INRIA

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet ONDES

Modélisation et Simulation de Phénomènes de Propagation d'Ondes

Rocquencourt

THÈME 4B

Table des matières

1 Composition de l'équipe **3**

2 Présentation et objectifs généraux **5**

3 Fondements scientifiques **6**
3.1 Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes 7
3.2 Problèmes en géométrie complexe 8
3.3 Résolution de Problèmes en milieux non bornés 9
3.4 Modèles asymptotiques ou approchés 9
3.5 Hautes fréquences 10
3.6 Milieux complexes 10
3.7 Le guidage des ondes 11
3.8 Résonances 11
3.9 Ondes non linéaires 12
3.10 Calcul parallèle 12

4 Domaines d'applications **13**
4.1 Ondes acoustiques 13
4.2 Ondes élastiques 13
4.3 Ondes électromagnétiques 14
4.4 Ondes de gravité 14
4.5 Ondes et corpuscules 15

5 Logiciels **15**
5.1 Code de calcul pour la diffraction 15

6 Résultats nouveaux **17**
6.1 Eléments finis d'arête et condensation de masse pour les équations de Maxwell en maillage triangulaire et tétraédrique 17
6.2 Equations de Maxwell et singularités 17
6.3 Méthodes d'ordre élevé pour les équations des ondes 19
6.4 Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques 19
6.5 Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré avec condition de contact unilatéral 20
6.6 Raffinement de maillage espace-temps en élastodynamique 21
6.7 Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile 22
6.8 Acoustique en présence d'écoulement 22
6.9 Raffinement de maillage pour une méthode de résolution des équations de Maxwell et de l'équation des ondes 24
6.10 Couches absorbantes 25
6.11 Modèles asymptotiques en ferromagnétisme : couches minces et homogénéisation 26

6.12 Analyse modale de la propagation des ondes. Décomposition en fonctions propres généralisées . . . 27
6.13 Optique géométrique et solutions multivaluées d'équations d'Hamilton-Jacobi . 28
6.14 Modélisation numérique en acoustique musicale: étude de la guitare . . . 29
6.15 Modélisation de silencieux d'automobiles . . . 29
6.16 Méthodes de raccordement modal généralisé . . . 30
6.17 Guides d'ondes électromagnétiques en Optique . . . 31
6.18 Résonances en Hydrodynamique navale . . . 31
6.19 Ondes de surface en élasticité et couplage fluide-structure . . . 32
6.20 Distance de Wasserstein . . . 33
6.21 Programmation dynamique et factorisation d'opérateurs elliptiques . . . 34
6.22 Problème inverse en EEG-MEG . . . 34
6.23 Simulation du CHFR . . . 35
6.24 Approximation numérique du modèle de double porosité . . . 35

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux) 36
7.1 Contrat INRIA-IFP . . . 36
7.2 Contrat INRIA-CEG . . . 36
7.3 Contrat INRIA-EDF . . . 36
7.4 Contrat INRIA-CEA . . . 36
7.5 Contrat INRIA & DASSAULT-SPA . . . 36
7.6 Contrat ENSTA-DGA . . . 37
7.7 Contrat INRIA - Schlumberger . . . 37

8 Actions régionales, nationales et internationales 37
8.1 Actions nationales . . . 37
8.2 Relations bilatérales internationales . . . 37
8.3 Accueils de chercheurs étrangers . . . 38

9 Diffusion de résultats 38
9.1 Animation de la communauté scientifique . . . 38
9.2 Prix et distinctions . . . 39
9.3 Enseignement universitaire . . . 39
9.4 Participation à des séminaires, colloques, invitations . . . 41
9.5 Réalisation de vidéos scientifiques . . . 44
9.6 Réalisation de Logiciels . . . 44

10 Bibliographie 45

1 Composition de l'équipe

Responsables scientifiques

Patrick Joly [DR]

Marc Lenoir [DR CNRS]

Responsable permanent

Eliane Bécache [CR]

Assistantes de projet (avec le projet Estime)

Muriel de Bianchi [AJT]

Régine Tannière [Secrétaire ENSTA]

Personnel INRIA

Jean-David Benamou [CR]

Gary Cohen [CR]

Jacques Henry [DR]

Jean Roberts [DR]

Collaborateurs extérieurs

Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia [CR]

Christophe Hazard [CR]

Jean-Francois Mercier [CR]

Patrick Ciarlet [enseignant-chercheur ENSTA]

Jérôme Pérez [enseignant-chercheur ENSTA]

Eric Lunéville [Maître de Conférences Université Paris-Nord]

Daniel Martin [Maître de Conférences Université de Rennes]

Christine Poirier [Maître de Conférences Université de Versailles]

Chercheurs invités

Dolores Pedreira [Université Saint Jacques de Compostelle]

Chercheurs Post-Doctorants

Phillipe Hoch [post doct. Inria, depuis le 01/09]

Chercheurs Doctorants

Lynda Dahi [boursière gouvernement algérien]

Grégoire Derveaux [boursier X]

Sandrine Fauqueux [boursière CIFRE IFP]

Dorra Drissi [ENIT, Tunisie]

Thierry Fouquet [boursier Inria, Université Paris 9]

Houssem Haddar [boursier MENRT-Ponts, Université Paris 6]

Gilles Scarella [boursier Inria, Université Paris 9]

Maria do Céu Soares [Université nouvelle de Lisbonne (co-tutelle)]

Axel Tillequin [boursier MENRT, Université Versailles-St Quentin]

Ian Solliec [boursier Inria, Université Paris 6]

Kevin Guittet [boursier AMN, ENS-ULM, depuis le 01/10]

Stagiaires

Isabelle Champagne [ENSTA]

Georges Kayo de Kayo [DEA, Orsay]

Ali El Moussawi [Ecole des Mines]

Mohammed Sbai [DESS Université Paris 6]

2 Présentation et objectifs généraux

La propagation d'ondes de toutes natures est l'un des phénomènes physiques les plus simples et les plus usuels auquel nous soyons confrontés. Depuis la vie courante (sons, vibrations, vagues, télécommunications, radar) jusqu'à l'échelle de l'univers (ondes électromagnétiques, de gravité) et à celle de l'atome (émission spontanée ou stimulée, interférences entre particules), ce sont l'émission et la réception des ondes qui constituent notre moyen privilégié de connaissance du monde qui nous entoure.

L'étude et la simulation numérique des phénomènes de propagation constituent donc une activité très répandue dans les divers domaines de la physique et de l'art de l'ingénieur.

La variété et la complexité des problèmes posés, leur intérêt scientifique et industriel, la prise de conscience d'une structure mathématique commune à des problèmes issus de domaines différents justifient qu'un projet de recherche en Calcul Scientifique soit entièrement dédié à ce thème. Ce projet est un projet commun INRIA-CNRS-ENSTA.

De façon générale, l'activité du projet est orientée vers la conception, l'analyse, l'approximation numérique et le contrôle de modèles mathématiques pour la description des phénomènes de propagation d'ondes intervenant en mécanique et en physique et dans les sciences de l'ingénieur.

Au-delà de l'objectif général de progression de la connaissance scientifique, trois buts peuvent être assignés au projet:

- Le développement d'une expertise des problèmes relatifs aux quatre types d'ondes étudiées: acoustique, ondes de gravité, élastodynamique et électromagnétique, ainsi que des diverses méthodes de résolution numérique.

- Le traitement des problèmes complexes, c'est-à-dire dont la modélisation soit suffisamment proche des situations concrètes.

- Le développement des méthodes numériques originales.

L'étude de tels problèmes conduit naturellement à des applications importantes sur le plan industriel. Pour s'attaquer à ces problèmes, notre démarche scientifique repose sur une approche selon les trois angles suivants :

- La modélisation des problèmes physiques, leur mise en équations et la conception de modèles approchés à l'aide de méthodes asymptotiques.

- L'étude théorique des modèles mathématiques relativement à l'existence, l'unicité et aux propriétés qualitatives essentielles des modèles.

- La conception, l'analyse et la mise en oeuvre de méthodes numériques, l'étude de la précision et de la stabilité des méthodes, la mise au point d'algorithmes, leur parallélisation et leur vectorisation.

3 Fondements scientifiques

Notre activité repose avant tout sur l'existence de modèles mathématiques issus de la physique. Il s'agit d'équations ou de systèmes d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique (pour reprendre la terminologie mathématique). Les modèles de base, qui s'appuient sur une physique simplifiée, sont linéaires. Le prototype en est l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \Delta u = 0,$$

qui s'applique directement aux ondes acoustiques mais constitue un modèle scalaire simplifié pour les autres types d'onde. C'est pourquoi le développement de nouvelles méthodes numériques passe souvent par son application à l'équation des ondes. Une physique plus réaliste vient en général enrichir ces modèles de base et en accroître la complexité : conditions aux limites, termes non linéaires, termes intégro-différentiels, couplages de modèles, ...

Il est commun de distinguer deux types de problèmes associés à ces modèles: les problèmes en temps (ou problèmes transitoires) et les problèmes en fréquence (ou problèmes harmoniques). Dans le premier cas, le temps fait explicitement partie des variables de l'inconnue du problème et on s'intéresse alors à un problème d'évolution. Dans le second cas, la dépendance en temps est imposée *a priori*, par l'intermédiaire de la source par exemple. Elle est supposée périodique en temps, et même harmonique : on cherche une solution proportionnelle à $e^{i\omega t}$, où $\omega > 0$ désigne la pulsation (on parle aussi de fréquence). Le temps n'intervient alors plus que par l'intermédiaire de cette fréquence, qui joue le rôle de paramètre, et l'inconnue recherchée est une fonction des seules variables spatiales. Ainsi, l'équation des ondes donne naissance à l'équation de Helmholtz :

$$-c^2 \Delta u - \omega^2 u = 0.$$

Il convient de souligner que ces deux types de problèmes, bien qu'issus d'une même modélisation physique, ont des propriétés mathématiques radicalement différentes et nécessitent le développement de méthodes numériques adaptées. En outre, la justification mathématique précise du passage de l'un à l'autre s'avère souvent délicate. Enfin, signalons que les problèmes harmoniques n'ont, du moins en toute rigueur, plus d'objet dès que le modèle mathématique devient non linéaire.

Toutefois, il est un point commun entre ces problèmes : l'existence d'une dimension caractéristique qu'on appelle la longueur d'onde. Très intuitivement, cette dimension est la longueur sur laquelle la solution recherchée varie substantiellement (typiquement la période d'une solution périodique). Dans le cas d'une propagation en milieu hétérogène, il conviendra de parler de plusieurs longueurs d'onde, celle-ci pouvant varier d'une région de l'espace à l'autre. Sa connaissance a bien entendu une influence fondamentale sur les propriétés de la solution et donc sur le choix d'une méthode numérique. Un problème sera considéré comme de grande taille si le rapport entre la taille de ce problème (à savoir la taille du domaine de calcul dans le cas d'un problème harmonique ou la distance parcourue par l'onde pendant le temps d'intégration dans le cas d'un problème transitoire) et la longueur d'onde est grand.

Actuellement, on maîtrise bien les méthodes numériques pour résoudre les problèmes académiques ou industriels de base. Beaucoup de compagnies possèdent des codes de calcul s'appuyant sur des méthodes de nature diverse et de précision peu élevée (typiquement du second

ordre par rapport aux paramètres de discrétisation). Ces méthodes sont fiables et leurs limites en général bien cernées. En revanche les problèmes plus complexes et plus proches des applications restent largement ouverts et constituent un champ d'investigation très fertile pour les mathématiques appliquées. Les recherches en Mathématiques Appliquées s'orientent maintenant dans les directions suivantes :

- La conception de nouvelles méthodes plus précises et plus performantes
- Le traitement des modélisations de plus en plus complexes : modèles non locaux, modèles non linéaires, systèmes couplés,...
- L'étude de phénomènes spécifiques : ondes guidées, résonances, singularités de solutions
- Le développement de modèles approchés.

C'est dans ce cadre que s'inscrivent les problématiques abordées par le projet Ondes.

3.1 Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes

Les problèmes auxquels on est souvent confronté sont de grande taille au sens où le rapport entre la taille du domaine de calcul (ou la distance parcourue par l'onde pendant la durée de la simulation en régime transitoire) et la longueur d'onde peut être grande. Dans ce cas, les méthodes évoquées plus haut tombent en défaut et des phénomènes parasites, tels que la dispersion numérique pour n'en citer qu'un, viennent gravement entacher la fiabilité des résultats. Par ailleurs, la grande taille des problèmes conduit à des calculs sur ordinateur à la fois longs et gourmands en place mémoire. Il est alors naturel de chercher à améliorer les méthodes numériques en termes de précision et d'efficacité, les deux allant d'ailleurs parfois de paire.

C'est dans cette perspective que se situent les travaux que nous menons sur les méthodes d'ordre élevé en régime transitoire, tant en ce qui concerne les différences finies que les éléments finis. L'utilisation de cette deuxième classe de méthodes pose le problème pratique de la condensation de masse, opération préliminaire indispensable pour aboutir à des schémas numériques explicites, propriété essentielle pour préserver l'efficacité de la méthode résultante. Le fondement mathématique de cette opération de condensation repose sur l'utilisation de formules de quadrature numérique. Celle-ci doit bien sûr se faire sans nuire à la précision et à la stabilité des calculs, ce qui pose des problèmes théoriques intéressants (dont la nature varie avec le modèle de propagation étudié) et conduit à des méthodes originales.

Des questions analogues se posent en régime fréquentiel, le problème étant alors de diminuer la taille ou d'améliorer le conditionnement des problèmes à traiter. C'est dans cet esprit que se situent nos travaux sur les méthodes de décomposition de domaine, évoqués plus en détail dans le paragraphe Calcul parallèle.

Enfin, on peut être dans une situation où on ne s'intéresse qu'à une partie de la solution d'un problème, auquel cas on doit s'attacher à concevoir des méthodes adaptées à ce cas de figure, plus efficaces qu'une méthode générale. C'est le cas des équations paraxiales qui ont été conçues pour calculer de façon approchée la propagation d'une onde dans une direction privilégiée. De tels modèles sont abondamment utilisés en géophysique (la direction privilégiée

est la verticale) ou en acoustique sous-marine (la direction privilégiée est horizontale). L'analyse et l'approximation numérique de ces modèles correspondent à une problématique proche de celle du traitement des conditions aux limites absorbantes (voir paragraphe 3.2).

3.2 Problèmes en géométrie complexe

Les géométries des domaines de calcul rencontrés dans les applications réalistes sont souvent complexes et ne peuvent se contenter de l'usage de maillages réguliers de type différences finies. Les méthodes d'éléments finis sont en principe conçues pour pallier ce genre d'inconvénient mais ne constituent pas nécessairement la panacée pour toutes les applications, notamment à cause de leur relative complexité en ce qui concerne l'implémentation et la gestion informatique. C'est pourquoi nous nous sommes lancés dans la recherche et l'étude de méthodes alternatives.

- **Les méthodes de domaines fictifs** : Ces méthodes ont été popularisées en France par R. Glowinski initialement pour la résolution de problèmes statiques de type elliptique. Leur adaptation aux modèles d'évolution de nature hyperbolique se révèle particulièrement fructueuse. La philosophie de ces méthodes consiste, dans un premier temps, à plonger la géométrie complexe à traiter dans une géométrie simple (typiquement un carré ou un cube), puis à oublier la présence de la frontière réelle. Dans un second temps, on introduit une inconnue de calcul auxiliaire définie uniquement sur cette frontière afin de tenir compte si possible de la condition aux limites qui y est imposée. Ceci permet alors de travailler avec deux maillages de calcul quasiment indépendant, un maillage régulier pour le volume et un maillage conforme pour la frontière. Ceci permet en particulier de s'affranchir de la majeure partie des difficultés pratiques liées aux méthodes d'éléments finis. D'un point de vue théorique, l'analyse de ces méthodes pose des questions délicates liées à la théorie des problèmes de point selle. Signalons que ces méthodes semblent particulièrement bien adaptées pour le traitement de fissures, pour les problèmes de diffraction par des obstacles mobiles ou encore pour les problèmes d'optimisation ou d'identification de formes.

- **Les méthodes de raffinement de maillages** : Ces méthodes présentent surtout un intérêt dans le contexte de l'utilisation de méthodes de différences finies. La question majeure qui se pose est la suivante : comment raccorder deux maillages de tailles différentes de façon stable et précise ? Dans le cas des problèmes elliptiques statiques (ou pour les problèmes dans le domaine fréquentiel), les méthodes dites d'éléments joints, notamment développées en France par Y. Maday, apportent une solution élégante à cette question. Cette solution n'est pas suffisante pour les problèmes de propagation d'ondes où l'utilisation d'un pas de temps local est souhaitable : on diminue le pas de discrétisation en temps là où on raffine le maillage en espace. Dans ce cas, le problème reste largement ouvert et les solutions heuristiques développées par les ingénieurs manquent de fondements scientifiques. Leur étude requiert des techniques d'analyse relativement peu standard et pose des questions de stabilité qui sont nouvelles.

3.3 Résolution de Problèmes en milieux non bornés

De nombreux problèmes de propagation d'onde se posent en milieu non borné ou du moins très grand par rapport à la zone d'intérêt: nous pensons par exemple au problème de la diffraction d'une onde électromagnétique par un avion ou à la propagation d'une onde élastique dans le sous-sol. Pour des raisons pratiques évidentes, on est amené à réduire les calculs effectifs à un domaine borné en espace. Se pose alors le problème du traitement de la frontière artificielle ainsi introduite afin de simuler le fait que le milieu de propagation réel est infini. C'est ce qui amène à introduire les notions de conditions aux limites transparentes (i.e., qui n'ont pas d'influence sur la solution), de conditions aux limites absorbantes (conditions aux limites qui sont censées "laisser sortir" les ondes du domaine de calcul en minimisant les réflexions parasites) ou de couches absorbantes (des petites bandes qui sont rajoutées autour du domaine de calcul dans lesquelles on travaille avec un modèle mathématique qui permet de laisser rentrer les ondes dans la couche puis les absorbe).

Il s'agit d'un thème à la fois important et délicat qui passionne les mathématiciens appliqués depuis près de vingt ans, et auquel les chercheurs du projet contribuent de façon substantielle. Ce sujet est étroitement lié sur le plan théorique aux notions d'opérateurs pseudo différentiels et de leur approximation ainsi qu'à la théorie des problèmes hyperboliques mixtes.

3.4 Modèles asymptotiques ou approchés

Dans de nombreux problèmes, on doit faire face à un ou à plusieurs petits paramètres, souvent de nature géométrique : nous pensons par exemple à l'épaisseur du revêtement absorbant d'un obstacle réfléchissant que l'on cherche à rendre furtif, à celle d'une couche de colle entre deux solides, au rayon d'une structure filaire intervenant comme élément d'une antenne ou à la période de variation d'un milieu hétérogène. Cette dimension caractéristique liée au problème considéré peut être petite devant la longueur d'onde, auquel cas sa prise en compte par des techniques de discrétisation classique est déraisonnable et coûteuse, mais néanmoins avoir une grande influence sur la solution du problème, ce qui rend nécessaire d'en tenir compte. Une idée relativement naturelle consiste alors à développer des modèles approchés fondés sur un développement asymptotique de la solution par rapport au petit paramètre: on aboutira alors selon les cas à une condition aux limites dite équivalente ou effective pour le revêtement absorbant, à une condition de transmission équivalente pour la couche mince, à une équation intégrale filaire dans le cas de l'antenne ou à un modèle homogénéisé dans le dernier cas. Dans chaque cas, la résolution numérique du nouveau problème se révèle plus simple (gain d'une ou plusieurs dimensions d'espace, coefficients localement constants, ...). La justification mathématique de ces modèles approchés passe par l'attirail classique en analyse numérique : caractère bien posé des problèmes approchés, stabilité par rapport au petit paramètre, estimations d'erreur. Dans le cas des couches minces, on est confronté à des difficultés proches de celles rencontrées avec les conditions aux limites absorbantes.

Signalons que des techniques analogues peuvent être développées dans des cas où le petit paramètre n'est pas nécessairement de nature géométrique. Nous pensons aux problèmes basse fréquence, ou aux problèmes non linéaires avec données petites.

3.5 Hautes fréquences

Cette problématique aurait pu figurer dans la rubrique méthodes asymptotiques : en effet, il s'agit de s'intéresser à des problèmes de propagation dans lesquels la longueur d'onde générée se révèle très petite vis-à-vis des dimensions du domaine de calcul, ce qui fournit donc un petit paramètre naturel pour un développement asymptotique. Toutefois, la nature des phénomènes engendrés par ce petit paramètre est tellement spécifique qu'elle nécessite un traitement totalement à part : il s'agit d'imaginer une méthode permettant le calcul d'une solution très oscillante en espace. L'idée, maintenant ancienne, consiste à séparer le calcul de la phase et celui de l'amplitude à partir de l'ansatz dit de l'optique géométrique qui consiste à postuler que la solution s'écrit comme le produit d'une exponentielle complexe à phase réelle par une amplitude qu'on développe suivant les puissances inverses de la fréquence. On aboutit alors à une équation pour la phase, appelée équation Eikonale, et à une équation pour le premier terme du développement de l'amplitude, l'équation de transport. C'est la résolution de ces équations qui a donné la méthode connue sous le nom de lancer de rayons, méthode répandue dont les limites dépassent toutefois le simple cadre des hautes fréquences : coefficients variables non réguliers, problème des caustiques, zones d'ombre, ...

Depuis quelques années, un nouveau courant est né dans le monde de l'analyse numérique, qui consiste à s'intéresser directement à l'équation Eikonale en tant qu'équation aux dérivées partielles. Il s'agit d'une équation non linéaire de type Hamilton-Jacobi pour laquelle il est naturel de chercher à exploiter la récente théorie des solutions de viscosité de P.L. Lions. C'est dans ce cadre que nous axons nos recherches dans ce domaine.

Une deuxième idée a récemment vu le jour. Elle consiste à exploiter la théorie dite des limites semi-classiques fondée sur l'usage de la transformée de Wigner. Appliquée à l'équation des ondes, cette technique permet d'une part de retrouver le modèle asymptotique des rayons et d'autre part de dériver une équation de type Liouville pour une densité liée à la solution de l'équation de Helmholtz. Ceci permet d'espérer la mise au point d'une méthode particulaire consistante à la limite en fréquence avec le lancer de rayons et exacte à fréquence finie.

3.6 Milieux complexes

Pour traiter des milieux réels, on est inévitablement amené à traiter ce que nous appellerons des milieux complexes. Par ce terme, nous entendons des milieux qui se révéleront être hétérogènes (coefficients variables, éventuellement discontinus - présence de fissures) ou obéir à une loi de comportement (mécanique ou électromagnétique) complexe : loi non locale en temps ou en espace, loi non linéaire. De telles propriétés induisent des phénomènes spécifiques de nature variée (singularités, absorption intrinsèque, dispersion intrinsèque...) qui correspondent à des difficultés nouvelles sur un plan mathématique ou numérique. Dans ce cas de figure, il est difficile de dégager une méthode générale. On a affaire à des problèmes dont la théorie est inexistante ou mal connue, pour lesquels les méthodes numériques sont balbutiantes. Il faut alors trouver la solution *ad hoc* pour chaque cas de figure.

3.7 Le guidage des ondes

Les ondes guidées sont des solutions très particulières des modèles de propagation d'ondes : ce sont des ondes qui se propagent dans une direction privilégiée et dont l'énergie reste confinée dans une région bornée dans les directions orthogonales à cette direction privilégiée (directions transverses). Ceci n'est en général rigoureusement possible que si le milieu de propagation a une structure cylindrique (on parle alors de guide d'ondes). Toutefois, les ondes guidées décrivent bien les phénomènes que l'on observe dans des structures "presque cylindriques", situation qui se rencontre fréquemment dans les applications. Une des caractéristiques de ces ondes est d'être généralement dispersives (la vitesse de propagation dépend de la longueur d'onde) et ce même lorsque le modèle de propagation ne l'est pas intrinsèquement. On a l'habitude de distinguer les guides d'ondes fermés qui correspondent au cas où le confinement de l'énergie transverse est simplement dû au fait que le milieu de propagation est borné dans les directions transverses, des guides d'ondes ouverts qui correspondent au cas où, le milieu de propagation étant non borné dans les directions transverses, le confinement de l'énergie est dû à un mécanisme physique qui dépend des propriétés du modèle de propagation. Ce sont bien entendu les guides ouverts qui posent les questions les plus intéressantes (mais aussi les plus difficiles) d'un point de vue scientifique, tant au plan physique que mathématique et numérique.

L'analyse de ces phénomènes revêt une importance fondamentale soit parce qu'il y a dans la nature des ondes guidées auxquelles l'homme se trouve directement confronté (ondes de surface lors des tremblement de terre, ondes de gravité captées par la côte, ...) soit parce que l'homme va chercher à maîtriser et exploiter de telles ondes, notamment dans le domaine des télécommunications (fibres optiques, ...). Mathématiquement, l'étude des guides d'ondes nécessite une parfaite maîtrise de la théorie spectrale des opérateurs auto adjoints et numériquement elle fait appel à beaucoup d'ingrédients utilisés par ailleurs (conditions aux limites artificielles, équations intégrales, éléments finis, ...) mais aussi à des outils plus spécifiques (algorithmes de calcul de valeurs propres, résolution d'équations non linéaires, ...), autant d'aspects sur lesquels le projet a acquis une expertise internationalement reconnue.

Enfin, au delà de l'étude intrinsèque des guides d'ondes, il est fondamental, notamment pour les applications technologiques, d'être capable d'étudier leur interaction avec d'autres milieux de propagation (guides d'ondes débouchant sur des milieux ouverts, couplage de guides...), voire d'optimiser ces guides.

3.8 Résonances

Les fréquences de résonance constituent une notion qui est facilement accessible à l'intuition, mais délicate à définir proprement sur le plan mathématique surtout lorsqu'elles sont associées à des problèmes de propagation en milieu non borné (ce qui constitue le cas intéressant scientifiquement). Ces fréquences sont intimement liées au développement de la théorie du "scattering" (travaux de Lax et Phillips) : ce sont des nombres complexes qui apparaissent comme les pôles du prolongement méromorphe d'une famille d'opérateurs dépendant de la fréquence réelle ω (ces opérateurs sont encore appelés matrices de Scattering).

Physiquement, on appelle souvent fréquences de résonance, les fréquences pour lesquelles la réponse d'un milieu ou d'un objet soumis à une excitation périodique en temps présente

brutalement un maximum : on dit alors que le milieu (ou l'objet) rentre en résonance, phénomène auquel chacun est un jour ou l'autre confronté dans la vie courante. Le lien avec les pôles de résonance introduits plus haut est le suivant: ces fréquences physiques correspondent aux parties réelles des pôles, l'amplitude de la réponse étant, elle, directement reliée à la partie imaginaire des pôles (plus grande est celle-ci, plus faible est la réponse). On comprend alors l'importance pour les applications de la connaissance de ces pôles (détection radar, stabilité d'un navire soumis à la houle, instruments de musique, ...). En outre, les fréquences de résonance complexes permettent de décrire (à l'aide d'exponentielles complexes) le comportement aux temps longs de problèmes de propagation en milieu ouvert : elles sont donc potentiellement exploitables pour un calcul en transitoire.

Méthodologiquement, l'approche numérique des problèmes de résonances n'est pas sans point commun avec celle des problèmes d'ondes guidées mais présente des aspects très spécifiques, qui demandent de bien connaître la théorie des fonctions de la variable complexe, et des difficultés nouvelles (opérateurs non auto-adjoints, recherche de zéros dans le plan complexe, ...)

3.9 Ondes non linéaires

Si depuis toujours, les phénomènes non linéaires ont intéressé mathématiciens, phycisiens et chimistes, ce n'est qu'assez récemment que des outils puissants d'analyse ont vu le jour et ont permis d'en mieux comprendre les effets. Dans le domaine des ondes, les non linéarités se rencontrent fréquemment. Citons par exemple, les solitons qui se propagent dans les canaux peu profonds sans se déformer sur des distances considérables ou encore les oscillations étranges de la concentration chimique dans les mélanges de bergobenzine de palladium. Les problèmes non linéaires jouent également un rôle important en Physique fondamentale et devraient être à la base des théories du futur. La construction de modèles numériques fiables et bien maîtrisés peut s'avérer très intéressante et contribuer à enrichir notre compréhension de leur comportement si souvent difficiles à appréhender par manque de solutions analytiques. Le modèle numérique devient alors un instrument de laboratoire virtuel qui permet d'expérimenter et d'explorer les potentialités des systèmes d'équations et de voir leur adéquation à la réalité. Ils peuvent également servir à l'inspiration des théoriciens en les guidant quant aux types de résultats susceptibles d'être démontrés.

3.10 Calcul parallèle

Comme dans beaucoup d'autres disciplines du Calcul Scientifique, il est naturel de chercher à exploiter pour la résolution des problèmes d'ondes les possibilités offertes par les outils du calcul parallèle. Dans certains cas, la parallélisation se fait de façon naturelle (parallélisation sur les fréquences, sur les sources, ...). Dans d'autres cas, nous pensons surtout aux schémas explicites pour les simulations transitoires, cette parallélisation ne pose pas de problème conceptuel mais nécessite une utilisation optimale et astucieuse de l'outil informatique. Dans d'autres cas enfin, nous pensons ici notamment aux problèmes de grande taille posés dans le domaine fréquentiel, il faut développer de nouvelles techniques de Calcul Scientifique. Parmi ces techniques, les méthodes de décomposition de domaine, déjà largement utilisées dans d'autres domaines de la physique, occupent une place privilégiée. Toutefois, les méthodes classiques, qui

s'appliquent essentiellement aux problèmes dits coercifs, ne s'appliquent pas directement aux modèles de propagation en fréquence type Helmholtz. C'est la raison pour laquelle le développement de méthodes de décomposition de domaine pour de tels modèles constitue un champ de recherches à part entière.

4 Domaines d'applications

Nous avons choisi de regrouper les différents domaines d'application de nos travaux suivant les principaux types d'onde concernés.

4.1 Ondes acoustiques

Ces ondes se propagent en milieu fluide et sont le support de la propagation du son. On cherche à calculer une distribution de pression.

Acoustique musicale Une application particulièrement séduisante des modèles numériques de propagation d'ondes est la simulation sur ordinateur d'instruments de musique. Le but poursuivi est alors double : aider à une meilleure compréhension du fonctionnement de ces instruments mais aussi aider à la facture d'instruments nouveaux. Dans la pratique, une modélisation réaliste de ces instruments conduit à étudier en fait des problèmes d'interaction fluide-structure, c'est-à-dire l'interaction entre une onde acoustique et une structure vibrante telle une membrane, une plaque ou une coque.

Acoustique sous-marine L'acoustique sous-marine a pour objet l'étude et l'utilisation de modèles mathèmatiques décrivant la propagation des ondes acoustiques dans la mer. La propagation des ondes dépend des caractéristiques physiques locales du milieu pouvant évoluer au cours du temps. Les résultats des recherches dans ce domaine ont des applications directes en océanographie, biologie marine, géophysique.

4.2 Ondes élastiques

Ces ondes se propagent dans les solides. L'inconnue est la distribution du champ des déplacements dans le solide.

Géophysique La géophysique s'intéresse à la propagation des ondes dans le sous-sol (éventuellement en milieu marin). Ces ondes interviennent bien sûr dans des phénomènes naturels comme les séismes mais elles sont aussi utilisées à des fins industrielles essentiellement par l'industrie du pétrole qui a développé les méthodes de prospection pétrolière par la sismique. Ces méthodes constituent un vaste champ d'application pour les méthodes numériques. Se posent également des problèmes de modélisation fine destinée à prendre en compte l'influence d'éléments tels que la présence de puits, d'outils d'acquisition des données, modélisation des sources, ...

Bien entendu, les outils de modélisation sont surtout dans ce contexte un outil nécessaire pour mener à bien l'identification du sous-sol (problème inverse), raison pour laquelle la géophysique est notre principal thème de collaboration avec le projet Estime.

Contrôle non destructif Une autre application très répandue des ondes élastiques est le contrôle non destructif : le but est par exemple de détecter la présence d'un défaut dans une pièce métallique (typiquement une fissure) sans avoir à casser celle-ci. On utilise alors des ondes ultra-sonores dont on mesure l'écho à la surface de la pièce. Un champ d'applications privilégié de telles méthodes est le contrôle des centrales nucléaires.

4.3 Ondes électromagnétiques

Ces ondes n'ont pas besoin de support matériel pour se propager. Les inconnues du problèmes sont essentiellement le champ électrique et le champ magnétique.

Furtivité radar Les ondes électromagnétiques sont très utilisées pour la détection d'objets volants, le plus souvent pour des applications militaires. Les problèmes de calcul numérique qui se posent sont de deux natures :

- Comment calculer la réponse d'un objet à une onde incidente ?
- Comment rendre cet objet furtif ?

Le thème furtivité fait notamment appel à la modélisation de nouveaux matériaux absorbants (anisotropes, chiraux, non linéaires, ...)

Antennes Les antennes sont une des technologies de base pour la communication à longue distance par ondes électromagnétiques. Elles sont utilisées pour émettre, diriger, réfléchir les ondes. Le calcul des antennes pose notamment des difficultés liées à leur géométrie très complexe (antennes plaquées, éléments filaires, ...)

Optique Les ondes électromagnétiques sont également largement utilisées en télécommunications pour transmettre de l'information par support optique (fibres optiques, optique intégrée). La technologie pour la conception de guides d'ondes optiques est très pointue et fait très largement appel à des matériaux nouveaux tels que les supraconducteurs. Le besoin en méthodes numériques dans ce domaine est croissant.

4.4 Ondes de gravité

Il s'agit des ondes liées à la propagation de la houle. Les modèles utilisés sont dérivés de la mécanique des fluides. Les applications concernent prioritairement l'industrie maritime notamment pour tout ce qui concerne les problèmes de stabilité des navires, de tenue à la mer, de résistance de vagues, ...

4.5 Ondes et corpuscules

On s'intéresse ici à des questions de base sur la nature ondulatoire et corpusculaire de la matière en Physique fondamentale. Il s'agit de concevoir des modèles d'ondes non linéaires et d'étudier le comportement asymptotique aux temps longs de leurs solutions. L'idée est d'interpréter les états limites ou stationnaires comme des particules. Dans ce cadre, la nature corpusculaire de la matière apparaît comme un horizon asymptotiquement atteint loin de toute interaction. L'état asymptotique est alors défini par les quantités classiques en mécanique quantique (énergie, moment cinétique et spin). La nature ondulatoire est quant-à-elle fondamentale pour décrire la phénoménologie des chocs et des interactions entre particules.

5 Logiciels

5.1 Code de calcul pour la diffraction

Participants : Alexandre Elmkies, Patrick Joly, Marc Lenoir, Daniel Martin.

Mots clés : diffraction, élément fini, équation intégrale.

Le code MELINA

L'approximation numérique d'équations aux dérivées partielles issues de la mécanique fait, depuis toujours, partie des objectifs du projet. L'expérience des premières années a permis d'appréhender la difficulté à mettre en œuvre les algorithmes issus de nos travaux: gaspillage de temps pour des chercheurs plus à l'aise avec les études théoriques, duplication des travaux et des programmes, perte d'information lors du départ du chercheur, qualité logicielle douteuse qui rend problématique le transfert de programmes vers l'industrie. Les méthodes développées au sein du projet présentant de plus des spécificités tout à fait originales, il est apparu nécessaire de créer un outil logiciel efficace qui puisse servir de cadre à la plupart de nos futurs développements informatiques.

C'est ainsi qu'est né le code MELINA, destiné à la mise en œuvre de la méthode des éléments finis et à la résolution des problèmes de diffraction. Il ne s'agit pas de rivaliser avec l'ergonomie des meilleurs codes industriels, mais d'obtenir une souplesse d'utilisation qui ne présume ni du problème à résoudre ni de l'algorithme utilisé.

Le code MELINA et les applications qui en découlent permettent maintenant de résoudre un nombre important de problèmes de propagation d'ondes, en particulier dans les domaines de l'hydrodynamique navale, de l'acoustique et l'électromagnétisme. Une collaboration avec la société SIMULOG a été mise sur pied pour promouvoir le développement d'applications industrielles et la diffusion du code, en particulier dans le domaine de l'électromagnétisme. Des perspectives nouvelles s'ouvrent dans le cadre du projet commun, des méthodes numériques complémentaires ou alternatives ayant été développées par les deux partenaires; promouvoir la synergie, rassembler le savoir-faire des deux équipes constitue une remarquable opportunité de mettre au point et de diffuser des codes de calcul efficaces témoignant de la qualité et de l'originalité de nos travaux dans le domaine numérique.

Présentation

- Le code MELINA est une bibliothèque de procédures pour la résolution de problèmes aux limites par la méthode des éléments finis. Il comporte des modules adaptés à la résolution de problèmes extérieurs, dont la modélisation reste l'un des objectifs majeurs du laboratoire. Il s'agit essentiellement d'un code de recherche qui fournit un ensemble d'outils aisément manipulables pour écrire rapidement des applications destinées au traitement numérique de problèmes aux limites ou à la mise au point d'algorithmes.

- La résolution d'un nouveau problème aux limites ou la mise en œuvre d'un nouvel algorithme de résolution peut, en général, être implémentée en rédigeant un programme principal à partir de la formulation variationnelle et de quelques procédures spécifiques. Les aspects informatiques les plus délicats, qui sont liés à l'occupation de la mémoire centrale, à l'assemblage des divers termes et à leur mode de rangement, sont pris en compte de façon automatique par le programme et ne sont donc plus à la charge du concepteur de l'application.

- Tous les *'objets'* (il s'agit par exemple des domaines sur lesquels sont calculées les intégrales apparaissant dans la formulation variationnelle, ou des termes matriciels ou vectoriels représentant ces intégrales, ou encore des constantes, etc ...) manipulés par les procédures constituant le programme principal, sont définis par des *noms*. Ces noms sont le lien entre les structures de données du code et l'utilisateur qui n'a donc pas à se soucier de leur représentation interne (en particulier, la gestion des types et des adresses est assurée de manière transparente par la librairie d'allocation dynamique).

- Les données du code, qui permettent la description simple des *objets* manipulés par le code, sont introduites sous forme de *'phrases'*. Ces phrases sont construites en utilisant un vocabulaire de mots-clés restreint et les mnémoniques (noms propres) définis par le développeur de l'application pour désigner les *objets* qui apparaissent dans la formulation du problème.

- Les opérations à effectuer sur ces *objets* sont des macro-opérations réalisées à l'aide de procédures dites de *haut niveau*, telles le calcul des termes matriciels, leur assemblage, la prise en compte de conditions essentielles, la résolution d'un système linéaire, etc...

- Le code contient des procédures pour la résolution de problèmes aux limites extérieurs (c'est-à-dire posés sur un domaine non borné), par exemple les phénomènes de propagation d'ondes (de gravité en hydrodynamique navale, acoustiques ou électromagnétiques, etc...) Les méthodes de résolution accessibles dans le code pour de tels problèmes sont la méthode de *couplage entre éléments finis et représentation intégrale* et la méthode des *éléments finis localisés*.

6 Résultats nouveaux

6.1 Eléments finis d'arête et condensation de masse pour les équations de Maxwell en maillage triangulaire et tétraédrique

Participants : Christine Poirier, Patrick Joly.

Mots clés : élément fini d'arête, équation de Maxwell, condensation de masse, milieu anisotrope.

Résumé : *Construction et implémentation de nouvelles familles d'éléments finis d'arête d'ordre élevé avec condensation de masse pour les équations de Maxwell.*

Depuis un peu plus d'un an nous concentrons nos études sur le cas tridimensionnel et plus précisément sur la résolution du système de Maxwell 3D (écrit sous la forme d'un système 3×3 du second ordre en espace et en temps) à l'aide des nouveaux éléments d'arête du second ordre mis au point ces dernières années. A titre d'illustration, nous comparons sur la figure 1 notre nouvel élément aux éléments d'arête connus précédemment et dûs à Nédélec. Une différence majeure est l'ajout de degrés de libertés correspondants à une composante normale du champ de vecteur au centre de chaque face : ainsi, dans chaque tétraèdre, on peut reconstituer le champ de vecteur en un sommet à partir des trois degrés de liberté en ce sommet et de même, le champ de vecteur au centre de chaque face à partir des trois degrés de liberté qui lui sont associés. Une conséquence de cette propriété est qu'il est alors possible d'obtenir la condensation de masse grâce à l'utilisation d'une formule de quadrature adéquate à poids positifs.

Ce thème est l'objet d'une collaboration avec l'Université de Technologie de Tampere et plus précisément le Département de Génie Electrique dirigé par L. Kettunen. Un premier code de calcul 3D utilisant des conditions absorbantes d'ordre 1 a été écrit. Ce code est en cours de validation sur cas test académique.

6.2 Equations de Maxwell et singularités

Participants : Patrick Ciarlet, Emmanuelle Garcia, Christophe Hazard, Stéphanie Lohrengel.

Régime harmonique Pour résoudre les équations de Maxwell harmoniques dans des domaines singuliers, l'idée développée par A.S. Bonnet-Ben Dhia, C. Hazard et S. Lohrengel et objet d'une collaboration avec M. Costabel et M. Dauge (**IRMAR**), consiste à décomposer le champ électromagnétique en deux parties : une partie *régulière*, dont l'approximation numérique peut être obtenue par discrétisation nodale des équations de Maxwell régularisées, et une partie *singulière,* traitée de façon plus explicite . L'étude des singularités du champ électromagnétique conduit à une description précise du comportement du champ ; elle a permis de développer une *méthode de champs singuliers,* dont la mise en oeuvre numérique dans le cadre

du code MELINA, revient à résoudre un problème couplé entre les parties *régulière* et *singulière* du champ électromagnétique. Les résultats numériques obtenus ont montré que la vitesse de convergence de la méthode était en parfait accord avec les prévisions théoriques.

Par contre, la précision constatée restait généralement moins bonne que celle à laquelle on pouvait 'raisonnablement' s'attendre. Ceci nous a amenés à remettre en cause l'implémentation de la méthode, qui faisait intervenir une fonction de troncature (polynôme d'interpolation) : les valeurs élevées des dérivées successives de cette fonction sont responsables de cette médiocre précision. Nous avons donc imaginé une seconde façon d'appliquer la même idée de départ, en évitant le recours à une telle fonction. La méthode obtenue ne possède plus ce défaut de la première version : leur comparaison fait l'objet d'un article qui vient d'être accepté.

Régime transitoire. Ce travail fait l'objet d'une collaboration avec Franck Assous du CEA; le thème principal en est la résolution des équations de Maxwell transitoires dans un domaine borné non convexe Ω bidimensionnel ou tridimensionnel. Nous résolvons les équations de Maxwell dans un domaine borné à bord lipschitzien et nous démontrons que, sous des hypothèses classiques sur les données, le problème admet une solution et une seule qui se décompose selon

$$E(t) = E_R(t) + E_S(t),$$

avec $(E_R, E_S) \in \mathcal{C}^0(V_R \times V_S)$ en l'absence de charges, et $(E_R, E_S) \in \mathcal{C}^0(X_R \times X_S)$ dans le cas général.

Nous en déduisons, lorsque le domaine est polygonal, une méthode de construction d'une base de champs singulier, à l'aide d'une méthode de type Steklov-Poincaré (ou Dirichlet-Neumann) qui revient à calculer la partie singulière de la solution sous la forme d'une série entière au voisinage des coins rentrants, soit

$$E_S(t) = \sum_{k=1}^{K} c_k(t)\, V_S^k.$$

où $(V_S^k)_k$ est une base de V_S (ou de X_S selon le cas), et les fonctions $(c_k)_k$ sont continues. En dehors de ce voisinage, la solution est approché par une méthode d'éléments finis de Lagrange. La méthode ainsi construite est appelée Méthode du Complément Singulier.

Cette année nous avons montré comment généraliser la méthode au cas avec charges. Qui plus est, l'algorithme construit permet de conserver les avantages d'une méthode reposant sur une discrétisation par éléments finis de Lagrange P^1 (en espace) et par Différences Finies (en temps) : facilité de mise en œuvre, précision et rapidité, puisqu'en domaine convexe la méthode ne requiert aucune inversion de matrice pour l'avancement en temps (on peut accréter la matrice de masse sans perdre notablement en précision).

Le travail a porté sur l'avancement en temps du terme singulier : à l'aide d'une modification de rang faible (égal à K, dimension de X_S) de la matrice de masse usuelle, on peut revenir à un schéma explicite. Le coût d'une itération en temps passe alors de $O(N_h)$ à $O(K\, N_h)$, où N_h est la dimension de l'espace (régulier) discrétisé par EF de Lagrange. Ce qui rend la MCS attractive, c'est en particulier que l'on peut appliquer le même algorithme au cas tridimensionnel, sous réserve d'avoir réussi à discrétiser l'espace des champs singuliers, pour

arriver à une complexité du type $O(K_* N_h)$, où K_* dépend de la discrétisation de la partie singulière.

Nous avons mis en œuvre la MCS sur un certain nombre d'exemples physiques réalistes, dans un domaine en forme de L. Tout d'abord, nous avons considéré le cas d'une onde générée par un courant : l'onde se propage à vitesse finie dans tout le domaine. Ainsi, hors du support du courant, le champ doit rester nul pendant un certain temps, i.e. pour $t \leq t_*$.

Nous avons également considéré le cas d'une onde entrante, en incluant la possibilité de prendre en compte une condition aux limites de Silver-Müller, et comparé , la Méthode du Complément Singulier avec une méthode de volumes finis : on observe que la solution MCS est beaucoup moins bruitée. Ceci est une conséquence naturelle du fait que l'on calcule de façon très précise la partie singulière de la solution.

6.3 Méthodes d'ordre élevé pour les équations des ondes

Participant : Gary Cohen.

Mots clés : différences finies, éléments finis avec condensation de masse, système de l'élastodynamique, équation de l'acoustique, équations de Maxwell.

Résumé : *Rédaction d'un ouvrage sur l'approximation des équations des ondes en régime transitoire par des méthodes numériques d'ordre élevé*

Dans le cadre de son étude de méthodes numériques d'ordre élevé pour les équations des ondes, G. Cohen, a rédigé un ouvrage faisant le point sur ses recherches et celles de ses collaborateurs sur ce sujet, abordé depuis plus de dix ans déjà. Cet ouvrage de 348 pages, intitulé "Higher-Order Numerical Methods for Wave Equations in the Time Domain", qui doit paraître au début de l'année 2001 dans la série "Lecture Notes in Computational Science and Engineering" de Springer-Verlag, se décompose en trois parties. La première partie définit les différentes équations continues et donne les notions élémentaires nécessaires à leur approximation. La deuxième partie fait un panorama des approximations par différences finies de ces équations et étudie la précision et la stabilité des schémas obtenus par analyse par ondes planes ou par techniques énergétiques. La troisième partie présente différentes approximations par éléments finis avec condensation de masse et mène un certain nombre d'analyses par ondes planes de ces méthodes en maillages réguliers. Le dernier chapitre fait un historique des méthodes de traitement de domaines non-bornés et donne la construction d'une classe de PML pour les équations des ondes. Il se termine par un certains nombre d'expériences menées dans des cas "réalistes".

6.4 Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Mots clés : éléments finis mixtes quadrilatéraux, équation de l'élastodynamique, équation de l'acoustique, condensation de masse, milieu anisotrope, couches absorbantes.

Résumé : *Construction, étude et implémentation d'éléments finis mixtes d'ordre élevé avec condensation de masse pour les équations de l'élastodynamique.*

Ce travail fait suite au stage de DEA de S. Fauqueux sur les éléments finis mixtes d'ordre élevé avec condensation de masse pour l'acoustique. Il fait l'objet d'un contrat entre l'IFP et l'INRIA et constitue le sujet de thèse de S. Fauqueux, sous contrat CIFRE avec l'IFP.

Une nouvelle formulation des équations de l'élastodynamique 2D sous forme $H\,(div) - L^2$ a été mise en place. Cette formulation permet d'utiliser la méthode des éléments finis mixtes $H^1 - L^2$ avec condensation de masse étudiée en acoustique.

Nous avons tout d'abord montré que cette nouvelle formulation permet bien d'obtenir la conservation de l'énergie. Une étude de stabilité nous a donné la condition suffisante suivante, pour des éléments Q_k en élastodynamique :

$$\lambda_C^{min} \frac{\delta t}{h} \leq cfl_{acous}$$

où λ_C^{min} est la plus petite valeur propre non nulle du tenseur d'élasticité vu comme matrice 4×4 et cfl_{acous} la CFL en acoustique, pour les mêmes éléments finis. Cette étude nous a permis de généraliser un résultat intéressant en acoustique : les valeurs et vecteurs propres de la matrice obtenue par l'analyse de dispersion en dimension d se déduisent de celles obtenues en 1D. Ceci nous permet d'étudier facilement la CFL ou la dispersion en dimension 2 ou 3. Nous avons aussi étudié l'erreur de réflexion-transmission générée par la méthode numérique utilisée, en acoustique 1D. Elle montre que l'utilisation de maillages non adaptés aux différentes couches de vitesse du matériau pénalise fortement la méthode. Enfin, nous avons appliqué la technique des PML aux équations de l'élastodynamique, d'après une formulation mise en place par Zhao-Cangellaris. Une étude effectuée en collaboration avec P. Joly et E. Bécache montre des problèmes de stabilité des PML pour certains matériaux anisotropes.

La méthode a été implémentée en 2D, pour différentes valeurs de k.

Nous avons enfin réalisé un film sur la propagation d'une onde acoustique dans un milieu géophysique "réaliste" avec topographie, suite au contrat de 4 mois entre l'IFP et l'INRIA annoncé dans le rapport d'activité de l'année 1999.

6.5 Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré avec condition de contact unilatéral

Participants : Eliane Bécache, Jean-Charles Gilbert, Patrick Joly, Gilles Scarella.

Mots clés : élément fini mixte, élastodynamique, fissure, contact unilatéral.

Ce travail fait suite aux résultats que nous avons obtenus dans le cadre de la thèse de Chrysoula Tsogka sur le contrôle non destructif. Il s´agit d´un problème qui nous a été posé par EDF et qui consiste à détecter des fissures dans des milieux élastiques hétérogènes et anisotropes.

Jusqu'à présent, nous avions modélisé la condition aux limites posée sur la fissure par une condition de surface libre. La nouveauté dans le travail que nous démarrons actuellement et qui fait l´objet d´une nouvelle thèse (Gilles Scarella, en collaboration avec EDF et le Laboratoire

de Mécanique et d´Acoustique de Marseille) est la prise en compte, dans cette condition aux limites, de possibilité de contact entre les deux lèvres de la fissure. Cette condition aux limites de type contact unilatéral est plus réaliste d´un point de vue physique et introduit des difficultés nouvelles sur le plan mathématique dans la mesure où elle conduit à la résolution d´inéquations variationnelles.

Notre but est d´étendre la méthode des domaines fictifs à ce nouveau problème afin de conserver tous les avantages de ce type d´approche mis en évidence par les travaux de Chrysoula Tsogka. Rappelons que cette méthode consiste à prolonger la solution dans un domaine de géométrie simple (rectangle en 2D) et à prendre en compte la condition aux limites sur la fissure de façon faible en introduisant un multiplicateur de Lagrange λ défini sur la fissure. On a alors à chercher (σ, u, λ), où on note toujours σ et u les solutions dans le domaine rectangulaire. Cette méthode présente donc l'avantage de poser le problème dans un domaine simple dont le maillage est indépendant de celui de la fissure et permet l´utilisation de méthodes numériques rapides.

Néanmoins, l´extension n´est pas si directe: l´introduction de conditions de contact unilatéral sans frottement (ou conditions de Signorini) oblige à utiliser une formulation en déplacements-contraintes. De plus, dans le cas non linéaire, pour la discrétisation en temps, nous ne pouvons pas employer un schéma centré car il conduirait à un schéma inconditionnellement instable. C´est pourquoi nous proposons un schéma décentré stable. Ce schéma est explicite pour les inconnues de volume mais implicite pour le multiplicateur de Lagrange. De plus, nous sommes amenés à résoudre un problème d´optimisation sur le multiplicateur avec contraintes de borne à chaque pas de temps.

En 1D, résoudre le problème de minimisation d´une fonctionnelle quadratique sous contrainte de borne est très simple. Une comparaison avec une solution analytique a donné des résultats très satisfaisants quant à la validation de la méthode.

En 2D, cette méthode conduit à la résolution d´un problème d´optimisation de type programmation quadratique avec contraintes de borne sur le multiplicateur. Ce point est développé en collaboration avec Jean-Charles Gilbert (projet ESTIME).

6.6 Raffinement de maillage espace-temps en élastodynamique

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Georges Kayo de Kayo.

Ces travaux entrent dans le cadre de nos travaux sur les méthodes de résolution des problèmes de propagation d'ondes élastiques dans des milieux complexes et basées sur l'utilisation de grilles régulières. Pour mieux prendre en compte des détails géométriques, il peut être intéressant de pouvoir raffiner une partie de la grille de calcul en espace. Pour des raisons de condition de stabilité et de coût de calcul, il est souhaitable de raffiner également le pas de temps. Le point délicat est le traitement de la frontière entre les grilles. Celui-ci est en effet susceptible de détruire la stabilité et d'altérer la précision notamment par des phénomènes de réflexion à l'interface. Pour les équations de Maxwell, T. Fouquet et P. Joly ont développé une méthode de raccord des grilles basée sur la conservation d'une énergie discrète assurant la stabilité. Cette méthode a commencé à être étendue aux équations de l'élastodynamique par G. Kayo de Kayo durant son stage de DEA (Paris XI). Nous avons en particulier écrit le schéma

obtenu en utilisant les éléments finis mixtes que nous avions développé avec C. Tsogka. L'idée à terme est de coupler cette méthode de raffinement avec la méthode des domaines fictifs pour prendre en compte des fissures de forme géométrique complexes.

6.7 Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile

Participants : Eliane Bécache, Isabelle Champagne, Patrick Joly.

Nous avons poursuivi nos travaux sur la diffraction d'une onde par un obstacle mobile. L'obstacle se déplace à une vitesse qui peut être assez proche de celle de l'onde. Une application possible de ce problème est le détection de l'hélice d'un sous-marin par une onde sonore par exemple. Dans un premier temps, on considère comme exemple modèle l'équation des ondes acoustiques, on notera u la solution. On suppose que l'obstacle est un solide indéformable sur lequel est imposée une condition aux limites de Dirichlet, $u_{/\Gamma} = 0$.

Développements théoriques. Nous avions l'année dernière signalé que, bien que ce problème ait déja fait l'objet d'un certain nombre d'études théoriques (Cooper, Petkov, Strauss, ...), il reste des questions ouvertes sur lesquelles nous nous penchons actuellement. En particulier, nous nous sommes intéressés à la question concernant le problème de Cauchy et qui peut se formuler ainsi: l'énergie de la solution reste-t-elle bornée au cours du temps? Cette question a été traitée dans la littérature pour le cas d'une dimension d'espace n supérieure ou égale à 3, mais les techniques utilisées ne peuvent pas s'appliquer pour $n = 1$ ou 2. Cette question a fait l'objet du stage de DEA d'I. Champagne. Le résultat n'est pour l'instant que partiel. Nous avons obtenu un ensemble de conditions suffisantes pour que l'énergie soit bornée, mais il nous reste à interpréter ces conditions en terme géométrique sur l'obstacle et surtout à montrer qu'elles peuvent être vérifiées dans certains cas au moins...

6.8 Acoustique en présence d'écoulement

Participants : Anne-Sophie Bonnet-BenDhia, Gary Cohen, Patrick Joly, Eric Lunéville, Lynda Dahi, Jean-François Mercier.

Le développement de ce thème bénéficie aujourd'hui d'un contexte particulièrement favorable. Tout d'abord, la collaboration régulière avec V. Pagneux, du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (**LAUM**), et A. Maurel, du Laboratoire Ondes et Acoustique de l'**ESPCI,** ont abouti cette année à *l'élaboration d'un projet 'Jeune Equipe' qui a obtenu le soutien du CNRS.* Ensuite, le recrutement de J.-F. Mercier qui a soutenu une thèse en mécanique des fluides, en tant que Chargé de Recherches au CNRS en Octobre 1999 est particulièrement opportun : en effet, l'étude de l'acoustique en présence d'écoulement nécessite un effort de modélisation tout particulier, et de bonnes connaissances en mécanique des fluides. Enfin l'organisation d'une école **INRIA-CEA-EDF** sur ce thème en septembre 2000 a permis de faire le point sur plusieurs des difficultés inhérentes à cette question.

Problèmes en régime transitoire. Dans l'optique de l'application aux problèmes d'Aéroacoustique, nous nous sommes intéressés à l'approximation numérique des équations d'Euler

linéarisées autour d'un écoulement laminaire stationnaire subsonique (stage de DEA de J. Métral, financé par Dassault-Aviation). Le but poursuivi est de concevoir un schéma numérique qui retombe sur le schéma saute-mouton classique lorsque le fluide est au repos. Nous avons proposé un schéma semi-implicite (i.e., implicite pour les termes de convection), qui a la particularité que la condition de stabilité n'est pas affectée par l'écoulement. Ce schéma donne de bons résultats bien que la dispersion numérique devienne de plus en plus importante lorsque le nombre de Mach augmente (ce qui semble plus inhérent au problème qu'à la nature du schéma). J. Métral s'est plus particulièrement intéressé à l'application des couches PML à ce type de modèle. Les couches PML standard donnant naissance à des instabilités, il a implémenté des modèles de couches régularisées développés en collaboration avec J.L. Lions et O. Vacus. Les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Problèmes en régime harmonique. Parallèlement au développement de méthodes numériques pour résoudre le problème transitoire de la propagation acoustique dans un écoulement, nous nous sommes intéressés au calcul du régime harmonique établi. Il s'agit de calculer les solutions périodiques en temps des équations d'Euler, linéarisées autour d'un écoulement moyen. Or l'étude de ces équations soulève de nombreuses difficultés qui rendent les méthodes usuelles inopérantes. Ainsi par exemple, l'élimination de la vitesse acoustique dans les équations conduit nécessairement (si l'écoulement n'est pas uniforme) à *une équation aux dérivées partielles d'ordre 3 pour la pression.* Par ailleurs, contrairement au cas d'un milieu au repos, les ondes acoustiques harmoniques en présence d'un écoulement moyen ne sont généralement pas irrotationnelles (même si l'écoulement est uniforme). Autrement dit, l'écoulement est responsable de la présence de zones acoustiques tourbillonaires, dont la détermination nécessite une très bonne connaissance des phénomènes mis en jeu.

Nous avons en particulier abordé l'étude de la diffraction acoustique par une plaque rigide plane située dans un écoulement uniforme. Ce problème pose des questions délicates (étroitement liées à des questions de modélisation) concernant le *comportement du champ de pression aux deux extrémités de la plaque.* Dans un milieu au repos, c'est la définition de l'énergie acoustique qui permet de fixer le cadre fonctionnel adéquat pour l'étude mathématique, dont se déduit classiquement la nature des singularités du champ de pression aux extrémités de la plaque. En présence d'un écoulement moyen, l'ambiguïté relative à la définition d'une énergie acoustique ne permet pas d'appliquer une démarche analogue et la modélisation du phénomène aux extrémités de la plaque reste ouverte.

Néanmoins, il semble couramment admis d'imposer à la pression acoustique une condition de type *Kutta-Jukowski* au bord de fuite. Pour ce modèle, nous avons prouvé l'existence d'une solution et proposé une méthode numérique pour la calculer. Cette méthode consiste à travailler avec le potentiel des vitesses. Elle repose sur un changement de variables et de fonction inconnue, conduisant à résoudre le problème sans écoulement pour une géométrie modifiée et pour deux seconds membres différents : l'un prend en compte l'onde incidente et l'autre le sillage généré au bord de fuite.

La résolution du problème sans écoulement est effectuée en couplant des élements finis avec plusieurs décompositions spectrales : une décomposition modale en amont et en aval de la plaque, et une décomposition en fonctions singulières aux deux extrémités de la plaque.En relation avec une expérience réalisée au Laboratoire de Mécanique de l'ENSTA, nous développons

une méthode pour prendre en compte l'élasticité de la plaque : l'objectif serait de déterminer la valeur du nombre de Mach correspondant à la résonance de la plaque.

6.9 Raffinement de maillage pour une méthode de résolution des équations de Maxwell et de l'équation des ondes

Participants : Francis Collino, Thierry Fouquet, Patrick Joly.

Mots clés : raffinement de maillage, FDTD, stabilité, précision.

Résumé : *Étude théorique et numérique du raffinement de maillage en différences finies pour la résolution de l'équation des ondes et des équations de Maxwell.*

Rappelons que ce thème a été développé dans le cadre d'un contrat avec le Centre d'Etudes de Gramat, contrat qui s'est achevé en cours d'année. Il constituait également le sujet de thèse de Thierry Fouquet qui a soutenu en Juin 2000. Le résultat majeur de cette thèse est la conception d'une méthode de raffinement de maillage espace-temps avec pour originalité majeure l'utilisation d'un pas de temps local permettant d'assurer un CFL quasi-constant dans toute la grille de calcul. A notre connaissance, il s'agit de la première méthode de ce genre dont la stabilité est prouvée et garantie sous la condition CFL usuelle. Cette méthode peut être formulée dans un cadre variationnel abstrait ce qui la rend utilisable tant en maillage structuré (incluant ainsi le schéma de Yee - objectif du contrat avec Gramat) qu'en maillage non structuré (modulo l'utilisation d'éléments finis mixtes). Elle se rapproche en cela de la méthode dite des éléments joints et s'en distingue essentiellement au niveau de la discrétisation en temps : le point clé de notre approche consiste à gérer des pas de temps locaux via des conditions de transmission discrètes entres grilles qui assurent une conservation d'énergie discrète et par suite la stabilité de la méthode.

Le code de calcul ayant été validé l'an dernier, nous avons porté nos efforts sur une étude théorique fine des propriétés de la méthode dans le cas monodimensionnel:

- Analyse d'instabilités pour des schémas de raccord par interpolation temporelle.
  Nous avions mis en évidence certains phénomènes d'instabilité avec ce type de schéma lorsque l'on ne raffinait qu'une bande du domaine de calcul et si on ne choisissait pas un CFL suffisamment petit. Nous avons affiné cette analyse en montrant que:
  - L'instabilité ne peut se produire que si le CFL est compris entre $\sqrt{2}/2$ et 1 dans le cas d'un raffinement 1-2, et entre $\sin(\pi/2n)$ et 1 dans le cas d'un raffinement 1-n.
  - Lorsque le CFL est trop grand ($\sin(\pi/2n) < CFL < 1$), on observe un phénomène d'explosion exponentielle en temps. Toutefois, il convient de distinguer 2 cas. Si la bande raffinée contient un nombre fixe de mailles (indépendant de h), le taux d'explosion tend vers l'infini lorsque h tend vers 0 : nous dirons qu'il y a *instabilité forte*. Lorsque la bande a une taille physique fixée, le taux d'explosion reste borné : on a un phénomène d'*instabilité faible*.

- Analyse fine des phénomènes numériques à l'interface grille fine - grille grossière pour la méthode stable. On s'intéresse typiquement à ce qui arrive à une onde incidente se propageant dans la grille grossière au moment où elle rencontre l'interface grille fine-grille grossière. Dans le cas d'un raffinement 1-2, on montre qu'une onde de fréquence ω et d'amplitude 1 donne naissance à divers phénomènes parasites: une onde réfléchie de même fréquence d'amplitude R, une onde transmise d'amplitude T mais aussi, à cause du phénomène d'aliasing, une deuxième onde transmise de fréquence $\omega+\pi/\Delta t$, Δt désignant le pas de temps dans la grille fine, et d'amplitude T'. R, T et T' sont des fonctions de $\omega\Delta t$ (l'inverse du nombre de points par période) et du CFL $\alpha = c\Delta t/h$.

  - On montre que R, T approchent respectivement 0 et 1 à l'ordre 2 en $\omega\Delta t$ alors que T' ne tend vers 0 que linéairement. Néanmoins, le schéma est globalement d'ordre 2 au moins tant que α reste strictement inférieur à sa valeur maximale, 1 en l'occurence ! Ceci est dû à l'observation que l'onde transmise de fréquence $\omega + \pi/\Delta t$ devient évanescente dès que la fréquence de l'onde incidente est (modulo $\pi/\Delta t$) inférieure à $C(\alpha)/\Delta t$ où $C(\alpha)$ est une constante positive. De plus la profondeur de pénétration de cette onde dans la grille grossière est en $O(h)$. Il en ressort que l'erreur due à cette onde est exponentiellement petite dès qu'on est pas pile sur l'interface...
  - Lorsque α se rapproche de 1, l'onde transmise parasite de fréquence $\omega+\pi/\Delta t$ devient gênante, d'une part parce que T' augmente mais surtout parce que le domaine des fréquences qui donnent des ondes transmises évanescentes diminue: il est même vide lorsque $\alpha = 1$. Nous illustrons ce phénomène sur la figure 4. Heureusement, dès qu'on diminue un tant soit peu α, ce domaine augmente rapidement, et l'influence de l'onde parasite haute fréquence devient alors négligeable (figure 5).

Il reste sur ce problème des questions théoriques ouvertes intéressantes que nous aborderons l'an prochain. En particulier, la question de la convergence de la méthode en dimension 3, intimement liée au choix de l'espace d'approximation pour le multiplicateur de Lagrange introduit sur l'interface grille fine-grille grossière (où plus exactement la compatibilité de ce choix avec celui effectué pour le champ électromagnétique), reste en suspens.

6.10 Couches absorbantes

Participants : Eliane Bécache, Gary Cohen, Sandrine Fauqueux, Patrick Joly.

Étude numérique des PML pour les ondes élastiques. Les couches absorbantes de type PML ont été implémentées dans deux codes d'ondes élastiques (basés sur deux méthodes différentes): le code développé par C. Tsogka et le code développé par S. Fauqueux. Dans les deux cas, des instabilités liées aux PML ont été observées. Nous avons essayé de comprendre leurs origines. Nous avons alors identifié deux causes distinctes d'instabilités. La première est liée au type de matériau dans lequel l'onde se propage. La deuxième est liée au type de conditions aux limites utilisées pour fermer la couche.
Étude théorique des PML pour les ondes élastiques. Nous avons fait une étude théorique du premier type d'instabilité. Nous avions constaté qu'elle ne se produisait que pour un certain type de matériaux anisotropes. Une analyse des valeurs propres du symbole de l'opérateur PML

nous a permis de mettre en évidence une condition nécessaire de stabilité sur les coefficients du matériau. En particulier tous les matériaux isotropes vérifient cette condition et les matériaux pour lesquels on avait observé des instabilités ne la vérifient pas. Nous avons d'autre part pu interpréter de manière géométrique cette condition : l'instabilité est liée à l'existence de directions de propagation dont la vitesse de phase est sortante par rapport à la frontière absorbante alors que la vitesse de groupe est rentrante. Ce type de phénomènes ne peut se produire que pour les ondes QS si on considère un matériau orthotrope dont un axe principal est parallèle à la frontière absorbante.

Étude théorique des PML pour les ondes acoustiques anisotropes . En fait ce phénomène d'instabilité se produit déjà pour un modèle plus simple: les ondes acoustiques anisotropes, lorsque l'interface avec la couche PML n'est pas parallèle à l'un des axes d'anisotropie. Pour remédier à ce problème nous proposons de nouvelles couches absorbantes. Tout en gardant le principe de couches parfaitement adaptées c'est à dire qui ne génèrent aucune réflexion, l'idée est de trouver un matériau isotrope qui accolé au milieu de référence ne génère aucune réflexion. Ceci s'explique de la façon suivante: on peut trouver facilement un changement de variable qui conserve le demi espace $x > 0$ et transforme l'équation des ondes anisotropes en équation des ondes isotropes. On peut alors appliquer l'absorption PML classique. Les premiers résultats obtenus avec cette méthode sont très encourangeants. Malheureusement, en l'état actuel des choses ces idées semblent difficilement transposables au cas des ondes élastiques: il n'y a pas de changement de variable du même type que celui utilisé dans le cas scalaire qui transforme un modèle élastique anisotrope instable en modèle élastique stable...

6.11 Modèles asymptotiques en ferromagnétisme : couches minces et homogénéisation

Participants : Patrick Joly, Houssem Haddar.

Mots clés : équation de Maxwell, ferromagnétisme, couche mince, homogénéisation.

Les matériaux ferromagnétiques possèdent une aimantation naturelle, qui interagit de manière non linéaire avec les ondes électromagnétiques (nous considérons ici le cas des matériaux saturés obéissant à la loi de Landau-Lifschitz-Gilbert). Cette interaction induit en particulier une dissipation de l'énergie de l'onde, et confère donc à ces matériaux la particularité d'être absorbants. Nous nous intéressons à leur utilisation en tant que revêtements furtifs. Les travaux que nous décrivons ci-dessous se sont concrétisés par la thèse de Houssem Haddar soutenue le 14 décembre 2000 [2].

Après avoir étudié la diffraction d'ondes électromagnétiques par un revêtement ferromagnétique de faible épaisseur moyennant la dérivation de conditions aux limites équivalentes (voir [25, 24]), nous nous sommes intéressés dans un deuxième temps à l'étude des milieux ferromagnétiques périodiques. Nous avons dérivé, pour ce type de structures, un modèle homogénéisé s'interprètant comme le problème limite quand la taille de la périodicité tend vers zéro (voir [2, 35]). L'étude de convergence a été menée dans le cas des milieux laminaires (périodicité 1D) à l'aide de la théorie de convergence double échelle. La difficulté essentielle de cette étude étant le caractère non linéaire de la loi constitutive du matériau. L'intérêt du modèle homogénéisé sur le plan pratique est double. Premièrement, il nous permet d'étudier (sur des configurations

simples !) les propriétés d'absorption du milieu périodique dans le domaine fréquentiel. Ainsi on a pu mettre en évidence par exemple dans le cas d'une structure "up-down", connue comme étant l'une des structures de base de l'aimantation rémanante dans un film ferromagnétique, l'apparition de deux pics d'absorption par rapport à une structure homogène (voir figure 6).

Le deuxième intérêt est de nous permettre la saisie numérique du problème de diffraction d'une onde électromagnétique par un revêtement ferromagnétique périodique lorsque la taille de la périodicité est très petite devant la longueur de l'onde incidente. La figure 7 montre un exemple d'expérience de diffraction par une couche formée d'une alternance périodique d'un matériau ferromagnétique homogène et du vide. On constate que la solution numérique converge bien vers la solution du problème homogénéisé lorsque la taille de la périodicité δ est de plus en plus petite par rapport à la longueur d'onde incidente λ.

6.12 Analyse modale de la propagation des ondes. Décomposition en fonctions propres généralisées

Participant : Christophe Hazard.

Lorsqu'on étudie les vibrations d'un système conservatif correspondant à un milieu de propagation borné, il est bien connu que la réponse à une excitation quelconque peut être décomposée sur une *base de modes propres*, autrement dit les modes de vibration libre du système. Ceux-ci apparaissent pour des valeurs particulières de la fréquence, les *fréquences propres*, qui forment un ensemble discret : le spectre du problème. La décomposition ainsi obtenue revient à séparer les variables de temps et d'espace. Elle fournit un moyen rapide et précis pour calculer numériquement l'état du système à chaque instant, tant que les fréquences caractéristiques des signaux étudiés ne sont pas trop élevées.

La méthode se généralise à des milieux de propagation non bornés, c'est-à-dire dont les limites réelles sont suffisamment éloignées pour qu'on puisse considérer qu'elles n'influencent pas l'évolution des ondes étudiées. La recherche des modes de vibration libres conduit dans ce cas à un continuum de fréquences : le *spectre continu*. L'état du système pourra alors être décomposé non plus sous forme d'une série, mais d'une intégrale sur ce spectre. C'est la *décomposition en fonctions propres généralisées* : toute onde localisée en espace (à chaque instant) peut être décomposée selon une famille d'ondes élémentaires, harmoniques en temps.

L'exemple le plus simple est donné par la propagation des ondes acoustiques dans l'espace libre homogène : la transformation de Fourier, qui peut être vue comme une opération de projection sur les *ondes planes*, nous fournit la décomposition évoquée. Mais en dehors de cet exemple, la contruction de cette décomposition modale soulève des questions difficiles qui nécessitent des outils mathématiques non triviaux, liés essentiellement à la théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints : le problème central est celui de la *diagonalisation* d'un tel opérateur. Un travail de synthèse sur ce sujet a été effectué par C. Hazard dans le cadre de son mémoire d'habilitation à diriger les recherches. Deux façons de construire cette décomposition modale sont abordées.

6.13 Optique géométrique et solutions multivaluées d'équations d'Hamilton-Jacobi

Participants : Jean-David Benamou, Ian Solliec.

La technique numérique traditionnelle pour la résolution de problèmes de type optique géométrique est celle du lancer de rayons. On peut la qualifier de Lagrangienne car, comme en mécanique des fluides, diverses quantités (phase, amplitudes, indices ...) sont transportées le long des rayons. La solution est donc connue le long de ces trajectoires qui ne sont pas définies par l'utilisateur mais lui sont imposées par la physique du problème. Les rayons peuvent diverger ou alors converger vers un phénomène de caustique et se croiser. Dans ce dernier cas on dit que la solution est multi-valuée, la phase et les autres quantités pouvant prendre plusieurs valeurs au même point de l'espace physique.

Il est aussi possible de calculer directement la phase vue comme une fonction de l'espace physique solution d'une équation de Hamilton-Jacobi : c'est l'approche Eulérienne. La solution obtenue correspond à la solution Lagrangienne lorsqu'elle est classique, en pratique cela signifie que les rayons ne se croisent pas et que la solution lagrangienne est uni-valuée. Dans le cas contraire la solution calculée par des schémas numériques dits "décentrés" est appelée solution de viscosité et est naturellement uni-valuée. Elle ne représente qu'une partie de la solution calculée par la méthode Lagrangienne. La discrétisation de l'équation est dans ce cas laissée au choix de l'utilisateur ce qui résout le problème des zones de basse densité de rayons. Le problème des caustiques est lui lié à l'existence de solutions multi-val uées et n'autorise pas a priori l'utilisation directe de l'équation.

Nous développons une méthode numérique robuste de calcul de la solution mul ti-valuée en évitant la technique de lancer de rayons et donc uniquement à l'aide de résolutions directes de l'équation d'Hamilton-Jacobi. La méthode est basée d'une part sur la localisation automatique et précise des caustiques et d'autres part sur des arguments de géométrie différentielle qui permettent de connaître a priori la structure de la caustique et de la solution recherchée.
L'optique géométrique fournit une bonne approximation des équations d'ondes en régime haute fréquence et c'est sous cette forme que sont simulés par exemple les phénomènes de propagation et d'absorption laser grâce à l'équation de Maxwell. On est donc amené à résoudre une équation d'Hamilton-Jacobi pour la phase (eikonale) couplée à une équation de transport pour l'amplitude (énergie). La représentation de la solution des équations de Maxwell fait alors intervenir de façon plus ou moins complexe les inconnues du problème d'optique géométrique associé. C'est encore au voisinage des caustiques que cette représentation est la plus difficile car elle dépend de la nature de la caustique. Il est connu que la fonction d'Airy est la représentation naturelle de la solution au voisinage d'une caustique de type pli. Cette représentation génère une modification des équations de transport associées qu'il faut résoudre pour produire des solutions numériques permettant une représentation correcte de l'absorption laser en présence de caustiques. Ce projet rentre dans le cadre du programme de conception d'outils de simulation numérique pour le laser Méga-Joule. Le CEA finance la thèse de Ian Solliec.

6.14 Modélisation numérique en acoustique musicale: étude de la guitare

Participants : Eliane Bécache, Grégoire Derveaux, Patrick Joly.

Mots clés : domaine fictif, non-linéarité, interaction fluide-structure, modèle de plaques, élément fini, dynamique des structures.

A la suite du travail de L. Rhaouti sur la modélisation numérique de la timbale, et toujours en collaboration avec le Groupe Acoustique de l'Ecole Supérieure des Télécommunications (A. Chaigne), nous nous intéressons à l'analyse des instruments à cordes, à commencer par la guitare. Ce travail s'insert dans le thème de recherche baptisé *synthèse sonore*, dont le but est de reproduire numériquement le son d'instruments de musique.

Le modèle général consiste en un couplage entre une ou plusieurs cordes à la table supérieure de l'instrument par l'intermédiaire d'un chevalet. La table elle-même étant couplée à une cavité d'air percée d'un trou ou d'ouïes. La question de l'excitation de la corde (pincée, frottée ou frappée) est, elle aussi, fondamentale pour la sonorité.

La modélisation de la table supérieure de l'instrument présente de nombreuses difficultés, tant du point de vue physique que du point de vue numérique. Il s'agit d'une plaque mince en bois, matériau orthotrope, en forme de guitare, encastrée sur son bord extérieur et percée d'un trou, le long duquel on a une condition de bord libre. En outre, elle est renforcée par des raidisseurs, baguettes de bois rigides collées sous la table de la guitare, qui ont une influence notable sur la forme et la fréquence des modes propres de la plaque.

Nous avons choisi de la modéliser à l'aide de l'équation de Kirchhoff-Love dynamique pour des matériaux inhomogènes et anisotropes, avec condition d'encastrement sur une partie du bord et une condition libre sur l'autre partie du bord. La principale difficulté de cette équation est qu'elle nécessite la construction d'une approximation de $H^2(\omega)$ (où ω est un ouvert borné régulier de $\mathbf{R}^2$), ce qui s'avère lourd et coûteux. Pour contourner ce problème, on le réecrit sous une forme mixte, dont nous avons montré la consistance sur maillage régulier par une méthode de dispersion numérique. L'implémentation de ce schéma est en cours.

6.15 Modélisation de silencieux d'automobiles

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Dorra Drissi, Marc Lenoir.

Ce thème fait l'objet d'une collaboration avec le Laboratoire de Modélisation et de Simulation Numériques dans les Sciences de l'Ingénieur de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, qui entretient lui-même des relations contractuelles avec un industriel (ERECA), fabricant de silencieux. La thèse de D. Drissi y est consacrée, son objectif consiste à mettre au point une méthode numérique d'éléments finis permettant d'évaluer l'atténuation acoustique produite par un pot d'échappement.

L'une des difficultés provient de la présence dans le pot de tubes perforés. En effet, la taille des perforations est petite devant les dimensions du pot et devant la longueur d'onde. Une étude asymptotique a été réalisée dans le cas bidimensionnel à partir des travaux de Sanchez-Palencia : nous avons ainsi pu vérifier qu'à l'ordre 0, la propagation de l'onde acoustique n'est pas modifiée par la présence de la paroi perforée. Ceci a été confirmé par une étude numérique réalisée à partir du code MELINA. Nous avons ensuite établi les équations vérifiées par le

terme d'ordre 1 qui permet d'évaluer l'influence des perforations sur l'atténuation. Le calcul numérique de ce terme correctif a été réalisé durant le stage effectué par D. Drissi au SMP.

La méthode numérique a été étendue au cas 3D axisymétrique en écrivant, dans les tubes d'entrée et de sortie une condition de rayonnement du premier ordre. La programmation des conditions de radiation exactes dans MELINA est en cours.

Afin de passer au cas réaliste d'un pot tri-dimensionnel quelconque, une formulation originale, faisant intervenir comme inconnue suplémentaire le flux à travers la section transverse des tuyaux d'entrée et de sortie, a été développée. L'utilisation, pour cette inconnue, d'un maillage régulier en coordonnées polaires devrait permettre d'accroître la précision des calculs relatifs à la décomposition modale du champ.

6.16 Méthodes de raccordement modal généralisé

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Patrick Joly, Karim Ramdani, Axel Tillequin.

Le point de départ de ces méthodes était le problème consistant à évaluer le *champ rayonné par un guide acoustique ou électromagnétique semi-infini* , calcul pour lequel le calcul de la fonction de Green devient alors d'une redoutable complexité, sinon tout à fait impossible. Cette difficulté se présente également pour la modélisation des *jonctions de guides ouverts* (jonction d'un microguide avec une fibre optique par exemple) mais aussi pour des problèmes de diffraction par des *réseaux de plaques*. Le développement d'une méthode adaptée à ce type de problèmes a fait l'objet de la thèse d'A. Tillequin (qui sera soutenue en Janvier 2001).

Rayonnement d'un guide semi-infini. Nous avons mis au point, sur un cas modèle bidimensionnel, une méthode originale pour étudier et résoudre le problème du rayonnement acoustique dans l'espace libre d'un guide fermé rectiligne semi-infini (autrement dit, deux plaques rigides parallèles semi-infinies). La méthode que nous avons développée repose sur une formulation variationnelle monodimensionnelle écrite sur une *frontière rectiligne infinie perpendiculaire à l'axe du guide* et située au niveau de l'embout. Elle consiste à écrire le raccord en valeur et dérivée normale de la solution dont l'expression, de part et d'autre de cette frontière, est explicitée en variable de Fourier. Elle utilise donc de façon essentielle la séparation de variables (en coordonnées cartésiennes) de chaque côté de la frontière. Le couplage de cette méthode avec une méthode intégrale classique permet de prendre en compte un obstacle borné situé à l'intérieur ou à l'extérieur du guide.

Du point de vue théorique, nous avons démontré pour ce problème un théorème d'absorption limite. La principale difficulté a consisté à établir la densité des fonctions régulières dans un espace fonctionnel dont la définition fait intervenir une *norme non locale.* Ce résultat fait appel à la théorie des intégrales singulières.

La méthode a été mise en œuvre dans le cadre du code MELINA. L'espace de discrétisation est un espace d'éléments finis de Lagrange, éventuellement complété par une fonction destinée à mieux tenir compte du comportement lentement décroissant du champ diffracté à l'infini. La comparaison des résultats avec ceux obtenus par la technique de Wiener-Hopf s'est avérée très satisfaisante, et le *gain en temps de calcul considérable.* La méthode a également été appliquée avec succès au cas d'un dioptre acoustique bidimensionnel.

Jonction de guides ouverts. Un problème très important en pratique dans le domaine de l'optique intégrée consiste à évaluer les *pertes par diffraction à la jonction de deux guides ouverts*. Ce problème se pose en particulier lorsque l'on raccorde une fibre optique et un guide diélectrique microruban. La complexité du milieu de propagation rend alors difficile, voire impossible, l'utilisation de méthodes intégrales.

L'extension de la méthode, décrite au paragraphe précédent, au problème bidimensionnel de la jonction de deux guides ouverts est en cours. Chaque guide ouvert est un milieu à trois couches, la couche intermédiaire étant la plus lente. La méthode s'appuie cette fois sur une formulation du problème écrite sur une frontière rectiligne infinie située à l'interface entre les deux guides. Le point nouveau est l'utilisation (pour exprimer le champ de part et d'autre de la frontière) de la *décomposition modale généralisée* à la place de la transformée de Fourier. Il s'agit d'une transformation qui fait intervenir une partie intégrale (comme la transformation de Fourier) et une partie discrète (comme la série de Fourier). La partie intégrale correspond à la décomposition sur les modes de radiation, associés aux fréquences appartenant au spectre continu de l'opérateur du guide d'ondes. La partie discrète en revanche correspond à la décomposition sur les modes guidés, qui sont associés aux valeurs propres.

Diffraction par un réseau de plaques. La méthode de raccordement modal généralisé a enfin été appliquée au problème de la diffraction harmonique par un réseau de plaques parallèles semi-infinies, localement perturbé par un obstacle. Les plaques sont supposées parfaitement réfléchissantes. C'est cette fois la transformée de Floquet-Bloch qui joue le rôle de la transformée de Fourier. La formulation obtenue, écrite là-encore sur une frontière verticale posée à l'extrémité des plaques, permet de montrer que le problème relève de l'alternative de Fredholm, lorsque la fréquence n'est pas égale à une fréquence de résonance du réseau. Nous poursuivons actuellement ce travail en considérant, à la place du réseau de plaques, un milieu stratifié périodique. Le problème est plus riche que le précédent, car il donne lieu à un véritable spectre de bandes.

6.17 Guides d'ondes électromagnétiques en Optique

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Patrick Joly, Dolores Pedreira, Christine Poirier.

Les travaux menés sur le calcul de modes guidés en optique intégrée sous l'hypothèse du faible guidage ont débouché sur un rapports de recherche [38]. La collaboration avec l'Université de Saint-Jacques de Compostelle s'oriente maintenant vers l'étude du modèle vectoriel complet.

6.18 Résonances en Hydrodynamique navale

Participants : Christophe Hazard, François Loret.

Le problème de la stabilisation dynamique des navires (par déplacement de masses ou commande d'appendices mobiles) n'est pas récent mais son importance est croissante, en raison tout particulièrement de la réduction de leur taille. La question préliminaire concerne la simulation des mouvements transitoires du navire dans un champ de vagues quelconque : pour aborder la question de la commande de ces mouvements, il faut disposer d'une méthode suffisamment

simple et précise pour les prévoir. Les modèles couramment retenus, qui s'inspirent des méthodes fréquentielles de l'automatique classique et ne prennent pas en compte le rayonnement de l'énergie de la houle, sont trop grossiers pour obtenir une simulation réaliste. Mais on peut craindre qu'en enrichissant le modèle, on soit conduit à des temps de calcul trop importants pour envisager un contrôle en *temps réel* des mouvements.

La connaissance des résonances et des modes associés fournit peut être l'outil de simulation recherché. La méthode, développée initialement (dans les années 70) sous le nom de 'Singularity Expansion Method' (SEM) dans le cadre de l'électromagnétisme, ne semble pas avoir connu un grand succès : l'absence de techniques fiables de calcul numérique des résonances limitait son utilisation aux rares cas où les calculs deviennent explicites. *Nous disposons maintenant de telles techniques.*

Le principe de la méthode est très simple. Il s'agit en quelque sorte d'une extension de la méthode de la transformation de Laplace. Elle repose précisément sur le caractère analytique du prolongement aux fréquences complexes d'un problème de diffraction. Chaque résonance, qui constitue un pôle de ce prolongement, se traduit (via le théorème des résidus) par une contribution oscillante, amortie de façon exponentielle, de la réponse transitoire du navire. Cette réponse va alors apparaître comme une superposition (discrète) de tels comportements élémentaires, à laquelle il faut adjoindre une contribution 'basse fréquence' associée au rôle particulier de la fréquence nulle dans le prolongement analytique du problème (singularité de type logarithmique). Plus précisément, on obtient ainsi *le comportement asymptotique en temps de la réponse du navire,* l'erreur commise étant exponentiellement décroissante en temps (selon un facteur qui dépend de la quantité de résonances retenues). D'un point de vue numérique, ce comportement est beaucoup moins coûteux à calculer que la réponse elle-même, si on a déterminé au préalable les résonances et les modes associés. Toute la question est de savoir si cette estimation de la réponse est suffisamment précise pour alimenter un processus de stabilisation des mouvements. Une expérimentation numérique devrait founir un premier élément de réponse.

6.19 Ondes de surface en élasticité et couplage fluide-structure

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Lynda Dahi, Patrick Joly, Christine Poirier.

Ce travail concerne la propagation des ondes acoustiques dans des domaines cylindriques, de section transverse non bornée, dont une partie est occupée par un fluide compressible et une partie par un solide élastique. L'étude porte aussi bien sur le cas d'une barre élastique plongée dans un fluide, que sur le cas *inverse* d'une cavité cylindrique creusée dans un solide et contenant un fluide. La géométrie de la section transverse de la barre, dans le premier cas, et de la cavité, dans le second cas, étant quelconque, il n'est pas possible de réaliser des calculs explicites. Les applications sont nombreuses, en acoustique sous-marine, en prospection sismique, ou en contrôle non destructif par exemple.

En utilisant les outils de la théorie spectrale des opérateurs autoadjoints (et particulièrement le Principe du Min-Max), *l'existence d'ondes de Stoneley généralisées* guidées par l'interface fluide-solide a été démontrée et diverses estimations sur le nombre de modes guidés en

fonction de la fréquence ont été établies. Une des difficultés de cette étude tient au caractère non-linéaire du problème de valeurs propres : en effet, la formulation en potentiel des vitesses dans le fluide et déplacement dans le solide fait intervenir un terme de couplage (entre le fluide et le solide) *qui dépend de la pulsation* ω.

Les derniers résultats concernent l'étude asymptotique des ondes guidées lorsque la densité du fluide tend vers 0, sa célérité étant maintenue constante. Il s'agit de l'approximation dite de *fluide léger*. Ainsi par exemple, dans le cas d'une barre élastique plongée dans un fluide, nous avons montré que le m-ième mode guidé du problème couplé tend asymptotiquement, soit vers le m-ième mode de la barre (sans fluide), soit vers un mode rayonnant dans le fluide, selon que la vitesse du m-ième mode de la barre est inférieure ou supérieure à la vitesse du son dans le fluide.

Une méthode destinée à calculer numériquement ces ondes guidées a été implémenté dans le code MELINA.

6.20 Distance de Wasserstein

Participants : Jean-David Benamou, Kevin Guittet.

Le problème de transport optimal de masse a été introduit par Monge à la fin du $18^{\text{ème}}$ siècle dans le but de calculer la manière la moins coûteuse de construire un remblai en creusant un déblai. Aujourd'hui, la généralisation du problème de Monge et de ses applications couvre un large spectre, de la modélisation économique à la mécanique des fluides... Le cadre abstrait du problème de transport est le suivant : étant données deux densités de masse 1, il faut trouver une application conservant les volumes et réalisant le transport de l'une vers l'autre. Ce problème est sous-déterminé, et peut admettre plusieurs solutions, il est donc naturel d'introduire un critère permettant de sélectionner parmi ces application celle qui minimise un coût de transport. La fonction coût la plus étudiée est celle qui fait intervenir la norme L2 de la distance totale parcourue par la masse. L'existence d'une application optimale pour ce critère a été résolu par Kantorovich en 1942 et permet de définir une distance entre densités appellée distance de Wasserstein.

Nous avons récemment proposé une reformulation de ce problème dans un contexte "mécanique des fluides". Au prix de l'ajout d'une dimension appelée temps qui introduit un continuum de densité entre densité initiale et finale, le problème de transport optimal peut être vu comme un problème de minimisation convexe non quadratique qui peut etre résolu par itérations de problème de Laplace espace-temps. De plus les conditions d'optimalités sont essentiellement le système classique de l'optique géométrique pour la phase et l'amplitude, l'amplitude étant préscrite aux deux bouts.

A la suite de ce travail, nous avons mis au point une méthode numérique en dimension 2 pour le calcul de la distance de Wasserstein et du phénomène de transport associé. Ceci ouvre la voie à des extensions et des améliorations : transport multiphasique, distance mixte Wasserstein/L2, ...

La caractérisation du transport optimal en terme d'optique géométrique permet d'espérer l'utilisation de cette technique pour de nouvelle applications : calcul de flots optiques, résolution

de problèmes aux deux bouts pour le lancer de rayons ...

Une thèse vient de débuter sur ce thème (K. Guittet).

6.21 Programmation dynamique et factorisation d'opérateurs elliptiques

Participants : Jacques Henry, Mohammed Sbai, Maria do Céu Soares.

Les travaux sur la factorisation d'opérateurs elliptiques du second ordre ont été poursuivis. On a ainsi mis en évidence, pour des ouverts cylindriques, par la méthode du plongement invariant dans une famille de problèmes définis sur des domaines variables, qu'un problème elliptique du second ordre peut se factoriser en un produit de deux problèmes du premier ordre non couplés et qui font intervenir un opérateur vérifiant une équation de Riccati. Cet opérateur relie des conditions aux limites sur la frontière mobile, ce peut être par exemple l'opérateur Dirichlet-Neumann. Sur le problème discrétisé, cette factorisation s'interprète exactement comme la factorisation de Gauss par blocs de la matrice du système linéaire. De ce fait d'autres discrétisations du système découplé sont envisageables : par exemple, en différences finies, un schéma d'Euler conduit à un système factorisé explicite en $O(h)$, différent de celui obtenu par la factorisation de Gauss. Ce schéma nécessite une condition de stabilité bornant le rapport du pas de discrétisation dans la direction privilégiée à ceux des autres directions. Ce schéma peut être corrigé pour redevenir $O(h^2)$. On aboutit ainsi à une méthode de calcul nécessitant moins d'opérations que la factorisation de Gauss par blocs grâce au caractère explicite. On cherche en parallèle à étendre la méthode à d'autres opérateurs que le Laplacien et à des géométries plus générales. Dans la première direction on a montré que la méthode s'applique au système de l'élasticité classique. Dans ce cas le second membre de l'équation de Riccati correspond à l'opérateur de l'élasticité sous l'hypothèse de contraintes planes. Pour les aspects géométriques, on a étudié comme modèle de la situation où la famille de domaines variables est limitée par une famille de surfaces sans bord démarrant au bord du domaine et venant se collaber en un point, le cas d'une famille de sphères concentriques. La principale difficulté est alors de définir la condition initiale à l'origine pour la phase de "remontée". Cette difficulté a été résolue au moins pour ce qui concerne l'existence du système découplé. Ce travail fait partie de la thèse de M. C. Soares de l'universidade nova de Lisbonne. Ces travaux se font en collaboration avec A. Ramos à l'universidade complutense de Madrid.

6.22 Problème inverse en EEG-MEG

Participant : Jacques Henry.

Dans le cadre d'une action coopérative de l'INRIA puis d'une ACI télémédecine du ministère de la recherche, O. Faugeras du projet ROBOTVIS a réuni différentes équipes autour du problème de la visualisation de l'activité électrique cérébrale à partir de données EEG et MEG. En coopération avec F. Clément du projet ESTIME, on síntéresse à la définition et à la résolution du problème inverse. Ce problème étant linéaire, la méthode de factorisation exposée plus haut permet à la fois de factoriser l'équation d'état et l'équation d'état adjoint, mais aussi de découpler ce système d'optimalité. Au total, l'estimée des sources est donnée

grâce à l'intégration d'un problème de Cauchy sur une famille de surfaces partant des capteurs et se déplacant vers la surface de localisation des sources.

6.23 Simulation du CHFR

Participants : Jacques Henry, Patrick Joly, Ali El Moussawi, Michel Kern.

La mesure de résistivité dans les puits de pétrole en exploitation est rendue difficile à cause de la présence d'un tube en acier "le casing". Le stage de deuxième année de l'école des mines d'Ali El Moussawi mené en collaboration avec la société Schlumberger a permis d'étudier différentes questions liées à la simulation de ce procédé. Il s'agissait d'une part d'analyser un problème de convergence dans un code de simulations des équations de Maxwell stationnaires et d'y remédier. Cela a été réalisé par la modification du préconditionneur. Il fallait d'autre part proposer une méthode permettant de prendre en compte les très forts contrastes de résistivité entre le casing et la formation. L'analyse par perturbations singulières d'un modèle convenablement adimensionnalisé a permis de fournir un modèle défini seulement dans la formation mais qui prend néanmoins en compte le courant de casing.

6.24 Approximation numérique du modèle de double porosité

Participant : Patrick Joly.

Dans le cadre d'une collaboration avec C. Alboin (Projet Estime) dont les travaux de thèse ont porté sur des problèmes de gestion de déchets radio-actifs, nous nous sommes intéressés au modèle dit de double porosité qui permet de modéliser le transport de produits contaminants dans un milieu micro-fracturé. Ce modèle est obtenu à l'aide de la théorie de l'homogénéisation à partir d'une hypothèse de périodicité du milieu. Ce modèle apparait comme le couplage de deux modèles paraboliques, l'un macroscopique (à l'echelle du milieu de propagation), l'autre microscopique (à l'échelle des micro-fractures). Le traitement numérique du modèle tel quel ne semble pas très adapté: il est très gourmand en temps de calcul et en place mémoire et pose également des problèmes de stabilité. Nous avons donc proposé de remplacer le modèle microscopique par l'introduction d'un opérateur de couplage équivalent. Cet opérateur de couplage apparaît comme un opérateur de convolution en temps dont on peut calculer le noyau de façon quasi-analytique (à l'aide d'une série) moyennant certaines hypothèses géométriques raisonnables. On peut en particulier déterminer sa singularité à l'origine (en $1/\sqrt{t}$) en son comportement aux temps longs (exponentiellement décroissant). Nous avons montré qu'une discrétisation en temps adéquate de cet opérateur préserve les propriétes de monotomie essentielles pour la stabilité du modèle complet, la décroissance rapide (phénomène de mémoire courte) du noyau justifiant en outre un procédé de troncature qui rend le calcul moins coûteux. L'implémentation de cette méthode a permis d'obtenir une amélioration de performance très spectaculaire.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Contrat INRIA-IFP

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Dans le cadre d'une contrat CIFRE avec l'IFP, S. Fauqueux, sous la direction de G. Cohen, a étudié une formulation par éléments finis mixtes des équations de l'élastodynamique en dimension 2. Un code 2D a été réalisé. Ce code peut traiter des milieux hétérogènes non-bornés ou anisotropes bornés. La prise en compte de milieux anisotropes non-bornés pose encore quelques problèmes.

7.2 Contrat INRIA-CEG

Participants : Francis Collino, Thierry Fouquet, Patrick Joly.

L'INRIA mène, depuis plus de 9 ans, une activité de recherche sur le thème différences finies et électromagnétisme pour le Centre d'Études de Gramat (DGA). Début 97 a commencé un nouveau contrat de trois ans sur le raffinement de maillage pour le schéma de Yee.

L'étude sur le raffinement de maillage pour les équations de Maxwell 2D a été étendue au cas des équations de Maxwell 3D. Un code de simulation a été implémenté et incorporé avec succès dans le code de calcul du centre d'études de Gramat ('Gorf').

7.3 Contrat INRIA-EDF

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Gilles Scarella, Chrysoula Tsogka.

Le contrat portant sur la diffraction d'ondes élastiques par des fissures modélisées par une condition aux limites de surface libre, objet de la thèse de Chrysoula Tsogka, s'est achevé. Un code de calcul a été transféré à EDF. Un nouveau contrat va démarrer pour poursuivre ces travaux dans le cadre de la thèse de Gilles Scarella (voir paragraphe 6.5).

7.4 Contrat INRIA-CEA

Participants : Jean-David Benamou, Ian Solliec.

Ce contrat finance la thèse de Ian Solliec qui porte sur la résolution directe d'équations d'Hamilton-Jacobi et le calcul numérique d'ondes hautes fréquences en présence de caustiques plis et fronces.

7.5 Contrat INRIA & DASSAULT-SPA

Participants : Patrick Joly, Michel Kern.

Ce contrat porte sur la modélisation par éléments finis tétraédriques avec condensation de masse de la propagation acoustique en présence d'écoulement turbulent via le modèle de Lightill.

7.6 Contrat ENSTA-DGA

Participants : Anne-Sophie Bonnet- Ben Dhia, Karim Ramdani.

Les travaux sur la modélisation des lignes supraconductrices sont développés dans le cadre d'un contrat avec la DGA en collaboration avec le Laboratoire Central de Recherches de Thomson à Orsay, l'IRCOM à Limoges et le laboratoire d'électronique de l'ENSEEIHT à Toulouse.

7.7 Contrat INRIA - Schlumberger

Participants : Jacques Henry, Patrick Joly, Ali El Moussawi, Michel Kern.

Le stage de deuxième année de l'école des mines de Paris d'Ali El Moussawi a donné lieu à un contrat avec la société Schlumberger. L'étude sur la modélisation du CHFR décrite cidessus a eu lieu dans ce cadre.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions nationales

- Participation à l'action concertée incitative Télémédecine dans le projet "Problèmes directs et inverses en EEG et MEG" consacrée à l'imagerie cérébrale, avec les projets Robotvis et Estime (Jacques Henry).

- J.-D. Benamou est responsable de l'ACI jeune chercheur GO++ (2000-2002) qui a pour objet la réalisation, par une approche orientée objet, d'une bibliothèque modulaire de programmes pour la résolution numérique de problèmes de type optique géométrique. Cette ACI finance le post-doct. de Ph. Hoch.

8.2 Relations bilatérales internationales

- Le projet participe à deux projets de l'Institut Lyapounov :
  Avec l'équipe du professeur Komech de l'université de Moscou sur l'étude de problèmes de propagation d'onde non-linéaire et l'étude de problèmes de diffraction dans des domaines singuliers.
  Avec l'équipe du professeur Tcheverda du centre de calcul de Novosibirsk sur les problèmes de modélisation numérique en sismique.

- Action Intégrée Procope 1999-2000 (Franco-Allemande) avec G. Leugeuring (U. Bayreuth) et F. Bourquin (LCPC) : 'Application of domain decomposition methods for approximate and exact controllability problems in structural mechanics". Responsable : J.-D. Benamou.

- Les travaux sur les guides d'ondes en interaction fluide-structure entrent dans le cadre d'une collaboration avec le LAMSIN (Laboratoire de Modélisation et de Simulation Numériques dans les Sciences de l'Ingénieur) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.

- L'accord bilatéral INRIA - ICCTI avec l'université nouvelle de Lisbonne a été renouvelé. Cet accord permet d'organiser l'encadrement de la thèse de Maria do Céu Soares en co-tutelle avec Bento Louro de cette université.

- Une proposition d'action intégrée "Picasso" (franco-espagnole) avec A. Ramos de l'université Complutense de Madrid a été soumise. Elle porte sur la factorisation des opérateurs elliptiques.

8.3 Accueils de chercheurs étrangers

Les chercheurs suivants ont séjourné au sein du projet :

- W.W. Symes (Rice University), 13 au 15 décembre.

- D. Gomez Pedreira (Université Saint-Jacques de Compostelle), 1er au 30 septembre.

9 Diffusion de résultats

9.1 Animation de la communauté scientifique

- Le projet est coorganisateur, avec l'ENSTA, du séminaire mensuel CRESPO qui donne l'occasion d'accueillir de nombreux chercheurs, professeurs et industriels.

- Les membres du Projet ont été très largement impliqués dans l'organisation avec l'Université de St-Jacques de Compostelle (A. Bermudez, D. Gomez-Pedreira) de la conférence WAVES2000, 5ème édition de la Conférence Internationale sur les aspects Mathématiques et Numériques des Phénomènes de Propagation d'Ondes (St-Jacques de Compostelle, Juillet 2000): C. Hazard et J. E. Roberts membres du Comité d'organisation; P. Joly, Président du Comité Scientifique, E. Bécache, A. S. Bonnet-Ben Dhia, G. Cohen et M. Lenoir, membres de ce même comité.

- A. S. Bonnet-Ben Dhia est membre du Comité National du CNRS (section 09 et section 41).

- A. S. Bonnet-Ben Dhia et P. Joly ont organisé, en collaboration avec V. Pagneux (Université du Mans) un cours INRIA dans la série "Ecole INRIA des Ondes" (laquelle était intégrée dans les Ecoles d'Eté CEA-EDF-INRIA) sur le thème "Acoustique et Diffraction d'ondes par des structures exotiques" (Septembre).

- P. Joly est membre du Comité éditorial de la Revue M2AN (Modélisation Mathématique et Analyse Numérique).

- P. Joly a été membre du Comité d'Evaluation du Département Electromagnértisme de l'ONERA (Toulouse, Février 2000)

- P. Joly a organisé le séminaire d'évaluation du Thème 4b (Calcul Scientifique) de l'INRIA (Paris, Mars 2000)

- J. Henry est membre du comité international de la conférence IFIP TC7 "System modeling and optimization" qui aura lieu à Trier en juillet 2001.

- J.-D. Benamou a organisé le workshop *Méthodes numériques pour l'optique géométrique , les équations d'Hamilton-Jacobi et leurs applications* (CEMRACS, CIRM Marseille), aout 2000.

- J.-D. Benamou a co-organisé avec W. Symes (Rice University) le minisymposium *Eulerian methods for multiphase geometrical optics* (SIAM Annual meeting, Puerto-Rico), juillet 2000 ;

- J.-D. Benamou a co-organisé avec F. Bonnans le Colloque *Processus Optimaux, Phénomènes de Propagation et Equations de Hamilton-Jacobi* (IHP, Paris), octobre 2000.

9.2 Prix et distinctions

- Jean-David Benamou a obtenu le prix C-S 2000 spécialité mathématiques appliquées et calcul scientifique pour ses contributions numériques en contrôle et calcul des variations.

9.3 Enseignement universitaire

- Franck Assous et Patrick Ciarlet

  Cours intitulé Ondes électromagnétiques : Approche théorique et numérique au DEA de Mathématiques de la Modélisation, Simulation et Applications de la Physique à l'Université de Versailles.

- Eliane Bécache et Patrick Joly

  Cours sur les méthodes numériques en propagation d'ondes, troisième année à l'ENSTA.

- J.-D. Benamou

  Cours d'initiation au calcul Scientifique, DEA MMSAP (P6/UVSQ/X).

  Cours d'optique géométrique numérique, DEA de math. appliquées (Paris 9) et DEA d'analyse numérique (ENS-Lyon).

- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia et Christophe Hazard

  Cours "Ondes dans les milieux continus", troisième année à l'ENSTA.

  Cours de Méthodes Numériques au DEA de Mécanique de Paris 6.

  Cours intitulé Propagation d'ondes commun au DEA de dynamique des structures et couplages et à l'option MMS de l'Ecole Centrale de Paris.

- A. S. Bonnet-Ben Dhia et P. Joly

  Cours à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis dans le cadre du DEA de Mathématiques Appliquées : Modèles de propagation d'ondes. (Avril 2000)

- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia et Marc Lenoir

  Cours ENSTA de première année : Outils élémentaires d'analyse pour les EDP .

- P. Ciarlet

  Travaux dirigés de première année du cours ENSTA Algèbre linéaire et optimisation.

- Patrick Ciarlet, Eric Luneville et Christophe hazard.

  Cours de tronc commun à l'ENSTA sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles.

- G. Cohen et P. Joly

  Méthodes Mathématiques en propagation d'ondes, DEA à l'Université Paris IX Dauphine.

- Emmanuelle Garcia

  Travaux dirigés du cours de tronc commun de 2ème année de l'ENSTA sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles.

- Eric Luneville et Christophe Hazard

  Travaux dirigés de l'ENSTA d'Optimisation.

  Cours de D.E.A. de Mécanique de Paris VI, filière "fluide" : Modélisation et Résolution des Problèmes de Diffraction.

  Cours de D.E.A. d'Analyse Numérique de Paris VI : Stabilité et résonances.

- Thierry Fouquet

  Travaux Dirigés en Analyse numérique, première et deuxième année au CESTI (École d'ingénieur en matériau)

- Houssem Haddar

  Cours calcul scientifique, première année à l'ENPC

  Travaux Dirigés, première année à l'ENSTA, cours d'analyse.

  Travaux Dirigés sur le Calcul Différentiel, première année à l'ENSMP.

- P. Joly

  Professeur Chargé de Cours à temps partiel à l'École Polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées.

  Formation sur les méthodes numériques pour les équations de Maxwell, formation dispensée dans le cadre du Collège Polytechnique.

  Formation pour l'ONERA sur la modélisaton numérique en acoustique (organisée par le Collège Polytechnique)

  Deux cours (approximations paraxiales et couches absorbantes parfaitement adaptées) dans le cadre du cours INRIA "Acoustique et Ecoulements".

Cours dans le cadre du DEA de Mathématiques Appliquées de l'Université de Bordeaux I sur l'analyse mathématique des modèles de guides d'onde ouverts.

- J. Henry

  Analyse numérique, deuxième année à l'école des Mines de Paris.

- Marc Lenoir

  Cours sur les équations intégrales au DEA de Mathématiques de la Modélisation, Simulation et Applications de la Physique à l'Université de Versailles.

- Eric Lunéville

  Travaux dirigés de première année du cours ENSTA : Algèbre linéaire et optimisation.

- Karim Ramdani

  Travaux dirigés du cours de tronc commun de 2ème année de l'ENSTA sur la résolution numérique des équations aux dérivées partielles.

  Travaux dirigés du cours de tronc commun de 1ère année de l'ENSTA sur les fondements de l'automatique.

- Jean Roberts

  Méthodes d'approximation, quatrième année du Pôle Universitaire Léonard de Vinci.

9.4 Participation à des séminaires, colloques, invitations

- E. Bécache

  "Application de la méthode des domaines fictifs aux ondes élastiques".
  Séminaire "Equations aux Dérivées Partielles et Applications" de Nancy, Avril 2000

  Méthodes de domaines fictifs pour la diffraction d'ondes en régime transitoire
  Colloque des écoles centrales, Lyon, Décembre 1999

- J.-D. Benamou

  Calcul Numérique Eulérien en Optique Géométrique. Conférence invitée au Congrès national d'analyse numérique. Port d'Albret, juin 2000. Egalement au séminaire de mathématiques de l'Université de Rennes, juin 2000.

  Numerical methods for the mass transfer problem. Conférence invitée à l'école d'été : Mass Transportation Methods in Kinetic Theory and Hydrodynamics. Ponta Delgada, Azores, Portugal, septembre 2000.

  Eulerian numerical Geometric optics. SIAM Annual Meeting (Puerto Rico), juillet 2000.

  Localisation asymptotique de caustiques. Séminaire de clôture du Cemracs (Orsay), mars 2000.

- P. Ciarlet, Jr.
  La Méthode du Complément Singulier.
  13èmes Rencontres sur les Méthodes de Décomposition de Domaine, Lyon, Octobre 2000.

- G. Cohen

  Mixed finite elements for the heterogeneous wave equation in complex domains, Exposé au dept. de Mathématiques Appliquées de l'Université de Houston, 2 Février 2000.

  Mixed finite elements for acoustics waves, Exposé au dept. of Earth Sciences du MIT, 7 Février 2000.

  Mixed finite elements for acoustics waves, Exposé au dept. of Earth Sciences de l'Université de Harvard, 8 Février 2000.

- L. Dahi
  The behavior of the generalized Stoneley waves when the density of the fluid tends to zero.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- G. Derveaux
  An explicit finite element scheme for the time-dependent Kirchhoff-Love equations
  Waves 2000 : 5e International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation Saint-Jacques de Compostelle, 10-14 Juillet 2000.

- D. Drissi
  Determination of muffler's transmission losses by homogenization and finite element method.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- S. Fauqueux
  éléments finis mixtes avec condensation de masse pour l'équation des ondes.
  CANum'00 : 32e Congrès National d'Analyse Numérique Port d'Albret, 5-9 Juin 2000.
  Mixed finite elements with mass-lumping for the transient wave equation.
  Waves 2000 : 5e International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation Saint-Jacques de Compostelle, 10-14 Juillet 2000.

- T. Fouquet
  Space-time mesh refinement for Maxwell's equations.
  Waves 2000 : 5e International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation Saint-Jacques de Compostelle, 10-14 Juillet 2000.

- E. Garcia
  Numerical solution to Maxwell equations in singular domains: the Singular Complement Method.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- H. Haddar
  Electromagnetic Waves in Laminar Ferromagnetic Medium. The Homogenized Problem.

Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- C. Hazard
  The Singularity Expansion Method: an application in hydrodynamics.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- J. Henry

  Programmation dynamique et factorisation de problèmes aux limites : étude de plusieurs schémas. CANum'00 : 32e Congrès National d'Analyse Numérique Port d'Albret, 5-9 Juin 2000.

- P. Joly a été invité une semaine par L. Kettunen à l'Université de Tampere (Finlande). Fevrier 2000.

- P. Joly

  Edge elements and mass lumping for Maxwell's equations, Séminaire à l'Université de Tampere (Finlande). Fevrier 2000.

  Méthodes de domaines fictifs en propagation d'ondes. Séminaire à l'Ecole Polytechnique. Mars 2000.

  Méthodes de domaines fictifs et propagation d'ondes en régime transitoire. Séminaire à l'Universite d'Orsay. Avril 2000.

  A numerical Approach to the Double Porosity Model (avec C. Alboin (Projet Estime)). Congrès MTNS, Montpellier. Juin 2000.

  New second order edge elements with mass lumping for 3D Maxwell's equations. WAVES2000, St-Jacques de Compostelle. Juillet 2000.

  Numerical Simulation of the Timpani. Congrès ECCOMAS 2000, Barcelone (conférencier invité dans le minisymposium "Interaction Fluide-Structure" organisé par A. Bermudez et R. Ohayon) Septembre 2000.

  Une méthode de raffinement de maillage espace-temps pour les équations de Maxwell. Journées Nice-Toulon-Marseille sur l´électromagnétisme, INRIA Sophia Antipolis. Octobre 2000.

  Domain Decomposition Methods for Harmonic Wave propagation : a Unified Presentation. Congrès international DDM13 sur les méthodes de décomposition de domaine, Lyon (conférencier invité dans le minisymposium "Méthodes de décomposition de domaine en propagation d'ondes"organisé par F. Magoules). Octobre 2000.

  Space-Time Mesh Refinement for Maxwell's equations. Congrès international DDM13 sur les méthodes de décomposition de domaine, Lyon (conférencier invité dans le minisymposium "Méthodes de décomposition de domaine et champs de vecteurs"organisé par Y. Maday). Octobre 2000.

Space-Time Mesh Refinement for Maxwell's equations. Symposium "Propagation des Ondes", Ecole Polytechnique de Tunis. Octobre 2000.

Space-Time Mesh Refinement for Maxwell's equations. PSCI Workshop on Computational ElectroMagnetics 2000, Uppsala (Conférencier Invité). Décembre 2000.

- E. Lunéville
  Acoustic diffraction by a rigid plate in a uniform flow.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- C. Poirier a participé au Congrès WAVES2000 à St-Jacques de Compostelle. Juillet 2000.

- A. Tillequin
  A generalized mode matching method for the junction of open waveguides.
  Fifth International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation, Saint-Jacques de Compostelle, July 2000.

- J. E. Roberts

  Du 15 janvier au 13 février, participation au programme IMA National Resources and Environment, University of Minnesota, Minneapolis (Etats-Unis).

  Some numerical methods for flow and transport in porous media, Confinement and Remediation of Environmental Hazards workshop, Institute for Mathematics and its Applications, University of Minnesota, Minneapolis (Etats-Unis), 9-13 février.

  Invitation du 3 au 5 mai, du Professeur Reiner Helmig, à l'Université de Braunschweig (Institut fuer Computer Anwendungen im Bauingenieurwesen), Allemagne.

  Invitation de deux semaines (7-17 novembre), du professeur Magne Espedal, au département de mathématiques de l'université de Bergen, Norvège, dans le cadre du programme Aurora 2000.

9.5 Réalisation de vidéos scientifiques

- G. Cohen, S. Fauqueux

  An Experiment for the «Foothills» Model in Acoustics (2000, Musique, 1 mn 25) (extraits disponibles sur "`http://www.inria.fr/multimedia/Videotheque/2-Listes-Videos/CC3-fra.html`")

9.6 Réalisation de Logiciels

- J.-D. Benamou, Ph. Hoch, voir aussi ACI GO++ (actions nationales). Ce logiciel, en cours de développement, a pour objectif la réalisation d'un logiciel évolutif (en C++) permettant au monde de la recherche et de l'enseignement l'utilisation, la combinaison et la comparaison des différentes méthodes numériques Lagrangiennes ou Eulériennes utilisées pour la résolution de problèmes de type optique géométrique.

10 Bibliographie

Thèses et habilitations à diriger des recherches

[1] T. Fouquet, *Raffinement de maillage spatio-temporel pour les équations de Maxwell*, Thèse de doctorat, Université de Paris 9, juin 2000.

[2] H. Haddar, *Modèles asymptotiques en ferromagnétisme : couches minces et homogénéisation*, Thèse de doctorat, Ecole nationale des Ponts et Chaussées, décembre 2000.

Articles et chapitres de livre

[3] C. Alboin, J. Jaffré, J. Roberts, X. Wang, C. Serres, « Domain decomposition for some transmission problems in flow in porous media », *in : Numerical Treatment of Multiphase Flows in Porous Media*, *Lecture Notes in Physics*, Springer, 2000, p. 22–34.

[4] F. Assous, P. Ciarlet-Jr., E. Garcia, «Résolution des équations de Maxwell instationnaires avec charges dans un domaine singulier bidimensionnel», *Compte-Rendu à l'Académie des Sciences 330*, I, 2000, p. 391–396.

[5] F. Assous, P. Ciarlet-Jr., J. Segré, « Numerical solution to the time-dependent Maxwell equations in two-dimensional singular domains: the Singular Complement Method», *J. Comput. Phys. 161*, 2000, p. 218–249.

[6] E. Bécache, F. Collino, P. Joly, «Higher order variational finite difference schemes for solving 3-D paraxial wave equations using splitting techniques», *Wave Motion 31*, 2, 2000, p. 101–116,.

[7] E. Bécache, P. Joly, C. Tsogka, « Fictitious domains, mixed finite elements and perfectly matched layers for 2D elastic wave propagation», *J. of Comp. Acoustics*, à paraître.

[8] E. Bécache, P. Joly, C. Tsogka, « An Analysis of New Mixed Finite Elements for the Approximation of Wave Propagation Problems», *SIAM J. on Num. Anal. 37*, 4, 2000, p. 1053–1084.

[9] J.-D. Benamou, Y. Brenier, « A Computational Fluid Mechanics solution to the Monge-Kantorovich mass transfer problem», *Numer. Math. 84*, 2000.

[10] J.-D. Benamou, I. Solliec, « A Eulerian Method for Capturing Caustics », *J. Comp. Phys. 162*, 2000.

[11] A. Bonnet-BenDhia, G. Caloz, M. Dauge, F. Mahé, « Study at high frequency of a stratified waveguide», *IMA J. on Applied Mathematics*, à paraître.

[12] A. Bonnet-BenDhia, P. Joly, *Mathematical Modeling in Optical Science*, SIAM Frontiers book series in Applied Mathematics, 2000, ch. Optical waveguides.

[13] A. Bonnet-BenDhia, K. Ramdani, «Mathematical analysis of conductive and superconductive transmission lines», *SIAM J. on Applied Mathematics 60*, 6, 2000, p. 2087–2113.

[14] A. Buffa, P. Ciarlet-Jr., « On traces for functional spaces related to Maxwell's equations. Part I: an integration by parts formula in Lipschitz polyhedra», *Math. Meth. Appl. Sci.*, 2000.

[15] A. Buffa, P. Ciarlet-Jr., «On traces for functional spaces related to Maxwell's equations. Part II: Hodge decompositions on the boundary of Lipschitz polyhedra and applications», *Math. Meth. Appl. Sci.*, 2000.

[16] I. Champy-Doutreleau, D. Euvrard, C. Hazard, «Mathematical analysis of conductive and superconductive transmission lines», *J. Fluid Mech. 411*, 2000, p. 305–324.

[17] P. Ciarlet-Jr., N. Filonov, S. Labrunie, «Un résultat de fermeture pour les équations de Maxwell en géométrie axisymétrique», *Compte-Rendu à l'Académie des Sciences 331*, 2000, p. 293–298.

[18] G. Cohen, S. Fauqueux, «Mixed Finite Elements with Mass-Lumping for the Transient Wave Equation», *J. of Computational Acoustics 8*, 2000, p. 171–188.

[19] G. Cohen, P. Joly, N. Tordjman, J. Roberts, «Higher Order Triangular Finite Elements with Mass Lumping for the Wave Equation», *SINUM*, à paraître.

[20] F. Collino, S. Ghanemi, P. Joly, «Domain decomposition method for harmonic wave propagation: a general presentation», *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 184*, 2000, p. 171–211.

[21] P. Cutzach, C. Hazard, «Existence, uniqueness and analiticity properties for electromagnetic scattering in a two-layered medium», *Math. Methods in the Appl. Sc.*, à paraître.

[22] A. B.-B. Dhia, K. Ramdani, A. Tillequin, «Diffraction par un obstacle situé dans un réseau de plaques semi-infinies», *Compte-Rendu à l'Académie des Sciences 331*, 2000, p. 1–6.

[23] A. B.-B. Dhia, A. Tillequin, «A generalized mode matching method for scattering problems with unbounded obstacles», *Journal of Computational Acoustics*, à paraître.

[24] H. Haddar, P. Joly, «Effective Boundary Conditions for Thin Ferromagnetic Coatings. Asymptotic Analysis of the 1D Model», *Asympt. Anal.*, à paraître.

[25] H. Haddar, P. Joly, «Effective Boundary Conditions For Thin Ferromagnetic Layers; the 1D Model.», *Siam J. Appl. Math.*, à paraître.

[26] C. Hazard, S. Lohrengel, «A singular field method for Maxwell's equations: numerical aspects in two dimensions», *SIAM J. on Applied Mathematics*, accepté.

[27] J. Henry, B. Louro, A. Viel, J.-P. Yvon, «On a New Scaling for Semiconductor Device Equations and its Asymptotic Analysis», *Math. Models Meth. Appl. Sci.*, à paraître.

[28] P. Joly, A. Komech, O. Vacus, «On transitions to stationary states in a Maxwell-Landau-Lifschitz-Gilbert system.», *SIAM J. Math. Anal. 31*, 2000, p. 346–374.

[29] M. Ouarit, J. Yvon, J. Henry, «Optimal Weighting Design for Distributed Parameter System Estimation», *Optimal Control Applications & Methods*, à paraître.

[30] L. Rhaouti, P. Joly, «An analysis of a simplified string-mallet interaction model», *M2AN*, à paraître.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[31] C. Alboin, J. Jaffré, P. Joly, J. Roberts, «On a convolution operator arising in a double porosity model», *in : Proceedings CD of MTNS 2000, Perpignan, 19-23 juin*, A. El Jai, M. Fliess (éditeurs), 2000.

[32] E. Bécache, G. Derveaux, P. Joly., « An explicit finite element scheme for the time-dependent Kirchhoff-Love equations », *in : Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*, p. 735–740, SIAM, 2000.

[33] G. Cohen, S. Fauqueux, « Efficient mixed finite elements for the acoustics equation », *in : Proc. of the 70th SEG Annual International Meeting and Exposition*, 2000.

[34] G. Cohen, S. Fauqueux, «Mixed Finite Elements with Mass-Lumping for the Transient Wave Equation», *in : Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*, p. 782–785, SIAM, 2000.

[35] H. Haddar, P. Joly, «Electromagnetic Waves in Laminar Ferromagnetic Medium. The Homogenized Problem.», *in : Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*, Siam, July 2000.

[36] J. Henry, «On the factorization of the elasticity system by dynamic programming», *in : Contrôle Optimal et EDP-Innovations et Applications en l'honneur du Pr. A. Bensoussan*, 2000.

Rapports de recherche et publications internes

[37] J.-D. Benamou, Y. Brenier, K. Guittet, « Numerical resolution of a multiphasic optimal mass transport problem », *rapport de recherche n° 4022*, INRIA, octobre 2000, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-4022.html`.

[38] D. Pedreira, P. Joly, « Mathematical Analysis of a Method to Compute Guided Waves in Integrated Optics », *rapport de recherche n° 3933*, INRIA, mai 2000, `http://www.inria.fr/rrrt/rr-3933.html`.

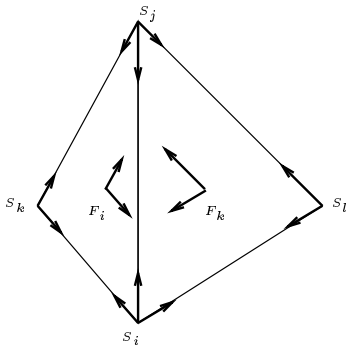

FIG. 1 – *Nédélec 1980*

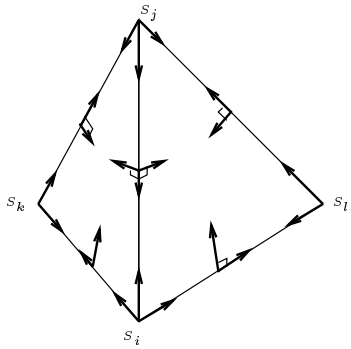

FIG. 2 – *Nédélec 1986*

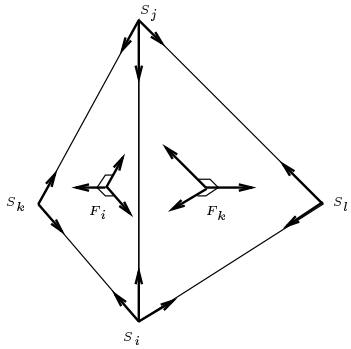

FIG. 3 – *Le nouvel élément*

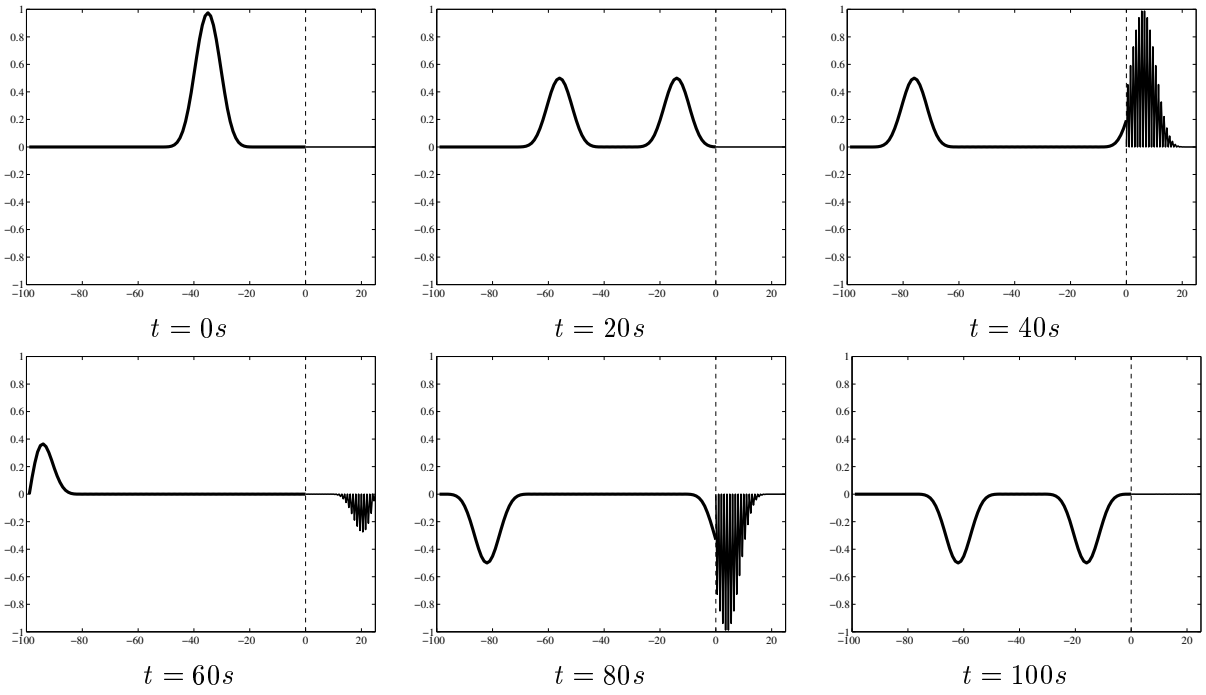

FIG. 4 – *Apparition de l'onde parasite pour* $\alpha = 1$

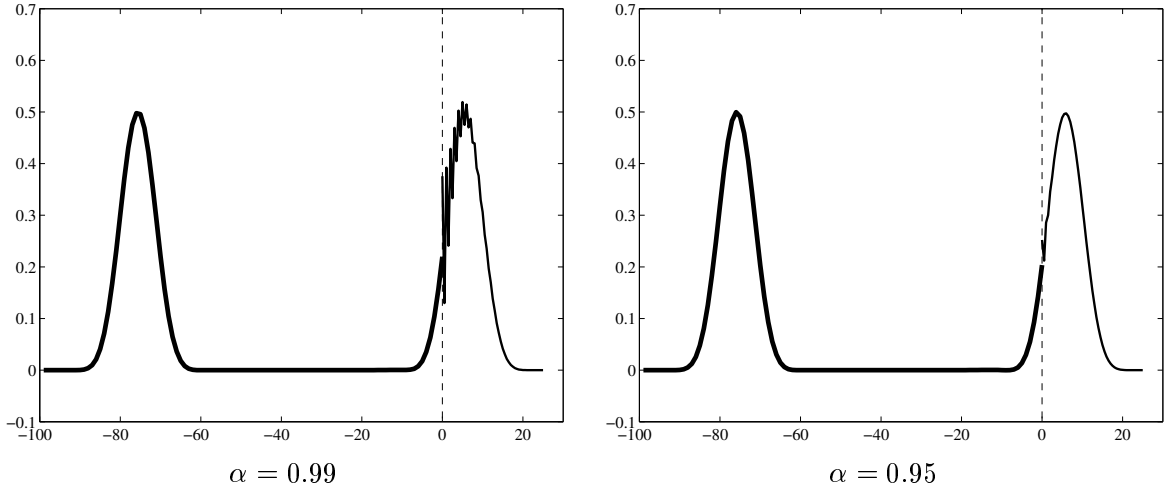

FIG. 5 – *Effet de la diminution de* α *(à* $t = 40s$*)*

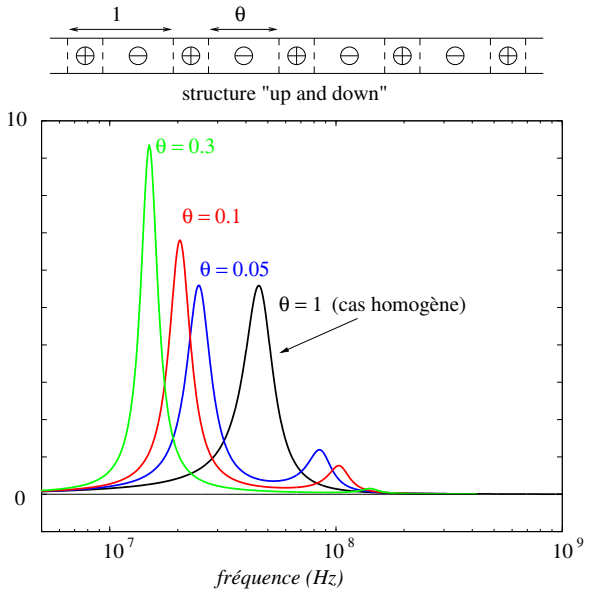

FIG. 6 – *Courbe d'absorption du milieu homogénéisé associé à la structure "up and down"*

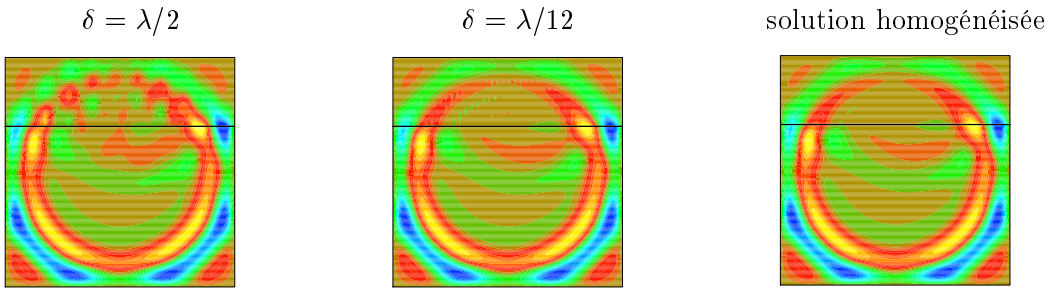

FIG. 7 – *Comparaison entre la solution homogénéisée et la solution du milieu périodique de période* δ. λ *désigne la longueur de l'onde incidente.*