

Projet MIAOU

*Mathématiques et Informatique de l'Automatique et de
l'Optimisation pour l'Utilisateur*

Sophia Antipolis

THÈME 4A



*R*apport
*d'**A*ctivité

2000

Table des matières

1	Composition de l'équipe	3
2	Présentation et objectifs généraux	4
3	Fondements scientifiques	5
3.1	Identification et déconvolution	5
3.1.1	Approximation méromorphe à partir de conditions au bord incomplètes	7
3.1.2	Approximation rationnelle scalaire	10
3.1.3	Comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et problèmes inverses pour le Laplacien 2D	12
3.1.4	Approximation rationnelle matricielle	13
3.1.5	Identification paramétrique linéaire	14
3.2	Structure et commande des systèmes non-linéaires	16
3.2.1	Stabilisation continue	17
3.2.2	Transformations et équivalences des systèmes et modèles non-linéaires .	18
3.2.3	Structure de l'espace des trajectoires	20
3.3	Jeux dynamiques	21
4	Domaines d'applications	21
4.1	Problèmes inverses géométriques et identification de paramètres pour le Laplacien 2D	22
4.2	Identification et synthèse de systèmes résonnants	23
4.2.1	Synthèse de filtre à ondes de surface pour la téléphonie mobile	23
4.2.2	Identification de filtres hyperfréquences	25
4.3	Stabilisation	29
4.4	Transformations et équivalence des systèmes non-linéaires	29
5	Logiciels	30
5.1	Le logiciel hyperion	30
6	Résultats nouveaux	30
6.1	Participation à la création du rapport d'activité	30
6.2	Problèmes extrémaux avec contrainte sur la partie imaginaire	30
6.3	Estimations asymptotiques pour l'interpolation et l'approximation dans H^2 . .	31
6.4	Approximation rationnelle et méromorphe	31
6.5	Paramètres de Schur et réalisations équilibrées.	33
6.6	Nouveaux développements du logiciel hyperion	34
6.7	Identification de coefficients de couplage dans des filtres hyperfréquence	35
6.8	Comportement asymptotique de pôles	37
6.9	Fonctions de Lyapunov contrôlées	38
6.10	Équivalence et linéarisation topologiques	38
6.11	Modélisation de biefs pour l'irrigation	39
6.12	Approximation des équilibres de Nash pour les Jeux dynamiques	39

6.13	Application de la théorie des jeux dans les réseaux	39
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	40
7.1	Contrat CNES-IRCOM-INRIA	40
7.2	Contrat TMX (Thomson Microsonics) - INRIA	41
8	Actions régionales, nationales et internationales	41
8.1	Comités Scientifiques	41
8.2	Actions financées par la commission européenne	41
8.3	Relations bilatérales internationales	41
8.4	Visites de chercheurs étrangers	42
9	Diffusion de résultats	42
9.1	Enseignement universitaire	42
9.2	Animation de la communauté scientifique	43
9.3	Participation à des colloques, séminaires, invitations	43
10	Bibliographie	44

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Laurent Baratchart [DR INRIA]

Responsable permanent

Juliette Leblond [CR INRIA]

Assistante de projet

France Limouzis [TR INRIA, à temps partiel dans le projet]

Personnel INRIA

José Grimm [CR]

Martine Olivi [CR]

Jean-Baptiste Pomet [CR]

Odile Pourtallier [CR, à mi-temps dans le projet]

Fabien Seyfert [CR à compter du 1^{er} décembre]

Franck Wielonsky [IR]

Chercheurs doctorants

Stéphane Crepey [École Polytechnique]

Reinhold Küstner [Bourse TMR]

Ludovic Faubourg [Bourse MESR]

Frédéric Mandréa [Bourse MESR]

Chercheur post-doctorant

Xavier Litrico [Bourse INRIA, jusqu'à février]

Stéphane Bila [CNES, jusqu'à septembre]

Conseillers scientifiques

Pierre Bernhard [Université de Nice-Sophia Antipolis]

Andrea Gombani [LADSEB-CNR, Padoue, Italie]

Jonathan Partington [Université de Leeds, GB]

Edward Saff [Université de Floride du Sud, Tampa, USA]

Chercheurs invités

Herbert Stahl [TU Berlin, Al., 4 mois de mars à juin]

Stagiaires

Jamel Ferchichi [Étudiant en thèse, ENIT Tunis, mai]

Moez Kallel [Étudiant en thèse, ENIT Tunis, janvier, juillet, septembre et décembre]

Imen Fellah [Étudiant en DEA, ENIT Tunis, novembre et décembre]

2 Présentation et objectifs généraux

Le projet développe des méthodes effectives en modélisation, identification et contrôle de systèmes, ainsi que pour la résolution de jeux dynamiques.

Axes de recherche

- Approximation méromorphe et rationnelle dans le domaine complexe, application à l'identification des fonctions et des matrices de transfert et aux problèmes inverses en diffusion. Développement du logiciel hyperion dédié à l'identification et la synthèse fréquentielles de filtres.
- Étude et commande des systèmes non-linéaires: stabilisation continue, transformations de systèmes non-linéaires (linéarisation, classification).
- Jeux dynamiques multi-agents et schémas numériques pour la résolution de l'équation d'Hamilton-Jacobi.

Relations internationales et industrielles

- Collaboration avec Alcatel, le CNES, la DRET, l'IRCOM, Matra et Thomson.
- Échanges avec le CWI (Pays-Bas), le CNR (Italie), les universités de l'Illinois (Urbana-Champaign), de South Florida (Tampa), de Californie (San Diego), de Padoue (Italie), Beer Sheva (Israël), Leeds (GB), Maastricht et Amsterdam (Hollande), TU Vienne (Autriche), TU Berlin (Allemagne), Kingston (Canada), Szeged (Hongrie), le Colorado School of Mines, l'ENIT (Tunis), CINVESTAV (Mexico), VUB (Belgique).
- Le projet participe au groupe de travail ERCIM « Control and Systems Theory », aux réseaux européens TMR-ERNSI et TMR-NCN, à des coopérations bilatérales (Alliance avec la GB, CMCU avec la Tunisie), ainsi qu'à une convention NSF-INRIA.

3 Fondements scientifiques

3.1 Identification et déconvolution

Nous débuterons par quelques remarques générales. Abstraire, sous forme d'équations mathématiques, le comportement d'un phénomène que l'on veut étudier est l'étape dite de *modélisation*. La modélisation a typiquement deux objets : le premier est de décrire le phénomène dans sa complexité minimale compte tenu du but poursuivi, et le second est de se doter d'un outil pour en *prédire* les effets. Ceci est couramment pratiqué dans la plupart des sciences appliquées à des fins de conception, de contrôle ou de prédiction, quoique rarement perçu autrement que comme un problème d'optimisation subordonné à chaque cas particulier.

En règle générale, l'utilisateur impose à son modèle une forme paramétrée qui reflète tout à la fois ses habitudes de pensée, sa connaissance physique du phénomène, l'effort algorithmique qu'il est prêt à consentir et le caractère utilisable du modèle *in fine*. La recherche de ce compromis amène usuellement à poser le problème d'approcher les observations expérimentales par celles qu'on tirerait du modèle sous l'effet d'excitations censées représenter les causes du phénomène. La capacité à résoudre ce problème d'approximation, souvent non-trivial et parfois mal posé, conditionne pour une large part la pratique d'une méthode donnée.

C'est lorsqu'on veut évaluer la puissance prédictive d'un modèle que l'on est amené à *postuler* l'existence d'une *vraie* correspondance fonctionnelle entre les données et les observations, et que l'on entre dans le domaine de l'*identification*. La puissance prédictive du modèle peut s'y exprimer de diverses manières qui toutes, cependant, cherchent à mesurer la différence entre le « vrai » modèle et les observations. La nécessité de prendre en compte les différences patentes entre le comportement observé et le comportement calculé induit alors naturellement la notion de *bruit* comme agent dégradant du processus d'identification. Ce bruit, qui s'incorpore au modèle, peut être traité sur un mode déterministe où la qualité d'un algorithme d'identification est son insensibilité à des petites erreurs. Cette notion est celle de problème bien posé en analyse numérique, ou de stabilité du mouvement en mécanique. Le bruit, cependant, est souvent considéré comme aléatoire, et l'on compte alors sur le moyennage pour estimer le « vrai » modèle. Cette notion permet au premier chef de donner des descriptions approchées, mais simples, de systèmes complexes dont les causes sont mal connues mais plausiblement

antagonistes. Notons, dans les deux cas, que des *hypothèses* sur le bruit sont nécessaires pour justifier l'approche adoptée (il doit être petit dans le cas déterministe et satisfaire des hypothèses d'indépendance ou d'ergodicité dans le cas stochastique). Ces hypothèses sont rarement validées autrement qu'à l'usage.

Avec le déplacement du problème depuis le compte-rendu d'une série d'expériences jusqu'à l'estimation d'un hypothétique modèle exact, la problématique de l'identification s'enrichit aussi de la possibilité de choisir les données de façon commode pour explorer la structure du phénomène. Ceci interagit souvent de manière complexe avec le caractère *local* du modèle par rapport aux données (par exemple, un modèle linéaire n'est souvent valable qu'au voisinage d'un point de fonctionnement).

Venons-en à l'activité en identification du projet proprement dit. Alors que le sujet est dominé depuis vingt ans, au plan académique, par le paradigme de la statistique paramétrique, c'est cependant dans une approche déterministe de l'identification des systèmes dynamiques linéaires (c'est-à-dire des processus de convolution), fondée sur l'approximation dans le domaine complexe, que le projet situe sa contribution la plus originale au domaine. Naturellement, les liens profonds que tisse le théorème spectral entre les représentations temporelles et fréquentielles induisent des parallèles bien connus entre la théorie des fonctions et celle des probabilités, et le travail de MIAOU connaît par ce biais quelques retombées dans la théorie stochastique classique. Toutefois, c'est en traduisant le problème de l'identification en un problème de reconstruction d'une fonction analytique dans un domaine plan à partir de données à la frontière que l'on aborde ici le problème. Dans le cas de processus de convolution de dimension un — *i.e.* d'équations différentielles ordinaires possiblement en dimension infinie — cette traduction s'obtient de manière naturelle par le biais de la transformée de Fourier. Pour certaines équations aux dérivées partielles elliptiques en dimension deux, c'est la forme de la solution fondamentale qui introduit l'holomorphie ; ceci est notamment le cas du Laplacien qui fait apparaître les solutions comme des potentiels logarithmiques. Notons que l'équation de Beltrami, naturellement associée aux applications quasi-conformes, constitue une extension naturelle de ce contexte.

On considérera les données sans postuler un modèle exact mais en recherchant une approximation convenable dans un domaine de fonctionnement. Un exemple prototypique sur lequel nous illustrerons notre approche est l'identification harmonique des systèmes dynamiques, couramment rencontrée en ingénierie, où les données sont les réponses du système à des excitations périodiques dans sa bande passante de fréquences. On cherche un modèle linéaire et stable qui décrive correctement le fonctionnement dans cette bande passante, bien que ce modèle puisse être infidèle aux hautes fréquences, qu'on ne peut d'ailleurs guère mesurer. On souhaite aussi, fréquemment, que ce modèle soit rationnel et de degré convenable, soit parce que ce degré est déterminé par la signification physique des paramètres, soit parce qu'il doit rester raisonnablement faible afin de pouvoir utiliser efficacement le modèle pour le contrôle ou l'estimation. D'autres contraintes structurelles, dictées par la physique du phénomène, viennent fréquemment se greffer sur le modèle. Notons qu'aucune statistique n'est utilisée ici sur les erreurs, qui peuvent provenir tant des défauts de mesure que du caractère erroné de l'hypothèse de linéarité.

Nous distinguerons une étape d'identification¹ qui fournit un modèle de dimension infinie

1. Elle serait qualifiée de non-paramétrique dans certaines terminologies.

— numériquement de dimension grande — et une étape d’approximation destinée à réduire l’ordre et contraindre le modèle à exhiber certaines propriétés spécifiques de la situation considérée. La première étape consiste typiquement, en termes mathématiques, à reconstruire une fonction analytique dans le demi-plan droit connaissant ses valeurs ponctuelles sur une portion de l’axe imaginaire, en d’autres termes à rendre effectif le principe du prolongement analytique sur le bord du domaine d’analyticité. C’est un problème classique et mal posé que nous plongeons dans une famille de problèmes extrémaux bien posés. La deuxième étape est généralement une approximation rationnelle ou méromorphe dans un espace de fonctions analytiques sur un ouvert simplement connexe, par exemple pour fixer les idées le demi-plan droit. Que l’on veuille tirer le meilleur parti de l’ordre maximal imparti, ou que l’on cherche à identifier les paramètres physiques du système considéré, il est généralement important lors de cette deuxième étape de calculer des approximants optimaux ou sous-optimaux en un certain sens. L’approximation rationnelle dans le domaine complexe est un sujet classique et ardu. En relation avec l’automatique, deux éléments de difficulté supplémentaires s’y greffent, à savoir la nécessité de contrôler les pôles des approximants (qui reflètent la stabilité du système) et celle de traiter du cas matriciel (pour le cas fréquent où le système a plusieurs entrées et sorties).

L’approximation au sens L^p de la fonction de transfert prend dans ce contexte une signification particulière pour $p = 2$ et $p = \infty$. Si $p = 2$, elle correspond à une identification paramétrique au minimum de variance lorsque l’entrée est un bruit blanc (dans le cas d’un bruit coloré il faut pondérer le critère par sa densité spectrale), ou encore à la minimisation de l’erreur en norme d’opérateur $L^2 \rightarrow L^\infty$ dans le domaine temporel. Si $p = \infty$, cette approximation correspond à la minimisation de l’erreur au plan de la transmission d’énergie $L^2 \rightarrow L^2$ (à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel par le caractère isométrique de la transformée de Fourier). Ces problèmes relèvent d’une généralisation à la fois rationnelle et matricielle de la théorie de Szegö qui, bien que n’ayant apparemment guère attiré l’attention jusqu’ici, semble le cadre le plus naturel dans lequel plonger la plupart des problèmes d’optimisation liés à l’identification.

Nous détaillons plus précisément les deux étapes précédentes dans les sous-paragraphes qui suivent. Pour des raisons de commodité, nous abordons souvent les questions précédentes non sur l’axe imaginaire mais, ce qui est équivalent, sur le cercle unité où elles correspondent à des considérations analogues pour les systèmes à temps discret.

3.1.1 Approximation méromorphe à partir de conditions au bord incomplètes

Participants : Laurent Baratchart, José Grimm, Juliette Leblond, Jonathan Partington.

Mots-clé : approximation méromorphe, identification fréquentielle, problème extrémal

Ce libellé se rapporte à l’élaboration d’un modèle de convolution de dimension infinie à partir de données fréquentielles dans une bande passante Ω et d’un gabarit de référence à l’extérieur de Ω . La classe de modèles considérée est constituée de modèles soit stables soit présentant des instabilités de dimension finie (opérateurs de convolution par des fonctions dont la transformée de Laplace est une fonction de transfert méromorphe ayant dans le demi-plan droit un nombre fini de pôles). Cette problématique surgit lorsque l’on envisage des problèmes

de conception et d'identification de systèmes dynamiques linéaires, ou encore des problèmes inverses pour le Laplacien en dimension 2.

Les questions étudiées pouvant survenir sur le bord de domaines plans de nature variée, on convient de normaliser ce bord une fois pour toute et de procéder dans chaque cas particulier à une transformation conforme pour se ramener à la situation normalisée. Le contour normalisé choisi est ici le cercle unité. On note D le disque unité, H^p l'espace de Hardy d'exposant p , R_N l'ensemble des fonctions rationnelles possédant au plus N pôles dans D , et $C(X)$ les fonctions continues sur X . On cherche une fonction de $H^p + R_N$, prenant sur un arc K du cercle unité des valeurs proches des données expérimentales et satisfaisant sur $T \setminus K$ à des exigences de gabarit, de sorte que la question peut s'énoncer ainsi :

(P) Soient $p \geq 1$, $N \geq 0$, K un arc du cercle unité T , $f \in L^p(K)$, $\psi \in L^p(T \setminus K)$ et $M > 0$; on cherche une fonction $g \in H^p + R_N$ telle que $\|g - \psi\|_{L^p(T \setminus K)} \leq M$ et telle que $g - f$ soit de norme minimale dans $L^p(K)$ sous cette contrainte.

Lorsque $p = \infty$, la contrainte de gabarit sur $T \setminus K$ peut s'exprimer de manière plus nuancée, dépendant de la fréquence, au moyen d'une légère variante de l'énoncé :

(P') Soient $N \geq 0$, K un arc du cercle unité T , $f \in L^\infty(K)$, $\psi \in L^\infty(T \setminus K)$ et $M \in L^\infty(T \setminus K)$; on cherche une fonction $g \in H^\infty + R_N$ telle que $|g - \psi| \leq M$ p.p. sur $T \setminus K$ et telle que $g - f$ soit de norme minimale dans $L^\infty(K)$ sous cette contrainte.

Le problème P est une extension au cas méromorphe, et en données partielles, de problèmes extrémaux classiques relatifs à l'approximation analytique (obtenus en posant $K = T$ et $N = 0$) que l'on désigne génériquement sous le nom de *problèmes extrémaux bornés*. Ceux-ci ont été introduits et étudiés intensivement ces dernières années dans le projet, en distinguant le cas $p = \infty$ [4] des cas $1 \leq p < \infty$, parmi lesquels le cas $p = 2$ présente un lien inattendu avec les formules de reconstruction de Carleman [5].

Très relié au problème (P), et significatif pour décider de la validité de l'approximation linéaire dans la bande passante considérée, est également le problème de complétion suivant :

(P'') Soient $p \geq 1$, $N \geq 0$, K un arc du cercle unité T , $f \in L^p(K)$, $\psi \in L^p(T \setminus K)$ et $M > 0$; on cherche une fonction $h \in L^p(T \setminus K)$ telle que $\|h - \psi\|_{L^p(T \setminus K)} \leq M$ cependant que la distance à $H^p + R_N$ de la fonction concaténée $f \vee h$ soit minimale dans $L^p(T)$ sous cette contrainte.

Une version de ce problème où la contrainte dépend de la fréquence est :

(P''') Soient $N \geq 0$, K un arc du cercle unité T , $f \in L^\infty(K)$, $\psi \in L^\infty(T \setminus K)$ et $M \in L^\infty(T \setminus K)$; on cherche une fonction $h \in L^\infty(T \setminus K)$ telle que $|h - \psi| \leq M$ p.p. sur $T \setminus K$, cependant que la distance à $H^\infty + R_N$ de la fonction concaténée $f \vee h$ soit minimale dans $L^\infty(T)$ sous cette contrainte.

Soulignons aussi que (P) a de nombreux homologues, également intéressants. L'un d'eux, aujourd'hui à l'étude, concerne le cas où la contrainte porte sur la partie imaginaire de l'approximant et intervient dans divers problèmes aux limites en liaison avec les fonctions conjuguées, voir section 6.2.

Le problème (P'') se ramène au problème (P) qui revient lui-même, implicitement, à un problème extrémal sans contrainte (*i.e.* un problème de type (P) où $K = T$), que l'on désignera conventionnellement par (P_0). Par ailleurs, les problèmes (P') et (P''') peuvent se reformuler comme des cas particuliers de (P) et (P'') respectivement. Il faut souligner le fait, peut-être contre-intuitif, que ces problèmes n'admettent généralement pas de solution si on néglige la

contrainte, c'est-à-dire si l'on pose formellement $M = +\infty$. Par exemple, si l'on considère le problème (P'') , une fonction donnée par sa trace sur un sous-ensemble K de mesure positive du cercle unité peut toujours être complétée de manière à être arbitrairement proche, sur K , d'une fonction analytique dans le disque ; cependant, celle-ci tend vers l'infini en module sur $T \setminus K$ lorsque l'erreur d'approximation décroît vers zéro, sauf dans le cas idéal où la fonction initiale était *exactement* la trace sur K d'une fonction analytique. Ce phénomène illustre le caractère mal posé du prolongement analytique sur le bord du domaine d'analyticité.

La résolution de (P_0) est classique si $p = \infty$ (c'est la théorie d'Adamjan-Arov-Krein, en abrégé AAK) ou si $p = 2$ et $N = 0$ (c'est trivialement une projection orthogonale). La théorie AAK et certaines de ses extensions jouent également un grand rôle pour montrer l'existence et l'unicité de la solution de (P'') sous l'hypothèse que la fonction concaténée $f \vee \psi$ appartient à $H^\infty + C(T)$ et pour calculer cette solution en résolvant itérativement un problème spectral pour une famille d'opérateurs de Hankel dont les symboles dépendent de paramètres implicites en les données, qui sont eux-mêmes ajustés itérativement. La convergence robuste de cet algorithme dans les classes de Hölder-Zygmund séparables a été établie [14].

Dans le cas hilbertien $p = 2$, et pour $N = 0$, la solution du problème (P) s'obtient en résolvant une équation spectrale, cette fois pour un opérateur de Toeplitz, dépendant linéairement d'un paramètre λ qui joue le rôle d'un multiplicateur de Lagrange et rend implicite la dépendance en M de la solution. Le caractère mal posé du prolongement analytique décrit plus haut se manifeste en ceci que, lorsque les données ne sont pas exactement analytiques, l'erreur d'approximation sur K tend vers 0 si, et seulement si, la contrainte M sur $T \setminus K$ tend vers l'infini [5]. On peut quantifier ce phénomène dans des classes de fonctions f assez régulières et obtenir des estimées asymptotiques exactes des comportements respectifs de M et de l'erreur, en utilisant un procédé constructif de diagonalisation des opérateurs de Toeplitz, dû à Rosenblum et Rovnyak, qui rend effectif le théorème spectral ^[BLP00] (voir aussi [18]). Ceci est particulièrement intéressant pour discriminer entre les données proches d'être analytiques et celles qui ne le sont pas.

Dans le cas non hilbertien où $p \neq 2, \infty$, et toujours pour $N = 0$, la solution de (P) se ramène à celle de (P_0) de manière très analogue au cas $p = 2$ et, quoique la situation soit un peu plus délicate en ce qui concerne la dualité, elle reste convexe (de dimension infinie bien sûr), et donc se prête peu ou prou aux méthodes locales de l'optimisation.

Si $p < \infty$ et $N > 0$, il n'existe toujours pas de solution algorithmique au problème (P_0) dont la convergence ait été démontrée. Cependant, des avancées assez importantes permettent aujourd'hui de dessiner un panorama cohérent de la situation et de développer des schémas de résolution plutôt efficaces dont on a prouvé la convergence dans des cas particuliers prototypiques au plan de la théorie des fonctions. Nous en résumerons ici les aspects essentiels.

Dans le cas où $p = 2$ et $N > 0$, qui est d'importance particulière, mentionnons tout d'abord que la question (P_0) se ramène à celle de l'approximation rationnelle décrite plus en détail en 3.1.2, pour laquelle les liens avec la théorie classique de l'interpolation, des polynômes orthogonaux, et du potentiel logarithmique sont étroits et féconds. En second lieu, une théorie

[BLP00] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, « Approximation and interpolation in H^2 : Toeplitz operators, recovery problems and error bounds », en préparation, 2000.

AAK générale dans L^p a été proposée qui est relativement complète pour $p \geq 2$ ^[Sey98]. Bien que ne possédant pas, pour $p \neq \infty$, la puissance calculatoire de la théorie classique, elle possède de meilleures propriétés de continuité et tisse un lien continu entre l'approximation rationnelle dans H^2 (cf. 3.1.2) et l'approximation méromorphe en norme uniforme, ce qui autorise l'usage, dans chacun des contextes, de techniques éprouvées dans l'autre. Ainsi, de façon similaire au cas $p = \infty$, il s'avère que la meilleure approximation méromorphe ayant au plus n pôles dans le disque d'une fonction $f \in L^p(T)$ s'obtient à partir des vecteurs singuliers de l'opérateur de Hankel de symbole f entre les espaces H^s et H^2 avec $1/s + 1/p = 1/2$, l'erreur étant là encore égale au $(n+1)$ -ième nombre singulier de l'opérateur. Cette généralisation a un caractère topologique marqué et repose sur la théorie des points critiques de Ljusternik-Schnirelman ainsi que sur la géométrie particulière des produits de Blaschke de degré donné. Parmi les aspects communs à cette famille de problèmes, le plus profond, issu de la différentiation, est sans doute le suivant : les équations aux points critiques expriment l'orthogonalité non hermitienne du dénominateur (*i.e.* du polynôme dont les zéros sont les pôles de l'approximant) vis-à-vis des polynômes de degré inférieur, et ce pour une mesure complexe qui dépend, bien entendu, de ce dénominateur puisque le problème est non-linéaire. Ceci permet par exemple d'étendre au cas $2 \leq p \leq \infty$ le théorème de l'indice^[Bar98], d'analyser asymptotiquement les erreurs ou encore de caractériser le comportement asymptotique des pôles des approximants de certaines fonctions d'intérêt particulier (cf section 3.1.3).

Le cas $1 \leq p < 2$ reste quant à lui plus largement ouvert, notamment du point de vue constructif, car l'opérateur de Hankel prend alors une forme abstraite qui ne permet plus d'identifier isométriquement les vecteurs singuliers comme des fonctions.

3.1.2 Approximation rationnelle scalaire

Participants : Laurent Baratchart, Juliette Leblond, Martine Olivi, Edward Saff, Herbert Stahl, Franck Wielonsky.

Mots clés : approximation rationnelle, point critique, polynômes orthogonaux.

L'approximation rationnelle est la deuxième des étapes mentionnées en 3.1, et nous l'aborderons tout d'abord dans le cas scalaire, c'est-à-dire pour des fonctions à valeurs complexes (par opposition à matricielles). Dans ce cas le problème s'énonce ainsi :

Soient $1 \leq p \leq \infty$, $f \in H^p$ et n un entier ; on cherche une fonction rationnelle sans pôles dans le disque unité et de degré au plus n qui soit le plus proche possible de f dans H^p .

Les valeurs les plus importantes de p sont, comme nous l'avons indiqué en introduction, $p = 2$ et $p = \infty$, mais il n'existe de toute façon pas d'algorithme démontrablement convergent pour une quelconque valeur de p , et le projet est concepteur d'un algorithme de descente dans le cas $p = 2$ dont la convergence vers un *minimum local* est garantie et qui est le premier à

[Sey98] F. SEYFERT, *Problèmes extrémaux dans les espaces de Hardy*, Thèse, École des Mines de Paris, février 1998.

[Bar98] L. BARATCHART, «Rational and meromorphic approximation in L^p of the circle: System-theoretic motivations, critical points and error rates», *in: Computational Methods in Function Theory (CMFT'97)*, N. Papamichael, S. Ruscheweyh, E. Saff (éditeurs), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 1–34, 1998.

jouir de cette propriété. Il s'agit en substance d'un algorithme de suivi de gradient, qui procède récursivement par rapport à l'ordre n de l'approximant et utilise la géométrie particulière du problème pour se ramener à optimiser sur un domaine compact [1]. Cet algorithme permet d'engendrer plusieurs *minima* locaux lorsqu'il y en a, ce qui permet de faire des comparaisons. S'il n'y a pas de *maxima* locaux, cette dernière propriété étant toujours satisfaite pour des degrés d'approximation assez grands, on sait par ailleurs que tout *minimum* local peut être atteint à partir d'un point initial de degré inférieur. Il n'est pas démontré, cependant, que l'on obtienne toujours le *minimum* absolu en adoptant la stratégie du logiciel hyperion (cf. section 5.1) qui consiste à choisir la collection de points initiaux correspondant aux points critiques de degré inférieur, bien que nous ne connaissions pas non plus de contre-exemple, toujours en l'absence de *maximum*.

Il est juste de dire que la mise au point d'un algorithme numériquement efficace dont la convergence vers les meilleurs approximants soit établie est le problème le plus important en pratique. Ainsi, l'algorithme développé au sein du projet est efficace et semble avoir toujours permis de trouver les meilleurs approximants, mais sa convergence globale n'est pas établie. *A contrario*, on peut envisager un algorithme d'élimination, au moins lorsque la fonction à approximer est rationnelle, pour trouver tous les points critiques puisque le problème est algébrique dans ce cas. Cette méthode est évidemment convergente puisqu'exhaustive, mais il faut calculer les racines d'un système algébrique à n variables de degré N , où N est le degré de la fonction que l'on approxime, et il peut y avoir N^n solutions parmi lesquelles il est nécessaire de distinguer celles qui sont les coefficients d'un polynôme ayant tous ses zéros dans le disque unité, les seules qui engendrent des points critiques. Ceci semble hors de portée à l'heure actuelle.

Afin de prouver ou d'infirmer la convergence des algorithmes qu'il utilise, le projet poursuit une étude systématique du nombre et de la nature des points critiques, qui conjugue des outils de topologie différentielle et de théorie des fonctions. Nous nous sommes concentrés tout d'abord sur des situations particulières se prêtant au calcul. Le cas des transferts dits de relaxation (en d'autres termes des fonctions de Markov), a été essentiellement élucidé (cf. [8] et section 6.4), ainsi que celui de e^z (prototype de la fonction entière à coefficients de Taylor convexes) ou celui de fonctions méromorphes (à la Montessus de Ballore) [7]. Un principe général s'est ainsi dégagé qui relie la nature des points critiques en approximation rationnelle à la régularité de la décroissance des erreurs en interpolation, et une méthodologie pour analyser l'unicité dans le cas où la fonction à approximer est une intégrale de Cauchy sur un arc ouvert (ces fonctions couvrent *grosso modo* le cas de singularités de dimension 1 qui sont «assez régulières» et apparaissent notamment en section 3.1.3) a émergé. Cette méthodologie repose sur la localisation des singularités *via* l'analyse de familles de polynômes orthogonaux non hermitiens, puis sur l'obtention d'estimations fortes de l'erreur permettant d'analyser sa décroissance relative. Notons dans ce contexte un analogue de la conjecture de Gonchar, qui serait que l'unicité a lieu pour une infinité de degrés d'approximation au moins. Un critère d'unicité de ce type a aussi été obtenu récemment pour les fonctions rationnelles en s'inspirant de techniques spectrales de la théorie AAK. Ce résultat est particulièrement intéressant parce qu'il n'est pas asymptotique et ne requiert pas d'estimées ponctuelles de l'erreur ; il semble en revanche plus restrictif pour l'instant.

L'introduction d'une pondération en fréquence constitue un autre développement intéres-

sant, autant pour la nécessité qu'il y a de relativiser les données expérimentales selon que l'on dispose ou non de beaucoup d'information à la fréquence considérée (dans la théorie stochastique, par exemple, l'identification au minimum de variance exige de diviser l'erreur par la densité spectrale du bruit), que pour les améliorations algorithmiques que l'on peut en espérer. À ce sujet, il est intéressant de noter que la démarche la plus répandue pour l'identification fréquentielle, dans la pratique de l'ingénieur, consiste à poser une minimisation aux moindres carrés et à en pondérer les termes pour essayer d'obtenir un résultat convenable par des méthodes générales d'optimisation. On est ainsi conduit à minimiser un critère du type :

$$\left\| f - \frac{p_m}{q_n} \right\|_{L^2(d\mu)} \quad (1)$$

où, par définition, on a posé :

$$\|g\|_{L^2(d\mu)}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |g(e^{i\theta})|^2 d\mu(\theta),$$

et où μ est une mesure positive finie sur T , p_m est un polynôme de degré inférieur ou égal à m et q_n un polynôme unitaire de degré inférieur ou égal à n . Un tel problème est en particulier bien posé lorsque μ est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et de dérivée inversible dans L^∞ . Lorsque μ est le carré du module d'une fonction analytique inversible, l'introduction de polynômes μ -orthogonaux rend la situation assez similaire au cas non-pondéré, du moins si $m \geq n - 1$. Plus particulièrement, si μ est l'inverse du carré du module d'un polynôme, un algorithme de calcul généralisant [1] a été obtenu dans [10] et implémenté dans le logiciel hyperion (voir section 5.1). L'analyse des équations aux points critiques dans le cas pondéré fournit de nouveaux contre-exemples à l'unimodalité du maximum de vraisemblance en identification stochastique^[LSWre].

Mentionnons aussi une autre espèce d'approximation rationnelle, qui intervient naturellement dans de nombreux problèmes de conception où l'on ne dispose que de contraintes de gabarit en module. Elle consiste à approcher le module d'une fonction f par le module d'une fraction rationnelle, c'est-à-dire à résoudre :

$$\min \left\| |f| - \left| \frac{p_n}{q_n} \right| \right\|_{L^p(T)}.$$

Ce problème a des liens étroits avec l'approximation rationnelle classique, qui commencent seulement à être dégagés.

3.1.3 Comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et problèmes inverses pour le Laplacien 2D

Participants : Laurent Baratchart, Frédéric Mandréa, Edward Saff, Herbert Stahl, Reinhold Küstner, Vilmos Totik [univ. Szeged et Acad. des Sciences, Hongrie].

Mots clés : problème inverse, détection de fissures, approximation méromorphe,

[LSWre] J. LEBLOND, E. SAFF, F. WIELONSKY, « Weighted H_2 rational approximation and consistency properties », *Numerische Mathematik*, à paraître.

approximation rationnelle, zéros de polynômes orthogonaux.

Il s'agit ici d'étudier le comportement des pôles des approximants méromorphes L^p (voir section 3.1.1 et section 3.1.2) de la (trace sur le bord extérieur de la) solution d'un problème aux limites de type Dirichlet-Neumann, pour en tirer des renseignements sur les singularités de ladite solution. Cette méthode originale pour aborder ce problème à frontière libre illustre bien l'optique du projet au regard des problèmes inverses, et suscite un axe de recherche actif au carrefour de ses compétences en théorie des fonctions, des polynômes orthogonaux et du potentiel.

À la suite des avancées réalisées concernant la localisation des zéros de ces derniers dans le cas non hermitien, la méthode apparaît séduisante lorsque les singularités sont 1-dimensionnelles, notamment dans le cas d'un domaine fissuré (voir section 4.1). Dans le cas d'une fissure « suffisamment » analytique, en effet, qui équivaut *grosso modo* à l'approximation d'une fonction avec deux points de branchement, on a pu prouver^[BKMT00] que les pôles des dits approximants s'accumulent au voisinage de la géodésique hyperbolique passant par les extrémités de la fissure ce qui fournit un algorithme économique pour sa localisation [3]. Le cas de fissures plus générales (par exemple polynomiales par morceaux) requiert l'analyse du cas où il y a un nombre fini mais arbitraire de points de branchement. On conjecture qu'alors les pôles tendent vers le contour \mathcal{C} joignant les extrémités de ces arcs qui minimise la capacité du condensateur (T, \mathcal{C}) , où T est le bord extérieur de D (voir aussi section 6.8). Cette conjecture, qui est confirmée numériquement, figure au centre des préoccupations du projet dans ce domaine.

Ce type de résultat ouvre des perspectives nouvelles en contrôle non-destructif (voir section 4.1), et relie des questions d'actualité en approximation (comportement des zéros de polynômes orthogonaux non-hermitiens) à certains problèmes inverses classiques mais mal posés pour lesquels il propose une approche duale : approximer les conditions aux limites et non pas l'équation. Notons que le problème de détection suggère une variante non classique de l'approximation rationnelle où les résidus des approximants doivent être réels : c'est en effet à cela que revient l'approximation au sens de Sobolev —*i.e.* au sens L^2 du champ de forces— d'un potentiel logarithmique par un potentiel discret. Cette forme généralisable à des dimensions supérieures devrait se révéler fructueuse.

3.1.4 Approximation rationnelle matricielle

Participants : Laurent Baratchart, Andrea Gombani, Martine Olivi, José Grimm.

Mots clés : approximation rationnelle, matrice intérieure, espace à noyau reproduisant, théorie de la réalisation.

L'approximation matricielle est nécessaire pour traiter de systèmes à plusieurs entrées et sorties (bizarrement appelés multivariables) mais engendre des difficultés additionnelles substantielles au plan théorique comme au plan algorithmique. Le problème est un analogue du cas scalaire où le degré de McMillan (le degré d'une réalisation minimale en termes d'Automatique) généralise le degré :

[BKMT00] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDRÉA, V. TOTIK, «Pole distribution from orthogonality», en préparation, 2000.

Soient $1 \leq p \leq \infty$, $\mathcal{F} \in (H^p)^{m \times l}$ et n un entier; on cherche une matrice rationnelle de taille $m \times l$ sans pôles dans le disque unité et de degré de McMillan au plus n qui soit la plus proche possible de \mathcal{F} dans $(H^p)^{m \times l}$.

Ici, la norme L^p d'une matrice est la racine p -ième de la somme des puissances p -ièmes des normes de ses composantes.

Dans le cas de la norme L^2 ($p = 2$), l'algorithme d'approximation scalaire mis au point dans le projet se généralise au cas matriciel [9]. Le problème majeur réside dans la représentation des matrices de transfert de degré de McMillan donné n , et les matrices intérieures (c'est-à-dire les fonctions à valeurs matricielles qui sont analytiques dans le disque unité et unitaires sur le cercle) de degré n interviennent ici de manière essentielle : elles jouent le rôle du dénominateur dans la représentation fractionnaire des matrices de transfert considérées. L'ensemble des matrices intérieures de degré donné possède une structure de variété qui autorise la mise en œuvre des outils différentiels utilisés dans le cas scalaire. En pratique, il faut exhiber un atlas de cartes (paramétrages valables seulement dans un voisinage donné d'un point) satisfaisant et gérer les changements de cartes lors d'un algorithme de descente. L'algorithme de Schur tangentiel dans le cas matriciel^[ABG94] nous a fourni de tels paramétrages et permis l'implémentation d'un algorithme d'approximation rationnelle. Celui-ci est intégré au logiciel hyperion (voir section 5.1), qui a été testé sur des données matricielles 2×2 provenant d'expérimentations faites au CNES, dans le cadre du contrat qui fait l'objet de la section 7.1 et donne des résultats d'une grande qualité [2]. Ce code est aujourd'hui utilisé par l'IRCOM, couplé au logiciel d'éléments finis EMXD, pour déterminer les couplages physiques effectivement réalisés au cours de la synthèse d'un filtre et fournit le feedback nécessaire à la correction.

3.1.5 Identification paramétrique linéaire

Participants : Laurent Baratchart, Manfred Deistler [TU Wien, Au], Reinhold Küstner, Martine Olivi.

Mots clés : approximation rationnelle, identification paramétrique, topologie des matrices rationnelles, étude des points critiques.

L'étude asymptotique de certains estimateurs au maximum de vraisemblance est un corollaire naturel des recherches en approximation rationnelle menées dans le projet. Le contexte est ultra-classique : étant donné un processus discret $y(t)$ à valeurs dans \mathbf{R}^p , et un autre processus $u(t)$ à valeurs dans \mathbf{R}^m que l'on tient pour la *cause mesurable* de $y(t)$, on cherche à décrire le phénomène par un modèle linéaire d'ordre fini :

$$\hat{y}(t) = Hu(t) + Le(t),$$

où e est un bruit blanc à p composantes, décorrélé de u , censé représenter les aléas qui concourent à créer $y(t)$, et où la matrice de transfert $[L \ H]$ reliant $(e \ u)^t$ à \hat{y} est rationnelle et stable de degré de McMillan n , la matrice L étant d'inverse stable également (parmi les bruits de même covariance et d'innovation donnée, on choisit celui dont le facteur spectral

[ABG94] D. ALPAY, L. BARATCHART, A. GOMBANI, « On the Differential Structure of Matrix-Valued Rational Inner Functions », *Operator Theory : Advances and Applications* 73, 1994, p. 30–66.

est de phase minimale). Le nombre n est, par définition, l'ordre du modèle. Si l'on suppose seulement que $[H \ L]$ appartient à l'espace de Hardy H^2 et que L est extérieure (ce qui signifie presque inversible en un sens approprié), une telle représentation est en fait générale pour des processus stationnaires *réguliers* (c'est-à-dire purement non-déterministes en un certain sens). L'identification dans ce contexte apparaît donc comme une approximation rationnelle pour laquelle la théorie statistique classique dresse un compromis entre deux facteurs antagonistes : d'une part l'erreur de biais qui diminue quand n augmente car la distance entre le « vrai » système et la classe de modèles considérée s'amenuise, d'autre part l'erreur de variance qui augmente avec n parce que la dispersion de l'estimation s'amplifie avec le nombre de paramètres. Il s'agit là de la version stochastique du compromis complexité-précision omniprésent en modélisation.

Si on introduit à présent comme nouvelle variable la matrice rationnelle R définie par :

$$R = \begin{pmatrix} L & H \\ 0 & I_m \end{pmatrix}^{-1}$$

et si T désigne la première ligne bloc de R , en normalisant la variance du bruit à l'identité pour simplifier, l'estimation au maximum de vraisemblance est asymptotiquement équivalente, lorsque le nombre d'échantillons croît, à la minimisation de :

$$\|T\|_{\Lambda}^2 = \mathbf{Tr} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T(e^{i\theta}) d\Lambda(\theta) T^*(e^{i\theta}) \right\}, \quad (2)$$

où Λ est la mesure spectrale du processus $(y \ u)^t$ (positive à valeurs matricielles) et où \mathbf{Tr} signifie la trace. Si l'on restreint davantage la classe de modèles en demandant que les aléas soient blancs, c'est-à-dire $L = I_m$, on obtient un problème d'approximation rationnelle pondéré correspondant à la minimisation de la variance de l'erreur de sortie. Si, en outre, u est lui-même un bruit blanc, la situation devient celle de 3.1.4.

La formulation (2) montre que l'identification stochastique vise à une double généralisation, à la fois rationnelle et matricielle, de la théorie des polynômes orthogonaux de Szegő sur le cercle, et ceci fonde son lien avec la théorie classique des fonctions.

Le problème de la consistance naît de ce que la mesure Λ n'est pas accessible, de sorte que l'on doit estimer (2) à l'aide de moyennes temporelles de l'échantillon observé en supposant les processus ergodiques. La question se pose alors de savoir si l'argument du minimum de la fonctionnelle estimée tend vers celui de (2) lorsque la longueur de l'échantillon augmente, et à quelle vitesse. Le résultat le plus significatif ici est peut-être celui qui, tout en postulant *l'existence* d'un modèle fonctionnel, ne suppose pas la compacité de la classe de modèles^[HD88, Chap. 7, parag. 4], et affirme la consistance sous des hypothèses d'ergodicité faible et d'excitation persistante. Un analogue de la loi des grands nombres indique, dans ce contexte, que la convergence a lieu en $1/\sqrt{N}$, où N est la longueur de l'échantillon.

Dans le résultat précédent, la consistance a lieu au sens de la convergence ponctuelle des estimés sur la variété des matrices de transfert de taille et d'ordre donnés. La première contribution du projet a été de montrer que le résultat subsiste même si l'on ne postule plus l'existence

[HD88] E. HANNAN, M. DEISTLER, *The Statistical Theory of Linear Systems*, Wiley, 1988.

d'une dépendance causale entre les entrées et les sorties, la mesure Λ étant simplement définie comme limite faible des covariances. La seconde contribution est que cette convergence a lieu uniformément avec celle de toutes les dérivées sur tout compact de la variété des modèles, ce qui jette un pont entre le comportement algorithmique du problème d'approximation rationnelle (nombre et nature des points critiques, décroissance de l'erreur, comportement des pôles) et celui de la minimisation des moyennes empiriques. Ceci permet de traduire en termes de comportement asymptotique des estimateurs toute propriété uniforme par rapport à l'ordre des approximants, sans avoir à supposer que le « vrai » système appartient à la classe des modèles. Mentionnons par exemple que l'unicité du point critique en approximation H^2 , lorsque la fonction à approximer est presque rationnelle de degré n , entraîne [6] l'unicité d'un minimiseur local pour l'erreur de sortie lorsque l'entrée est un bruit blanc, ceci presque sûrement asymptotiquement sur tout compact, lorsque la densité de y par rapport à u est presque rationnelle de degré n . Citons aussi la localisation des pôles des estimés rationnels par minimisation de l'erreur de sortie d'un processus fractionnaire à longue mémoire [17].

3.2 Structure et commande des systèmes non-linéaires

Pour commander un système, on s'appuie en général sur un modèle obtenu à partir de connaissances a priori comme les lois physiques ou à partir d'observations expérimentales. Dans beaucoup d'applications, on se contente d'une approximation linéaire autour d'un point de fonctionnement ou d'une trajectoire. Il est tout de même très important d'étudier les systèmes (ou les modèles) non-linéaires et leur commande pour les raisons suivantes. Tout d'abord, certains systèmes ont, autour de points de fonctionnement intéressants, une approximation linéaire qui n'est pas commandable de sorte que la linéarisation est inopérante, même localement. En second lieu, et même si le linéarisé est commandable, on peut désirer élargir le domaine de fonctionnement au-delà du domaine de validité de l'approximation linéaire. Les travaux décrits à la section 3.2.1 relèvent de cette problématique. Enfin, certains problèmes de commande, comme la planification de trajectoire, ne sont pas de nature locale et ne peuvent être traités à l'aide d'un modèle approché linéaire. L'étude structurelle décrite en 3.2.2 a pour objet de dégager des invariants qui peuvent être utilisés soit pour ramener l'étude à des systèmes plus simples, soit pour servir de fondement à une théorie de l'identification non-linéaire qui fournirait des renseignements sur les classes de modèles à utiliser lorsque l'on ne dispose pas d'information fiable *a priori* et que l'identification linéaire « boîte noire » n'est pas suffisante. Le succès du modèle linéaire, que ce soit en commande ou en identification, tient en grande partie à la compréhension très fine qu'on en a ; de façon analogue, une meilleure maîtrise des invariants des modèles non-linéaires pour certaines transformations est un préalable à une véritable théorie de l'identification et de la commande non-linéaire. Pour tout ce qui relève des systèmes non-linéaires, on sous-entend toujours dans ce qui suit que la dimension de l'état est finie.

3.2.1 Stabilisation continue

Mots clés : commande, stabilisation de système non-linéaire, automatique non-linéaire, système mécanique non holonôme.

Participants : Ludovic Faubourg, Jean-Baptiste Pomet, Pascal Morin [projet ICARE], Claude Samson [projet ICARE].

La stabilisation par retour continu d'état — ou de sortie c'est-à-dire en information partielle — consiste à concevoir une commande qui soit une fonction régulière (au moins continue) de l'état, et telle qu'un point de fonctionnement (ou une trajectoire) soit asymptotiquement stable pour le système bouclé. On peut voir cela comme une version affaiblie de la commande optimale : le calcul d'une commande qui optimise exactement un certain critère (par exemple rallier un point en temps minimal) conduit en général à une dépendance très irrégulière en l'état ; la stabilisation est un objectif *qualitatif* (rallier un point asymptotiquement) moins contraignant que la minimisation d'un critère, et qui laisse évidemment beaucoup plus de latitude et permet d'imposer par exemple beaucoup de régularité. Notons que les problèmes de stabilisation sont souvent résolus, du moins au voisinage de points de fonctionnement réguliers, par des méthodes d'automatique linéaire aujourd'hui bien maîtrisées ; les méthodes étudiées ici concernent le comportement au voisinage de points où les méthodes linéaires sont inefficaces (approximation linéaire non commandable), ou visent à maîtriser le comportement sur une région plus étendue de l'espace d'état. Une question très importante est la robustesse de cette stabilité : en effet les lois de commande dépendent énormément de la structure du modèle, et la conservation de la stabilité asymptotique pour des structures ou des valeurs des paramètres voisines n'est pas acquise. Nous détaillons ci-après, deux directions de recherche actives à ce jour dans le projet.

Stabilisation périodique de systèmes non-linéaires. Il est connu qu'un certain nombre de systèmes non-linéaires, bien que commandables, ne peuvent pas être stabilisés par une commande qui soit une fonction continue de l'état seulement^[Bro83]. On peut bien sûr, pour ces systèmes, relâcher l'exigence de continuité en utilisant par exemple des retours d'état discontinus issus de la commande en temps minimal, mais une idée plus récente consiste à rechercher tout de même des retours d'état continus, ou même lisses, en relâchant plutôt l'exigence que le contrôle ne dépend que de l'état pour permettre également une dépendance par rapport *au temps*, par exemple périodique. Cette idée a d'abord été appliquée sur des petites classes de systèmes (dimension 1^[SS80], systèmes mécaniques non-holonômes de petite dimension^[SAA91]), puis il a été démontré^[Cor95] que «pratiquement» tout système commandable

-
- [Bro83] R. W. BROCKETT, «Asymptotic Stability and Feedback Stabilization», *in: Differential Geometric Control Theory, Prog. Math.*, 27, Birkäuser, p. 181–191, Basel-Boston, 1983.
- [SS80] E. D. SONTAG, H. J. SUSSMANN, «Remarks on Continuous Feedback», *in: 19th IEEE Conf. on Decision and Control*, Albuquerque, USA, 1980.
- [SAA91] C. SAMSON, K. AIT-ABDERRAHIM, «Feedback Control of a Nonholonomic Wheeled Car in Cartesian Space», *in: IEEE Conf. on Robotics and Autom.*, Sacramento (USA), 1991.
- [Cor95] J.-M. CORON, «Stabilization in finite time of locally controllable systems by means of continuous stabilizing feedback laws», *SIAM J. on Control & Optim.* 33, 1995, p. 804–833.

peut être stabilisé asymptotiquement par un retour d'état dépendant périodiquement du temps.

Les recherches de l'équipe, menées en collaboration avec le projet ICARE de l'INRIA-Sophia Antipolis, ont joué un rôle important dans l'obtention de ces résultats [11] et visent aujourd'hui à développer des méthodes effectives pour la synthèse de lois de commandes non-linéaires périodiques stabilisant des classes représentatives de systèmes mécaniques non-holonômes, ainsi qu'à étudier et à améliorer leur robustesse et le comportement des transitoires qu'elles induisent. Parmi les acquis récents, on peut citer l'obtention d'une loi de commande continue stabilisant l'attitude d'un satellite en mode dégradé, et aussi (voir [MPS99]) une méthode de construction de lois de commande périodiques stabilisantes pour un système sans dérive qui ne dépend que de la structure de l'algèbre de Lie engendrée par les champs de commande (les techniques mathématiques utilisées sont proches de celles évoquées plus loin pour approcher des courbes géométriques par des trajectoires faisables, cf. section 3.2.3).

Les applications concernent les systèmes mécaniques non-holonômes : la stabilisation de robots mobiles d'une part et celle d'un corps solide non complètement commandé en rotation autour de son centre de gravité d'autre part (un satellite artificiel par exemple).

Fonctions de Lyapunov contrôlées. Les fonctions de Lyapunov sont un outil bien connu pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques non contrôlés. Pour un système contrôlé, on appelle *Fonction de Lyapunov contrôlée* une fonction qui est de Lyapunov pour le système bouclé par une certaine commande. Ceci se traduit par une inégalité différentielle que l'on appellera « équation d'Artstein^[Art83] » —quoiqu'il s'agisse plutôt d'une inéquation— et qui ressemble à l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellmann mais qui est bien sûr largement sous-déterminée. On peut déduire de la connaissance d'une fonction de Lyapunov contrôlée des retours d'état continus stabilisants de manière très commode.

On s'intéresse au sein du projet à l'obtention de fonctions de Lyapunov contrôlées. Le but est soit la stabilisation proprement dite soit l'étude de la robustesse de certaines lois de commandes stabilisantes obtenues par d'autres méthodes, soit enfin de rendre robustes ces lois de commande.

3.2.2 Transformations et équivalences des systèmes et modèles non-linéaires

Participants : Laurent Baratchart, Monique Chyba [US Santa Cruz (USA)], Jean-Baptiste Pomet.

Mots clés : automatique non-linéaire, feedback non-linéaire, classification, identification non-linéaire.

Une transformation par *retour d'état statique* d'un système dynamique contrôlé est un reparamétrage (non singulier) des commandes, dépendant de l'état, et éventuellement un changement de coordonnées sur l'état. Une transformation par *retour d'état dynamique* d'un système

[MPS99] P. MORIN, J.-B. POMET, C. SAMSON, «Design of Homogeneous Time-Varying Stabilizing Control Laws for Driftless Controllable Systems Via Oscillatory Approximation of Lie Brackets in Closed Loop», *SIAM J. on Control & Optim.* 38, 1999, p. 22–49, <http://epubs.siam.org/sam-bin/dbq/toc/SICON/38/1>.

[Art83] Z. ARTSTEIN, «Stabilization with relaxed control», *Nonlinear Analysis TMA* 7, 1983, p. 1163–1173.

dynamique contrôlé consiste à effectuer une extension dynamique (augmentation de l'état et attribution d'une dynamique aux nouveaux états) suivie d'une transformation par retour d'état statique sur le système augmenté.

- Du point de vue des problèmes de commande, l'intérêt de telles transformations, dans le cas où le système obtenu possède une structure plus exploitable que l'original, est qu'une commande permettant de satisfaire un certain objectif sur le système transformé peut être utilisée pour commander le système original en incluant l'extension dynamique dans le contrôleur. Évidemment, un cas favorable est celui où le système transformé est linéaire.
- Du point de vue de l'identification et de la modélisation non-linéaire, l'intérêt est, comme signalé plus haut, soit de dégager des invariants qualitatifs permettant de guider le choix d'un modèle non-linéaire d'après des observations, soit de contribuer à une classification des modèles non-linéaires qui manque aujourd'hui cruellement pour élaborer de véritables méthodes d'identification non-linéaire.

Développons deux problèmes abordés dans le projet.

Linéarisation dynamique. Le problème de la linéarisation dynamique est celui de trouver des conditions explicites sur un système pour qu'existe une transformation par retour d'état dynamique le rendant linéaire. Ce problème a été très étudié ces dix dernières années.

Récemment^[FLMR95], la propriété suivante a été mise en valeur pour les systèmes commandés : pour certains systèmes, dont les systèmes linéaires, il existe un certain nombre de fonctions de l'état et de dérivées de la commande qui ne sont liées par aucune équation différentielle, et qui « paramètrent toutes les trajectoires ». Les auteurs ayant montré l'importance de cette notion la nomment *platitudo différentielle*, et les fonctions en question sont appelées *sorties plates*, ou *fonctions linéarisantes*. En gros, un système est « différentiellement plat » si et seulement si il peut être transformé par feedback dynamique en un système linéaire. D'une part, cette propriété de l'ensemble des trajectoires a en elle-même un intérêt au moins aussi important pour la commande que l'équivalence à un système linéaire, et, d'autre part, elle fournit une manière de s'attaquer au problème de la linéarisation dynamique : rechercher des fonctions linéarisantes.

Une question importante demeure cependant ouverte : comment décider de façon algorithmique si un système donné possède ou non de telles fonctions, c'est-à-dire est linéarisable dynamiquement ou non ? Ce problème est à la fois difficile et important pour l'automatique non-linéaire. La publication [12] donne des conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence de fonctions linéarisantes dépendant de l'état et de la commande dans le cas des systèmes à quatre états et deux commandes dont la dynamique est affine en ces commandes et lorsqu'on ne s'autorise pas à utiliser des dérivées de la commande (ce sont les premières dimensions pour lesquelles le problème est véritablement non-trivial).

En termes algébriques-différentiels, le module des différentielles d'un système commandable est libre et de dimension finie sur l'anneau des polynômes différentiels en d/dt à coefficients

[FLMR95] M. FLIESS, J. LÉVINE, P. MARTIN, P. ROUCHON, « Flatness and Defect of Nonlinear Systems: Introductory Theory and Examples », *Int. J. of Control* 61, 1995, p. 1327–1361.

dans l'espace des fonctions du système (la construction d'une base est donnée par exemple dans un travail commun avec le Laboratoire d'Automatique de Nantes^[ABMP95]). La question est de déterminer s'il admet une base de formes fermées, et donc localement exactes. Énoncée ainsi, il s'agit d'une extension du classique théorème d'intégrabilité de Frobenius au cas où les coefficients sont des opérateurs différentiels. En sus de la stabilité par différentiation extérieure qui régit le cas classique, d'autres conditions sont nécessaires ici pour assurer la finitude du degré des solutions. Le but à moyen terme est de parvenir à un algorithme formel et implémentable, décidant si un système donné est plat en un point régulier. On envisage aussi des sous-problèmes ayant leur intérêt propre, comme de décider de la platitude avec un précompensateur donné ou encore de caractériser une platitude « formelle ».

Équivalence topologique Dans ce qui précède, on n'a pas évoqué la régularité des transformations considérées. Il est commode de les prendre suffisamment différentiables. Toutefois, cela conduit à ce qu'un système ne soit, même localement (c'est-à-dire pour des valeurs de l'état et de la commande proche d'une valeur fixe), équivalent à presque aucun système voisin. Évidemment, cela ne permet pas d'envisager la recherche d'invariants « qualitatifs ».

Dans le cas des systèmes dynamiques sans contrôle, il est bien connu (théorème de Hartman-Grobman), que, si l'on ne demande que la continuité des transformations, alors, en dehors de situations certes intéressantes mais que l'on peut considérer comme dégénérées (défaut d'hyperbolicité), tout système est *localement* équivalent à un système linéaire au voisinage d'un point d'équilibre. Il est donc tentant, dans le cadre d'une classification qualitative des systèmes commandés, d'étudier une équivalence modulo des transformations non différentiables, et d'espérer ainsi dégager des invariants beaucoup plus robustes, et peut-être des formes normales stables. Un équivalent du théorème d'Hartman-Grobman pour les systèmes contrôlés dirait par exemple qu'en dehors d'une classe de modèles « rares » (par exemple ceux dont l'approximation linéaire est non commandable), et localement autour de valeurs fixées de l'état et de la commande, aucun phénomène qualitatif ne distingue un système non-linéaire d'un linéaire, tous les phénomènes non-linéaires étant donc soit de nature globale soit des singularités. On verra à la section 6.10 qu'il n'en est rien.

3.2.3 Structure de l'espace des trajectoires

Participants : Jean-Baptiste Pomet, Andrey Sarychev [Université d'Aveiro, Portugal].

Mots clés : planification de trajectoires, processus de diffusion.

Étant donné un système dynamique commandé, une courbe dans l'espace d'état est une *trajectoire* si il existe une commande qui la produit. La *planification de trajectoire* consiste à trouver une trajectoire satisfaisant certaines conditions, par exemple joindre deux points donnés en restant dans une certaine zone. C'est une problématique omniprésente en robotique, par exemple. Il est naturel dans ce contexte de considérer aussi la *planification approchée*, qui

[ABMP95] E. ARANDA-BRICAIRE, C. H. MOOG, J.-B. POMET, « An Infinitesimal Brunovsky Form for Nonlinear Systems with Applications to Dynamic Linearization », *Banach Center Publications* 32, 1995, p. 19–33.

consiste à trouver une courbe qui ne soit pas forcément une trajectoire mais qui puisse être approchée par des trajectoires. Cette démarche requiert, cependant, une caractérisation de cet ensemble de courbes. Il est également une autre motivation pour une telle étude : on peut associer à un système contrôlé affine en les commandes un *processus de diffusion*, en remplaçant *grosso modo* les commandes par des bruits blancs indépendants. Ce processus de diffusion définit à chaque instant une mesure de probabilité sur l'espace des courbes paramétrées dans l'espace d'état, et il est connu^[SV72] que le support de cette mesure est exactement l'ensemble des courbes qui peuvent être approchées (au sens C^0) par des trajectoires du système contrôlé associé. La caractérisation de cette adhérence a donc des répercussions en analyse stochastique. Pourtant, ce problème a été peu étudié en dehors du cas où l'adhérence en question contient toutes les courbes. Les travaux menés dans le projet ont déjà donné lieu à des résultats significatifs, comme une caractérisation^[Pom99] des courbes qui peuvent être approchées au sens C^0 par des trajectoires d'un système en dehors de certaines singularités. Ils se poursuivent en collaboration avec l'université d'Aveiro (Portugal). Une raison supplémentaire de s'intéresser à ce problème est qu'il met en jeu des techniques utilisées par ailleurs pour synthétiser des lois de commandes continues stabilisantes cf. section 3.2.1.

3.3 Jeux dynamiques

La théorie des jeux dynamiques est aujourd'hui un outil bien établi pour modéliser les processus de décision, et qui emprunte beaucoup à la commande optimale, c'est-à-dire au calcul des variations moderne sous contrainte différentielle. Cependant, résoudre de tels problèmes en général reviendrait à établir une typologie des singularités qui semble d'ores et déjà hors de portée dans le cas statique, de sorte que l'examen d'exemples significatifs en petite dimension reste l'activité principale dans la théorie classique. L'activité du projet se concentre ici sur des méthodes de désingularisation de la fonction valeur susceptible de permettre l'approximation des solutions.

4 Domaines d'applications

La répartition des activités du projet s'effectuant autour de deux axes qui sont l'identification et la synthèse dans le domaine fréquentiel, d'une part, et le contrôle de systèmes différentiels, d'autre part, on peut distinguer deux familles dans les applications visées : une qui concerne *grosso modo* les problèmes inverses dans les systèmes diffusifs et résonnants et une qui concerne la stabilisation de certains systèmes mécaniques. Pour ce qui est du premier axe, les techniques d'approximation méromorphe décrites en section 3.1.1 sont susceptibles d'applications à la déconvolution d'équations linéaires où l'analyticité peut provenir soit de l'application de la transformation de Fourier soit du caractère harmonique de l'équation elle-

[SV72] D. W. STROOCK, S. R. S. VARADHAN, «On the Support of Diffusion Processes with Applications to the Strong Maximum Principle», *in: Proc. Sixth Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob., III (Probability Theory)*, California University Press, p. 333–359, 1972.

[Pom99] J.-B. POMET, «On the curves that may be approached by trajectories of a smooth control affine system», *Syst. & Control Lett.* 36, 1999, p. 143–149.

même, par exemple en thermique ou en électrostatique. Nous donnons, ci-après, un aperçu de telles applications.

4.1 Problèmes inverses géométriques et identification de paramètres pour le Laplacien 2D

Participants : Laurent Baratchart, Amel Ben Abda [ENIT, Tunis], Slim Chaabane, Imen Fellah, Mohamed Jaoua [ENIT, Tunis], Juliette Leblond, Moez Kallel, Reinhold Küstner, Frédéric Mandréa, Edward Saff.

Mots clés : problème inverse, Laplacien, approximation analytique, approximation méromorphe, approximation rationnelle.

La localisation de fissures ou d'occlusions dans un matériau bidimensionnel, à l'aide de mesures thermiques ou électrostatiques sur sa frontière, est un problème inverse classique qui se pose pour étudier la fatigue des structures par exemple, ou encore en magnéto-encéphalographie. Cependant, aucun algorithme véritablement efficace n'existe aujourd'hui pour détecter l'emplacement de telles fissures, en particulier si l'on ne dispose pas d'informations initiales sur leur emplacement car l'intégration numérique du problème inverse est très instable. La présence de « pailles » dans un objet plan se traduisant par un défaut d'analyticité de la solution du problème de Dirichlet-Neumann associé, elle peut en principe être diagnostiquée (voir section 3.1.3) en utilisant des techniques d'approximation rationnelle ou méromorphe sur le bord de l'objet. Le cas fréquent où les mesures ne sont disponibles que sur une partie de la frontière constitue en outre un exemple typique d'application pour les techniques d'extension analytique ou méromorphe (voir section 3.1.1).

L'approche proposée ici consiste à bâtir depuis les données mesurées sur une partie K de la frontière Γ d'un domaine D du plan la trace d'une fonction analytique F dans D privé de l'éventuelle singularité $\gamma \subset D$. L'usage des techniques d'approximation développées au sein du projet a pour objectif :

- d'étendre F à tout Γ si les données sont incomplètes ($K \neq \Gamma$), dans l'hypothèse réaliste où la frontière n'est pas entièrement accessible à la mesure, afin d'identifier par exemple un coefficient de Robin inconnu, [CLJ00], [23], et [24] ;
- de diagnostiquer la présence de γ de façon économique au plan du calcul ;
- de se doter d'informations sur la localisation de γ [BKMT00].

Ainsi, les problèmes inverses de type géométrique consistant à retrouver une partie inconnue de la frontière depuis des mesures partielles semblent accessibles par ce biais [3], éventuellement

[CLJ00] S. CHAABANE, J. LEBLOND, M. JAOUA, «From H^2 approximation / interpolation to identification results for 2D Laplace inverse problems: determination of an exchange coefficient», en préparation, 2000.

[BKMT00] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDRÉA, V. TOTIK, «Pole distribution from orthogonality», en préparation, 2000.

combiné à d'autres algorithmes^[AKLM00].

À ce stade, il semble naturel, pour améliorer la localisation, de considérer un problème d'approximation non-classique où les résidus seraient réels, et qui correspondrait à l'approximation discrète d'un potentiel logarithmique. Cette approche aurait le mérite de se formuler en dimension supérieure, mais devra d'abord être maîtrisée dans le plan.

Nous envisageons aussi la généralisation de ce type de méthode au cas de problèmes avec coefficient de conductivité variable ainsi que l'utilisation des propriétés de convergence des algorithmes d'approximation en vue d'établir des résultats de stabilité pour certains de ces problèmes inverses.

L'étude de la dimension infinie (fonctions à valeurs opérateurs) peut aussi être envisagée, mais à plus long terme, pour des applications à la tomographie ou à la détection de mines, par exemple. L'analyticité s'introduit alors par le biais de la transformée de Fourier.

4.2 Identification et synthèse de systèmes résonnants

Mots clés : télécommunications, multiplexage, filtre, hyperfréquences, ondes de surface.

Un des meilleurs terrains d'application pour l'activité du projet en théorie des fonctions est l'identification et la synthèse de systèmes physiques pour lesquels l'hypothèse de linéarité est bien vérifiée dans le domaine de fonctionnement et dont les spécifications sont données dans le domaine fréquentiel. Les systèmes résonnants, acoustiques et électromagnétiques, en sont un prototype intéressant à l'ère des télécommunications. Nous détaillons ci-après deux exemples.

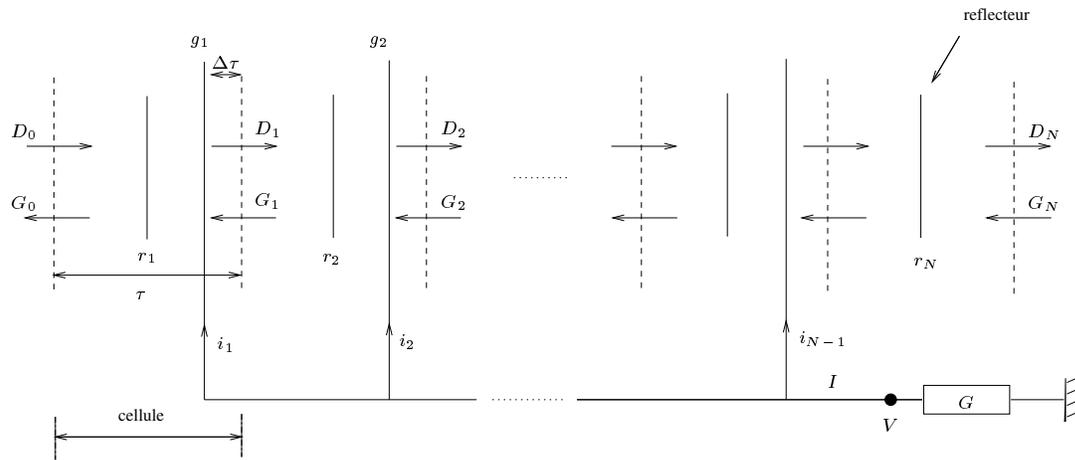
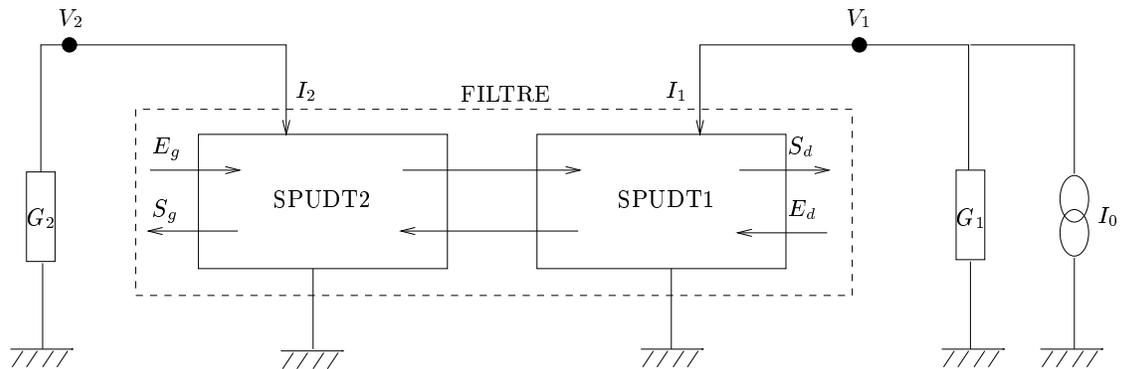
4.2.1 Synthèse de filtre à ondes de surface pour la téléphonie mobile

Participants : Laurent Baratchart, Andrea Gombani, José Grimm, Martine Olivi.

Les filtres à ondes de surface sont largement utilisés dans les moyens de communications modernes et en particulier les téléphones mobiles. Ceci est principalement dû à leur petite taille et à leur coût de fabrication peu élevé. Les filtres unidirectionnels, constitués de transducteurs de type SPUDT contenant des réflecteurs internes (cf. fig. 1), induisent des pertes plus faibles et sont de plus en plus utilisés dans cette technologie. La synthèse de tels filtres s'avère beaucoup plus complexe que celle des filtres conventionnels.

Nous nous intéressons ici à un filtre constitué de deux transducteurs de type SPUDT (fig. 2). Chaque transducteur est composé de cellules de même longueur τ contenant chacune un réflecteur et, à l'exception de la dernière, une source (fig. 1). Ces sources sont toutes reliées à un circuit électrique extérieur et sont à l'origine des interactions électro-acoustiques. Dans SPUDT2, représenté par la figure 2, les réflecteurs sont positionnés par rapport aux sources de sorte que, au voisinage d'une certaine fréquence dite centrale, aucune onde ne sorte à gauche du transducteur ($S_g \approx 0$), c'est l'unidirectionnalité. Dans le transducteur de droite (SPUDT1), les réflecteurs sont placés à droite des sources de façon à obtenir l'unidirectionnalité vers la gauche.

[AKLM00] A. B. ABDA, M. KALLEL, J. LEBLOND, J.-P. MARMORAT, «Cracks identification from incomplete boundary data», en préparation, 2000.

FIG. 1 – *Modèle de transducteur.*FIG. 2 – *Configuration du filtre.*

Des spécifications sont données dans le domaine fréquentiel sur l'amplitude et la phase (ou le temps de propagation de groupe moyen) de la fonction de transfert électrique. Cette fonction traduit le transfert de puissance et s'écrit :

$$E(r, g) = 2 \frac{V_2}{I_0} = \frac{2 \sqrt{G_1 G_2} Y_{12}}{Y_{12} Y_{21} - (Y_{11} + G_1)(Y_{22} + G_2)},$$

où Y est la matrice d'admittance du couplage :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}.$$

Le problème de la synthèse du filtre consiste donc à déterminer les *coefficients de réflexion* r et les *efficacités g des sources* des deux transducteurs qui satisfont au mieux les spécifications.

Les transducteurs sont décrits par des matrices de fonctions analytiques dites matrices mixtes qui relient les ondes entrantes et le courant électrique aux ondes sortantes et à la tension sur le transducteur. Les propriétés physiques de réciprocity et conservation de l'énergie confèrent à ces matrices une riche structure mathématique qui autorise une approche par approximation dans le domaine complexe (voir section 7.1) selon les grandes lignes suivantes :

- décrire l'ensemble \mathcal{E} des fonctions de transfert électrique que l'on peut obtenir en couplant deux transducteurs,
- poser le problème de synthèse comme *un problème d'approximation rationnelle* dans un espace vectoriel normé de fonctions analytiques :

$$\min_{E \in \mathcal{E}} \|D - E\|,$$

où D est la fonction de transfert électrique désirée.

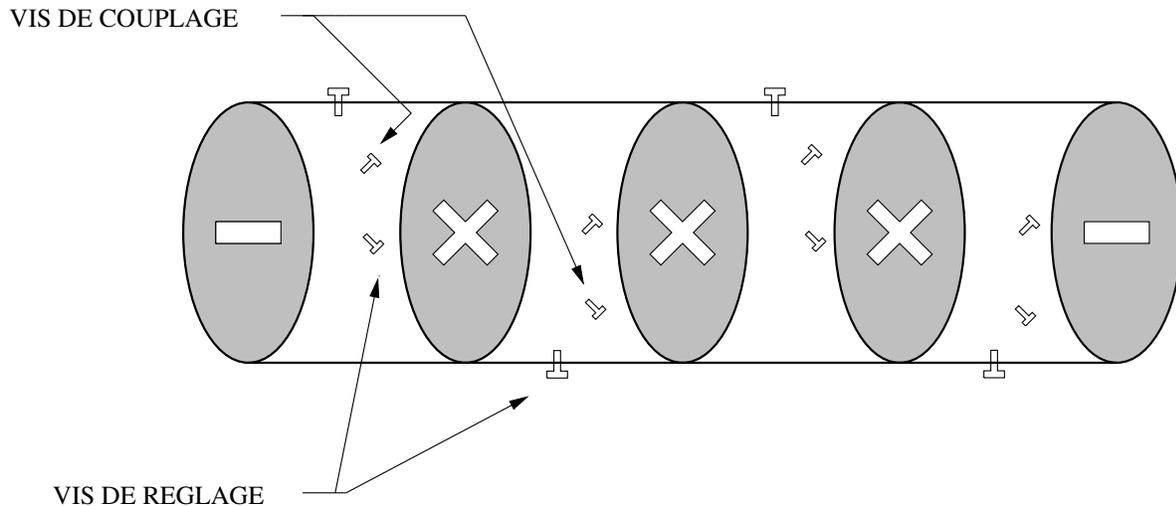
- utiliser le logiciel hyperion développé au sein du projet afin de résoudre ce type de problèmes d'approximation (voir section 5.1),

L'étude qui a démarré en collaboration avec la société Thomson Microsonics (voir section 7.2) est pour l'instant centrée sur la compréhension de la structure des modèles, qui constitue le premier des items ci-dessus. L'analyse de Schur matricielle y joue un rôle important.

4.2.2 Identification de filtres hyperfréquences

Participants : Laurent Baratchart, Stéphane Bila, José Grimm, Juliette Leblond, Jean-Paul Marmorat [CMA-EMP], Fabien Seyfert.

Dans le domaine des télécommunications spatiales (transmission par satellite et multiplexage), les contraintes spécifiques aux matériels embarqués conduisent à réaliser des filtres à cavités résonnantes bimodes dans le domaine des hyperfréquences. Ces filtres sont constitués d'une succession de corps creux cylindriques reliés (couplés magnétiquement) entre eux par des iris. L'onde électromagnétique qui traverse ces cavités satisfait aux équations de Maxwell, ce qui force par exemple le champ électrique tangent à la cavité à être nul. Une étude un

FIG. 3 – *Filtre à cavités bimodes.*

peu approfondie montre qu'alors seul un ensemble discret de vecteurs d'ondes est ainsi sélectionné. Dans la plage de fréquences d'utilisation du filtre, le champ électrique dans chacune des cavités peut être vu comme se décomposant selon deux modes orthogonaux dans le plan perpendiculaires à l'axe des cavités (les autres modes sont assez éloignés en fréquence pour ne pas intervenir). Chacune des cavités est munie de trois vis (fig. 3) : les vis horizontales et verticales permettent, en perturbant la géométrie de la cavité, d'ajuster les fréquences de chacun des deux modes. La dernière vis permet, elle, d'ajuster le couplage des deux modes entre eux. Enfin, les iris réalisent un couplage entre modes de cavités adjacentes. Lors de la synthèse du filtre, la géométrie des iris est déterminée et respectée autant que possible à l'usinage. Par contre, après assemblage du filtre, les techniciens ajustent l'enfoncement des différentes vis pour obtenir la réponse désirée. Pour fixer les idées, un problème spécifique posé par le CNES (centre de Toulouse) concerne le réglage d'un filtre passe-bande à huit cavités aux alentours de 11Ghz.

Autour des fréquences de résonance, une bonne approximation des équations de Maxwell est donnée par la solution d'une équation différentielle du second ordre. On aboutit ainsi à un modèle électrique modélisant notre filtre comme une suite de circuits résonnants couplés entre eux électriquement, et chacune des cavités sera modélisée par deux circuits (un par mode), dont la fréquence de résonance représentera la fréquence du mode et dont la résistance modélisera les pertes par courant de surface.

Le filtre peut être vu comme un quadripôle à deux accès lorsque l'on charge une des extrémités par une résistance et qu'on alimente l'autre. On s'intéresse alors au transfert de puissance ainsi qu'à la puissance réfléchie qui définissent sa matrice de répartition S , qui peut être considérée comme la matrice de transfert d'un système dynamique, linéaire, causal, et stable à deux entrées et deux sorties. Ses termes diagonaux $S_{1,1}$, $S_{2,2}$ correspondent à la réflexion, alors que $S_{1,2}$, $S_{2,1}$ correspondent à la transmission de puissance. Ce sont ces fonctions que l'on sait mesurer expérimentalement sur une bande de fréquences de l'axe imaginaire. Pour

un modèle parfait, le filtre est rationnel d'ordre 16, et faire le lien entre les $S_{i,j}$ mesurés et les composants de l'équivalent électrique du filtre apparaît comme l'étape-clé du réglage car elle permet de savoir dans quel sens on doit modifier l'enfoncement des vis pour améliorer la réponse. Par ailleurs, ceci est également très utile lors de la synthèse pour analyser les simulations effectuées par intégration numérique des équations de Maxwell et valider le choix du dimensionnement, des composants, en particulier par l'absence de modes parasites. C'est un outil d'identification procurant un tel lien que l'on réalise ici.

En réalité, on ne raisonne pas sur l'analogie électrique lui-même mais sur son équivalent passe-bas, obtenu par linéarisation autour de la fréquence centrale, et qui est de degré deux fois moindre, c'est-à-dire 8, mais dont les paramètres sont complexes.

Nous pouvons résumer la stratégie d'identification comme suit :

- mesure physique de la matrice de répartition du filtre autour de la fréquence de fonctionnement de ce dernier. Ces données nous sont fournies par le CNES sous forme, typiquement, de 800 points mesurés à l'aide d'un vobuloscope sur deux fois la largeur de bande passante, laquelle est de 80Mhz ;
- résolution de problèmes extrémaux bornés en norme H^2 pour les transmissions qui sont nulles à l'infini et en norme de Sobolev pour les réflexions qui sont voisines de 1 à l'infini cf. 3.1.1. Ceci fournit une matrice de répartition de dimension infinie (numériquement de dimension grande) ;
- approximation rationnelle à degré de McMillan fixé (8 en l'occurrence) de cette matrice de répartition en utilisant le logiciel hyperion cf. 3.1.4 et 5.1 ;
- réalisation du transfert ainsi obtenu sous forme d'état, en imposant à la réalisation de vérifier certaines symétries issues de la physique ;
- remontée aux paramètres passe-bas du filtre en cherchant un changement de base qui minimise les couplages non physiques entre cavités. Ceci s'effectue en conjuguant des méthodes de résolution algébriques par intervalles avec des algorithmes de continuation sur le groupe des matrices orthogonales complexes, les changements de base étant de ce type vu les symétries du problème.

L'approximation obtenue *in fine* est remarquable, ce qui peut être interprété comme la validation de la linéarité du système : l'erreur L^2 aux données ponctuelles est d'environ un pour mille. Ceci est illustré ici par un diagramme de Nyquist en réflexion (fig. 4). Les couplages non physiques sont quant à eux inférieurs à 10^{-2} .

Les considérations précédentes sont valables pour de larges classes de filtres. Ces développements ont permis également la synthèse de filtres dissymétriques, utiles notamment pour les répéteurs, selon une géométrie originale.

Le projet étend aujourd'hui ses investigations au problème de la synthèse d'un multiplexeur de sortie (OMUX) qui intègre plusieurs filtres du type précédent en les couplant sur un guide d'ondes. Il s'agit alors d'établir un modèle de comportement global qui prenne en compte :

- chaque canal, et à l'intérieur de celui-ci le couplage entre le filtre et le « té » qui le connecte au guide commun,

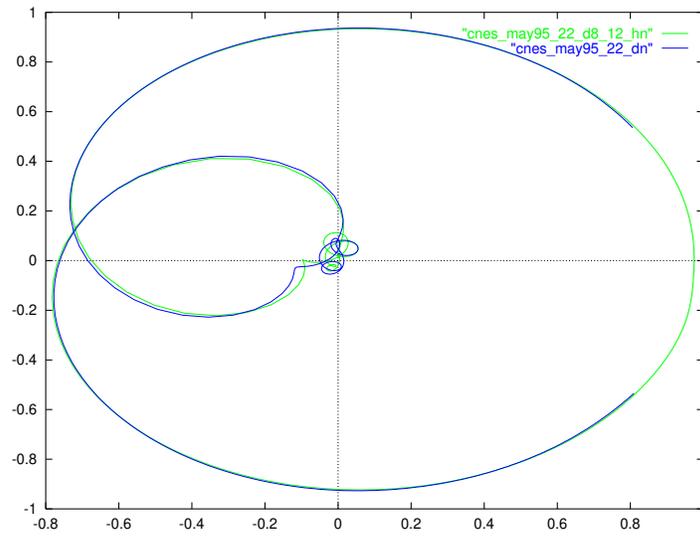


FIG. 4 – Nyquist - Approximation rationnelle (degré de McMillan 8) et données - S22

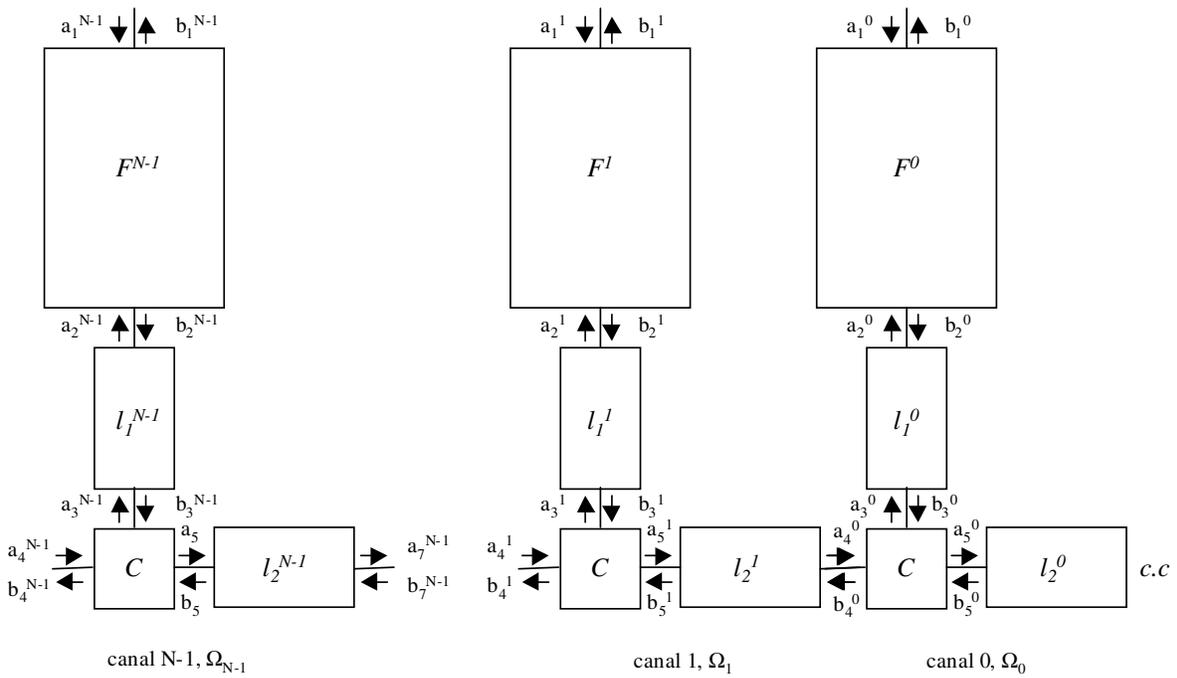


FIG. 5 – N filtres sur un multiplexeur.

- le couplage entre canaux successifs.

Ce modèle, qui procède en chaînant les matrices de transfert associées aux matrices de répartition, vient d'être validé, son intérêt venant de ce que les interventions des différents paramètres de réglage disponibles (longueurs de canaux et filtres) y sont assez bien découplées. En particulier, le réglage de chaque filtre devrait pouvoir s'effectuer comme dans le cas d'un filtre isolé, décrit ci-dessus. Ceci permet d'envisager une procédure de réglage en plusieurs étapes, d'abord relaxée (canal à canal) puis globale.

4.3 Stabilisation

Participants : Ludovic Faubourg, Pascal Morin [projet ICARE], Jean-Baptiste Pomet, Claude Samson [Projet ICARE].

Mots clés : mécanique, robotique, robotique mobile, satellite, génie des procédés.

Les systèmes pour lesquels il n'existe pas de commande stabilisante continue stationnaire, et auxquels les travaux sur la commande périodique évoqués en 3.2.1 s'appliquent naturellement, sont essentiellement des systèmes mécaniques. À l'origine de la théorie se trouve la stabilisation de systèmes comprenant des liaisons non-holonômes intervenant en robotique mobile : nos travaux, communs avec le projet ICARE, permettent la stabilisation d'une configuration « immobile » par retour d'état continu. De gros efforts ont été fournis pour améliorer leurs performances et restent à faire concernant leur robustesse à des erreurs de modèle. Ces applications s'inscrivent dans un vaste programme expérimental en robotique mobile mené par le projet ICARE, pour lequel nous renvoyons au rapport d'activité de ce projet. Certains systèmes mécaniques sous-actionnés, par exemple un satellite en mode dégradé, fournissent d'autres applications potentielles.

Au plan général, la stabilisation concerne évidemment bien d'autres systèmes. Par exemple, un grand nombre de procédés chimiques ont leur meilleur rendement autour de points de fonctionnement instables, qui relèvent de méthodes non-linéaires pour leur stabilisation.

4.4 Transformations et équivalence des systèmes non-linéaires

Participants : Laurent Baratchart, Jean-Baptiste Pomet.

Mots clés : planification de trajectoires, robotique mobile, identification.

Les travaux présentés en 3.2.2 se situent assez en amont de la chaîne des applications. Cependant, au-delà du fait que décider si un système donné est linéaire modulo un compensateur adéquat est clairement utile conceptuellement, soulignons que l'utilisation des « sorties plates » pour la planification de trajectoires revêt un grand intérêt, voir par exemple la Conférence Européenne d'Automatique^[MMR97]. De plus, comme indiqué en 3.2, une meilleure compréhension des invariants des systèmes non-linéaires conduirait à des progrès considérables en identification.

[MMR97] P. MARTIN, R. M. MURRAY, P. ROUCHON, « Flat Systems », *in: European Control Conference, Plenary Lectures and Mini-Courses*, G. Bastin, M. Gevers (éditeurs), p. 211–264, 1997.

5 Logiciels

5.1 Le logiciel hyperion

Participants : José Grimm [correspondant], Fabien Seyfert, Franck Wielonsky.

Le logiciel hyperion est un logiciel d'identification de fonctions de transfert multivariées, linéaires, stables et rationnelles, à partir de mesures fréquentielles partielles. Pour plus de détails, voir le rapport d'activité de l'année 1997, et les références [30], [2]. Ce logiciel est actuellement utilisé par le CNES et l'IRCOM (voir section 7.1). Notons que le CNES a acheté le droit d'utiliser le logiciel hyperion, et que l'IRCOM l'utilise aussi pour la synthèse de filtres diélectriques [BBB⁺99]. Le logiciel hyperion a été déposé à l'APP cette année.

Pour identifier une fonction F , on procède dans une première phase à sa « complétion analytique ». Dans cette phase, on essaie également d'identifier les retards éventuels et la valeur à l'infini. Ensuite, on utilise la décomposition de Douglas-Shapiro-Shields $F = Q^{-1}C$, et l'on minimise une fonction $\psi(Q)$, où Q est une matrice intérieure de degré de McMillan donné. La fonction $\psi(Q)$, ainsi que ses dérivées première et seconde, sont calculées par application des techniques de différentiation automatique développées dans l'ex-projet SAFIR. Dans le cas scalaire, nous avons développé une version où la distance entre F et $Q^{-1}C$ n'est pas la distance L^2 usuelle, mais une distance pondérée.

Nous avons également ajouté une extension au logiciel hyperion, qui utilise des propriétés physiques et géométriques particulières des filtres hyperfréquence, pour obtenir toutes les réalisations de la fonction de transfert dans laquelle se lisent les paramètres physiques du filtre. Cette extension est développée en commun avec le CNES et le CMA de l'École des Mines à Sophia Antipolis.

6 Résultats nouveaux

6.1 Participation à la création du rapport d'activité

Participant : José Grimm.

Les annexes scientifiques du rapport d'activité 1999 ont été collectées et mises au point par les correspondants locaux dans les unités de recherche. Les pages HTML et l'indexation en texte intégral ont été réalisées par Laurent Pierron (SEDRE) et Marie-Pierre Durollet (SICS). Les outils informatiques nécessaires à la réalisation ont été écrits par José Grimm et Laurent Pierron. Jean-Claude Le Moal (SICS) a assuré la coordination de l'ensemble.

6.2 Problèmes extrémaux avec contrainte sur la partie imaginaire

Participants : Juliette Leblond, Birgit Jacob [université de Leeds (Royaume Uni)],

[BBB⁺99] L. BARATCHART, S. BILA, D. BAILLARGEAT, M. AUBOURG, S. VERDEYME, P. GUILLON, J. GRIMM, S. GENDRAUD, C. ZANCHI, J. SOMBRIN, « Méthode d'optimisation électromagnétique pour la conception automatique de filtres hyperfréquences », in : *11èmes journées Nationales Micro-ondes*, Arcachon, 1999.

Jonathan Partington.

Nous avons abordé le problème extrémal suivant, apparenté au problème (P) de la section 3.1.1 dans le contexte hilbertien et analytique $p = 2$ et $N = 0$, mais où la contrainte sur le comportement de l'approximant porte cette fois sur sa partie imaginaire :

Soient $f \in L^2(K)$, $\psi \in L^2(T \setminus K)$ et $M > 0$; on cherche une fonction $g \in H^2$ telle que $\|\text{Im}g - \psi\|_{L^2(T \setminus K)} \leq M$ et telle que $g - f$ soit de norme minimale dans $L^2(K)$.

L'existence et l'unicité de la solution sont établies dans [JLP00] ainsi que les bases d'une procédure de résolution constructive de ce problème. Notons qu'à l'opérateur de Toeplitz qui permet de caractériser la solution de (P) dans le cas $p = 2$ et $N = 0$ s'ajoute ici un opérateur de Hankel. Ce type de contrainte semble particulièrement bien adapté pour les applications aux problèmes inverses du Laplacien, voir section 4.1, dans lesquelles on ne peut pas toujours disposer de la connaissance effective de la partie réelle de la solution sur toute la frontière (mesures de la température localisées, par exemple).

6.3 Estimations asymptotiques pour l'interpolation et l'approximation dans H^2

Participants : Laurent Baratchart, Juliette Leblond, Jonathan Partington.

Dans le cas hilbertien $p = 2$, la solution du problème (P) de la section 3.1.1 pour une contrainte M constante s'obtient par le biais d'un opérateur de Toeplitz et d'un paramètre λ de type Lagrange (qui rend implicite sa dépendance en M). Lorsque λ s'approche de -1 , l'erreur d'approximation sur K tend vers 0 et la contrainte M sur $T \setminus K$ vers l'infini, en général [5]. En approfondissant un peu les techniques de diagonalisation des opérateurs de Toeplitz introduites par Rosenblum et Rovnyak, nous avons obtenu cette année des estimées asymptotiques exactes du comportement de M en fonction de l'erreur, ceci dans des classes de Sobolev sur K et également pour des données qui sont traces de polynômes trigonométriques [BLP00]. Ces résultats indiquent que l'erreur décroît plus vite, lorsque M croît, si les données ont une extension holomorphe sur un voisinage du cercle unité, et plaident en faveur d'une interpolation des données ponctuelles initiales par des splines, qui ne sont pas holomorphes, afin de mieux détecter les défauts d'analyticité.

6.4 Approximation rationnelle et méromorphe

Participants : Laurent Baratchart, Andrea Gombani, Edward Saff, Fabien Seyfert, Herbert Stahl, Franck Wielonsky.

Lorsque la fonction à approximer est une fonction de Markov, c'est-à-dire la transformée de Cauchy d'une mesure positive dont le support est porté par l'axe réel, il a été démontré voici quelque temps déjà que si le support de la mesure qui la définit est inclus dans $] -1, 1[$ et

[JLP00] B. JACOB, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, «Best approximation in Hardy classes with constrained imaginary part», en préparation, 2000.

[BLP00] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, «Approximation and interpolation in H^2 : Toeplitz operators, recovery problems and error bounds», en préparation, 2000.

si cette mesure satisfait la condition de Szegő, il y a un unique point critique (donc un unique meilleur approximant local) en approximation rationnelle de type $(n-1, n)$ dans H^2 pour un ordre d'approximation assez grand^[BSWre] ; il est également établi que l'on ne peut se passer de la condition de Szegő en général^[BSW99]. Des estimées asymptotiques précises de l'erreur ont à présent été obtenues dans ce cadre^[BSW00], ainsi qu'une description du comportement limite des pôles des approximants (la mesure de probabilité ayant une masse égale en chaque pôle converge vers la mesure d'équilibre du condensateur formé de T et du support de la mesure) qui ont fait l'objet d'une communication lors d'un congrès [22]. Ces résultats ont été généralisés au cas de l'approximation méromorphe de telles fonctions de Markov, en norme L^p pour $1 < p \leq \infty$, et ont fait l'objet d'une soumission d'article^[BPS00].

Le cas d'une fonction qui n'est pas nécessairement de Markov, mais qui est définie comme l'intégrale de Cauchy d'une mesure non nécessairement positive sur un contour non-nécessairement réel, est assez général parce qu'il recouvre *grosso modo* celui des singularités de dimension 1. En approximation rationnelle comme en approximation méromorphe, les points critiques sont alors définis par des relations d'orthogonalité non hermitiennes (qui deviennent des vraies relations d'orthogonalité dans le cas de fonctions de Markov), lesquelles peuvent encore être utilisées pour étudier le comportement asymptotique des pôles des approximants. Ceci est la base méthodologique de l'approche développée au sein du projet pour les problèmes inverses du Laplacien, voir section 4.1, section 3.1.3, et section 6.8.

Par ailleurs, un autre résultat d'unicité a été obtenu cette année, qui concerne pour l'instant les fonction rationnelles, et le problème d'approximation en degré immédiatement inférieur à celui de la fraction dans H^2 . Il s'appuie sur la généralisation de la théorie *AAK* aux espaces L^p pour $2 \leq p \leq \infty$, et conclut à l'unicité dès lors qu'une suite finie de points critiques, d'ordre inférieur à celui que l'on considère, exhibe une décroissance géométrique suffisamment rapide de l'erreur^[BS00]. Ce résultat est remarquable à deux titres : tout d'abord il ne nécessite pas d'estimation ponctuelle des erreurs, et ensuite il n'est pas de nature asymptotique. De plus, la classe des fonctions rationnelles est essentiellement générale par densité, et le résultat s'étendrait sans difficulté au cas de fonctions méromorphes dans L^p . Ce qu'il sera important d'obtenir, en revanche, est une généralisation au cas d'une réduction d'ordre arbitraire, ce qui semble à portée vu les techniques de preuve. Tel qu'il est, ce résultat est néanmoins le premier qui garantisse que l'on a effectivement obtenu un meilleur approximant au vu de la suite des erreurs réalisées aux différents ordres d'approximation. En outre, les techniques d'indépendance des vecteurs singuliers de l'opérateur de Hankel sous-jacent, qui sont en jeu ici et s'inspirent de l'orthogonalité qui prévaut dans le cas Hilbertien où $p = \infty$ de sorte que

-
- [BSWre] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, « Asymptotic uniqueness of best rational approximants of given degree to Markov functions in L^2 of the circle », *Constructive Approximation*, à paraître.
 - [BSW99] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, « Non-uniqueness of rational best approximants », *J. Comp. and Appl. Math.* 105, 1999, p. 141–154.
 - [BSW00] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, « Asymptotic error estimates for L^2 rational best approximants to Markov functions », soumis au Journal of Approximation Theory, 2000.
 - [BPS00] L. BARATCHART, V. PROKHOROV, E. SAFF, « Best meromorphic approximation to Markov functions », soumis à Foundations of Constructive Mathematics, 2000.
 - [BS00] L. BARATCHART, F. SEYFERT, « An L^p analog to AAK theory », accepté pour publication dans Journal of Functional Analysis, 2000.

l'opérateur envoie H^2 dans lui-même, ouvrent des perspectives algorithmiques nouvelles pour accélérer et systématiser la recherche des points critiques.

6.5 Paramètres de Schur et réalisations équilibrées.

Participants : Bernard Hanzon [Univ. Libre (VU) d'Amsterdam], Martine Olivi, Ralf Peeters [Univ. de Maastricht], Jean-Paul Marmorat [CMA-EMP].

La question du paramétrage des matrices intérieures (matrices de fonctions analytiques dans le disque unité, unitaires sur le cercle) de degré de McMillan donné est un point essentiel pour l'approximation rationnelle. Deux approches ont été développées à ce jour : une, en terme de formes canoniques élaborées à partir de réalisations, l'autre à partir d'une version matricielle de l'algorithme de Schur (dit tangentiel). Cette dernière, développée dans le projet, a permis la construction d'un atlas de cartes facilement utilisable pour les besoins de l'approximation rationnelle [9]. L'obtention de réalisations demeure néanmoins primordiale dans les applications et s'avère être parfois un passage obligé pour retrouver les paramètres physiques, voir section 4.2.2. Dans ce cas, la forme de la réalisation est imposée par la géométrie du problème (voir section 6.7).

Depuis quelque temps, nos efforts portent sur les liens entre les paramétrages dits de Schur et ceux obtenus à partir de réalisations par le biais de formes canoniques. Dans le cas scalaire, une forme canonique existe, qui peut être décrite par les paramètres de Schur^[BH00]. Cette forme canonique s'obtient récursivement à l'aide de multiplications par des matrices unitaires. Ces résultats ont déjà été généralisés au cas multivariable^[PHO99]. Plus précisément, rappelons que l'algorithme de Schur tangentiel consiste en une succession de transformations linéaires fractionnelles (agissant sur des matrices intérieures) :

$$G \rightarrow F = (\Theta_1 - G\Theta_3)^{-1}(G\Theta_4 - \Theta_2), \quad \Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 \\ \Theta_3 & \Theta_4 \end{pmatrix},$$

où Θ est une matrice de fonctions rationnelles telle que F soit à nouveau intérieure et de degré égal à celui de G moins 1. Pour cela, on peut construire la matrice Θ à partir d'une condition d'interpolation

$$G(w)^*u = v,$$

où w est un complexe de module inférieur à 1, u un vecteur unitaire et v un vecteur (paramètre de Schur) tel que $\|v\| < 1$ (G étant intérieure, étant donné w on peut trouver u satisfaisant cette condition). La matrice Θ est donnée par

$$\Theta(z) = \left(I - \frac{1 - \frac{z-w}{1-\bar{w}z}}{1 - \|v\|^2} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^* J \right) H,$$

-
- [BH00] R. P. B. HANZON, « Balanced Parametrizations of Stable SISO All-Pass Systems in Discrete-Time », *Math. of Control, Signals & Systems (MCSS)* 13, 2000, p. 240–276.
- [PHO99] R. PEETERS, B. HANZON, M. OLIVI, « Balanced parametrizations of discrete-time all-pass systems and the tangential Schur algorithm », *in: Proc. of the European Control Conference (cd-rom)*, Karlsruhe (Allemagne), septembre 1999.

où H est une matrice constante satisfaisant $HJH^* = J$ et $J = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$. Lorsque la matrice Θ est correctement choisie (pour un certain H dépendant de w , u et v), la transformation inverse :

$$G = (\Theta_1 F + \Theta_2)(\Theta_3 F + \Theta_4)^{-1}, \quad (3)$$

s'exprime en terme de réalisations de la façon suivante : soit (A, B, C, D) une réalisation de F^{-1} , une réalisation $(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D})$ de G^{-1} est alors donnée par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{D} & \tilde{C} \\ \tilde{B} & \tilde{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & D & C \\ 0 & B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^* & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

où U et V sont des matrices unitaires qui s'expriment en fonction de w , u et v . Cela permet d'obtenir des réalisations équilibrées et un atlas de formes canoniques directement en termes de paramètres de Schur. Lorsque H n'est pas de la forme voulue, la transformation (3) s'interprète encore en termes de réalisations, mais (4) doit être remplacée par une transformation linéaire fractionnelle sur les réalisations.

Cette étude s'est poursuivie cette année dans le cadre d'une action intégrée de coopération avec les universités d'Amsterdam et de Maastricht (voir section 8.3). De nouveaux résultats ont été obtenus et présentés au MTNS 2000 [29, 26]. Par ailleurs les résultats obtenus dans [PHO99] et notamment la formule (4) ont été implémentés dans un programme écrit en *Matlab* et dédié à l'approximation rationnelle matricielle (voir section 3.1.4). Ce programme propose la représentation interne comme alternative à la représentation polynomiale des systèmes utilisée jusqu'alors et permet de calculer un meilleur approximant local directement en terme de réalisations à partir des paramètres de Schur. Cette représentation a l'avantage de posséder une très bonne stabilité numérique en degré donné, et il reste à mettre au point la transition entre deux ordres afin de choisir des conditions initiales qui soient des *minima* d'ordre inférieur comme cela est fait avec succès dans l'algorithme fondé sur l'analyse de Schur. La formule (4) devrait être prochainement intégrée au logiciel *hyperion* 5.1 et utilisée pour la détermination des paramètres de couplage (section 6.7) dans le cadre du contrat CNES 7.1.

6.6 Nouveaux développements du logiciel *hyperion*

Participants : José Grimm, Franck Wielonsky.

Le logiciel *hyperion* consiste en une bibliothèque d'algorithmes dédiés à l'identification de fonctions de transfert, un interprète de commandes de type Lisp et, par dessus, un interprète de commandes de type Maple.

Ce logiciel, écrit initialement en C, a été traduit en C++ l'année dernière. Nous avons achevé la traduction, en nous fondant sur la programmation orientée objet : ajout de méthodes virtuelles pour tous les objets visibles par l'interprète, création de foncteurs pour interfacer

[PHO99] R. PEETERS, B. HANZON, M. OLIVI, «Balanced parametrizations of discrete-time all-pass systems and the tangential Schur algorithm», in: *Proc. of the European Control Conference (cd-rom)*, Karlsruhe (Allemagne), septembre 1999.

les optimiseurs avec les algorithmes de calcul de gradients (approximation rationnelle scalaire, matricielle ou résidus réels), introduction d'un automate à état fini pour résoudre le problème générique de la complétion H^2 (voir section 3.1.1).

Rappelons que le problème à résoudre est : étant donné un arc K du cercle unité, J son complémentaire, ψ une fonction de référence, f la mesure, M un nombre positif, trouver une fonction g dans H^2 qui approche au mieux f sur K , et telle que $g - \psi$ soit de norme au plus M sur J .

Cependant, la fonction mesurée F est dans l'espace H^2 du demi-plan et non du disque. Il faut d'abord effectuer une transformation qui préserve le degré de McMillan (pour pouvoir ensuite appliquer l'algorithme d'approximation rationnelle), et éventuellement une autre transformation qui divise le degré par deux (quitte à passer d'un système réel à un système complexe). Dans le cas des filtres du CNES, où la bande est étroite, une simple approximation linéaire suffit. Dans un cas plus général, cette deuxième transformation peut être plus compliquée, et est donnée par l'utilisateur.

Dans la version précédente de hyperion, la fonction de référence ψ était choisie nulle (avec une fonction ψ dans H^2 , le problème se ramène trivialement au cas $\psi = 0$ par une simple soustraction). Dans la nouvelle version, la fonction ψ est maintenant donnée par ses valeurs ponctuelles sur l'arc de cercle J . Il est également possible de définir ψ dans le cas des systèmes en temps continu, mais cela pose des problèmes pour la transformation passe-bande passe-bas, car l'hypothèse $\omega \approx \omega_0$ (pulsation de référence) n'est évidemment plus satisfaite en dehors de la bande passante.

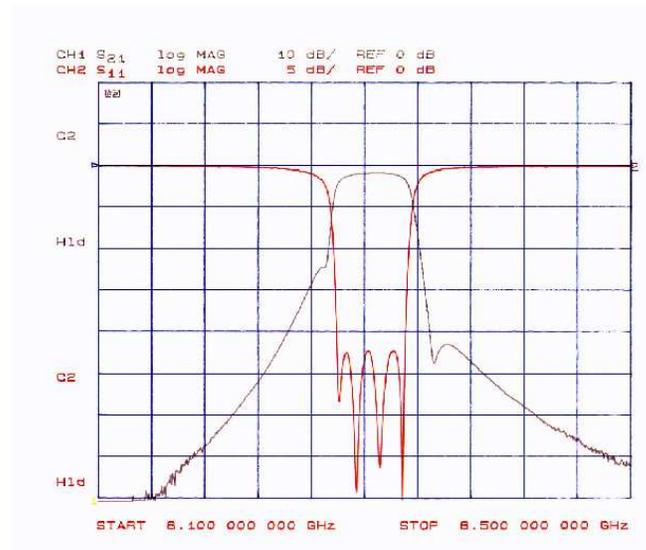
Nous avons également implémenté un nouvel algorithme d'approximation rationnelle d'intérêt particulier en relation avec les problèmes inverses du Laplacien : étant donné une fonction f , trouver p et q tels que $f - p/q$ soit de norme minimale et p/q soit à résidus réels (voir section 4.1). Cette condition dit que $p/q = \sum \lambda_i / (z - \xi_i)$ avec λ_i réels. Elle suppose évidemment que les ξ_i , les racines de q , sont distinctes. L'algorithme d'optimisation consiste à trouver une suite p_k/q_k qui converge vers un minimum. L'une des difficultés de l'implémentation actuelle est que les pôles de q_k ont une nette tendance à se rapprocher avant de s'écarter plus tard ; lorsque les pôles sont trop proches, la précision numérique peut devenir insuffisante, et l'algorithme peut ainsi échouer. Il est donc nécessaire de paramétrer les fractions à résidus réels autrement qu'en utilisant les pôles comme coordonnées. Ce problème, apparemment non rationnel mais algébrique de degré 2 au moins, est actuellement à l'étude.

6.7 Identification de coefficients de couplage dans des filtres hyperfréquence

Participants : Laurent Baratchart, Stéphane Bila, Jean-Paul Marmorat [CMA-EMP].

Le travail commencé en 1999 sur le réglage des filtres d'ordre 6 a été poursuivi cette année.

La caractérisation complète des changements de base faisant passer d'une forme en flèche à une forme physique des réalisations internes d'une même fonction de répartition nous permet d'écrire la paramétrisation de ces changements de base au moyen d'un système d'équations algébriques et trigonométriques. À une forme flèche donnée correspondent plusieurs réalisations —en nombre fini— ayant la structure physique désirée. Le nombre maximum de solutions est

FIG. 6 – *Filtre 6 pôles*

évaluable par calcul formel.

Sur le plan pratique, nous avons limité l'utilisation de la procédure de résolution approchée du changement de base par minimisation d'un critère d'erreur, qui n'aboutissait qu'à une seule solution dépendant du point de départ, pour ne plus l'utiliser qu'en fin de détermination pour ajuster la matrice mesurée au mieux, compte tenu de ce qu'elle n'est pas tout à fait sous forme idéale. Nous effectuons plutôt maintenant une recherche exhaustive des racines du système d'équations caractérisant les changements de base². Cette nouvelle procédure utilise la bibliothèque de calcul ALIAS du projet SAGA. Cette bibliothèque réalise une arithmétique d'intervalles et fournit des solveurs qui permettent la recherche de toutes les solutions réelles d'un système d'équations algébriques ou trigonométriques contenues dans un pavé.

Une procédure complète de réglage de filtre a tourné pendant quelques mois entre le CNES et l'INRIA, utilisant à la fois hyperion pour identifier les réponses de filtres après réglage et le nouveau programme de réalisation interne.

Parmi toutes les réalisations internes exhibées, une seule doit être retenue pratiquement. Cette solution particulière est suivie par continuité d'une itération à l'autre. Certaines difficultés rencontrées dans ce suivi nous obligent à rechercher une meilleure compréhension théorique de la structure géométrique du problème. Numériquement, nous pensons explorer de façon très systématique les divers chemins physiques correspondant à un même chemin de variation de la forme flèche.

Finalement, un filtre à 6 pôles a été réglé de façon satisfaisante.

2. Pour le moment sur la forme idéale réelle de la matrice de dynamique —*imaginaire pure en fait*— mais la même démarche autorise à traiter le cas général complexe à un coût de calcul plus élevé.

6.8 Comportement asymptotique de pôles

Participants : Laurent Baratchart, Reinhold Küstner, Frédéric Mandréa, Edward Saff, Herbert Stahl, Vilmos Totik [univ. Szeged et Acad. des Sciences, Hongrie].

Le point de départ est ici que les dénominateurs des meilleurs approximations rationnelles ou méromorphes sur une courbe fermée, disons le cercle unité T pour fixer les idées, sont déterminés par une relation d'orthogonalité qui, lorsque la fonction à approximer se présente comme la somme d'une fonction analytique dans le disque unité D et d'une intégrale de Cauchy sur une courbe γ (lieu des singularités) contenue dans D , permet d'interpréter les dénominateurs comme des polynômes orthogonaux non hermitiens pour une certaine mesure complexe. Lorsque γ est contenue dans l'axe réel, il est établi depuis deux ans que les pôles des meilleurs approximations rationnelles dans $L^2(T)$ convergent vers le segment minimal de l'axe réel contenant le support de la mesure, dès lors que celle-ci est quelque peu régulière. Les conditions sous lesquelles il est établi que ceci a lieu ont été considérablement relâchées cette année : on demande que l'argument de la mesure soit à variation bornée, mais on peut autoriser une infinité d'intervalles sur le support et ils peuvent même toucher asymptotiquement le cercle T pourvu que la densité de la mesure près du cercle soit assez faible. Par transformation conforme, ceci contient le cas où γ est un arc géodésique et, partant, celui de fonctions algébriques avec deux points de branchement ; on a ainsi analysé de manière assez précise le comportement des pôles en identification de filtres fractionnaires lorsqu'on pratique l'estimation au minimum de variance [17], ce qui est significatif compte tenu de l'absence de résultats disponibles jusqu'ici lorsque le « vrai système » n'appartient pas à la classe de modèles.

De plus, la distribution asymptotique des pôles, si γ ne touche pas T , est alors la distribution d'équilibre du condensateur (T, C) où C est l'arc géodésique joignant les points de branchement^[BKMT00]. Les résultats s'étendent à l'approximation L^p pour $2 \leq p \leq \infty$ ^[BS00], ce qui est important puisque le cas $p = \infty$ se calcule aisément par la théorie AAK classique.

On a aussi étudié de manière relativement approfondie les conditions sous lesquelles un intégrale de Cauchy sur un arc γ figurant la fissure, pouvait se déformer en une intégrale sur un arc géodésique joignant les extrémités. À chaque fois que cela est possible, il résultera des résultats précédents que les pôles des meilleurs approximations rationnelles ou méromorphes de la « solution complexe » du Laplacien sur le domaine fissuré convergeront, non vers la fissure, mais vers l'arc géodésique joignant ses extrémités, avec une densité plus marquée vers ces extrémités (puisque tel est le cas de la mesure d'équilibre). Ceci fournit d'ores et déjà des renseignements appréciables sur sa localisation. Des conditions géométriques sur la fissure, exprimant essentiellement que sa courbure n'est pas trop grande et supposant une certaine lissité des données à la frontière, obtenues en utilisant le fait que l'image des applications conformes normalisées ne peut être trop maigre (théorème de Koebe), ont été développées dans la thèse de F. Mandréa qui est en cours d'achèvement. À cette occasion, il a été établi que le cas de fissures nettement plus générales, par exemple polynomiales, se ramène sous des

[BKMT00] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, F. MANDRÉA, V. TOTIK, « Pole distribution from orthogonality », en préparation, 2000.

[BS00] L. BARATCHART, F. SEYFERT, « An L^p analog to AAK theory », accepté pour publication dans Journal of Functional Analysis, 2000.

conditions de régularité convenables pour les données à analyser, au cas d'une fonction avec un nombre fini, mais peut-être supérieur à deux, de points de branchement.

On conjecture que, pour un nombre fini de points de branchement, la distribution asymptotique des pôles est la distribution d'équilibre sur le continuum \mathcal{M} contenant ces points qui minimise la capacité du condensateur (T, \mathcal{M}) , voir section 3.1.3. Cette conjecture est au centre de la thèse de R. Küstner et mobilise pour l'instant nos énergies dans ce domaine. Si elle s'avère correcte, ce qui semble être le cas numériquement, il restera à interpréter le cas limite où le nombre de points de branchement tend vers l'infini en restant sur la courbe γ .

6.9 Fonctions de Lyapunov contrôlées

Participants : Jean-Baptiste Pomet, Ludovic Faubourg.

La publication [15] rend compte d'un travail qui permet, pour certains systèmes possédant une fonction « énergie », l'obtention explicite (par déformation) d'une fonction de Lyapunov contrôlée, et donc d'une loi de commande associée à une fonction de Lyapunov *stricte*. Il s'agit d'un résultat dans la direction du programme de recherche plus général sur les fonctions de Lyapunov contrôlées décrit en section 3.2.1.

6.10 Équivalence et linéarisation topologiques

Participants : Laurent Baratchart, Monique Chyba [US Santa Cruz (USA)], Jean-Baptiste Pomet.

Ce travail a été initié en 1999 lors du séjour post-doctoral de Monique Chyba. Le résultat principal, développé dans une publication en préparation, mais déjà présenté lors de conférences dans le cas scalaire qui est plus simple [BCP99], dit la chose suivante : si un système est équivalent à un système linéaire commandable via une transformation bicontinue (un homéomorphisme local dans l'espace état-commande), alors il est *aussi* équivalent à ce même système linéaire commandable via une transformation aussi différentiable que le système lui-même (un difféomorphisme local dans l'espace état-commande). Au passage, un certain nombre de résultats généraux sur les transformations conjuguant deux systèmes quelconques sont établis. Reste cependant ouvert le problème de savoir si le résultat (équivalence topologique implique équivalence différentiable) reste vrai si l'on ne suppose pas l'un des systèmes est linéaires.

Ce résultat négatif pose la question suivante, importante pour la modélisation de systèmes commandés, et dont l'énoncé est un peu piquant : existe-t-il des différences qualitatives locales de comportement entre un système non-linéaire et son approximation linéaire si celle-ci est commandable ? Un résultat positif eût impliqué que de telles différences n'existent pas.

[BCP99] L. BARATCHART, M. CHYBA, J.-B. POMET, « On the differentiability of feedback linearization and the Hartman-Grobman theorem for control systems », *in: 38th IEEE Conf. on Decision and Control*, p. 1617–1622, 1999.

6.11 Modélisation de biefs pour l'irrigation

Participants : Xavier Litrico, Jean-Baptiste Pomet.

Le séjour post-doctoral de Xavier Litrico, aujourd'hui Chargé de Recherche au CEMAGREF à Montpellier, a été l'occasion d'un travail [33] sur la modélisation de biefs de rivière. L'automatisation de la gestion de systèmes barrage-rivière nécessite des modèles précis du transfert de débit. Un procédé proposé pour obtenir des modèles linéaires simples de dimension finie était le suivant : linéarisation du modèle de l'onde diffusante, modèle EDP simplifié des équations de Saint-Venant, autour des régimes permanents (débit constant), puis réduction, par la méthode des moments, à un modèle linéaire d'ordre 2 à retard. Le défaut de ces modèles était bien sûr de dépendre du débit autour duquel on linéarise. On a proposé un modèle non-linéaire simple (toujours avec retard bien sûr), qui rend compte de la collection de systèmes linéaires ci-dessus. En simulation, le modèle non-linéaire proposé peut reproduire la variation non-linéaire du temps de retard avec le débit. La construction de tels modèles non-linéaires simples d'utilisation est la première étape de la conception de contrôleurs automatiques non-linéaires pour ces systèmes hydrauliques à surface libre.

Ceci pourra être l'objet d'une collaboration future avec le CEMAGREF.

6.12 Approximation des équilibres de Nash pour les Jeux dynamiques

Participants : Eitan Altman [projet MISTRAL], Alain Haurie [Université de Genève (Suisse)], Odile Pourtallier.

On a poursuivi l'étude des approximations des équilibres ou ϵ -équilibre de Nash à un rythme plus réduit cette année. On a poursuivi en particulier l'étude des approximations des équilibres dans le cadre des jeux linéaires quadratiques, en cherchant à utiliser des résultats obtenus dans le cadre des approximations dans les jeux statiques.

6.13 Application de la théorie des jeux dans les réseaux

Participants : Eitan Altman [projet MISTRAL], Odile Pourtallier, Hisao Kameda [Université de Tsukuba (Japon)].

L'ouverture récente de certains réseaux (télécommunication par exemple) à la concurrence entraîne des modifications dans l'utilisation et la conception de ceux-ci. En effet, dans le cas d'un réseau utilisé et conçu par un unique agent dans le but d'optimiser certaines performances, (délai moyen ou probabilité de perte par exemple), les problèmes d'utilisation optimale (par le choix du routage) et de la conception optimale (par le choix des liens du réseau et de leurs capacités) sont des problèmes d'optimisation.

Dans un contexte économique concurrentiel, les réseaux sont utilisés par un nombre fini d'agents qui cherchent à les utiliser au mieux de leurs intérêts individuels. Il est clair que dans ce contexte, les performances escomptées par un utilisateur dépendent non seulement de ses choix propres, mais aussi des choix de tous les autres utilisateurs du réseau. Par exemple, si on s'intéresse au délai d'acheminement de paquets de données d'une source vers une destination du réseau, ces délais dépendent de la charge totale des différents liens empruntés, ils dépendent

des choix de routage de tous les utilisateurs du réseau. Nous sommes typiquement dans un contexte de jeu à somme non nulle. L'équilibre de Nash constitue alors un comportement raisonnable des utilisateurs.

En ce qui concerne la conception du réseau, le concepteur (que l'on supposera unique), doit tenir compte du comportement des utilisateurs pour décider par exemple de l'ajout d'un lien ou de l'augmentation des capacités d'un lien.

Dans ce cadre multi-utilisateurs, on peut observer des comportements paradoxaux des réseaux. En effet, l'ajout d'un lien que l'on pourrait considérer comme une amélioration du réseau, peut conduire à la dégradation des performances de tous les utilisateurs. Ces comportements paradoxaux ont deux causes: d'une part, les équilibres de Nash peuvent ne pas être Pareto optimaux, et, d'autre part, il n'y a pas toujours de monotonie des performances des utilisateurs au point d'équilibre, ni par rapport à l'ensemble des choix possibles, ni par rapport aux critères d'évaluation.

De tels phénomènes (dits paradoxes de Braess) ont d'abord été mis en évidence (par le calcul, et par des mesures expérimentales en particulier sur des réseaux routiers) dans le cas où le nombre d'utilisateurs est infini (on parle alors d'équilibre de Wardrop). L'étude et la mise en évidence dans le cas d'un petit nombre d'utilisateurs (et donc pour les équilibre de Nash) sont plus récentes.

On a étudié un réseau constitué de plusieurs nœuds de service reliés entre eux par des liens de communication. Les utilisateurs envoient un flux de travaux à un des nœuds du réseau, et peuvent choisir de faire exécuter localement ces travaux (au nœud d'entrée dans le réseau), ou de les envoyer sur un autre nœud en utilisant les liens de communication (et en encourageant des délais supplémentaires dus au transit). On a montré que la dégradation des performances des utilisateurs avec l'augmentation des capacités des liens de communication pouvait être arbitrairement grande. On a aussi étudié le cas où deux types d'utilisateurs coexistent dans un même réseau: un petit nombre d'utilisateurs envoyant dans le réseau un flux continu de travaux (et recherchant donc un équilibre de Nash), et un nombre infini d'utilisateurs envoyant un unique travail dans le réseau (et recherchant donc un équilibre de Wardrop). Là encore, on a mis en évidence l'existence de paradoxes.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Contrat CNES-IRCOM-INRIA

Dans le cadre d'un contrat qui lie le CNES, l'IRCOM et l'INRIA, dont l'objectif est de réaliser un ensemble logiciel pour la conception de filtres hyperfréquences, le travail de l'INRIA a porté sur les points suivants :

- création d'une interface spécifique pour le logiciel hyperion, de manière à le connecter aux logiciels FILCAV du CNES et EXMD de l'IRCOM ;
- création d'une extension du logiciel hyperion, qui calcule les paramètres de couplage associés aux paramètres physique du filtre (cf. section 6.7) ;

- modification du logiciel hyperion pour la détermination des retards dûs aux instruments de mesure, sonde d'excitation, tés de connexion, etc.
- modélisation et analyse algorithmique du réglage d'un OMUX, cf. section 4.2.2.

Ce contrat s'accompagne de la mise à disposition du logiciel hyperion aux deux partenaires.

7.2 Contrat TMX (Thomson Microsonics) - INRIA

Il s'agit d'un contrat préliminaire d'étude de faisabilité portant sur un problème de synthèse de filtres à ondes acoustiques de surface (cf. section 4.2.1). Ce contrat a permis de financer une étude durant laquelle une modélisation théorique a été menée et des données expérimentales simulées par un prototype écrit en *Matlab*. La caractérisation des transferts de ces filtres fait intervenir des contraintes de symétrie et de multiplicité de zéros matriciels, et c'est sur la paramétrisation de tels zéros que se poursuivent actuellement nos efforts afin de mettre au point un modèle de référence qui pourrait être traité par approximation rationnelle.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Comités Scientifiques

L. Baratchart était membre du comité d'organisation de la conférence IWOTA'2000 (International Workshop on Operator Theory and its Applications)

O. Pourtallier est membre du bureau de l'ISDG (International Society for Dynamic Games).

8.2 Actions financées par la commission européenne

Le projet fait partie du réseau TMR (n° ERB FMRX T98 0206) *European Research Network on System Identification* (ERNSI), voir <http://www.cwi.nl/~schuppen/ernsi/ernsihp.html>.

Le projet fait partie du réseau TMR (n° ERB FMRXCT-970137) *Nonlinear Control Network*, voir <http://www.supelec.fr/lss/NCN/>. « Membre permanent » pour le projet : J.-B. Pomet.

Le projet fait partie du groupe de travail en théorie des systèmes du consortium ERCIM, voir <http://www.ladseb.pd.cnr.it/control/ercim/control.html>.

8.3 Relations bilatérales internationales

Une action intégrée de coopération avec les universités d'Amsterdam et de Maastricht est en cours. Elle porte sur les paramétrisations de Schur, les réalisations balancées, et leurs applications à la théorie des systèmes (voir section 6.5).

Une convention NSF-INRIA portant sur la collaboration avec E.B. Saff, V. Totik et E. Rachmanov du *Center for Constructive Approximation* à Tampa (USA) est en cours ; elle porte sur la théorie de l'approximation dans le domaine complexe et son utilisation en traitement du signal et en contrôle non-destructif.

Une convention bilatérale CMCU (n° 98F1403) avec l'ENIT (LAMSIN), Tunis, est en cours sur ce même sujet.

Une convention « arc en ciel » est en cours avec l'université de Beer-Sheva (Israël). Sujet : Théorie des systèmes et espaces de Hardy.

Une collaboration pilotée par le CONACYT (Mexique) (n° 26356-A) liait l'Institut Polytechnique de Mexico (Mexique), Queen's University à Kingston (Canada) et notre projet. Titre : Stabilisation de systèmes non-linéaires.

8.4 Visites de chercheurs étrangers

- Amel Ben Abda, ENIT, Tunis (Tunisie), une semaine en août.
- Slim Chaabane, université de Sfax (Tunisie), 3 semaines en octobre-novembre.
- Bernard Hanzon, université libre d'Amsterdam (Pays Bas), et Ralf Peeters, université de Maastricht (Pays Bas), deux semaines en mai-juin et octobre.
- Hisao Kameda, université de Tsukuba (Japon), dix jours en août.
- Birgit Jacob, université de Leeds (Royaume Uni), une semaine en mars.
- Mohamed Jaoua, ENIT, Tunis (Tunisie), une semaine en juillet.
- Jonathan Partington, université de Leeds (Royaume Uni), une semaine en janvier.
- Luc Moreau, université de Gand (Belgique), une semaine en novembre.
- Vilmos Totik, université de Szeged (Hongrie) une semaine en juin.
- Yuncheng You, université de Floride du sud (Tampa, USA), une semaine en juin.

9 Diffusion de résultats

9.1 Enseignement universitaire

Cours

Odile Pourtallier a enseigné un cours d'optimisation dans le DESS IMAFA de l'université de Nice. Elle assure en outre des TP d'informatique aux classes préparatoires du lycée international de Valbonne.

Encadrements de stages

- Imen Fellah, « Complétion de données dans les espaces de Hardy et problèmes inverses pour le Laplacien 2D », responsable J. Leblond (Stage dans le cadre de la convention CMCU).
- Moez Kallel, « Sur la détermination d'une fissure par des techniques d'approximation analytique et méromorphes depuis des données partielles », de juillet à septembre, responsable J. Leblond (Stage dans le cadre de la convention CMCU).

Encadrements de thèses en cours :

- Frédéric Mandréa, « Comportement asymptotique des pôles et zéros d'approximants », avec participation du CERMICS à l'encadrement.
- Ludovic Faubourg, « Fonctions de Lyapunov contrôlées et stabilisation robuste ».
- Reinhold Küstner, « Comportement asymptotique des pôles d'approximants méromorphes et polynômes orthogonaux non-hermitiens ».

9.2 Animation de la communauté scientifique

Un séminaire « Commande et Identification » dont l'assistance regroupe des chercheurs sur ce thème à l'INRIA, au CMA (École des Mines de Paris) et à l'IS (CNRS) est organisé par le projet. Contact : J.-B. Pomet.

9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

J. Grimm a participé au Workshop AD2000 (19-23 juin 2000, Nice) où il a présenté « Complexity analysis of automatic differentiation in the hyperion software ».

J. Leblond a été invitée à présenter une conférence à l'« International Workshop on Operator Theory and its Applications » (IWOTA'2000) à Bordeaux en juin.

A. Gombani, J. Leblond, F. Mandréa et M. Olivi ont participé à l'« International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems » (MTNS'2000) à Perpignan en juin. A. Gombani, J. Leblond et M. Olivi y ont organisé deux sessions invités. Sept exposés y ont été présentés.

J.-B. Pomet a présenté un exposé à la conférence « Workshop on Mathematical Control Theory and Robotics » à Trieste (Italie) en juin.

L. Baratchart, R. Küstner, M. Olivi, J.-B. Pomet et F. Limouzis ont participé au workshop ERNSI (réseau TMR, voir section 8.2) à Vadstena (Suède) en septembre. L. Baratchart y a présenté un exposé et M. Olivi un poster.

J.-B. Pomet a présenté un exposé à la conférence « Geometric Control Theory and Applications » à Mexico en septembre.

J.-B. Pomet a présenté un exposé à la conférence « IXth Oporto Meeting on Geometry, Topology and Physics » à Porto en septembre.

L. Baratchart a été orateur invité au Northern British Functional Analysis Seminar à Glasgow en novembre, ainsi qu'au Colloquium de la Dutch Royal Academy of Sciences à Amsterdam en novembre.

O. Pourtallier a participé à la 9^{ième} conférence de l'« International Symposium on Dynamic Games and Applications » (ISDG) à Adelaïde (AU) en décembre. Deux exposés ont été présentés.

L. Baratchart, A. Gombani, J. Leblond, M. Olivi et O. Pourtallier ont participé à la 39^{ième} « IEEE Conference on Decision and Control » (CDC'2000) à Sydney (Australie) en décembre. A. Gombani y a co-organisé deux sessions. Quatre exposés ont été présentés.

J. Leblond a présenté les travaux du projet à l'Université Libre de Bruxelles (VUB) en janvier et a donné un exposé au séminaire du laboratoire IPRA de l'université de Pau en avril ainsi qu'à l'ENIT (Lamsin), Tunis, en novembre.

Voir Comore pour les autres participations d'Odile Pourtallier.

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] L. BARATCHART, M. CARDELLI, M. OLIVI, «Identification and rational L^2 approximation: a gradient algorithm», *Automatica* 27, 1991, p. 413–418.
- [2] L. BARATCHART, J. GRIMM, J. LEBLOND, M. OLIVI, F. SEYFERT, F. WIELONSKY, «Identification d'un filtre hyperfréquence par approximation dans le domaine complexe», *Rapport technique n° RT-219*, Inria, 1998.
- [3] L. BARATCHART, J. LEBLOND, F. MANDRÉA, E. SAFF, «How can meromorphic approximation help to solve some 2D inverse problems for the Laplacian?», *Inverse Problems* 15, 1999, p. 79–90.
- [4] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. PARTINGTON, «Hardy approximation to L^∞ functions on subsets of the circle», *Constructive Approximation* 12, 1996, p. 423–435.
- [5] L. BARATCHART, J. LEBLOND, «Hardy approximation to L^p functions on subsets of the circle with $1 \leq p < \infty$ », *Constructive Approximation* 14, 1998, p. 41–56.
- [6] L. BARATCHART, M. OLIVI, «Critical points and error rank in best H^2 matrix rational approximation of fixed McMillan degree», *Constructive Approximation* 14, 1998, p. 273–300.
- [7] L. BARATCHART, E. B. SAFF, F. WIELONSKY, «A criterion for uniqueness of a critical point in H^2 rational approximation», *Journal d'Analyse* 70, 1996, p. 225–266.
- [8] L. BARATCHART, F. WIELONSKY, «Rational approximation in the real Hardy space H_2 and Stieltjes integrals: a uniqueness theorem», *Constructive Approximation* 9, 1993, p. 1–21.
- [9] P. FULCHERI, M. OLIVI, «Matrix rational H^2 -approximation: a gradient algorithm based on Schur analysis», *SIAM J. on Control & Optim.* 36, 1998, p. 2103–2127.
- [10] J. LEBLOND, M. OLIVI, «Weighted H^2 approximation of transfer functions», *Math. of Control, Signals & Systems (MCSS)* 11, 1998, p. 28–39.
- [11] J.-B. POMET, «Explicit Design of Time-Varying Stabilizing Control Laws for a Class of Controllable Systems without Drift», *Syst. & Control Lett.* 18, 1992, p. 147–158.
- [12] J.-B. POMET, «On Dynamic Feedback Linearization of Four-dimensional Affine Control Systems with Two Inputs», *Control, Optimization, and the Calculus of Variations (COCV)* 2, juin 1997, p. 151–230, <http://www.edpsciences.com/cocv/>.

Articles et chapitres de livre

- [13] E. ALTMAN, A. HAURIE, F. MORESINO, O. POURTALLIER, «Approximating Equilibria in Nonzero-sum Games», *International Game Theory Review* 2, 2000, p. 1–18.
- [14] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, «Problems of Adamjan-Arov-Krein type on subsets of the circle and minimal norm extensions», *Constructive Approximation* 16, 2000, p. 333–357.

- [15] L. FAUBOURG, J.-B. POMET, «Control Lyapunov functions for homogeneous "Jurdjevic-Quinn" systems», *Control, Optimization, and the Calculus of Variations (COCV)* 5, 2000, p. 293–311, <http://www.edpsciences.com/cocv/>.
- [16] A. GOMBANI, M. OLIVI, «A new parametrization of rational inner functions of fixed degree: Schur parameters and realizations», *Math. of Control, Signals & Systems (MCSS)* 13, 2000, p. 156–177.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [17] L. BARATCHART, R. KÜSTNER, «Pole behaviour in identification», *in: 39th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC)*, Sydney (Australie), décembre 2000.
- [18] L. BARATCHART, J. LEBLOND, J. R. PARTINGTON, «From H^2 approximation / interpolation to identification results for 2D Laplace inverse problems: determination of an exchange coefficient», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [19] L. BARATCHART, F. MANDRÉA, «Meromorphic approximation in Laplace's PDE problems», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [20] L. BARATCHART, M. OLIVI, A. GOMBANI, «A mathematical model for a surface acoustic wave filter», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [21] L. BARATCHART, M. OLIVI, A. GOMBANI, «Parameter determination for surface acoustic wave filters», *in: 39th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC)*, Sydney (Australie), décembre 2000.
- [22] L. BARATCHART, H. STAHL, F. WIELONSKY, «Asymptotic error estimates for L^2 rational best approximants to Markov functions», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [23] S. CHAABANE, M. JAOUA, J. LEBLOND, «Some links between 2D Laplace inverse problems and approximation in Hardy classes: constructive identification and stability properties», *in: 39th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC)*, Sydney (Australie), décembre 2000.
- [24] S. CHAABANE, M. JAOUA, J. LEBLOND, «Using approximation in Hardy spaces to identify a heat exchange coefficient», *in: CARI'2000, 5e Colloque Africain sur la Recherche en Informatique*, Madagascar, octobre 2000.
- [25] S. CHAABANE, J. LEBLOND, M. JAOUA, «From H^2 approximation / interpolation to identification results for 2D Laplace inverse problems», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [26] B. HANZON, R. PEETERS, M. OLIVI, «Schur analysis and "shuffles": On atlases of balanced all-pass systems», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.
- [27] H. KAMEDA, E. ALTMAN, O. POURTALLIER, J. LI, Y. HOSOKAWA, «Paradoxes in Performance Optimization of Distributed Systems», *in: SSRR 2000 Conference Management*, Roma (Italie), août 2000.

- [28] H. KAMEDA, E. ALTMAN, O. POURTALLIER, «Paradoxes in Performance Optimization of Distributed Systems», *in: 9th International Symposium on Dynamic Games*, Adelaïde (Australie), décembre 2000.
- [29] R. PEETERS, B. HANZON, M. OLIVI, «Balanced realizations of stable all-pass systems using linear fractional transformations and the tangential Schur algorithm», *in: Int. Symp. on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS)*, Perpignan (France), juin 2000.

Rapports de recherche et publications internes

- [30] J. GRIMM, «Rational approximation of transfer functions in the hyperion software», *Rapport de recherche n° 4002*, INRIA, septembre 2000.
- [31] Y. HOSOKAWA, H. KAMEDA, O. POURTALLIER, «Numerical Studies on Braess-like Paradoxes in Load Balancing», *Rapport de recherche n° ISE-TR-00-168*, University of Tsukuba, mars 2000.
- [32] H. KAMEDA, O. POURTALLIER, «A Characterization of Paradoxes in Distributed Optimization of Performance for Multiplicated Systems», *Rapport de recherche n° ISE-TR-00-167*, University of Tsukuba, mars 2000.

Divers

- [33] X. LITRICO, J.-B. POMET, «Nonlinear modeling of a river reach for flow routing», Soumis à European Control Conference 2001, septembre 2000.