit considérer le couplage d'un système discret (en l'occurrence le contrôleur) et l'environnement continu (souvent implicite). On a commencé à étudier un formalisme mathématique pour définir les systèmes hybrides (à composantes continues, discrètes et événementielles) (voir 5.2).

### 3.3 Détection de pannes dans les systèmes dynamiques

**Participants :** R. Nikoukhah, F. Delebecque, S.L. Campbell, M. Goursat.

On peut classer les problèmes de détection de pannes en deux catégories: la détection passive et la détection active. Dans le cas passif, on suppose que le détecteur observe les entrées et les sorties du système qui est sous surveillance mais qu'il ne peut en aucun cas agir sur le système. La plupart des systèmes de surveillance sont de ce type. Les méthodes classiques de conception de détecteur dans ce cas sont basées sur la construction des observateurs ou des

---

[SND99] S.L. CAMPBELL, R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, «Nonlinear descriptor systems», *in: Advances in Control*, P.M. Frank (éditeur), Springer Verlag, 1999.

filtres de Kalman. L'application des résultats obtenus dans l'étude des systèmes implicites permet d'obtenir des méthodes de conception de détecteur plus simples et numériquement fiables.

Dans certains cas, en particulier quand le système sous surveillance est un système commandé, la surveillance passive n'est pas satisfaisante. La propriété (désirable) de robustesse du contrôleur fait que les changements du comportement du système sont gommés. Cela, clairement, diminue la performance du détecteur de pannes. Une solution pour contourner ce problème est d'injecter, régulièrement ou à des instants critiques, un signal auxiliaire pour «secouer» le système et exhiber les pannes potentielles. Il est bien entendu préférable que ce signal n'affecte pas trop le fonctionnement normal du système. On a développé une méthodologie pour la construction des signaux auxiliaires de faible énergie et des détecteurs correspondants. On travaille sur la généralisation de ces résultats pour mieux intégrer les incertitudes de modèle.

On s'intéresse également à la détection de pannes pour les systèmes passifs : ce cas est incontournable pour des systèmes en fonctionnement où l'entrée excitation du système est due à son environnement.

Cette entrée n'est pas à la disposition de l'observateur, elle n'est même pas mesurable. Ceci est le cas pour de nombreux systèmes mécaniques en vibration : avions, machines tournantes, châssis automobiles . . . Une méthodologie a été développée pour l'identification de certains paramètres (les paramètres modaux) de tels systèmes. Plutôt que de pannes sévères, le problème de diagnostic consiste à développer des batteries de tests pour détecter les variations de paramètres. Les problèmes à résoudre sont maintenant de suivre les variations pour éviter au système d'entrer dans une phase de destruction : le problème modèle est celui du domaine de vol des avions où il faut détecter les apparitions du phénomène de flottement qui conduit à la destruction de l'appareil (études menées avec le projet Sigma2 de Rennes).

## 4 Domaines d'applications

### 4.1 Transport

Un domaine d'application privilégié est en train d'apparaître dans le projet grâce aux collaborations avec les équipes s'occupant de Lara à l'Inrets et à l'Inria ainsi que l'équipe à l'ENPC-Cermics autour de G. Cohen.

Plusieurs motivations conduisent à s'intéresser aux problèmes de transports.

1. La recherche d'application de la boîte à outils Metanet de Scilab et de façon plus générale à Scilab.
2. L'application de la théorie des systèmes max-plus linéaires.
3. Le développement d'une boîte à outils transport dans Scilab.

Ce domaine d'application crucial ne semble pas complètement fédéré au niveau logiciel. D'autre part le point de vue théorie des systèmes semble largement développable dans cette application. Malgré une recherche intense pendant plusieurs décennies, les problèmes restent ouverts du fait de leur taille et complexité. D'autre part les données relevant des pouvoirs

publics sont accessibles contrairement à beaucoup de domaines industriels où le secret nuit à la diffusion de l'information.

## 5 Logiciels

### 5.1 Scilab

**Participants** : F. Delebecque, C. Gomez, M. Goursat, R. Nikoukhah, S. Steer, J.-Ph. Chancelier.

Scilab est un logiciel interactif dédié aux calculs numériques. Il contient des centaines de fonctions mathématiques, des structures de données sophistiquées (incluant les listes, les polynômes, les fractions rationnelles, les systèmes linéaires), un interpréteur et un langage de programmation de haut niveau, de grandes possibilités graphiques 2D, 3D, avec animation, ainsi que des liens avec le système de calcul formel.

Scilab a été conçu pour être un système le plus ouvert possible avec la possibilité de définir de nouvelles fonctions, de nouvelles primitives et de nouveau type de données.

#### 5.1.1 Diffusion

Pendant l'année 2000 la diffusion de Scilab a été très importante : de 5500 à 9500 retraits par mois sur notre seul site ftp sans compter les autres formes de diffusion. Ce type de logiciel est aujourd'hui indispensable dans de très nombreux secteurs de l'industrie et de la recherche mais aussi de l'enseignement.

Cet attrait résulte essentiellement dans l'accès très facile, à travers un environnement homogène, à toutes les composantes du calcul numérique, du graphique ainsi qu'aux outils d'interfaces homme-machine au prix d'un effort de programmation très faible comparé à la réalisation de programmes «classiques».

Le niveau de diffusion impose d'avoir un produit de très grande qualité et de changer de mode de «gestion» en ouvrant le plus possible son développement à des partenaires extérieurs.

#### 5.1.2 Scilab et la recherche

Scilab est un bon intégrateur pour ce qui se fait à l'Inria et dans la recherche. C'est donc un outil indispensable de diffusion des résultats de recherche.

En quelques années Scilab a servi de base à la diffusion des travaux de recherche du projet (LMIttool, Boite à outil H-infini, Max-Plus) et d'autres projets Inria (Fractales) ainsi que d'autres laboratoires. Cette tendance doit s'amplifier dans le futur (statistiques avec le projet Sodas, éléments finis avec le projet Gamma, calcul parallèle avec les projets ReMaP et Résédas, calcul formel, algorithmique pour l'automatique dans le cadre du réseau européen Niconet, boite à outil Finance avec le projet Mathfi, ...)

La maîtrise du code a facilité le développement d'une boite à outils max-plus.

### 5.1.3 Scilab et le projet

Après une longue période de développement du noyau du logiciel et d'une base raisonnable de boîtes à outils qui a reposé quasi exclusivement sur les forces du projet, Scilab peut et doit jouer pleinement son rôle d'intégrateur. Le rôle du projet vis à vis de Scilab va se transformer progressivement dans deux directions : formation, coordination, animation, aide aux développements d'une part, réalisation de boîtes à outils résultant des travaux de recherche.

Les efforts en 2000 ont été dans ce sens. On peut donc citer la participation à la première session de formation organisée par Saphir Control, la préparation du lancement d'un consortium, l'organisation d'un workshop en Inde, les réunions avec quelques grands industriels français et la rédaction d'un ouvrage en français ( à paraître fin 2000/début 2001 chez Springer).

### 5.1.4 Scilab et l'enseignement

Scilab est actuellement utilisé à l'université, dans des écoles d'ingénieurs; il a également été choisi pour l'épreuve de modélisation de l'agrégation externe de mathématiques. Il y a un avantage important pour les étudiants : disposer librement d'une version personnelle.

Pour la diffusion de Scilab, des contacts ont été pris avec des responsables de l'Education Nationale. Un CD-Rom contenant Scilab, MuPAD et CAML devrait être réalisé par l'Inria puis édité et diffusé par le CNDP.

## 5.2 Systèmes dynamiques hybrides - Scicos

**Participants** : R. Nikoukhah, S. Steer.

On a développé un formalisme mathématique pour modéliser les systèmes dynamiques hybrides, c.à.d des systèmes incluant des parties continues, discrètes et événementielles. La motivation première pour ce travail était la construction d'un outil pour modéliser et simuler les systèmes de détection de pannes qui sont de nature hybride. Cet outil, nommé Scicos, a très rapidement trouvé des applications dans divers domaines. En particulier, il a été utilisé par EDF dans le domaine de la régulation des aménagement hydrauliques et on l'a utilisé pour modéliser un moteur à injection directe et de valider par simulation son régulateur dans le cadre d'un contrat avec Renault. Le travail a aboutit à un brevet : *Procédé de commande d'un moteur à combustion interne*<sup>[RSJ]</sup>. L'utilisation de Scicos dans des vraies applications industrielles a beaucoup contribué à son développement. Scicos comprend un éditeur graphique (type schéma blocs) permettant la construction interactive de modèles, un compilateur et un simulateur.

Il existe de nombreux formalismes de modélisation de systèmes hybrides. Le souci principal ici était l'efficacité de la simulation et de la génération de codes donc elle ne pouvait pas par exemple ignorer les propriétés du solveur numérique utilisé pour la simulation. Le formalisme Scicos est inspiré en partie par le langage Signal et en particulier de son extension en temps continu.

---

[RSJ] V. RAUCH, M. SORINE, H. JREIJ, « Procédé de commande d'un moteur à combustion interne », Brevet. Numéro d'enregistrement national : 99 02505.

Scicos est actuellement utilisé dans plusieurs domaines d'application chez Eurocopter, ESA, EDF ... Il est aussi utilisé par des chercheurs ; par exemple à l'Inria, Scicos est utilisé, entre autres, pour analyser des signaux dans le domaine médical et pour simuler le comportement de voitures électriques.

### 5.3 Metanet

**Participants :** C. Gomez, M. Goursat.

Bien qu'utilisé de manière significative, Metanet n'a subi que des modifications très mineures dans sa version distribuée. Ce logiciel devrait être largement remanié et développé à court terme : révision pour un portage toutes plateformes, modélisation de problèmes de transport, ...

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 CAO en Automatique

#### 6.1.1 Liens Scilab - Calcul formel

**Participant :** C. Gomez.

La liaison entre Scilab et le système de calcul formel MuPAD existe aujourd'hui dans la version développeur de MuPAD. Cette liaison devrait être disponible dans la version de MuPAD qui sortira en 2001. Cette liaison fonctionne de la façon suivante : Scilab est lié à MuPAD par l'intermédiaire du protocole UDX, réalisé par Fabrice Rouillier (projet Polka) et Jean-Charles Faugères (LIP6). Un domaine Scilab a été créé dans l'environnement MuPAD et il est alors possible à partir de MuPAD d'appeler toutes les fonctions Scilab : les types de données sont traduits au vol entre les deux systèmes.

Par exemple, depuis MuPAD on résout l'équation différentielle  $y'(t) = y(t)^2 - t$  en utilisant le solveur d'ODE de la façon suivante :

```
>> f:=scilab::func([y0],[y],[ "deff('yprim=f(t,y)', 'yprim=y^2-t')",
&>                               "t0=0; tmax=5; t=t0:0.1:tmax;",
&>                               "y=ode(y0,t0,t,f);"]);
```

```
proc lprog() ... end
```

```
>> f(1)
```

```
-- array(1..1, 1..12,      --
|   (1, 1) = 1.0,          |
|   (1, 2) = 1.105731111, |
|   (1, 3) = 1.226481054, |
|   (1, 4) = 1.369551133, |
|   (1, 5) = 1.546371617, |
|   (1, 6) = 1.775929284, |
```

```

|      (1, 7) = 2.092239472, |
|      (1, 8) = 2.562810197, |
|      (1, 9) = 3.343135695, |
|      (1, 10) = 4.888858903, |
|      (1, 11) = 9.353921868, |
|      (1, 12) = 136.4646442 |
-- )                               --

```

où le vecteur de valeurs obtenues est un vecteur MuPAD.

Bien sûr cette première version sera améliorée pour en faire un outil convivial avec des fonctions toutes faites pour résoudre des ODE ou des DAE par exemple.

A notre connaissance, c'est la première fois qu'une telle intégration d'un système de calcul numérique complet a été réalisée à l'intérieur d'un système de calcul formel.

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un contrat avec la société Sciface qui distribue MuPAD et a fait l'objet d'une présentation au MuPAD Workshop 2000 [37].

### 6.1.2 Scicos implicite

**Participants** : S. Steer, R. Nikoukhah.

Un axe important du développement de Scicos est l'extension de son formalisme pour permettre l'utilisation des «blocs implicites». Cela permettrait l'utilisation directe des blocs correspondants à des entités physiques comme des composants électriques (résistance, capacité, ...) ou mécanique (injecteur, tuyau, ...) et donnerait des schémas plus lisibles dans ces domaines d'application. Ce travail se fera dans le cadre d'un contrat RNTL (SIMPA) avec la collaboration des chercheurs de EDF et de l'IFP.

### 6.1.3 Amélioration des fonctionnalités existantes

**Génération de code associé à un schéma Scicos** **Participants** : R. Djenidi, R. Nikoukhah.

Il est possible d'accélérer les simulations Scicos en générant du code spécifique correspondant aux schémas Scicos. Cette génération se fait de manière complètement transparente. Ce code pourrait alors être utilisé pour construire un programme de simulation «stand-alone». Le générateur de code a été amélioré ; il sera distribué comme une boîte à outil avec la prochaine version de Scilab.

**Traducteur Matlab** **Participant** : S. Steer.

Le traducteur du langage Matlab vers Scilab fonctionne raisonnablement pour le code Matlab4. Le langage de MatlabV introduit de nouveaux éléments de syntaxe et de nouvelles structures de données. La prise en compte de ces aspects nécessite une adaptation lourde du traducteur existant. Par ailleurs il est apparu nécessaire de réécrire complètement le code existant pour le rendre plus lisible et plus adaptable. Ce travail largement entamé n'a pas pu être encore diffusé.

**Analyse de l'efficacité des fonctions Scilab** Participant : S. Steer.

Pour améliorer l'efficacité des fonctions il est nécessaire de pouvoir isoler les instructions les plus souvent exécutées et celles dont l'évaluation est la plus coûteuse. Un nouveau mode de compilation des fonctions a été développé qui permet d'associer à chaque ligne d'instruction deux compteurs qui sont incrémentés à chaque fois que l'instruction est exécutée, l'un totalisant le nombre d'appel et l'autre le temps d'évaluation total de l'instruction. Des fonctions Scilab permettant ensuite d'extraire et d'analyser ces données complètent cet outil.

**Syntaxe graphique** Participants : F. Delebecque, S. Steer.

La syntaxe des primitives graphiques est reconnue comme un des point faibles de Scilab (lourde et peu mnémotechnique). La difficulté principale réside dans la multiplicité des arguments optionnels nécessaire pour pouvoir spécifier tous les choix. Nous avons choisi d'ajouter (pour maintenir la compatibilité ascendante) à la syntaxe existante, une syntaxe permettant le passage des arguments optionnels sous forme `<nom_du_parametre>=expression` dans la liste d'appel. Il est ainsi possible de fournir les options dans n'importe quel ordre et surtout de ne spécifier que les options que l'on souhaite affecter à une valeur différente du défaut.

**Interface Graphique** Participants : M. Philippe (Saphir Control), S. Steer.

Le but de cette activité est de faire fonctionner le graphique en utilisant une structure d'objets hiérarchisés en fonction des objets graphiques manipulés et de leurs propriétés (fenêtre, axes et changements de coordonnées, courbes, textes, surfaces, ...). La première phase de ce travail a consisté à étudier les systèmes graphiques (Matlab, GnuPlot, Xfig, ...) pour déterminer la hiérarchie des objets. Les structures de données ont ensuite été programmées en C ainsi que les fonctions d'accès aux paramètres. Un nouveau mode graphique a ensuite été crée dans Scilab qui permet l'usage de ces structures tout en conservant les autres modes pour la compatibilité ascendante. Ce nouveau mode de gestion des graphiques, autorise la modification a posteriori des propriétés des objets affichés et donc la réalisation d'éditeurs graphiques et de d'interface utilisateurs puissantes.

**Modularité-Portabilité** Participants : J.P. Chancelier, S. Steer.

De plus en plus de développements autour de Scilab s'effectuent sous forme de boîtes à outils qui sont diffusées indépendamment du logiciel lui même («contributions»). Ces boîtes à outils peuvent comprendre du code en C ou Fortran, des fonctions Scilab, des fichiers d'aide en ligne, de démonstration, de documentation et de test. Elles peuvent aussi, à l'exemple de la boîte à outil MaxPlus définir de nouveaux types de données. Le mécanisme de surcharge des opérateurs et fonctions a été étendu aux fonction des sauvegarde. Des fonctions Scilab ont été développées pour permettre de construire la version exécutable de ces boîtes à outils de façon simple et indépendante du système hôte (Unix/Windows). La gestion des aides en lignes et des fichiers de démonstration a été modifié pour permettre l'ajout de «contributions» sans avoir à modifier le code de Scilab. Enfin des fonctions Scilab ont été développées pour assurer la

traduction des fichiers sources d'aide en ligne (troff) sous forme textuelle, LaTeX ou HTML en remplacement des outils Unix.

**Amélioration de l'interface Scicos**    **Participants** : R. Nikhoukhah, S. Steer.

En utilisant les nouvelles fonctionnalités graphiques de Scilab, l'interface utilisateur de Scicos a été retravaillée. De nouvelles fonctionnalités ont été intégrées et testées de manière systématique.

#### 6.1.4 Scilab parallèle

**Participants** : C. Gomez, M. Goursat, S. Steer.

Nous participons à l'Action de Recherche Coopérative Inria Ouragan (Outils de résolution Appliquée aux Grand Calculs Numériques) pour l'aspect parallélisation de Scilab.

#### 6.1.5 Boîte à outils Labostat

**Participants** : C. Klimann, Y. Lechevallier.

La réalisation de la boîte à outils pour la statistique pour le système Scilab a continué. Les fonctions de base pour des distributions avec des données manquantes ont été réalisées. On a installé la première version sur le site des contributions à Scilab et on est sur le point d'installer la deuxième version. Les tableaux statistiques sont en cours de programmation.

## 6.2 Commande des Systèmes

### 6.2.1 Commande de systèmes à retard avec sortie tout-ou-rien

**Participants** : M. Akian, S. Bismuth, P.-A. Bliman (Projet Sosso).

Nous avons poursuivi l'étude de systèmes simples à retard du type  $\dot{x} = f(x) - h(x(t-h))$ , où  $h$  est une nonlinéarité constante par morceaux, antisymétrique mais non monotone et  $f$  est bornée par le minimum de la valeur absolue de  $h$ . On sait qu'il existe une infinité dénombrable de solutions périodiques symétriques. Nous avons calculé tous ces cycles, et montré que tous les cycles rapides étaient instables [16]. On retrouve donc le même type de comportement que pour le cas où  $h$  est la fonction  $\text{sgn}$ , cas étudié précédemment dans [17, 47]. Voir aussi le paragraphe du même titre dans le rapport d'activité du projet SOSSO (Thème 4).

### 6.2.2 Un problème de commande stochastique ergodique en gestion de portefeuille

**Participants** : M. Akian, A. Sulem (projet Mathfi), M. Taksar (Stony Brook University in New-York).

Dans [18], nous avons étudié des problèmes de gestion de portefeuille avec coûts de transaction et maximisation du taux moyen de profit. Ces problèmes se réduisent à des problèmes

de commande stochastique avec contrôles singuliers et critère ergodique. Ce travail est décrit précisément dans le paragraphe «Contrôle stochastique ergodique et ergodique multiplicatif - Application en gestion de portefeuilles avec coûts de transaction» dans le rapport d'activité du projet Mathfi (Thème 4).

### 6.2.3 Conception simultanée de contrôleur et de détecteur de pannes

**Participant :** R. Nikoukhah.

On a commencé à étudier la conception simultanée de contrôleur et de détecteur de pannes. Il est en effet possible de prendre en compte, dans la conception du contrôleur, le fait que le système commandé serait sous surveillance. On peut alors essayer de diminuer la robustesse du système commandé vis-à-vis des variations de modèle dues aux pannes tout en conservant la robustesse nécessaire par ailleurs. Mais il n'existe pas actuellement de méthodes systématiques satisfaisantes. Ce travail se fait dans le cadre de la thèse de M.J. Khosrowdjerdji (l'Université de K.N. Toosi de Teheran).

## 6.3 Systèmes à événements discrets, algèbre max-plus et programmation dynamique

### 6.3.1 Asymptotique de systèmes dynamiques monotones homogènes

**Participants :** S. Gaubert, J. Cochet-Terrasson.

Dans ce travail commun avec Jeremy Gunawardena (HP-BRIMS), on s'intéresse aux systèmes dynamiques gouvernés par des applications monotones homogènes, et notamment à l'existence de vecteurs propres. Comme remarqué dans [GG99], pour qu'une application monotone homogène  $f$  admette un vecteur propre, il suffit que  $f$  admette un sur-espace propre borné pour la seminorme de Hilbert (un sur-espace propre est de la forme  $S_\lambda(f) = \{x \mid f(x) \leq \lambda + x\}$  avec  $\lambda \in \mathbb{R}$ , la seminorme de Hilbert est  $\|x\|_H = \max_i x_i - \min_i x_i$ ). Caractériser la bornitude des sur-espaces propres est un problème plus simple. Ainsi, associons à  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  le graphe de sommets  $\{1, \dots, n\}$  avec un arc  $i \rightarrow j$  si  $\lim_{\nu \rightarrow \infty} f_i(\nu e_j) = +\infty$ , où  $e_j$  est le  $j$ -ième vecteur de la base canonique de  $\mathbb{R}^n$ . On a montré l'an dernier que si  $G(f)$  est fortement connexe, alors tous les sur-espaces propres de  $f$  sont bornés. Nous avons précisé cette année ce résultat, on montrant qu'une condition nécessaire et suffisante est que l'un des graphes d'une suite définie par une procédure d'agrégation, commençant par  $G(f)$ , soit fortement connexe. Nous avons en passant montré l'assertion suivante conjecturée par Gunawardena et Keane [GK95] : si  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  est monotone homogène, alors il existe une coordonnée  $i$  telle que  $\lim_k (f^k(x))_i/k = \lim_k (\max_j (f^k(x))_j)/k$ , même lorsque la limite de  $f^k(x)/k$  n'existe pas. L'ensemble apparaît dans la version revue et augmentée de [GG99]. Parmi les autres progrès théoriques, nous avons montré l'existence (et l'approximabilité) de l'analogue multiplicatif du

---

[GG99] S. GAUBERT, J. GUNAWARDENA, «Existence of Eigenvectors for Monotone Homogeneous Functions», *Technical Report n° HPL-BRIMS-99-08*, Hewlett Packard Labs, August 1999.

[GK95] J. GUNAWARDENA, M. KEANE, «On the existence of cycle times for some nonexpansive maps», *Technical Report n° HPL-BRIMS-95-003*, Hewlett-Packard Labs, 1995, Submitted.

temps de cycle pour une classe d'applications introduite par Nussbaum [R.D90], ce qui résout en particulier le problème du calcul du taux de croissance des réseaux de Petri fluides généraux, laissé ouvert dans [CGJ98]. Ce dernier résultat est en cours de rédaction.

La thèse de Cochet-Terrasson traite des mêmes questions sous un aspect algorithmique. Parmi les travaux de cette année, citons l'étude théorique et expérimentale de la spécialisation de l'algorithme de Howard aux problèmes de commande optimale déterministe arrêtée. Ces problèmes de «Dirichlet-Bellman» sont équivalents aux très classiques problèmes de plus courts chemins d'un nœud à tous les autres, lorsque les coûts sont généraux (ce qui implique la détection de circuits éventuels de poids négatif). Nous avons montré dans [50] que le temps d'exécution de l'algorithme de Howard pour cette classe de problèmes est  $O(nm)$ , où  $n$  et  $m$  désignent respectivement le nombre de sommets et le nombre d'arcs (c'est à notre connaissance le seul cas où l'algorithme de Howard est prouvé être polynômial). La borne pire des cas  $O(nm)$  est la meilleure connue pour ces problèmes, par contre, l'étude expérimentale a montré que l'algorithme a besoin d'optimisations supplémentaires pour espérer être en moyenne au niveau des raffinements récents des algorithmes de type Ford-Bellman.

### 6.3.2 Espace propre d'opérateurs monotones homogènes

**Participants :** M. Akian, S. Gaubert.

Dans ce travail, nous étudions l'espace propre d'applications monotones homogènes  $f : R^n \rightarrow R^n$ , convexes, c'est-à-dire dont toutes les coordonnées sont convexes. De telles applications apparaissent comme opérateurs de la programmation dynamique de problèmes de contrôle optimal ergodique avec nombre fini d'états. Le cas particulier où la dynamique est déterministe correspond aux applications  $f$  qui sont linéaires max-plus. Pour ce dernier cas on sait, par le théorème spectral max-plus, et sous une condition de forte connexité du graphe de  $f$ , que l'espace propre est un semi-module sur l'algèbre max-plus dont la dimension est égale au nombre de classes critiques (qui sont par définition les composantes connexes du graphe critique). De plus, si  $c$  est la cyclicité du graphe critique, c'est-à-dire le p.p.c.m. des p.g.c.d. des longueurs des circuits des classes critiques, alors  $f^{kc}(x) - ck\lambda$  converge en temps fini  $k$ .

Dans [48], nous étendons la notion de graphe critique au cas d'applications monotones homogènes convexes quelconques : c'est l'union des classes finales (nœuds et arcs) des matrices de probabilité  $P$  «critiques» (les éléments  $P$  du sous-différentiel  $\partial f(v)$  de  $f$  au point  $v$ , où  $v$  est n'importe quel vecteur propre de  $f$ ). Soit  $\mathcal{E}^c(f)$  l'ensemble des vecteurs propres de  $f$ , dont on restreint les coordonnées à celles appartenant au graphe critique. On montre que  $\mathcal{E}^c(f)$  est un ensemble convexe de dimension au plus  $s$ , le nombre de classes critiques, avec égalité si  $f$  est affine par morceaux. De plus, si  $c$  est la cyclicité du graphe critique, alors  $f^{kc}(x) - ck\lambda$  a une limite quand  $k$  tend vers l'infini. En particulier, le théorème spectral max-plus s'étend complètement au cas d'applications  $f$  convexes affines par morceaux. De telles applications

---

[R.D90] R.D. NUSSBAUM, «Hilbert's projective metric and iterated nonlinear maps», *Memoirs of the AMS* 95, 391, 1990.

[CGJ98] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, «Algebraic System Analysis of Timed Petri Nets», in: *Idempotency*, J. Gunawardena (éditeur), *Publications of the Isaac Newton Institute*, Cambridge University Press, 1998.

apparaissent dans le cas de problèmes de contrôle ergodique avec nombre fini de contrôles. On obtient ainsi une caractérisation de l'unicité du vecteur propre (à une constante additive près).

On espère étendre partiellement ces résultats en dimension infinie au moyen de la notion de solution de viscosité.

### 6.3.3 Exposants de Lyapunov, Tas de Pièces, Automates Max-plus et Systèmes Temps Réel

**Participant** : S. Gaubert.

La modélisation de systèmes à événements discrets non-déterministes conduit naturellement à étudier les semigroupes d'applications monotones homogènes. En particulier, étant donnée une suite infinie aléatoire  $f_1, f_2, \dots$  de telles applications, tirées, pour fixer les idées, selon une loi de Bernoulli  $p$  dans un ensemble fini d'applications  $S$ , on cherche par exemple à évaluer la limite  $p$ -presque sûre  $k^{-1}f_k \circ \dots \circ f_1(x)$ , qui existe sous des hypothèses assez générales (par exemple, si avec probabilité positive, une composée d'applications  $f_i$  est d'image bornée pour la métrique projective de Hilbert). Ce problème contient comme premier cas particulier intéressant le calcul d'exposants de Lyapunov de matrices à coefficients positifs ou nuls, et comme autre cas particulier le calcul du taux de croissance d'un tas de pièce dans un jeu de Tetris, où l'on laisse tomber les pièces aléatoirement. F. Baccelli et D. Hong avaient montré dans le cadre max-plus que l'exposant de Lyapunov dépend analytiquement de la loi de Bernoulli  $p$  avec laquelle on tire les matrices, sous une hypothèse de perte de mémoire, en obtenant des développements en séries explicites. Nous avons simplifié avec D. Hong ces développements en série dans [44], et montré que le domaine d'analyticité de l'exposant de Lyapunov est contenu dans le domaine de convergence de fonctions partitions associées à des codes sémaphores.

Pour revenir à l'une des motivations initiales de ces questions, le travail de thèse de P. Le Maigat (à l'IRISA dans les projet SIGMA2 et PAMPA, sous la direction d'A. Benveniste et C. Jard, à l'encadrement duquel S. Gaubert participe), a pour but de modélisation et d'analyser des systèmes temps réel à l'aide d'automates et série formelles max-plus.

### 6.3.4 Transformée de Fenchel généralisée

**Participants** : M. Akian, S. Gaubert.

En collaboration avec Vassili Kolokoltsov, de Nottingham University, nous avons étudié les opérateurs linéaires max-plus de dimension infinie. On sait qu'un opérateur linéaire max-plus  $B$  opérant sur l'espace des fonctions continues de  $Y$  dans  $R$ , et à valeurs dans l'espace des fonctions de  $X$  dans  $R$ , s'écrit  $Bf(x) = \sup\{b(x, y) - f(y), y \in Y\}$ . Si  $b(x, y) = \langle x, y \rangle$  et  $X$  est le dual de  $Y$ ,  $B$  est exactement la transformée de Fenchel. Les notions de correspondance de Galois ou de résiduation permettent alors de calculer facilement l'image de l'opérateur  $B$ . Dans [49], nous caractérisons cette image en termes de recouvrement de l'espace  $X$ . Nous caractérisons aussi l'injectivité en un point par la minimalité de ce recouvrement. Ces résultats généralisent ceux de Butkovič <sup>[But00]</sup> sur les opérateurs de dimension finie.

---

[But00] P. BUTKOVIČ, « Simple image set of (max, +) linear mappings », *Discrete Appl. Math.* 105, 1–3, 2000, p. 73–86.

### 6.3.5 Géométrie max-plus

**Mots clés** : algèbre max-plus, système à événements discrets.

**Participants** : G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat.

L'analogie des projecteurs sur des espaces linéaires classiques à été obtenu il y a plusieurs années. Mais il reste beaucoup de points obscurs du point de vue géométrique. Par exemple on sait caractériser les semimodules admettant un transverse. Ce qui correspond à l'analogie de la notion de module projectif connu en algèbre classique. Mais on commence seulement à en donner des caractérisations géométriques en terme de treillis. Cette propriété qualitative est très importante, elle correspond à une frontière de complexité (calcul linéaire dans l'algèbre max-plus ou calcul utilisant les trois opérateurs min, max et plus beaucoup plus difficile).

Cette année des progrès ont été accomplis conduisant à ce qu'on appelle des projections orthogonales sur des semimodules. Grâce à cette projection on est capable de séparer un convexe max-plus d'un point dans le cas général (théorème de Hahn-Banach). Il faut noter que les hyperplans et les convexes max-plus ont des formes très différentes des notions standards analogues. Une nouvelle géométrie est peut-être entrain de naître.

Un papier est publié sur ce sujet [21].

Le travail de thèse de R. Katz, en collaboration avec l'Université de Rosario, qui commence portera sur une théorie géométrique des systèmes linéaires max-plus qui aura pour but d'étendre à ces structures les résultats obtenus par M. Wonham pour les systèmes linéaires standards. La première difficulté est la gestion du caractère non nécessairement fini de la dimension de sous-semimodules d'un semimodule libre de dimension finie.

### 6.3.6 Asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron

**Participants** : M. Akian, S. Gaubert.

Dans ce travail, en collaboration avec Ravindra Bapat, de l'Indian Statistical Institute, New Delhi, on poursuit l'étude de l'asymptotique de la valeur propre et du vecteur propre de Perron de matrices à coefficients positifs ou nuls, dépendant géométriquement d'un grand paramètre. On travaille actuellement à étendre aux valeurs propres complexes les résultats présentés dans [ABG98] pour la valeur propre de Perron et les vecteurs propres associés.

### 6.3.7 Forme produit min-plus

**Participants** : O. Fall, J.P. Quadrat.

Le travail de thèse O. Fall, à mi-temps à l'Université de Dakar et à l'Inria, se poursuit actuellement par un travail de rédaction des résultats obtenus les années précédentes.

---

[ABG98] M. AKIAN, R. BAPAT, S. GAUBERT, «Asymptotics of the Perron Eigenvalue and Eigenvector Using Max-algebra», *C. R. Acad. Sci. Paris t. 327, Série I*, 1998, p. 927–932.

### 6.3.8 Boîte à outils Max-Plus de Scilab

**Participants** : G. Cohen, S. Gaubert, P. Lotito, J.P. Quadrat.

**Mots clés** : algèbre max-plus, système à événements discrets.

La boîte à outils max-plus dans Scilab est disponible maintenant sur le réseau depuis juillet 2000. Elle tourne dans les environnements Linux, Unix et Windows. Les développements autour des problèmes du transport sont inclus pour l'instant dans ce logiciel. Quelques fonctions permettant de résoudre les problèmes de commande stochastique et des problèmes de flots non linéaires ont été également écrites cette année.

Elle doit être considérée comme expérimentale. La partie arithmétique est stabilisée mais certaines fonctions de haut niveau restent des premiers jets.

Elle a été présentée plusieurs fois comme illustration des possibilités de Scilab dans le contextes des applications transport (voir les paragraphes correspondants).

## 6.4 Transports

### 6.4.1 LaRA : la route automatisée

**Participants** : C. Gomez, M. Goursat.

Ce travail qui a été réalisé en collaboration avec le LIVIC (Laboratoire sur les Interactions Véhicules-Infrastructure-Conducteurs, laboratoire commun Inrets-LCPC) dans le cadre d'un contrat avec la DSCR est maintenant terminé.

Cette étude consistait en la partie optimisation et commande de l'étude complète réalisée par le LIVIC (comprenant des études socio-économiques, l'architecture, ...) sur la route automatisée. Il s'agissait de concevoir un système véhicule-infrastructure qui fonctionne sans intervention du conducteur (sauf cas exceptionnels). Une partie très importante de l'étude a également consisté à gérer le déploiement, c'est-à-dire le passage progressif vers l'automatisation complète (sur routes dédiées).

Notre travail a fait l'objet d'une présentation lors de la journée «Quel futur pour la conduite et la route automatisée?» qui s'est tenue à Paris au ministère de la recherche [35] et d'une communication au congrès ITCS 2000 [36].

### 6.4.2 Modélisation microscopique du trafic

**Participants** : G. Cohen, S. Gaubert, P. Lotito, V. Malyshev, E. Mancinelli, J.P. Quadrat.

**Mots clés** : algèbre max-plus, système à événements discrets, transport, trafic.

Un premier travail sur la modélisation microscopique du transport a été entrepris. L'idée directrice est d'appliquer le point de vue de la mécanique statistique à la modélisation des problèmes de transport. C'est un vieux point de vue, citons par exemple le travail de Prigogine des années 1970. Depuis cette date de nombreux travaux ont été réalisés. Nous voulons revisiter

cette approche au vu des progrès récents de l'algèbre max-plus. L'objectif étant la réalisation d'une boîte à outils transport dans Scilab comprenant des applications de l'algèbre max-plus.

La modélisation microscopique du trafic d'une voie de transport circulaire sans dépassement dans laquelle chaque véhicule tire au hasard indépendamment sa vitesse selon une loi de Bernoulli à chaque instant conduit à un système dynamique stochastique linéaire au sens de l'algèbre max-plus. Calculer la vitesse moyenne revient à calculer un exposant de Lyapounov d'un produit de matrices max-plus stochastiques. Dans ce cas simple l'analyse du régime stationnaire peut être conduite jusqu'au bout. L'obtention de formule explicite pour la vitesse moyenne a été obtenue. C'est un cas assez rare où un exposant de Lyapounov peut être calculé explicitement. D'autre part, le modèle étant linéaire il est très facile à simuler grâce à la boîte à outils correspondante de Scilab. Les études expérimentales confirment les résultats et suggèrent que les formules obtenues s'étendent au moins de façon approximative à des cas plus réalistes (possibilité de dépassement par exemple sortant du cadre linéaire). Un premier rapport interne existe sur ce travail. Ce travail a fait l'objet de plusieurs exposés (Séminaire GICC, Predit, conférence à Wodes Gan, Workshop on stochastic matrices à Bristol) souvent pour présenter Scilab et la boîte à outils max-plus aux professionnels du transport et d'un rapport interne [46].

### 6.4.3 Equilibre de Wardrop et boîte à outils transport

**Participants :** P. Lotito, E. Mancinelli, J.P. Quadrat.

**Mots clés :** transport, trafic.

Le but de ce travail est de réaliser une boîte à outils dans Scilab donc libre (c'est ce qui fera son originalité) permettant de faire des études standards sur le trafic. La méthode dite en quatre étapes : – génération de la demande de transport, – distribution de la demande, – répartition selon les modes de transport, – affectation du transport aux routes disponibles est classique, critiquée mais inévitable. Les principales critiques portent sur le peu de fiabilité des 2 premières étapes. Par contre la quatrième étape conduisant au calcul d'équilibre de Wardrop est bien établie scientifiquement. Elle conduit à la résolution de problèmes d'optimisation de grande taille pour lesquels une immense expérience a été accumulée en 40 ans de travail. Malheureusement ces travaux sont dispersés disponibles dans des produits commerciaux chers et fermés. Nous voulons pouvoir disposer dans Scilab des moyens pour faire des études classiques.

Les premiers modules réalisés cette année permettent de calculer avec les algorithmes les plus simples les équilibres de Wardrop de les visualiser grâce à Metanet et de les manipuler grâce à des structures de données particulières. Les professionnels du transport semblent intéressés par cette démarche.

Cette approche est macroscopique et complémentaire du point de vue microscopique décrit plus haut. Pour simplifier, la sortie de l'approche microscopique pourrait être les lois donnant les temps de transport en fonction du flot, nécessaires à la formulation macroscopique. D'autre part des simulations microscopiques sont indispensables à la validation des résultats et commencent à être utilisées pour la génération de la demande de transport.

## 6.5 Détection et résolution de conflits en contrôle aérien

**Participants :** M. Akian, K. Blin (Action Mocoa), F. Bonnans (Action Mocoa), E. Hoffman (Eurocontrol), C. Martini (Projet Mathfi), K. Zeghal (Eurocontrol).

On propose des modèles probabilistes et des méthodes de détection de conflit aérien (un conflit est la présence de deux avions à une distance inférieure à un certain seuil). Ce travail est décrit précisément dans le paragraphe du même titre, dans le rapport d'activité de l'action Mocoa (Thème 4) et dans [31, 32].

## 7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

### 7.1 Identification modale et surveillance de structures vibrantes en fonctionnement

**Participant :** M. Goursat.

Ce problème a été étudié en collaboration avec le projet Sigma2 de Rennes. De puis plusieurs années, nous avons développé des méthodes de type «sous-espaces» pour l'identification des caractéristiques modales des structures vibrantes. Ces méthodes ont été utilisées avec succès sur des structures mécaniques qui étaient stationnaires. Nous avons testé ces méthodes sur un problème où la structure est fortement non-stationnaire. Il s'agissait d'un contrat CNES-Aeromatra pour l'analyse modale de la fusée Ariane 5 à partir des données du vol 502. Les résultats très encourageants sont en phase de validation par les 2 partenaires industriels.

### 7.2 Contrôle des aménagements hydrauliques sur déclenchement

**Participants :** H. Jreij, S. Steer.

Ce problème est un prolongement de la collaboration EDF/DER (Laboratoire National d'Hydraulique) dans le domaine de la régulation des aménagements hydrauliques.

Le déclenchement (arrêt brutal et inopiné) de tout ou partie des groupes de l'usine d'un bief provoque une baisse très importante et quasi-instantanée du débit traversant l'usine.

Il s'agit d'adapter le fonctionnement de la régulation dans ce contexte (commande saturée) avec comme objectif de compenser au plus vite (compte tenu des contraintes sur le débit barrage) le débit coupé puis de rétablir progressivement le volume d'eau stocké dans le bief à sa valeur d'avant le déclenchement en limitant le sur-débit. En l'absence de perturbations non mesurées, la solution à ce problème est une commande «boucle ouverte» en temps minimal qu'il est dans ce cas facile de calculer. La surveillance, pendant la durée du déclenchement des perturbations non mesurées, nécessite la mise en oeuvre d'un filtre «anti-dérive». Nous avons ici passé en revue les différentes méthodes proposées dans la littérature pour ce type de problèmes. La solution proposée est basée sur la méthode de M. Sternad et S. Rönnbäck, adaptée pour prendre en compte la non linéarité de la dynamique, l'imprécision des mesures de débit et la complexité de la fonction de saturation de la commande qui fait intervenir une saturation de vitesse.

### 7.3 Projet RNTL SIMPA

**Participants** : R. Nikoukhah, S. Steer, H. Jreij (Saphir Control).

La version actuelle de Scicos permet de modéliser, sous forme de schéma blocs, les systèmes dynamiques hybrides c'est à dire régis par des équations différentielles et des événements. L'objectif de ce projet labellisé est d'étendre le formalisme de scicos aux systèmes régis par des équations algébro-différentielles. Le travail effectué cette année a été pour l'essentiel l'analyse des problèmes sous-jacents et le montage de ce projet. Le langage de description des systèmes algébro-différentiels Modelica pourrait servir de base à ce projet.

## 8 Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1 Actions nationales

Stéphane Gaubert co-anime, avec Jean-Jacques Loiseau, le groupe de travail Algèbres Tropicales (GdR-PRC Automatique et ALP).

### 8.2 Actions européennes

#### 8.2.1 Alapedes

**Participants** : G. Cohen, M. Akian, S. Gaubert, J.P. Quadrat.

Metalau participe au projet Européen TMR Alapedes sur les méthodes algébriques pour l'évaluation des systèmes à événements discrets, projet sur 5 ans d'octobre 97 à octobre 2001.

Une réunion Alapedes a eu lieu cette année à Hambourg où P. Lotito a présenté le travail effectué sur l'application de l'algèbre max-plus à certains problèmes de transport.

#### 8.2.2 Niconet

**Participants** : F. Delebecque, S. Steer.

Cette année le projet a accueilli à Rocquencourt le deuxième workshop Niconet qui était couplé avec la réunion de travail du groupe. Ce workshop portait sur les logiciels numériques d'Automatique et en particulier sur la bibliothèque Slicot réalisée par le groupe Niconet et interfacée à Scilab. Plus de cinquante participants (principalement européens) ont assisté aux présentations. Des sessions plénières ont porté sur des applications où des industriels (EDF, SFIM, LMS, TBZ Pariv) ont présenté leurs problèmes en relation avec les travaux du groupe Niconet. Une trentaine de démonstrations logicielles et posters ont été présentés, incluant plusieurs présentations du projet Métalau réalisées à partir de Scilab.

### 8.3 Accueils de chercheurs étrangers

- Kimberly Drake (North Carolina State University)

## 9 Diffusion de résultats

### 9.1 Animation de la communauté scientifique

- M. Akian
  - Co-responsable du séminaire Fractales-Hipercom-Metalau-Meval
- F. Delebecque
  - Vice chairman du 11ème IEEE International Symposium on CACSD. Anchorage, septembre 2000.

### 9.2 Enseignement universitaire

- M. Akian
  - Petites Classes du cours de Mathématiques 1 (calcul différentiel) et 2 (intégration) en première année à l'École des Mines de Paris, 30 heures.
- F. Delebecque
  - Enseignement d'approfondissement, École Polytechnique.
- S. Gaubert
  - Petites classes (Optimisation et Commande), en seconde et troisième année à l'École Polytechnique
  - Cours (Optimisation Combinatoire) en troisième année à l'Ensta.
  - Cours (Systèmes à Événements Discrets) en troisième année à l'Ensta.
  - Cours (Systèmes à Événements Discrets) au DEA Automatique et Traitement du Signal, commun à l'Option Automatique de l'ENSMP.
  - Demi-Cours dans la filière réseaux du DEA Algo (Algèbre max-plus et systèmes dynamiques monotones homogènes).
- C. Gomez
  - Cours de systèmes dynamiques dans l'option Mathématiques Appliquées de troisième année de l'École Centrale de Paris
  - Cours de calcul formel au Pôle Universitaire Léonard de Vinci dans la formation de post-gradués de calcul scientifique.
  - Enseignant à la deuxième école d'été de calcul formel (Madhia, Tunisie du 28 août au 9 septembre).
- C. Klimann
  - Exercices dirigés (1ère année) de Mathématiques pour l'Informatique (A1), Conservatoire National des Arts et Métiers.

- R. Nikoukhah
  - Cours d'automatique à Pulv.
  - Cours de traitement du signal à Pulv.
  - Cours sur la programmation dynamique et la commande stochastique, 3ème année Ensta.
  - Cours d'automatique 2ème année à l'Ensta.
  - Cours de processus stochastique à Pulv.
- J.P. Quadrat
  - Cours d'introduction à la commande stochastique. 22 h, DEA MMME Paris I.
- S. Steer
  - Cours «Introduction aux outils de calcul numérique», DEA «Optimisation, jeux et modélisation en économie», Universités Paris VI, Paris X et Ecole Polytechnique.

### 9.3 Autres enseignements

- F. Delebecque, C. Gomez, M. Goursat, S. Steer
  - Formation Scilab Saphir-Control
- S. Steer
  - Cours Scilab au groupe Scilab

### 9.4 Membre de jury

- F. Delebecque
  - Membre du jury de l'agrégation externe de mathématiques.
- C. Gomez
  - Membre du jury de l'agrégation externe de mathématiques.

### 9.5 Participation à des colloques, séminaires, invitations

- M. Akian
  - HP-Microsoft Workshop on «Random matrices, percolation and queues» Bristol, Sep. 11-15, 2000. *Max-plus probabilities and large deviations.*
- S. Gaubert
  - HP-Microsoft Workshop on «Random matrices, percolation, and queues», Bristol, Sep. 11-15, 2000. *An introduction to max-plus algebra.*

- M. Gomez
  - PuPAD Workshop, Paderborn, Allemagne, Septembre 2000.
  - IEEE-ITSC, Dearborn, USA, Septembre 2000.
- M. Goursat
  - IEEE-ITSC, Dearborn, USA, Septembre 2000.
  - IMAC XVIII, San Antonio, USA, Février 2000.
- Groupe Scilab (J.P. Chancelier, F. Delebecque, C. Gomez, M. Goursat, R. Nikoukhah, S. Steer)
  - Scilab Seminar, Bhubaneswar, Inde, Décembre 2000.
- R. Nikoukhah
  - Modelia Workshop, Lund, Suède, Octobre 2000.
  - MTNS, Perpignan, Juin 2000.
  - MED'2000, Patras, Grèce, Juillet 2000.
  - ADPM, Dortmund, Germany, Septembre 2000.
  - Safeprocess, Budapest, Juin 2000.

## 10 Bibliographie

### Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] M. AKIAN, J. MENALDI, A. SULEM, « On an Investment-Consumption model with transaction costs », *SIAM J. Control and Optim.* 34, 1, Janvier 1996, p. 329–364.
- [2] F. BACCELLI, G. COHEN, G. OLSDER, J. QUADRAT, *Synchronisation and Linearity*, Wiley, 1992.
- [3] C. BUNKS, J.P. CHANCELIER, F. DELEBECQUE, C. GOMEZ (ÉDITEUR), M. GOURSAT, R. NIKOUKHAH, S. STEER, *Engineering and scientific computing with Scilab*, Birkhauser, 1999.
- [4] G. COHEN, D. DUBOIS, J. QUADRAT, M. VIOT, « A linear system-theoretic view of discrete event processes and its use for performance evaluation in manufacturing », *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30, 1985, p. 210–220.
- [5] B. DEVAUCHELLE-GACH, *Diagnostic mécanique des fatigues sur les structures soumises à des vibrations en ambiance de travail*, thèse de doctorat, Paris 9 Dauphine, Paris, 1991.
- [6] S. GAUBERT, J. MAIRESSE, « Modeling and analysis of timed Petri nets using heaps of pieces », *IEEE Trans. Automat. Control* 44, 4, 1999, p. 683–697.
- [7] S. GAUBERT, *Théorie linéaire des systèmes dans les dioïdes*, thèse de doctorat, Ecole des Mines, Paris, 1992.
- [8] S. GAUBERT, « Performance Evaluation of (max,+) Automata », *IEEE Trans. Automat. Control* 40, 12, Dec 1995.

- [9] J.P. QUADRAT, MAX-PLUS WORKING GROUP, «Min-Plus Linearity and Statistical Mechanics», *Markov Processes and Related Fields* 3, 4, 1997, p. 565–587.
- [10] B. LÉVY, A. BENVENISTE, R. NIKOUKHAH, «High level primitives for recursive maximum likelihood estimation», *IEEE Transactions on Automatic Control*, 8, 1996.
- [11] R. NIKOUKHAH, B. LEVY, A. WILLSKY, «Stability, stochastic stationarity and generalized Lyapunov equations for two-point boundary-value descriptor systems», *IEEE Transactions on Automatic Control* 34, 11, 1989, p. 1141–1152.
- [12] R. NIKOUKHAH, A. WILLSKY, B. LEVY, «Kalman filtering and Riccati equations for descriptor systems», *IEEE Transactions on Automatic Control* 37, 9, 1992, p. 1325–1342.
- [13] R. NIKOUKHAH, «Innovations generation in the presence of unknown inputs», *Automatica*, 30, 1994.
- [14] M. STERNAD, S. RÖNNBÄCK", «"A frequency domain approach to Anti-windup compensator design"», *rapport de recherche n° UPTEC 93024R*, "Uppsala University", April "1993".
- [15] D. VON WISSEL, R. NIKOUKHAH, S. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «The effect of computational delay in descriptor based trajectory tracking control», *Int. J. Control*, 67, 1997, p. 251–273.

## Articles et chapitres de livre

- [16] M. AKIAN, S. BISMUTH, «Instability of rapidly-oscillating periodic solutions for discontinuous differential delay equations», *Differential and Integral Equations*, à paraître.
- [17] M. AKIAN, P.-A. BLIMAN, «On super-high-frequencies in discontinuous 1st-order delay-differential equations», *Journal of Differential Equations* 162, 2000, p. 326–358.
- [18] M. AKIAN, A. SULEM, M.I. TAKSAR, «Dynamic optimisation of a long term growth rate for a portfolio with transaction costs and logarithmic utility», *Mathematical Finance*, à paraître.
- [19] N. BIEHN, S.L. CAMPBELL, F. D. R. NIKOUKHAH, «Numerically Constructible Observers for Linear Time Varying Descriptor Systems», *Automatica*, à paraître.
- [20] V. D. BLONDEL, S. GAUBERT, J. N. TSITSIKLIS, «Approximating the spectral radius of sets of matrices in the max-algebra is NP-hard», *IEEE Transactions on Automatic Control* 45, 9, Sep. 2000.
- [21] G. COHEN, S. GAUBERT, J.P. QUADRAT, *Hahn-Banach Separation Theorem for Max-Plus Semimodules*, J.L. Menaldi, E. Rofman, A. Sulem, December 2000, Conférence en l'honneur d'Alain Bensoussan.
- [22] C. GOMEZ, «Scilab : Simulation de systèmes dynamiques», *Linux Magazine*, mai 2000, p. 22–28.
- [23] M. GOURSAT, «Mise au point de programmes et debug en Scilab», *Linux Magazine*, avril 2000.
- [24] M. GOURSAT, «Résoudre et optimiser avec Scilab», *Linux Magazine*, octobre 2000.
- [25] R. NIKOUKHAH, S.L. CAMPBELL, F. DELEBECQUE, «Detection signal design for failure detection: a robust approach», *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing* 14, 2000, p. 701–724.
- [26] R. NIKOUKHAH, «Introduction à Scicos(1/2)», *Linux Magazine France*, Juin 2000.

- [27] R. NIKOUKHAH, « Introduction à Scicos(2/2) », *Linux Magazine France*, Juillet-Août 2000.
- [28] R. NIKOUKHAH, « Scilab : un logiciel pour le calcul scientifique (deuxième partie) », *Linux Magazine France*, Janvier 2000.
- [29] S. STEER, « Scilab : un logiciel pour le calcul scientifique (troisième partie) », *Linux Magazine France*, Février 2000.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [30] M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, M. GOURSAT, L. MEVEL, H. VAN DER AUWERAUER, « Polyreference version of subspace algorithms for output only structural identification », *in: IMAC XVIII*, San Antonio, February 2000.
- [31] K. BLIN, M. AKIAN, F. BONNANS, E. HOFFMAN, C. MARTINI, K. ZEGHAL, « A stochastic conflict detection model revisited », *in: Proceedings of AIAA GNC*, Denver, August 2000.
- [32] K. BLIN, M. AKIAN, F. BONNANS, E. HOFFMAN, K. ZEGHAL, « A stochastic conflict detection method integrating planned heading and velocity changes », *in: Proceedings of the IEEE CDC*, Sydney, December 2000.
- [33] G. COHEN, S. GAUBERT, P. LOTITO, J.P. QUADRAT, « Maxplus-Scilab », *in: Wodes meeting Ghent*, August 2000.
- [34] F. DELEBECQUE, S. STEER, « A Slicot based control library for Scilab », *in: IEEE Joint CCA/CACSD2000 Conference*, Anchorage, September 2000.
- [35] C. GOMEZ, M. GOURSAT, A. FOUILLOUX, J. EHRLICH, « Les réseaux routiers face à l'automatisation : fonctionnement et architecture », *in: Quel futur pour la conduite et la route automatisée?*, Paris, 20 juin 2000.
- [36] C. GOMEZ, M. GOURSAT, « Calibration and Simulation of an Automated Vehicles Highway Traffic », *in: 3rd IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems, Dearborn, Michigan*, October 1-3 2000.
- [37] C. GOMEZ, « Computer Algebra and Numerical Computations: the MuPAD/Scilab link », *in: MuPAD Workshop 2000, Paderborn*, 8-9 September 2000.
- [38] M. GOURSAT, M. BASSEVILLE, A. BENVENISTE, L. MEVEL, « O2MAD: A scilab toolbox for output only model analysis and diagnosis », *in: IMAC XVIII*, San Antonio, February 2000.
- [39] K.G. HORTON, S.L. CAMPBELL, R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, « Rapid model selection and the separability index », *in: Safeprocess*, Budapest - Hungary, June 2000.
- [40] R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, S. L. CAMPBELL, « Multi-model identification and the separability index », *in: MTNS*, Perpignan - France, June 2000.
- [41] R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, S. L. CAMPBELL, « On a general descriptor LQ problem », *in: MED'2000*, Patras - Greece, July 2000.
- [42] R. NIKOUKHAH, S. STEER, « Conditioning and hybrid system formalism », *in: ADPM*, Dortmund - Germany, September 2000.
- [43] H. RUBIO-SCOLA, R. NIKOUKHAH, F. DELEBECQUE, « Detection failure for failure detection: a linear programming approach », *in: Safeprocess*, Budapest, June 2000.

## Rapports de recherche et publications internes

- [44] S. GAUBERT, D. HONG, «Series expansions of Lyapunov exponents and Forgetful Monoids», *Rapport de Recherche n° 3971*, Inria, July 2000, Submitted to IJAC, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3971.html>.
- [45] R. NIKOUKHAH, S.L. CAMPBELL, K.G. HORTON, F. DELEBECQUE, «Auxiliary signal design for robust multi-model identification», *Rapport de Recherche n° 4000*, Inria-Rocquencourt, Le Chesnay cedex, September 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4000.html>.
- [46] P.A. LOTITO, E.M. MANCINELLI, V. MALYSHEV, MAXPLUS, «Explicit computation of a max-plus Lyapounov exponent giving the average speed on a circular traffic line without overtaking», *Internal report*, July and September 2000, présenté au workshop Alapedes - Hambourg et au workshop on stochastic matrices - Bristol.

## Divers

- [47] M. AKIAN, P.-A. BLIMAN, M. SORINE, «Control of delay systems with relay», Soumis, version préliminaire dans le Rapport de Recherche 3422.
- [48] M. AKIAN, S. GAUBERT, «A Spectral Theorem for Convex Monotone Homogeneous Maps», En préparation.
- [49] M. AKIAN, S. GAUBERT, V. KOLOKOLTSOV, «Max-plus Fenchel transforms», En préparation.
- [50] J. COCHET-TERRASSON, S. GAUBERT, «Policy Iteration Algorithm for Shortest Path Problems», Submitted to Theoretical Informatics, October 2000.