

Projet PRISME

Géométrie, Algorithmes et Robotique

Sophia Antipolis

THÈME 2B



*R*apport
d'Activité

2000

Table des matières

1	Composition de l'équipe	4
2	Présentation et objectifs généraux	5
3	Fondements scientifiques	6
3.1	Géométrie Algorithmique	6
3.1.1	Géométrie combinatoire	6
3.1.2	Techniques algorithmiques	6
3.1.3	Triangulations et diagrammes de Voronoï	7
3.1.4	Planification de trajectoires	8
3.2	Calcul géométrique	9
3.2.1	Robustesse et dégénérescences	10
3.2.2	Arithmétique et filtres	11
3.2.3	Régularisation	11
3.2.4	La bibliothèque CGAL	12
4	Domaines d'applications	12
4.1	Panorama	12
4.2	Reconstruction de formes	12
4.2.1	Imagerie médicale	13
4.2.2	Géologie	13
4.3	Algorithmique moléculaire	14
4.4	Placement de formes	14
4.4.1	Découpe	15
4.4.2	Aménagement de satellites	15
5	Logiciels	16
5.1	Bibliothèque d'algorithmes géométriques CGAL	16
5.2	Évaluation exacte d'expressions numériques	17
5.3	Hierarchie de Delaunay	17
5.4	Reconstruction à partir de coupes.	18
5.5	Reconstruction de surface à partir de points 3D non structurés	18
5.6	Modeleur géométrique pour la géologie	18
5.7	Aménagement de satellites	18
5.8	Placement et déplacement	19
6	Résultats nouveaux	19
6.1	CGAL	19
6.1.1	Triangulations bidimensionnelles	19
6.1.2	Triangulations tridimensionnelles	20
6.2	Algorithmes géométriques	20
6.2.1	Compression de structures géométriques	20
6.2.2	Coordonnées naturelles de points sur une surface	21

6.2.3	Randomisation	22
6.2.4	Triangulations bicolores	22
6.3	Calcul géométrique	22
6.3.1	Diagrammes de Voronoï pour des ensembles algébriques ou semi-algébriques réels	23
6.4	Déformation de surface	23
6.4.1	Déformation de surface avec changement de topologie	24
6.4.2	Calcul des lacets canoniques d'une surface polyédrique	25
6.5	Applications de la géométrie algorithmique	26
6.5.1	Génération de grilles hybrides utilisant les diagrammes de puissance	26
6.5.2	Reconstruction de formes	27
6.5.3	Métrologie	27
6.5.4	Dessin de graphes et molécules	27
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	28
7.1	IFP	28
7.2	DASSAULT SYSTÈMES	28
7.3	EDF	28
8	Actions régionales, nationales et internationales	28
8.1	Actions régionales	28
8.1.1	Coopérations locale de recherche (Colors)	28
8.2	Actions nationales	29
8.2.1	Action de recherche coopérative INRIA COSTIC	29
8.2.2	Action de recherche coopérative INRIA VISI3D	29
8.2.3	Action de recherche coopérative INRIA GEOMETRICA	30
8.2.4	Journées "Géométrie Algorithmique 2000"	30
8.2.5	Accueil de chercheurs	30
8.3	Actions européennes	31
8.3.1	GALIA	31
8.3.2	ECG	31
8.4	Relations bilatérales	32
8.4.1	France-Espagne	32
8.4.2	France-Israël	32
8.4.3	France-Allemagne	32
9	Diffusion de résultats	32
9.1	Animation de la communauté scientifique	32
9.1.1	Comités de rédaction de revues scientifiques	32
9.1.2	Comités de sélection	32
9.1.3	Comités de programme de conférences	32
9.1.4	Serveur WWW	33
9.2	Formation	33
9.2.1	Enseignement universitaire	33

9.2.2	Autres enseignements	33
9.2.3	Stages	33
9.2.4	Thèses en cours	34
9.3	Participation à des colloques, séminaires, invitations	34
9.3.1	Exposés à des colloques et séminaires	34
9.3.2	Participation à des colloques	35
10	Bibliographie	35

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Jean-Daniel Boissonnat [DR]

Responsable permanent

Olivier Devillers [CR]

Assistante de projet

Agnès Clément-Bessière [TR, projets PRISME et ICARE]

Personnel Inria

Frédéric Cazals [CR]

Monique Teillaud [CR]

Anne Verroust [CR, Rocquencourt]

Mariette Yvinec [CR]

Collaboratrice extérieure

Raphaëlle Chaine [Maître de conférences UNSA, depuis le 1^{er} septembre]

Chercheur associé

Andreas Fabri [sur poste d'accueil depuis le 1^{er} octobre]

Chercheurs doctorants

Louai Adhami [en collaboration avec CHIR]

François Anton [en collaboration avec UBC, depuis le 9 mai, financé en partie par Costic, et par une bourse BGF]

Sophie Balaven [en collaboration avec l'IFP]

David Cohen Steiner [détaché du corps des Telecom, depuis le 1^{er} septembre]

Frank Da [allocataire MENRT]

Julia Flötotto [allocataire MENRT]

Pierre-Marie Gandoin [allocataire MENRT]

Philippe Guigue [allocataire MENRT depuis le 1^{er} octobre]

Chercheurs post-doctorants

Sylvain Pion [depuis le 1^{er} octobre, financé par la DIRDRI]

François Rebufat [jusqu'au 30 août]

Stagiaires

Rachid Bennis [ENSIAS (Maroc), février-mai]

Olivier Billet [juin-août]

Matthieu Finiasz [DEA algorithmique, avril-juin 2000]

Philippe Guigue [DEA ARAVIS, mars-août]

Udaya Bhanu Goteti [collaboration avec l'Inde financée par les Relations extérieures, mai-juillet]

Stéphane Postollec [ESSI, juillet-septembre]

Gabriel Romani [ENSPS, juillet-septembre]

Siddharth Srivastava [IIT Kanpur, mai-juillet]

Chercheurs invités

Xose-Manuel Pardo Lopez [Université de Santiago, juillet-septembre]

2 Présentation et objectifs généraux

De nombreux domaines d'application demandent de savoir construire et traiter de manière efficace des objets géométriques. Citons, parmi beaucoup d'autres, la robotique, l'informatique graphique et la conception assistée par ordinateur.

L'objectif général du projet PRISME consiste à développer, dans le domaine de la géométrie, une algorithmique effective. Nos recherches portent en premier lieu sur les *aspects combinatoires et algorithmiques*, et se fondent sur des analyses réalistes. Ceci nous a conduits à mener des analyses en moyenne plutôt que dans le pire des cas (randomisation), à prendre en compte des paramètres significatifs autres que la taille des entrées, notamment la taille du résultat (algorithmes adaptatifs) et à définir de nouveaux modèles de calcul fidèles à l'arithmétique des ordinateurs.

Nous abordons de manière systématique, depuis quelques années, les questions liées au *calcul géométrique* : robustesse, programmation et analyse expérimentale des algorithmes, conception et développement d'une bibliothèque d'algorithmes (CGAL). Ces recherches devraient largement faciliter, à moyen terme, la diffusion et l'impact des techniques de la géométrie algorithmique et de nos résultats.

Le placement et le déplacement de robots nous ont fourni un sujet d'études et d'applications depuis de nombreuses années. Nos domaines d'application et nos collaborations industrielles se sont également développés au delà de la robotique. Les succès les plus marquants concernent la modélisation géométrique dans le domaine médical, en CAO et en géologie (commercialisation des logiciels NUAGES et NUAGES-PC), l'aménagement spatial et la modélisation moléculaire.

3 Fondements scientifiques

3.1 Géométrie Algorithmique

Mots clés : algorithme randomisé, algorithme adaptatif, triangulation, diagramme de Voronoï, triangulation de Delaunay, planification de trajectoires.

Résumé : *La géométrie algorithmique [4] a pour objet l'étude systématique des algorithmes géométriques, de leur conception et de leur analyse. C'est un domaine relativement récent né autour des années 1975. Le projet PRISME s'intéresse aux principales structures géométriques : triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï, étudie des techniques algorithmiques générales et efficaces et cherche à résoudre quelques problèmes clés, comme la planification de trajectoires de robots et la modélisation géométrique.*

3.1.1 Géométrie combinatoire

Élucider la combinatoire des objets géométriques est l'un des pré-requis indispensables à la conception d'algorithmes efficaces pour résoudre les problèmes de nature géométrique. L'un des apports majeurs de la géométrie algorithmique est d'avoir mis en évidence le rôle central joué par un petit nombre de structures fondamentales : polytopes, triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï. Dans ce domaine, les membres du projet PRISME ont notamment étudié la complexité des arrangements dans le plan, l'enveloppe convexe d'un ensemble de sphères en toutes dimensions ou encore différents diagrammes de Voronoï. Nous nous sommes également intéressés à des problèmes combinatoires liés à certains problèmes d'optimisation géométrique (percement et couverture).

3.1.2 Techniques algorithmiques

Glossaire :

Algorithmes randomisés Les algorithmes randomisés sont des algorithmes qui effectuent des choix aléatoires au cours de leur déroulement^[MR95].

Contrairement aux algorithmes probabilistes (dits de Monte Carlo) les algorithmes randomisés (encore appelés algorithmes de Las Vegas) fournissent la solution exacte d'un problème déterministe et ne font aucune hypothèse statistique sur les données traitées. Seule leur complexité dépend des choix aléatoires effectués et s'analyse en moyenne. En conférant aux

[MR95] R. MOTWANI, P. RAGHAVAN, *Randomized Algorithms*, Cambridge University Press, New York, NY, 1995.

situations défavorables un poids statistique négligeable, la randomisation conduit à des algorithmes simples et efficaces, notamment en géométrie où elle a fait son apparition récemment [CS89]. La randomisation est aussi devenue une méthode de preuve permettant d'établir certains résultats combinatoires. Enfin, et ce n'est pas le moindre des paradoxes, la dérandomisation d'algorithmes randomisés permet, dans certains cas, d'établir des algorithmes déterministes optimaux.

Le projet PRISME s'est plus particulièrement spécialisé dans les algorithmes randomisés incrémentaux et a développé la méthode du graphe d'influence [4, 3, 10, 7]. Le graphe d'influence est une structure de données qui retrace l'histoire de la construction d'un objet. L'utilisation d'une telle structure conduit à des algorithmes semi-dynamiques capables d'insérer en ligne des données qui ne sont pas connues au départ. Pour la plupart des problèmes fondamentaux, on peut même obtenir un algorithme dynamique traitant non seulement les insertions mais aussi les suppressions de données.

Une autre utilisation de techniques randomisées a récemment été développée pour la recherche de voisins dans des espaces de très grandes dimensions en algorithmique moléculaire.

Glossaire :

Algorithmes adaptatifs Algorithmes dont la complexité est fonction de la valeur effective de certains paramètres significatifs (la taille de l'objet calculé, par exemple) et non de la valeur de ces paramètres dans le pire des cas.

Pour la plupart des problèmes géométriques, la taille du résultat est très variable, non seulement en fonction du nombre de données traitées mais aussi en fonction du jeu de données lui-même. Par exemple, l'enveloppe convexe d'un ensemble de n points en dimension d est un polytope dont le nombre de faces peut varier de $(d+1)!$ (pour un $(d+1)$ -simplexe) à $\Omega(n^{\lfloor \frac{d+1}{2} \rfloor})$ (pour un polytope maximal à n sommets); le nombre d'intersections d'un ensemble de n segments du plan peut varier de 0 à $\frac{n(n-1)}{2}$. Pour ces exemples, il est donc particulièrement intéressant de disposer d'algorithmes adaptatifs dont la complexité dépend de la taille du résultat. Dans d'autres problèmes, ce sont d'autres paramètres qui peuvent jouer un rôle crucial. La contribution du projet PRISME dans ce domaine concerne essentiellement les problèmes d'enveloppes convexes d'objets plans et de percement (ou, par dualité, de couverture).

3.1.3 Triangulations et diagrammes de Voronoï

Glossaire :

Diagramme de Voronoï Soit \mathcal{S} un ensemble de n sites de l'espace euclidien \mathbf{E}^d . Pour chaque site p de \mathcal{S} , la cellule de Voronoï $V(p)$ de p est l'ensemble des points de \mathbf{E}^d qui sont plus proches de p que de tous les autres sites de \mathcal{S} . Le diagramme de Voronoï de \mathcal{S} est la décomposition de \mathbf{E}^d formée par les cellules de Voronoï des sites. Voir la figure 1.

Triangulation de Delaunay Soit \mathcal{S} un ensemble de n points de \mathbf{E}^d . La triangulation de Delaunay de \mathcal{S} est le dual géométrique du diagramme de Voronoï de \mathcal{S} : deux points de \mathcal{S} sont reliés par une arête dans la triangulation de Delaunay si et seulement si leurs cellules sont adjacentes dans le diagramme de Voronoï de \mathcal{S} .

[CS89] K. L. CLARKSON, P. W. SHOR, « Applications of random sampling in computational geometry, II », *Discrete Comput. Geom.* 4, 1989, p. 387–421.

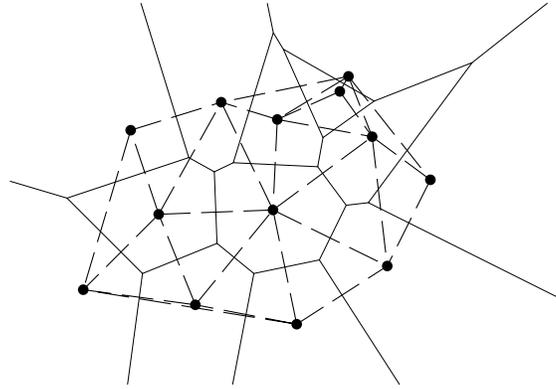


FIG. 1 – *Diagramme de Voronoï (en traits pleins) et triangulation de Delaunay (en pointillés) d'un ensemble de points de \mathbf{E}^2 .*

Les diagrammes de Voronoï sont des structures très utiles, rencontrées fréquemment car elles permettent de représenter des relations de distance entre objets et des phénomènes de croissance : il n'est pas étonnant de les voir utilisés pour modéliser des cristaux ou les grandes structures de l'univers, et de les trouver souvent dans la nature, par exemple sur la carapace d'une tortue ou sur le cou d'une girafe réticulée. Les diagrammes de Voronoï sont aussi des structures de données permettant de résoudre de nombreux problèmes : recherche de plus proches voisins et planification de mouvements notamment.

L'étude des diagrammes de Voronoï, de leurs propriétés mathématiques, de leur calcul et de leurs nombreuses variantes a été et reste un sujet d'importance majeure de la géométrie algorithmique [OBS92]. Les contributions du projet PRISME portent sur les aspects combinatoires et algorithmiques, l'extension à différentes métriques non euclidiennes et l'application aux problèmes de reconstruction de formes [5] (cf. section 4.2) et d'approximation de surfaces.

3.1.4 Planification de trajectoires

Une tâche fondamentale en robotique consiste à planifier des trajectoires sans collision dans un environnement encombré d'obstacles. Ce problème est très difficile puisque, même dans sa version la plus simple où les contraintes sur les déplacements du robot sont purement géométriques, sa complexité croît rapidement (de façon probablement exponentielle) avec le nombre de degrés de liberté du robot.

Dans les vingt dernières années, ce problème a suscité des recherches allant des mathématiques (géométrie algébrique, combinatoire, théorie de la complexité), à la programmation et l'implantation effective sur des robots en passant par la conception et l'analyse d'algorithmes performants. L'idée centrale de tous les algorithmes est néanmoins toujours la même : construire une représentation de l'ensemble des configurations du robot pour lesquelles il n'y a pas de

[OBS92] A. OKABE, B. BOOTS, K. SUGIHARA, *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1992.

collision, ce qu'on appelle l'espace libre du robot. On ramène ainsi le problème du déplacement du robot dans l'espace où celui-ci évolue au problème du déplacement d'un point dans l'espace des configurations dont la dimension est en général élevée (six pour un manipulateur à six degrés de liberté). Moyennant une structuration appropriée de cet espace, on peut alors construire un chemin qui correspond à un déplacement sans collision du robot.

Dans un premier temps, nous avons proposé des méthodes approchées générales qui ont conduit au logiciel industriel ACT. Nous avons ensuite étudié les aspects combinatoires et algorithmiques de cas particuliers importants en pratique : robot mobile évoluant sur un sol plan [1] ou sur un sol accidenté, robot à pattes. On peut obtenir dans ces cas particuliers des solutions analytiques exactes et des algorithmes de calcul efficaces.

Plus récemment, nous avons abordé la planification de trajectoires de robots mobiles soumis à des contraintes cinématiques : on parle dans ce cas de systèmes non holonomes [2]. La grande différence de ces systèmes par rapport aux systèmes holonomes réside dans le fait que tout chemin de l'espace libre n'est pas exécutable par le robot : c'est le problème du créneau qui nécessite de faire des manœuvres si la voiture ne peut pas se déplacer en crabe. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés au calcul de trajectoires de courbure bornée correspondant à une voiture dont le rayon de braquage est minoré. Le contrôle optimal permet de caractériser les plus courts chemins de courbure bornée en l'absence d'obstacle. Il est alors possible d'obtenir des algorithmes efficaces en présence d'obstacles.

Ces travaux ont conduit à plusieurs applications industrielles.

3.2 Calcul géométrique

Mots clés : robustesse, dégénérescence, arithmétique, filtre, régularisation, programmation des algorithmes géométriques, recherche expérimentale.

Résumé : *Le calcul géométrique demande, au-delà de la conception et de l'analyse des algorithmes, de résoudre les questions délicates posées par leur programmation. Il s'agit tout d'abord de savoir représenter et organiser les structures géométriques de façon cohérente et efficace. Il s'agit également de garantir un calcul fiable, ce qui est particulièrement délicat avec les objets géométriques dont la représentation est à la fois symbolique et numérique.* ^[Hof89] *Ces problèmes sont un des principaux obstacles à l'utilisation des résultats de la géométrie algorithmique.* ^[C⁺96] *Nous détaillons dans la première section les problèmes posés par le calcul géométrique, puis nous décrivons un paradigme pour les résoudre. Finalement, nous présentons le projet CGAL, qui pose les fondements d'une bibliothèque d'algorithmes géométriques.*

[Hof89] C. M. HOFFMANN, «The Problems of Accuracy and Robustness in Geometric Computation», *IEEE Computer* 22, 3, mars 1989, p. 31–41.

[C⁺96] B. CHAZELLE *et al.*, «Application Challenges to Computational Geometry: CG Impact Task Force Report», *Technical Report n° TR-521-96*, Princeton Univ., avril 1996, <http://www.cs.princeton.edu/~chazelle/pubs/CGreport.ps>.

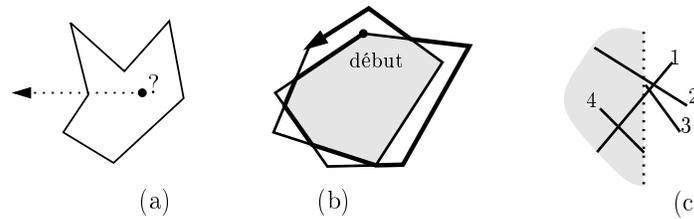


FIG. 2 – *Différents problèmes de robustesse :*

(a) Une méthode couramment utilisée pour localiser un point dans un polygone consiste à compter la parité du nombre d'intersections d'un rayon allant à l'infini. Ici, ce rayon passe par un sommet. Si les segments sont fermés, on compte deux intersections, aucune si les segments sont ouverts ; dans les deux cas, le point est placé incorrectement à l'extérieur du polygone.

(b) Une méthode couramment employée pour construire l'intersection de deux polygones consiste à parcourir, à partir d'un sommet, la frontière de chacun des polygones alternativement jusqu'au point de départ. Ici, on peut arranger les segments de façon à ce que la deuxième intersection ne soit pas détectée par un calcul en virgule flottante ; l'algorithme fournit alors une solution erronée.

(c) L'algorithme de Bentley-Ottmann, l'un des plus utilisés en géométrie algorithmique, calcule les intersections d'un ensemble de segments en balayant le plan et en s'arrêtant quand la droite passe par un sommet ou une intersection. Ici, on peut disposer les segments de façon à ce qu'un calcul flottant traite les événements dans le mauvais ordre. Si l'intersection entre 1 et 2 est considérée à gauche de l'extrémité de 3, alors l'intersection entre 1 et 3 n'est pas détectée.

3.2.1 Robustesse et dégénérescences

Les algorithmes sont généralement exprimés dans un modèle où chaque nombre réel est représentable de façon exacte. En pratique, la représentation des nombres réels en machine pose de gros problèmes qui sont très vite observables. Le résultat des opérations arithmétiques pouvant être tronqué, certaines propriétés géométriques du plan euclidien ne sont pas vérifiées dans l'implantation. Par ailleurs, le traitement des cas dégénérés, souvent ignorés dans les articles, est fastidieux, allonge considérablement les programmes et constitue une source d'erreurs.

Plusieurs approches ont été suivies pour tenter de résoudre ces problèmes. Une méthode de perturbation symbolique, qui permet de résoudre les cas dégénérés, a été développée et raffinée. Pour les algorithmes incrémentaux randomisés, nous avons montré comment perturber la définition du problème pour prendre en compte les cas dégénérés.

Pour ce qui concerne les problèmes de stabilité numérique, une approche prometteuse consiste à utiliser une arithmétique des prédicats exacte (voir la prochaine section). De façon complémentaire, on peut chercher à développer des algorithmes nécessitant une précision minimale. Le formalisme utilisé, basé sur la notion de *degré* d'un algorithme, permet d'analyser les algorithmes et les problèmes en fonction de leur degré et de chercher des compromis entre

degré et complexité [14].

3.2.2 Arithmétique et filtres

Les prédicats constituent l'interface entre les parties numérique et combinatoire des algorithmes géométriques. Le calcul exact de prédicats^[YD95] garantit donc la stabilité numérique des algorithmes géométriques et permet à l'implantation de vérifier et d'utiliser les résultats du plan euclidien, plutôt que du plan des nombres flottants (qui en est une discrétisation). Une arithmétique exacte des prédicats ne nécessite pas nécessairement le recours à des types arithmétiques exacts. On peut, par exemple, montrer que certains prédicats comme le signe des déterminants peuvent s'évaluer en simple précision de manière fiable et efficace [6].

Une autre méthode consiste à utiliser des types arithmétiques exacts disponibles dans des bibliothèques telles que GMP ou Leda. Pour rester efficace, il faut avoir recours à des *filtres* qui permettent d'améliorer progressivement le résultat flottant jusqu'à atteindre la fiabilité requise [FvW96]. En moyenne, dans la grande majorité des cas, le calcul flottant suffit pour conclure et l'arithmétique exacte n'est que rarement invoquée. Globalement, la perte de performance est minime.

Nous prévoyons donc de produire et automatiser ces outils de filtrage et de les intégrer dans la bibliothèque CGAL. Le but recherché est de libérer le programmeur de ces considérations de robustesse en lui procurant des prédicats exacts à coût très abordable. Des études préliminaires sur des algorithmes classiques ont montré que ce but est réaliste.

3.2.3 Régularisation

Si le calcul des prédicats est exact, l'algorithme retourne un résultat combinatoire correct (carte planaire, diagramme de Voronoï, etc). Reste le problème d'arrondir les coordonnées des objets géométriques sous une forme représentable en machine. Le calcul flottant ne garantit pas que la structure arrondie vérifie des propriétés comme la planarité ou la convexité. Bien que cela n'affecte pas le déroulement de l'algorithme lui-même, cela peut avoir des incidences sur les algorithmes qui utilisent ensuite ce résultat. Des méthodes ont été étudiées pour *régulariser* certaines constructions. Elles supposent toutes de savoir arrondir les constructions géométriques sur une grille.

Nous avons développé une méthode permettant d'arrondir correctement des constructions géométriques à un point entier le plus proche. Des outils d'automatisation pour la bibliothèque CGAL sont en cours d'étude. Il faudra aussi évaluer le coût de cette approche. Il reste sur ce sujet beaucoup de recherches à effectuer, en particulier pour des structures plus complexes comme les diagrammes de Voronoï de segments ou les arrangements tridimensionnels.

[YD95] C. K. YAP, T. DUBÉ, « The exact computation paradigm », in : *Computing in Euclidean Geometry*, D.-Z. Du et F. K. Hwang (éditeurs), édition 2nd, *Lecture Notes Series on Computing, 1*, World Scientific Press, Singapore, 1995, p. 452-492, <ftp://cs.nyu.edu/pub/local/yap/exact/paradigm.ps.gz>.

[FvW96] S. FORTUNE, C. J. VAN WYK, « Static Analysis Yields Efficient Exact Integer Arithmetic for Computational Geometry », *ACM Trans. Graph.* 15, 3, juillet 1996, p. 223-248.

3.2.4 La bibliothèque CGAL

Comme on l'a vu, la programmation des algorithmes géométriques pose des problèmes difficiles qui ne relèvent pas seulement de l'ingénierie logicielle. Ces problèmes se posent à tous ceux qui utilisent des algorithmes géométriques et il n'existe pas actuellement de solution simple. C'est pourquoi une bibliothèque d'algorithmes géométriques, baptisée CGAL est développée en collaboration avec d'autres équipes européennes dans le cadre de projets européens Esprit : Freie Universität Berlin (Allemagne), Universität Halle (Allemagne), RISC Linz (Autriche), Max-Planck-Institut Saarbrücken (Allemagne), Tel Aviv University (Israël), Universiteit Utrecht (Pays-Bas), et ETH Zürich (Suisse).

Cette bibliothèque est écrite en C++ et veut permettre une programmation facile, fiable et efficace d'applications nécessitant la mise en œuvre d'algorithmes géométriques (voir aussi 5.1). La généricité est une des caractéristiques de cette bibliothèque. Les algorithmes peuvent utiliser différents types de données dès lors que certaines méthodes sont définies ce qui rend le code largement réutilisable. Cette approche contraste avec celle des « perles » utilisées par exemple en infographie qui doivent être adaptées à chaque nouveau besoin. La généricité doit aussi permettre de comparer les caractéristiques de différents algorithmes dans un même contexte et de conduire des recherches expérimentales.

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Mots clés : ingénierie inverse, CAO, médical, géologie, satellite, placement, découpe, chimie, molécule.

Une page décrivant des applications : <http://www.ics.uci.edu/~epstein/geom.html>

La géométrie algorithmique trouve des applications dans tous les domaines où l'on doit acquérir, modéliser, manipuler ou transformer des données géométriques en quantité importante.

Jusqu'à présent nous avons surtout abordé des applications en reconstruction de formes, en robotique et en modélisation moléculaire mais nos travaux peuvent trouver des applications dans d'autres domaines tels que la conception assistée par ordinateur, la synthèse d'image ou les systèmes d'information géographique.

4.2 Reconstruction de formes

Mots clés : modélisation géométrique, reconstruction de formes, imagerie médicale, géologie.

Résumé : *Reconstruire la forme d'un objet tridimensionnel [5] à partir d'un certain nombre de mesures effectuées sur cet objet est une opération de base dans de nombreux domaines applicatifs. Le projet PRISME s'est plus particulièrement intéressé aux problèmes de reconstruction tels qu'ils se posent dans les domaines de*

l'imagerie médicale et de la géologie. Dans ces deux domaines, des solutions originales, largement basées sur les concepts de diagrammes de Voronoï et triangulations de Delaunay, ont été proposées.

4.2.1 Imagerie médicale

Dans le domaine médical, les données proviennent généralement d'un système d'imagerie comme la RMN qui permet d'acquérir plusieurs coupes parallèles de la région concernée. La première opération consiste alors à extraire de chaque coupe (de façon manuelle ou en utilisant un procédé automatique d'analyse d'image) un ensemble de contours polygonaux approximant les sections de l'organe à reconstruire. Le procédé de reconstruction considère alors successivement chaque paire de coupes consécutives et reconstruit, à l'aide de la triangulation de Delaunay, la tranche d'organe comprise entre ces deux coupes. On obtient ainsi une représentation volumique de l'objet, une triangulation tridimensionnelle, qui peut se prêter à divers traitements ultérieurs ; visualisation, simulation d'intervention ou planification de trajectoire pour guider une endoscopie (figure 3). Ces travaux [9] ont conduit au logiciel NUAGES commercialisé par plusieurs sociétés (voir 5.4).

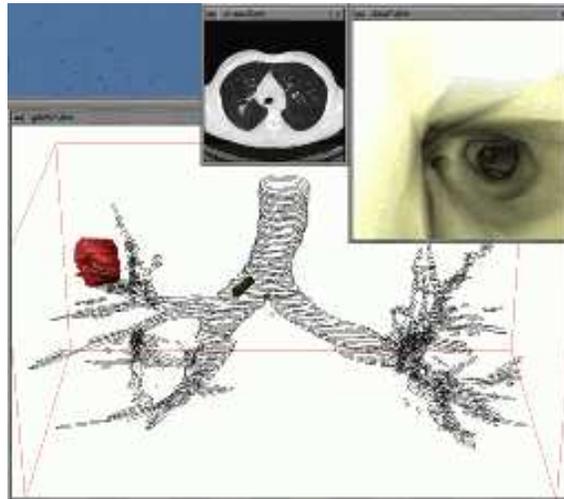


FIG. 3 – *Simulation d'endoscopie.*

4.2.2 Géologie

Parvenir à une bonne connaissance du sous-sol d'une région est un enjeu majeur dans l'exploitation des ressources minières, le génie civil ou la protection de l'environnement. Pour y parvenir le géologue dispose de plusieurs sources d'informations : sondages, études sismiques et relevés topographiques qui constituent généralement un ensemble de données hétérogènes, éparses et imprécises. Le projet PRISME développe actuellement une méthode de reconstruction automatique de formations géologiques. Cette méthode se distingue des approches plus tra-

ditionnelles d'interpolation de surfaces et construit directement une représentation volumique des formations. Entre autres avantages, cette approche permet de segmenter automatiquement les données et de s'affranchir dans une large mesure des problèmes d'instabilité numérique (figure 4, voir 5.6).

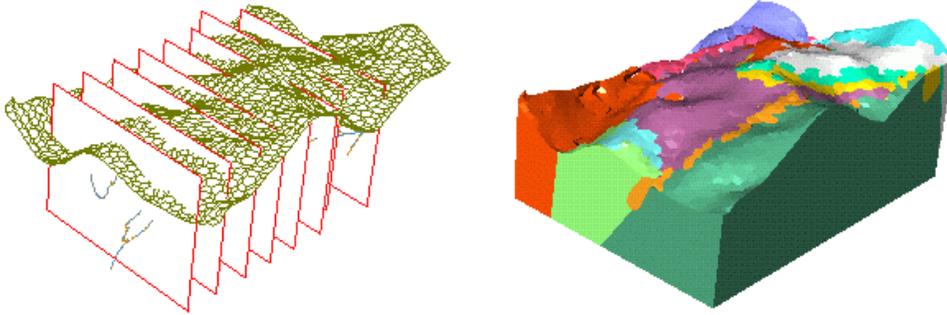


FIG. 4 – *Reconstruction du sous-sol de Morges (Alpes).*

4.3 Algorithmique moléculaire

Mots clés : molécule, chimie, docking.

L'émergence de méthodes algorithmiques en biologie moléculaire remonte sans doute aux années 80, mais le processus s'est accéléré depuis environ cinq ans comme en témoignent l'apparition de journaux et conférences spécifiques, ainsi que la publication d'articles relatifs au sujet dans les forums traditionnels comme le symposium ACM de géométrie algorithmique ou *Algorithmica*.

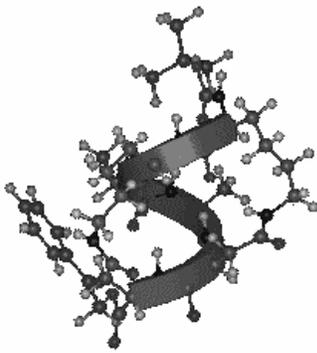
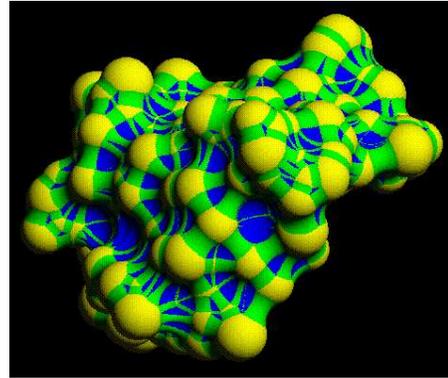
L'objectif de ces recherches est de trouver des médicaments plus efficaces, moins nocifs, et plus faciles à extraire ou à synthétiser. L'enjeu est donc considérable et ce d'autant plus que des méthodes telle que la synthèse combinatoire donnent accès à une diversité moléculaire gigantesque.

Parmi les problèmes algorithmiques bien identifiés, figurent l'étude des surfaces moléculaires (figure 5), l'investigation des conformations moléculaires stables, le docking ou étude de la complémentarité ligand-récepteur, ainsi que le clustering de grandes bases de données moléculaires. Dans le cadre d'une collaboration avec Sanofi Recherche, nous avons fait une contribution à ce dernier problème (voir 6.5.4).

4.4 Placement de formes

Mots clés : placement géométrique, découpe industrielle, aménagement de satellites.

Résumé : *Le placement de formes rigides ou articulées est un champ d'application privilégié de la géométrie algorithmique. Il s'agit de savoir si un objet*

FIG. 5 – (a) *Modèle moléculaire*(b) *Surface moléculaire*

donné peut être placé parmi une collection d'objets. Nous avons plus particulièrement étudié deux applications d'origine industrielle : la découpe et l'aménagement de satellites.

4.4.1 Découpe

Il s'agit de découper sur un support plan (peau, tôle, tissu, etc) des formes géométriques données, souvent polygonales. Deux objectifs sont poursuivis : rapidité du placement des formes sur le support et minimisation des chutes.

Nous avons résolu les problèmes de placement et de déplacement dans le cas d'un polygone (resp. polyèdre) en translation dans un univers polygonal (resp. polyédrique) en proposant des algorithmes de complexité quasi-optimale. Ces algorithmes permettent de calculer un placement s'il en existe un, mais également l'ensemble des positions admissibles de l'objet à placer. Le placement simultané de deux polygones en translation dans un environnement polygonal, et de trois polygones dans un parallélogramme, a également été résolu. Le calcul de l'espace admissible pour un polygone en translation et rotation peut aussi être effectué avec une complexité presque optimale.

Ces algorithmes permettent d'exhiber rapidement une solution au problème de découpe, en plaçant l'une après l'autre les différentes formes sur le support. Ils sont à la base du logiciel PIAF (voir 5.8).

4.4.2 Aménagement de satellites

L'aménagement d'un satellite consiste à positionner les équipements spécifiés par un schéma logique sur une plate-forme, en prenant en compte des contraintes physiques imposées par l'environnement (par exemple la protection contre les rayons solaires) et par les équipements entre eux (par exemple l'interférence électromagnétique et le respect du champ de vue d'un instrument d'observation). L'aménagement spatial d'un satellite s'inscrit dans un processus de conception complexe qui dure en général plusieurs mois et nécessite de nombreux allers-retours entre bureau d'études et équipes spécialisées en électro-magnétisme, thermique et mécanique. L'objectif de notre travail est de démontrer, en développant un prototype, qu'il est possible

d'accélérer considérablement la phase de conception en assistant, voire en automatisant, l'aménagement avec des méthodes issues de la géométrie algorithmique. Un résultat est présenté sur la figure 6.

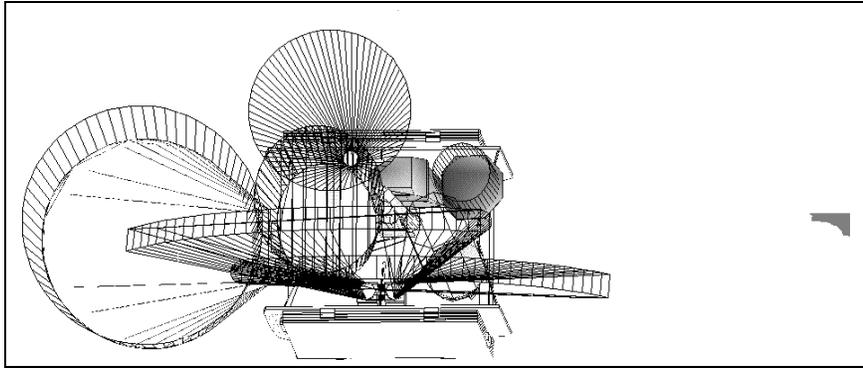


FIG. 6 – à droite : espace admissible pour l'instrument grisé.

5 Logiciels

5.1 Bibliothèque d'algorithmes géométriques CGAL

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Hervé Brönnimann, Frédéric Cazals, Frank Da, Olivier Devillers, Sylvain Pion, François Rebufat, Monique Teillaud, Mariette Yvinec [correspondante].

Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 6.1 et 8.3.

Le site du projet : <http://www.cgal.org/>.

CGAL est une bibliothèque de programmes géométriques développée dans le cadre de deux projets Européen successifs (projet ESPRIT IV LTR CGAL décembre 97 - juin 98, projet ESPRIT IV LTR GALIA novembre 99- août 00) par un consortium formé de huit équipes de recherches des organismes suivants : Universiteit Utrecht, Max-Planck-Institut, INRIA Sophia Antipolis, ETH Zürich, Tel Aviv University, Freie Universität Berlin, Universität Halle, RISC Linz. CGAL a pour but de rendre accessibles au monde industriel et aux domaines applicatifs les solutions avancées que propose la géométrie algorithmique.

La bibliothèque CGAL comprend un noyau, une bibliothèque de base et un certain nombre de modules support. Le noyau est formé de classes C++ qui représentent les objets géométriques élémentaires (points, vecteurs, directions, droites, rayons, plans, simplexes, boîtes isothétiques) ainsi que des transformations affines et un certain nombre de prédicats et constructions géométriques sur ces objets. Actuellement, ces classes existent en dimension 2 et 3 ; à terme elles seront disponibles en toutes dimensions. Par le mécanisme des classes génériques, chaque classe peut être instanciée selon plusieurs modes de représentation : on peut choisir entre coordonnées cartésiennes ou homogènes, ainsi qu'entre différentes arithmétiques.

La bibliothèque de base propose un certain nombre de structures de données géométriques ainsi que des algorithmes. Les structures de données comprennent polygones, polyèdres, triangulations, cartes planaires, arrangements et diverses structures de recherche (arbre de segments, arbres k -dimensionnels, etc.). Des algorithmes sont disponibles pour calculer des enveloppes convexes et résoudre des problèmes d'optimisation (linéaires, quadratiques, de type linéaires généralisés). Par le biais des classes et des fonctions génériques, ces algorithmes peuvent s'utiliser soit avec les objets du noyau, soit avec des classes géométriques propres à l'utilisateur pourvu que celles-ci satisfassent un ensemble de requêtes spécifiées par une *classe d'implantation*.

Enfin, une bibliothèque support permet de générer des objets aléatoires, et d'interfacer CGAL avec plusieurs outils de visualisation (Fichier ascii, Leda windows, OpenGL, Open Inventor, Tcl/Tk, PostScript).

CGAL compte actuellement environ 200 000 lignes de code et supporte les plateformes suivantes : Mips Pro (CC, g++) , SUNOS(GNU C++, KAI C++), Linux((GNU C++), WindowsNT(Visual C++, Borland C++). La version 2.2 de CGAL est disponible sur le web depuis septembre 2000.

5.2 Évaluation exacte d'expressions numériques

Participants : Hervé Brönnimann, Olivier Devillers, Sylvain Pion [correspondant], Mariette Yvinec.

<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/>.

L'un des points cruciaux en géométrie, concernant la vitesse autant que la robustesse, est le calcul des prédicats, tels les signes de déterminants.

Pour ce faire, une bibliothèque d'arithmétique d'intervalles permet d'accélérer les calculs, tout en vérifiant leur exactitude : c'est un filtre arithmétique. La bibliothèque proposée ici est plus adaptée aux besoins des prédicats que d'autres bibliothèques disponibles, car elle permet de s'affranchir des changements répétitifs de modes d'arrondis, et est donc plus rapide.

En complément, pour effectuer les calculs exacts en cas d'échec d'un filtre, on peut utiliser la bibliothèque d'arithmétique modulaire, qui permet de calculer en particulier les signes de déterminants et d'expressions polynômiales plus générales, qui interviennent dans la quasi-totalité des algorithmes géométriques.

Nous proposons également des méthodes plus spécifiques pour le calcul de déterminants de petites dimensions sur des entiers.

5.3 Hiérarchie de Delaunay

Participant : Olivier Devillers [correspondant].

Versions de démonstrations disponibles,

<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/del-hierarchy/fr.html>

Nous proposons une nouvelle structure de données pour le calcul de la triangulation de Delaunay de points du plan permettant de combiner simultanément une bonne complexité théorique dans le cas le pire, un très bon comportement pratique et une occupation mémoire

réduite. Cette structure permet également une mise à jour dynamique (insertions et suppressions).

Ce programme peut calculer la triangulation de 500 000 points aléatoires dans le plan en 22 secondes et de 150 000 points sur la surface d'un objet tridimensionnel en 40 secondes (sur SUN Ultra10) [8].

5.4 Reconstruction à partir de coupes.

Participants : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant], Bernhard Geiger.

<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/nuages.html>

NUAGES, logiciel de reconstruction 3D à partir de sections 2D (voir 4.2.1) développé par Bernhard Geiger, est utilisé notamment pour l'imagerie médicale, la microscopie électronique et la reconstruction de surface. Il est commercialisé par Noesis, Cril, Siemens, Leibinger. Des exécutable pour diverses plateformes sont disponibles par ftp anonyme. Plusieurs publications dans des domaines appliqués décrivent des résultats obtenus avec NUAGES [9].

5.5 Reconstruction de surface à partir de points 3D non structurés

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals [correspondant], Olivier Devillers.

Il s'agit du logiciel de reconstruction de surface mentionné en 6.5.2. Il a été baptisé NUAGES-PC pour Nuages-PointCloud.

Ce logiciel est en cours d'intégration à CATIA, logiciel de CAO édité et commercialisé par Dassault Systèmes.

5.6 Modeleur géométrique pour la géologie

Participant : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

<http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Geologie/>

GEO3D (voir 4.2.2) permet de construire automatiquement un modèle volumique à partir de données hétérogènes et irrégulières. Ce logiciel est développé dans le cadre du programme national GÉOFrance3D de cartographie du sous-sol de la France. Une première version est utilisée au BRGM. Ce travail est le résultat de la thèse de Stéphane Nullans.

5.7 Aménagement de satellites

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Eelco de Lange, Monique Teillaud [correspondante].

<http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Satellite/>

Le logiciel GÉOTOOLS pour l'aménagement d'un satellite permet le placement itératif d'instruments (antennes et autres équipements) sur une plate-forme plane. Le logiciel a été conçu dans le cadre de notre collaboration avec MATRA MARCONI SPACE.

5.8 Placement et déplacement

Participant : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

Bernard Faverjon et le projet PRISME sont à l'origine du logiciel ACT permettant la planification de trajectoires pour des robots manipulateurs. Ce logiciel est commercialisé par Alma.

Francis Avnaim a développé un logiciel de placement de formes pour la découpe de pièces bidimensionnelle (tissus, métal, cuir...). Ce logiciel est commercialisé par la société Nakache.

6 Résultats nouveaux

6.1 CGAL

Mots clés : géométrie algorithmique, degré algébrique des algorithmes, triangulation, triangulation de Delaunay, reconstruction de formes, alpha-formes.

Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 5.1 et 8.3.

Le site du projet : <http://www.cgal.org/>

Résumé : *Le développement de la bibliothèque de programmes géométriques CGAL (Computational Geometry Algorithms Library) s'est poursuivi très activement cette année. Deux versions publiques de CGAL ont vu le jour au cours de l'année 2000 : la version 2.1[31] qui réalise le portage de CGAL sur WindowsNT (Visual C++) est sortie en janvier 2000. La version 2.2[30] sortie en septembre 2000 supporte également le compilateur Borland C++. Au sein du consortium Européen qui développe CGAL, le projet PRISME est plus particulièrement chargé du noyau cartésien, de certains modules arithmétiques et des modules de triangulations.*

6.1.1 Triangulations bidimensionnelles

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frank Da, Mariette Yvinec.

CGAL offre maintenant une nouvelle structure de données pour représenter les triangulations bidimensionnelles. Cette seconde version est légèrement plus coûteuse que la première en place mémoire mais elle permet de représenter des surfaces triangulées (plongées dans l'espace 3D) aussi bien que des triangulation planes. Les triangulations de CGAL peuvent maintenant être équipées d'une structure hiérarchique (de type hiérarchie de Delaunay) qui permet une localisation rapide des points dans la triangulation. Les triangulations contraintes de CGAL permettent aussi de gérer d'éventuelles intersections entre les contraintes, ce qui nous conduit à développer une structure gérant les arrangements de segments triangulés. Les triangulations conformes et les maillages sont en cours de développement.

6.1.2 Triangulations tridimensionnelles

Participante : Monique Teillaud.

Cette année, le module consacré aux triangulations tri-dimensionnelles s'est enrichi d'un certain nombre de fonctionnalités. La plus importante d'entre elles est la possibilité de supprimer un sommet dans une triangulation de Delaunay. Une première version de cette suppression a été incluse dans la *release 2.2* de CGAL.

S'il était bien connu que la suppression d'un sommet dans une triangulation tri-dimensionnelle quelconque était parfois impossible (par exemple dans le cas où la zone à mettre à jour a la forme du polyèdre de Schönhardt), la suppression d'un sommet dans une triangulation de Delaunay ne semblait a priori pas poser de problème théorique.

L'implantation de cette méthode a permis de réaliser que cette suppression n'est pas toujours possible non plus. En effet, des cas dégénérés assez particuliers peuvent être mis en évidence dans lesquels la totalité de la triangulation doit être reconstruite, même si le sommet supprimé n'était incident qu'à un nombre très faible de tétraèdres. L'existence d'un critère de détection d'un tel cas est un problème théorique ouvert, comme l'est la conception d'un algorithme optimal.

6.2 Algorithmes géométriques

Mots clés : géométrie algorithmique, triangulation de Delaunay, diagramme de Voronoï.

6.2.1 Compression de structures géométriques

Participants : Olivier Devillers, Pierre-Marie Gandoin.

Une partie de ce travail est effectuée en collaboration avec Regina Estowski (U. New York, Stony Brook), Ferran Hurtado, Vera Sacristan (UPC, Barcelone) et Pedro Ramos (U. de Alcala, Madrid).

La compression de structures géométriques est un domaine de recherche en plein essor, situé entre la géométrie algorithmique et la compression de données standard. Le développement rapide des applications de la synthèse d'image rend nécessaires la manipulation et l'échange de données géométriques de manière rapide et économique. En particulier, les nombreuses possibilités offertes par le World Wide Web en matière de réalité virtuelle sont conditionnées par un accès rapide aux données. Cela implique — principalement lorsque la bande passante est faible — d'organiser et de compresser les données géométriques de manière optimale. Le point de vue que nous avons choisi d'adopter dans ce travail est diamétralement opposé à la tendance générale qui semble s'être imposée depuis 1995 dans le domaine, au fil des nombreux articles abordant le problème du codage efficace de maillages (scènes géométriques en 2 ou 3 dimensions composées de polygones). Dans nos travaux, nous partons du principe que la topologie d'un objet géométrique (c'est-à-dire les arêtes des polygones qui le composent) peut être très souvent déduite de sa géométrie (c'est-à-dire des positions de ses sommets). Contrairement aux autres méthodes, la priorité est donc donnée à la compression de la partie géométrique de l'objet. Cette opération est réalisée de manière progressive et fournit des taux de compression compétitifs par rapport aux méthodes existantes [28]. Nous avons également développé un codeur de

connectivité permettant de coder efficacement l'intégralité de l'information topologique d'un modèle, ou d'en coder un sous-ensemble uniquement en vue d'améliorer les performances d'un éventuel algorithme de reconstruction. Ce codeur topologique repose sur le même principe que le codeur de géométrie et peut donc être appliqué simultanément, et toujours de manière progressive et interactive. La figure 7 montre à gauche un modèle géométrique sur lequel la compression sans perte nous permet de réduire la taille du fichier à 40% du modèle original, une compression avec perte occupant seulement 3% de la taille du modèle initiale est affichée à droite. En outre, une étude théorique a été menée dans le cadre de notre collaboration avec l'UPC à Barcelone, pour déterminer, dans le cas particulier d'une reconstruction topologique par triangulation de Delaunay contrainte, l'ensemble minimal d'arêtes à coder pour garantir une reconstruction sans perte de l'objet original.



FIG. 7 – *Modèle compressé sans perte à 40% et avec perte à 3%.*

6.2.2 Coordonnées naturelles de points sur une surface

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals.

Les coordonnées naturelles ont été introduites par Sibson pour interpoler des fonctions de plusieurs variables à partir de données non structurées. On considère dans ce travail le cas où les points de données appartiennent à une surface \mathcal{S} , c'est-à-dire une variété de dimension $d - 1$ de \mathbf{R}^d , lisse et sans bord. On montre que lorsque la densité de l'échantillonnage augmente, les coordonnées naturelles d'un point de la surface tendent à se comporter comme un système de coordonnées locales sur la surface. Ce résultat ne suppose aucune connaissance sur l'ordre ou la connectivité des points, ni d'information sur la topologie de la surface. Il est basé sur le fait qu'un sous-ensemble des sommets du diagramme de Voronoï des points de données tend vers

le squelette de \mathcal{S} lorsque la densité d'échantillonnage augmente.

6.2.3 Randomisation

Participants : Olivier Devillers, Philippe Guigue, Monique Teillaud.

Une part de ce travail est effectuée en collaboration avec Ferran Hurtado, Mercé Mora et Vera Sacristan (UPC, Barcelone).

Nous continuons à nous intéresser à la randomisation (voir 3.1.2) avec deux résultats cette année.

Tout d'abord un algorithme randomisé incrémental nécessite en général d'insérer les données dans un ordre aléatoire. Si les données ne sont pas connues à l'avance, on doit choisir entre attendre d'avoir toutes les données pour pouvoir les mélanger et espérer que les données arrivent dans un ordre suffisamment aléatoire. Nous proposons et étudions l'alternative du tampon mélangeur, qui permet de mélanger *localement* les données et de démarrer l'algorithme sans avoir toutes les données. On montre typiquement que si la taille du tampon est k et le nombre de données n , un problème qui a une complexité randomisée de $O(n \log n)$ et une complexité dans le cas le pire de $O(n^2)$ sera traité en $O(\frac{n^2 \log k}{k})$ [29].

Calculer la triangulation de Delaunay de n points nécessite en général un temps $\Omega(n \log n)$, mais, sous certaines hypothèses, par exemple si les points sont les sommets d'un polygone convexe, ce temps peut être ramené à $O(n)$. Nous avons démontré que dans le cas où les points forment un sous-ensemble d'un ensemble de points dont on connaît la triangulation de Delaunay, on pouvait trianguler le sous ensemble en temps $O(n)$.

6.2.4 Triangulations bicolores

Participant : Olivier Devillers.

Travail effectué en collaboration avec Ferran Hurtado et Carlos Seara (UPC, Barcelone).

Étant donné un ensemble de points du plan, chaque point étant colorié soit en rouge soit en bleu, on s'intéresse aux triangulations des points ayant beaucoup d'arêtes ou de triangles reliant des points de la même couleur. Un tel problème a des applications par exemple en segmentation d'images ou en *clustering*.

Nous avons démontré que si on a n points rouges dont n_{CH} sur l'enveloppe convexe et k points bleus dont k_{CH} sur l'enveloppe convexe, toute triangulation a au moins $n + n_{CH}$ arêtes rouges et $k - 1$ arêtes bleues et ces bornes sont atteintes dans certains exemples.

6.3 Calcul géométrique

Mots clés : robustesse, perturbation, dégénérescence, vérification, balayage, enveloppe convexe.

6.3.1 Diagrammes de Voronoï pour des ensembles algébriques ou semi-algébriques réels

Participants : François Anton, Monique Teillaud.

Travail effectué avec le soutien de l'action coopérative COSTIC et en collaboration avec Ioannis Z. Emiris et Bernard Mourrain (SAGA).

Les algorithmes de construction de diagrammes de Voronoï d'ensembles d'objets géométriques (points, arcs de courbes algébriques et domaines de surfaces algébriques) ont été peu explorés et surtout sous la forme d'algorithmes approchant les courbes par des ensembles de points. Ces algorithmes approchés de construction de diagrammes de Voronoï ne donnent pas nécessairement des résultats topologiquement corrects (d'après Farouki et Rammamurthy [RF99]). L'objectif principal de ce projet de recherche est le développement d'un algorithme pour la construction de diagrammes de Voronoï pour des ensembles algébriques réels (objets géométriques dont les points sont les solutions (zéros) réelles communes d'un ensemble fini d'équations polynomiales) ou semi-algébriques réels (objets géométriques dont les points sont les solutions réelles communes d'un ensemble fini d'équations et d'inéquations polynomiales) dans l'espace bidimensionnel ou tridimensionnel. Nous avons pu calculer les équations polynomiales d'une courbe déplacée (lieu des points sur la normale à la courbe originale en un point à une distance donnée de ce dernier) et de la médiatrice de deux courbes (lieu des points appartenant aux deux courbes déplacées d'une même distance par rapport à deux courbes originales) dans le cas de courbes algébriques. Le problème qu'il nous reste à traiter pour obtenir les vraies médiatrices (lieu des points qui sont à égale distance de deux courbes) est de couper ces médiatrices au niveau de leurs points d'auto-intersection. Ces points d'intersection sont des points singuliers de la "fausse" médiatrice, qui sont les zéros communs à un ensemble d'équations polynomiales (les dérivées partielles). Les sommets de Voronoï correspondent à des intersections trois à trois de vraies médiatrices. Les calculs algébriques donnant les courbes déplacées, les fausses médiatrices et les points singuliers sur ces dernières sont relativement complexes. Nous pensons simplifier le degré ainsi que le nombre de monômes des polynômes que nous rencontrons en utilisant la théorie des invariants. Nous avons réalisé quelques expériences concluantes sur des cas simples.

6.4 Déformation de surface

Résumé : *Nous voulons étudier des modèles permettant de déformer une surface en une autre de façon continue visuellement même si ces surfaces ne sont pas de même genre. Dans ce cadre, nous avons étudié :*

- *une méthode de déformation locale d'une surface triangulée modélisant un changement de genre de la surface (apparition/disparition d'une anse sur la surface)*
- *deux algorithmes calculant une famille de lacets générateurs du groupe fondamental d'une surface, dans le cas où la surface est triangulée et orientable. Ces*

[RF99] R. RAMAMURTHY, R. T. FAROUKI, «Voronoi diagram and medial axis algorithm for planar domains with curved boundaries. I. Theoretical foundations», *J. Comput. Appl. Math.* 102, 1, 1999, p. 119–141, Special issue: computational methods in computer graphics.

algorithmes sont optimaux. Ils calculent en temps $O(gn)$ un raffinement de la surface de taille $O(gn)$, où n est la taille du maillage et g le genre de la surface.

6.4.1 Déformation de surface avec changement de topologie

Participants : Matthieu Finiasz, Anne Verroust.

Pour modéliser le changement de genre d'une surface par une déformation qui paraît continue visuellement, on passe par un maillage intermédiaire "limite" entre les deux topologies (dans le cas du passage d'une sphère à un tore, les différentes formes intermédiaires sont une sphère pincée, i.e. une sphère dont les deux pôles se rejoignent et un tore étranglé, croissant dont les deux extrémités se rejoignent).

Nous avons modélisé la disparition d'une anse en utilisant un couple de lacets qu'on a associé à cette anse. La forme intermédiaire est alors le résultat d'une déformation par resserrement du maillage initial le long d'un des lacets et l'anse disparaît quand le deuxième lacet est coupé (dans le cas de la figure 8, les lacets a et c sont resserrés en un point et les lacets b et d sont coupés).

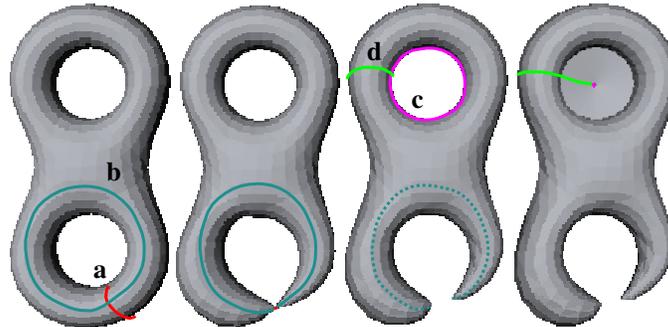


FIG. 8 – Deux déformations successives et les lacets associés

Notre méthode se décompose comme suit :

- une ligne polygonale l simple, fermée, formée de sommets et d'arêtes de la surface est donnée. Elle correspond, par exemple, aux lacets a et c de la Figure 8.
- une courbe C formée des barycentres des lignes de niveaux de la fonction distance au lacet l sur la surface (cette courbe est calculée suivant le même principe que celui du calcul de squelettes [18]).
- Le resserrement de la surface au voisinage du lacet est effectué par déformation axiale le

long de C . La déformation est maximale au niveau de la déformation. Nous obtenons ainsi le maillage intermédiaire.

- Le maillage est coupé au niveau du point de resserrement et les deux parties de la surface sont écartées.

La déformation inverse (ajout d'une anse) consiste à rapprocher deux sommets de la surface en déformant localement celle-ci le long d'une courbe au voisinage de ces deux points pour obtenir une forme limite entre les deux topologies. Les deux sommets sont alors identifiés et un lacet non homotope à un point est créé. Il suffit de déformer la surface par déformation axiale au voisinage de ce lacet pour obtenir une nouvelle anse.

Cette méthode a été développée en utilisant la librairie CGAL. Elle est décrite en détail dans [33].

6.4.2 Calcul des lacets canoniques d'une surface polyédrique

Participant : Anne Verroust.

Ce travail a été effectué en collaboration avec Francis Lazarus, chargé de recherche à l'IRCOM-SIC, Poitiers, Michel Pocchiola, maître de conférences au LIENS, Paris et Gert Vegter, associate professor à l'université de Groningen, Pays Bas. Une partie des résultats décrits dans cette section a été présentée lors des journées de géométrie algorithmique à Marseille en octobre 2000.

En vue d'effectuer des déformations entre des surfaces de genres différents, nous nous sommes intéressés au problème du calcul du groupe fondamental des lacets d'une surface. En effet, toute surface découpée le long d'un ensemble canonique de lacets peut être mise à plat. Le problème de la mise en correspondance de deux surfaces peut alors se réduire à une mise en correspondance de leurs plongements planaires.

Nous nous sommes placés dans le cas où la surface est un polyèdre triangulé orientable. Les lacets à calculer sont alors des lignes polygonales fermées. Nous avons conçu et implémenté deux méthodes de calcul de lacets :

- Une méthode calculant successivement les g couples de lacets lors d'un parcours récursif de la surface à partir d'un point base. On maintient lors du parcours le bord de la partie de la surface parcourue et l'on trace les $4g$ morceaux de lacets partant du point base. Dès que ce bord se subdivise et que les deux parties distinctes du bord sont reliées dans la partie de surface non encore parcourue, on calcule un couple de lacets correspondant à un trou, on reforme un bord unique et on continue jusqu'à ce que les $2g$ lacets soient calculés. Les lacets obtenus ainsi apparaissent en ordre canonique et passent tous par le point base. Notre méthode est dérivée de celle présentée par Vegter et Yap en 1990. Nous avons suivi les grandes lignes de cette méthode, à savoir, effectuer un parcours de la surface à partir d'un point base et repérer les lacets lors de l'apparition de singularités sur le bord de la surface parcourue. Mais le traitement des singularités du bord et le calcul des lacets est différent. De plus, comme nous voulions implanter l'algorithme, nous avons précisé certains points laissés obscurs dans cette première approche.

- Une méthode utilisant l'algorithme de réduction introduit par Brahana en 1922. Cette méthode se décompose en deux étapes. À partir d'une surface orientable triangulée de genre g , un ensemble de $2g$ lacets non nécessairement sous forme canonique est calculé, ce qui nous permet

d'obtenir un premier schéma polygonal. Puis une suite d'opérations de type couper/coller sur ce schéma polygonal est effectuée pour obtenir un schéma polygonal canonique. La stratégie employée pour choisir les réductions successives rend l'algorithme optimal.

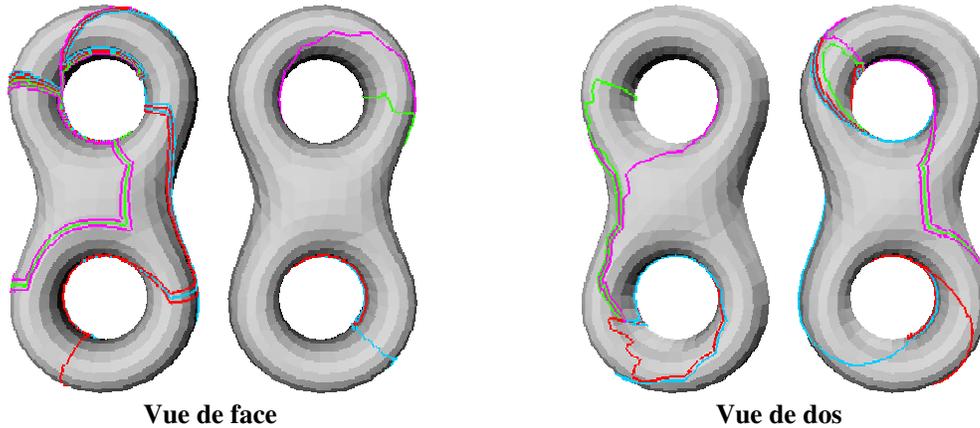


FIG. 9 – Calcul des lacets sur le double tore. Sur la vue de face (resp. dos), à gauche (resp. à droite) : méthode récursive; à droite (resp. à gauche) : méthode utilisant la réduction de Brahana.

Ces deux méthodes sont optimales (en $O(gn)$) et ont été implantées en utilisant la bibliothèque CGAL.

6.5 Applications de la géométrie algorithmique

6.5.1 Génération de grilles hybrides utilisant les diagrammes de puissance

Participants : Sophie Balaven, Jean-Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec.

Travail mené en collaboration avec C. Bennis and S. Sarda de l'IFP.

Pour simuler de manière précise les écoulements fluides dans des structures géologiques complexes, il faut prendre en compte la géométrie radiale des flux autour des puits. Dans ce but, nous développons un maillage hybride comportant trois types d'éléments : un maillage structuré de type CPG représentant le réservoir, un maillage radial représentant le puits et un maillage non structuré permettant de raccorder les deux premiers maillages. Cette approche permet de conserver autant que possible les avantages des maillages structurés. Le maillage de transition développé pave un voisinage du puits et respecte les frontières de ce voisinage. Il respecte de plus des propriétés d'orthogonalité imposées par la méthode calcul par volumes finis. Il est fondé sur certains diagrammes de puissance, variantes des diagrammes de Voronoï.

6.5.2 Reconstruction de formes

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals, Frank Da, Julia Flötotto.

Comme son nom l'indique, le "reverse engineering" consiste à élaborer un modèle numérique d'un objet ou d'une pièce à partir d'un modèle réel. La saisie des données se fait généralement avec un scanner, et le mot "reverse" fait donc référence à la transformation de ce nuage de points en un modèle facétisé, surfacique, ainsi qu'à certaines opérations sur ces modèles —coupe du nuage de points par un plan, décimation du nuage, etc.

Dans ce contexte, nous avons proposé une méthode de reconstruction de surface reposant sur la triangulation de Delaunay et les voisins naturels. Plus précisément, la machinerie des voisins naturels permet, à partir d'une triangulation de Delaunay, de quantifier les relations de voisinages entre les points de données. Les valeurs ainsi calculées sont utilisées pour définir un plan tangent en chacun des points et reconstruire la surface sous-jacente. L'algorithme permet aussi de simplifier de gros nuages de points, c'est-à-dire de calculer un modèle facétisé duquel tous les points du nuage initial non retenus sont proches.

Dans le cas où les données appartiennent à des coupes parallèles, la méthode peut être simplifiée.

6.5.3 Métrologie

Participant : Olivier Devillers.

Travail en collaboration avec Franco Preparata (Brown U., Providence), Pedro Ramos (U. de Alcalá, Madrid)

Pour le contrôle qualité de pièces manufacturées supposées avoir une forme particulière, par exemple cylindrique, on cherche à mesurer la déviation entre la pièce fabriquée et le modèle théorique. On dispose en général de points mesurés sur l'objet réel et on cherche à trouver le meilleur cylindre passant près de ces points. Nous avons proposé une méthode basée sur l'hypothèse réaliste que les points sont effectivement sur une forme à peu près cylindrique [24]. Ces résultats sont encore améliorés par une technique permettant d'éliminer rapidement au préalable certains points mesurés qui n'interviennent pas dans la définition du meilleur cylindre.

Nous nous sommes également intéressés dans le plan aux conditions sous lesquelles le plus petit anneau contenant un ensemble de points était le même si on cherchait à minimiser l'épaisseur ou la surface. On connaît ainsi mieux les cas où l'on peut chercher l'anneau de surface minimale, plus facile à calculer que l'anneau d'épaisseur minimale.

6.5.4 Dessin de graphes et molécules

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals, Julia Flötotto.

En partie en collaboration avec H. Alt (FU Berlin).

L'examen de molécules pharmaceutiques par les chimistes revêt plusieurs aspects dont le plus simple consiste à examiner les formules développées afin de repérer les fonctions chimiques communes ; d'où l'importance d'une représentation normalisée des molécules.

Les travaux du stage de DEA de J. Flötotto 1998/1999 ont conduit à proposer une stratégie de dessin d'une famille moléculaire basée sur la notion de super-arbre. Le super-arbre est une molécule fictive contenant toutes les molécules de la famille et servant à factoriser les parties communes de façon à ce que celles-ci soient dessinées de façon cohérente. Ces travaux ont été publiés et présentés aux conférences JOBIM et Graph Drawing 2000. La visite de Julia Flötotto chez H. Alt, FU Berlin, a été consacrée à l'étude de la complexité du calcul du super-arbre pour plusieurs molécules. Il a été montré que cette question est NP-difficile.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 IFP

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Sophie Balaven.

Il s'agit d'un contrat de conseil et d'encadrement d'une doctorante, Sophie Balaven, rémunérée par l'IFP.

Le travail est réalisé avec la bibliothèque CGAL et fait l'objet d'un dépôt de brevet.

7.2 DASSAULT SYSTÈMES

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals.

Dassault Systemes a acquis NUAGES-PC —voir sections 6.5.2 et 5.5.

7.3 EDF

Participant : Olivier Devillers.

Dans le cadre d'études menées par EDF en liaison avec le projet INRIA OMEGA, il est nécessaire de modéliser le déplacement de nombreuses particules dans un maillage. EDF était confronté dans ce cadre à des problèmes numériques que les approches développées dans le projet PRISME contribuent à résoudre (voir 6.3).

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions régionales

8.1.1 Coopérations locale de recherche (Colors)

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals.

Action interpolation par les voisins naturels : <http://www-sop.inria.fr/prisme/collaborations/colorsInterpolation.html>

Cette action regroupe trois équipes de l'UR Sophia: SINUS, PRISME (UR-Sophia), et MIAOU.

L'objectif est d'étudier un schéma d'approximation basé sur l'interpolation par les voisins naturels qui offre une alternative aux méthodes par éléments finis pour résoudre les équations aux dérivées partielles.

8.2 Actions nationales

8.2.1 Action de recherche coopérative INRIA COSTIC

Participants : François Anton, Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals, Olivier Devillers, Monique Teillaud.

Action Costic : <http://www-sop.inria.fr/saga/courbesurface/>

Cette action regroupe cinq équipes : GAMMA (UR-Rocquencourt), ISA (UR-Lorraine), PRISME (UR-Sophia), SAGA (UR-Sophia) et le laboratoire J. Dieudonné de l'université de Nice-Sophia-Antipolis.

L'objectif est de regrouper les compétences de différents participants autour des objets tri-dimensionnels ; en particulier de développer des méthodes d'analyse, de manipulation et de représentation d'objets algébriques, ainsi que des possibilités de visualisation des propriétés de tels objets.

8.2.2 Action de recherche coopérative INRIA VISI3D

Participants : Frédéric Cazals, Olivier Devillers.

Action Visi3D : <http://www.loria.fr/~lazard//ARC-Visi3D/>

Cette action regroupe quatre équipes : iMAGIS (UR-Rhône-Alpes), ISA (UR-Lorraine), PRISME (UR-Sophia), et GEOCAL (ENS Ulm). Sont également associés quelques participants étrangers : Frédéric Durand (MIT), Mark de Berg (université d'Utrecht) et Gert Vegter (université de Groningen).

L'objectif est de faire coopérer des personnes issues de la géométrie algorithmique avec d'autres plus proches de la synthèse d'images autour des problèmes de visibilité dans l'espace. L'action s'intéresse en particulier aux problèmes suivants :

- étude des prédicats géométriques requis pour le calcul du complexe de visibilité de polyèdres en 3D, en vue d'une implantation robuste d'un algorithme de calcul du complexe de visibilité ou du squelette de visibilité de polyèdres,
- problème du calcul du complexe ou du squelette de visibilité pour des objets courbes tridimensionnels (exemples des sphères),
- complexité des droites tangentes à 4 sphères,
- possibilité d'exprimer la complexité des droites tangentes à 4 polyèdres en fonction du nombre de polyèdres,
- étude des aspects dynamiques pour le calcul du complexe de visibilité d'objets courbes en 2D, calcul de radiosité dynamique.

8.2.3 Action de recherche coopérative INRIA GEOMETRICA

Participants : Jean-Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec.

Action Geometrica : <http://www-sop.inria.fr/prisme/Geometrica/>

Géométrica a pour but de développer une approche axiomatique du calcul géométrique. Cette approche tend à définir les algorithmes à partir de primitives simples vérifiant un ensemble fini d'axiomes.

En dehors du projet PRISME cette action regroupe :

– Équipe GÉCOAL, ENS Paris (Michel Pocchiola, Maître de conférences ; Pierre Angelier, doctorant). – ISA, INRIA Lorraine (Sylvain Petitjean, Chargé de recherches). – Collaborateurs extérieurs : Franco Preparata, Professeur, université de Brown ; Gert Vegter, Associate Professeur, université de Groningen ; Stéphane Rivière, Maître de conférences, université de Mulhouse.

8.2.4 Journées "Géométrie Algorithmique 2000"

Participant : Monique Teillaud.

<http://www-sop.inria.fr/prisme/manifestations/journees2000/>

Organisées par Monique Teillaud et Bernard Lacolle (université Joseph Fourier, Grenoble), ces journées annuelles donnent aux chercheurs français, en particulier aux doctorants, l'occasion de présenter à la communauté nationale leurs travaux récents en Géométrie Algorithmique et dans des domaines connexes. Elles jouent également le rôle d'une École de jeunes chercheurs. Des cours ont été effectués par plusieurs spécialistes français et étrangers. Un autre objectif consiste à favoriser les contacts dans notre domaine entre le monde académique et le monde de l'industrie.

En 2000, les journées ont réuni plus de 60 participants, dont une vingtaine d'étudiants et une dizaine d'industriels. La grande qualité des exposés, ainsi que la variété de leurs thèmes, a été remarquée. La présence de plusieurs étrangers à cette manifestation française est également à noter.

Ces journées, parrainées par l'INRIA, ont été soutenues par des subventions du CIRM, de l'INRIA (Formation par la recherche), de l'Institut Français du pétrole et du GDR ALP.

8.2.5 Accueil de chercheurs

Séminaire PRISME : <http://www-sop.inria.fr/prisme/seminaire/>

Le séminaire PRISME, organisé par Monique Teillaud et Agnès Clément-Bessière a donné la parole à plusieurs orateurs extérieurs :

Pankaj K. Agarwal, (*Center for Geometric Computing, Duke University*),
 Pierre Alliez, (*France Télécom R&D DIH/HDM/CIM, Cesson-Sévigné*),
 Dominique Attali, (*INPG, Grenoble*),
 Jeff Erickson, (*University of Illinois at Urbana Champaign*),

Gianni De Fabritiis, (*Centre for Computational Science, QMW College, University of London*),
 Jean-Paul Laumond, (*LAAS, Toulouse*),
 André Lieutier, (*Dassault-Systèmes Provence*),
 Darka Mioc, (*université Laval, Québec, Canada*),
 Jean-Michel Moreau, (*ENSM St Étienne*),
 Frank Nielsen, (*Sony Computer Science Laboratories, FRL, Tokyo*),
 Stéphane Popinet, (*Laboratoire de Modélisation en Mécanique, UPMC, Paris VI*).

8.3 Actions européennes

8.3.1 GALIA

Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 5.1 et 6.1. Le site du projet : <http://www.cs.uu.nl/CGAL/>

L'année 2000 a vu se terminer le projet de recherche communautaire suivant :

- Acronyme : GALIA, numéro 28155
- Titre : Geometric Algorithms for Industrial Application
- Programme spécifique du projet : ESPRIT
- Modalité du projet : Long Term Research.
- Date de début : 15-11-98 - Durée : 18 mois + 3 mois
- Mode de participation du projet Inria: partenaire
- Coordinateur: MPI Saarbrücken (Allemagne)
- Liste des partenaires :
 ETH Zürich (Suisse), Freie Universität Berlin (Allemagne), Halle Universität (Allemagne),
 Utrecht University (Pays-Bas)
 Tel Aviv University (Israël)
- Résumé du projet : Développer une bibliothèque de programmes géométriques pour favoriser la diffusion dans le monde industriel et dans les milieux applicatifs des solutions et méthodes proposées par la géométrie algorithmique.

8.3.2 ECG

Le projet PRISME assure la coordination du projet de recherche communautaire ci-dessous :

- Acronyme : ECG, numéro IST-2000-26473 – Titre : Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces. – Programme spécifique du projet : IST
- Modalité du projet : RTD (FET Open)
- Date de début : début 2001 - Durée : 3 ans
- Mode de participation du projet Inria : Coordinateur
- Liste des partenaires :
 Projet SAGA,
 ETH Zürich (Suisse),
 Freie Universität Berlin (Allemagne),
 Rijksuniversiteit Groningen (Pays-Bas),
 MPI Sarrebruck (Allemagne),
 Tel Aviv University (Israël)

– Résumé du projet : Traitement effectif des objets courbes en géométrie algorithmique. Algorithmes géométriques pour les courbes et les surfaces, questions algébriques, problèmes de robustesse, approximation.

8.4 Relations bilatérales

8.4.1 France-Espagne

Une proposition Picasso de collaboration avec *l'Universitat Polytechnica de Catalunya* a été acceptée pour 2000-2001 autour du thème « Optimisation de triangulations et applications ».

À ce titre, M. Mora, P. Ramos et C. Seara ont séjourné à l'INRIA et O. Devillers, P.-M. Gandoin et M. Teillaud se sont rendus à Barcelone.

Plusieurs travaux en collaboration ont débuté autour des triangulations (voir 6.2.1, 6.2.3, 6.2.4) ou de la métrologie (voir 6.5.3)

En dehors de cette proposition Picasso, Xose-Manuel Pardo (*Santiago, Espagne*) a passé trois mois dans le projet.

8.4.2 France-Israël

Une collaboration avec l'université de Tel-Aviv co-financée par les ministères de la recherche et de l'industrie français et israélien dans le cadre du programme « Factory for the future » (AFIRST). Dans ce cadre, nous avons accueilli E. Ezra pendant deux semaines.

8.4.3 France-Allemagne

Julia Flötotto s'est rendue en visite à FU Berlin dans le groupe de Helmut Alt.

9 Diffusion de résultats

9.1 Animation de la communauté scientifique

9.1.1 Comités de rédaction de revues scientifiques

Theoretical Computer Science, Algorithmica, International Journal of Computational Geometry and Applications, Computational Geometry: Theory and Applications (J-D. Boissonnat) et *Journal of Discrete Algorithms* (M. Yvinec).

9.1.2 Comités de sélection

Jean-Daniel Boissonnat est membre de la commission de spécialistes de l'université de Nice Sophia-Antipolis et de celle de l'ENS (27^{ème} section).

9.1.3 Comités de programme de conférences

Jean-Daniel Boissonnat a participé au comité de programme de *Computer Graphics International CGI'2000* et du *18th symposium on theoretical aspects of computer science*. Jean-Daniel Boissonnat est membre élu du *steering committee of Computational Geometry*. Il est

également membre du conseil d'administration de l'AFIT (Association Française d'Informatique Théorique).

9.1.4 Serveur WWW

<http://www-sop.inria.fr/prisme/>

Le projet PRISME maintient sur son site *www* une collection de fiches explicatives sur les sujets présentés dans ce rapport, ainsi que les logiciels téléchargeables.

9.2 Formation

J.-D. Boissonnat est chargé de mission auprès de la direction générale pour la formation par la recherche.

9.2.1 Enseignement universitaire

- J.-D. Boissonnat est responsable de la filière "Géométrie, formes et images" du DEA d'algorithmique de Paris.
- DEA Algorithmique, Paris, Diagrammes de Voronoï et triangulations, (10h) (J.-D. Boissonnat)
- DEA Algorithmique, Paris, Cours CGAL, (10h) (M. Yvinec)
- DEA Aravis (Nice), de la géométrie algorithmique au calcul géométrique, 15 h (O. Devillers)
- École Polytechnique (Paris), Informatique, (O. Devillers, chargé d'enseignement à temps partiel, 96h)
- ENSTA 3ème année, Module Algorithmes de vision, Géométrie algorithmique, 3h (M. Teillaud)
- DEA de Synthèse et analyse d'images, École des Mines de Saint-Étienne, Cours de géométrie, 3h (M. Teillaud)
- ISIA, Calcul Géométrique, 20h (J.D. Boissonnat et M. Yvinec)
- ESSI 3ème année, Calcul Géométrique, 30h (J.D. Boissonnat et M. Yvinec)
- ENSTA, 3ème année, cours de Géométrie Algorithmique, 6h (A. Verroust)

9.2.2 Autres enseignements

- Cours CGAL pour des ingénieurs de l'IFP, 1 semaine, (O. Devillers, F. Rebufat, M. Teillaud et M. Yvinec).

9.2.3 Stages

Les sujets de stage proposés peuvent être consultés <http://www-sop.inria.fr/prisme/Stages/>

- Rachid Bennis, *Visualisation 3D en postscript pour CGAL*, projet de fin d'études de l'ENSIAS (Rabat, Maroc).
- Olivier Billet, *Triangulations conformes*.
- Philippe Guigue, *Complexité randomisée des algorithmes en ligne*, DEA Aravis, université de Nice Sophia-Antipolis.

- Gabriel Romani, *Représentation hiérarchique d'un terrain triangulé*, stage ENSPS 2^{ème} année.
- Stéphane Postollec, *Visualisation 3D en postscript pour CGAL (bis)*, stage ESSI 2^{ème} année.

9.2.4 Thèses en cours

- Louai Adhami, *Planification et simulation de procédures robotiques en chirurgie*, université de Nice-Sophia Antipolis, en collaboration avec CHIR.
- François Anton, *Diagrammes de Voronoï pour des ensembles algébriques ou semi-algébriques réels*, université de Colombie Britannique, Canada.
- Sophie Balaven, *Génération de maillages complexes 3D pour les simulateurs de réservoirs de nouvelle génération*, université de Nice-Sophia Antipolis, en collaboration avec l'IFP.
- David Cohen Steiner, *Approximation de surfaces*, École Polytechnique.
- Frank Da, *Interpolation de formes*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Julia Flötotto, *Dessin de graphes et similarités moléculaires*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Pierre-Marie Gandoin, *Compression progressive sans perte de structures géométriques*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Philippe Guigue, *Constructions géométriques à précision fixée*, université de Nice-Sophia Antipolis.

9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

9.3.1 Exposés à des colloques et séminaires

Les membres du projet ont présenté des articles lors de plusieurs conférences, on se reportera à la bibliographie pour en avoir la liste.

De plus, ils ont fait des présentations lors des manifestations suivantes :

- Séminaire du département de mathématiques de l'université de Versailles-St Quentin, "Le calcul géométrique" (J-D. Boissonnat)
- Séminaire du LIRMM, "Interpolation de formes" (J-D. Boissonnat)
- Séminaire de Dassault Systèmes, "Reconstruction de surfaces" (J-D. Boissonnat)
- Séminaire Chir (Giens), "Diagrammes de Voronoï, systèmes de coordonnées et interpolation de fonctions distance" (J-D. Boissonnat)
- Colloque Courbes et surfaces (Luminy), "Coordonnées naturelles de points sur une surface" (J-D. Boissonnat)
- École Jeunes Chercheurs du GDR ALP, «Dessin de graphes et similarités moléculaires», Caen, mars, (J. Flötotto).
- Modélisation Géométrique et Approximation, « Méthodes algébriques et filtres arithmétiques pour le calcul exact de prédicats sur les arcs de cercles » Marseille, mai, (O. Devillers).
- JOBIM *Journées Ouvertes Biologie Informatique Mathématiques*, «2D-structure drawings of similar molecules», Montpellier, mai, (J. Flötotto).
- Graph Drawing 2000, «2D-structure drawings of similar molecules», Williamsburg, VA, USA,

septembre, (J. Flötotto).

— Séminaire Informatique et Biologie, Institut Pasteur, «Systems of local coordinates and operations on Sampled Smooth Surfaces» (F. Cazals).

— Journées de géométrie algorithmique, octobre, « Les coordonnées locales basées sur le diagramme de Voronoï pour un ensemble de points et segments de droites » (F. Anton), « Le tampon mélangeur » (P. Guigue), « CGAL » (M. Yvinec).

— Séminaire de *l'Universitat Politècnica de Catalunya*, «Delaunay Triangulation, from Theory to Practice», Barcelone, novembre, (O. Devillers).

— Séminaire LIGIM, « CGAL, LA bibliothèque d'algorithmes géométriques » université Claude Bernard Lyon I, novembre, (M. Teillaud)

— Conférence invitée, 11ème *Annual Symposium on Algorithms and Computation*, «Voronoi based systems of coordinates and surface reconstruction», Taipei, décembre, (J-D. Boissonnat)

9.3.2 Participation à des colloques

Outre les colloques précédemment cités, des membres du projet ont assisté à diverses manifestations :

— European Symposium on Algorithms, Sarrebruck, septembre (M. Teillaud).

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] F. AVNAIM, J.-D. BOISSONNAT, «Polygon placement under translation and rotation», *Informatique Théorique et Applications/Theoretical Informatics and Applications* 23, 1989, p. 5–28.
- [2] J.-D. BOISSONNAT, A. CÉRÉZO, J. LEBLOND, «Shortest paths of bounded curvature in the plane», *Journal of Intelligent Systems* 10, 1994, p. 1–16.
- [3] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, R. SCHOTT, M. TEILLAUD, M. YVINEC, «Applications of random sampling to on-line algorithms in computational geometry», *Discrete Comput. Geom.* 8, 1992, p. 51–71, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/bdsty-arsol-92.ps.gz>.
- [4] J.-D. BOISSONNAT, M. YVINEC, *Algorithmic geometry*, Cambridge University Press, UK, 1998, traduit de la version française (Ediscience international) par Hervé Brönnimann, <http://www-sop.inria.fr/prisme/personnel/yvinec/livre.html>.
- [5] J.-D. BOISSONNAT, «Shape reconstruction from planar cross-sections», *Comput. Vision Graph. Image Process.* 44, 1988, p. 1–29.
- [6] H. BRÖNNIMANN, M. YVINEC, «Efficient Exact Evaluation of Signs of Determinants», in : *Proc. 13th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 166–173, 1997.
- [7] O. DEVILLERS, « An introduction to randomization in computational geometry », *Theoret. Comput. Sci.* 157, 1996, p. 35–52, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/d-ircg-96.ps.gz>.

- [8] O. DEVILLERS, « Improved incremental randomized Delaunay triangulation », in: *Proc. 14th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 106–115, 1998, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/d-iirdt-98.ps.gz>.
- [9] B. GEIGER, *Three-dimensional modeling of human organs and its application to diagnosis and surgical planning*, Thèse de doctorat en sciences, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1993, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-2105>.
- [10] M. TEILLAUD, *Towards dynamic randomized algorithms in computational geometry, Lecture Notes in Computer Science, 758*, Springer-Verlag, 1993.

Articles et chapitres de livre

- [11] P. ALLIEZ, O. DEVILLERS, J. SNOEYINK, « Removing Degeneracies by Perturbing the Problem or the World », *Reliable Computing* 6, 2000, p. 61–79, Special Issue on Computational Geometry.
- [12] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, J. URRUTIA, M. YVINEC, « Computing Largest Circles Separating Two Sets of Segments », *Internat. J. Comput. Geom. Appl.* 10, 2000, p. 41–54, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/bcdy-clcst.ps.gz>.
- [13] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, S. LAZARD, « Motion Planning of Legged Robots », *SIAM J. Comput.* 30, 2000, p. 218–246, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/bdl-mplr.ps.gz>.
- [14] J.-D. BOISSONNAT, F. P. PREPARATA, « Robust plane sweep for intersecting segments », *SIAM J. Comput.* 29, 2000, p. 1401–1421.
- [15] H. BRÖNNIMANN, M. YVINEC, « Efficient Exact Evaluation of Signs of Determinants », *Algorithmica* 27, 2000, p. 21–56.
- [16] O. DEVILLERS, A. MUKHOPADHYAY, « Finding an ordinary conic and an ordinary hyperplane », *Nordic J. of Computing* 6, 1999, p. 462–468, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/dm-focoh-99.ps.gz>.
- [17] M. TEILLAUD, « Union and Split Operations on Dynamic Trapezoidal Maps », *Comput. Geom. Theory Appl* 17, 2000.
- [18] A. VERROUST, F. LAZARUS, « Extracting Skeletal Curves from 3D Scattered Data », *The Visual Computer* 16, 2000, p. 15–25.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [19] S. BALAVEN, C. BENNIS, J.-D. BOISSONNAT, S. SARDA, « Generation of hybrid grids using power diagrams », in: *Proc. Numerical Grid Generation in Field Simulations*, 2000.
- [20] J.-D. BOISSONNAT, F. CAZALS, « Smooth surface reconstruction via natural neighbour interpolation of distance functions », in: *Proc. 16th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 223–232, 2000.
- [21] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, M. TEILLAUD, M. YVINEC, « Triangulations in CGAL », in: *Proc. 16th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 11–18, 2000.
- [22] O. DEVILLERS, A. FRONVILLE, B. MOURRAIN, M. TEILLAUD, « Exact predicates for circle arcs arrangements », in: *Proc. 16th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 139–147, 2000.

- [23] O. DEVILLERS, P.-M. GANDOIN, «Geometric Compression for Interactive Transmission», *in: Proc. of IEEE Visualization 2000*, 2000.
- [24] O. DEVILLERS, F. P. PREPARATA, «Evaluating the cylindricity of a nominally cylindrical point set», *in: Proc. 11th ACM-SIAM Sympos. Discrete Algorithms (SODA)*, p. 518–527, 2000.

Rapports de recherche et publications internes

- [25] J.-D. BOISSONNAT, F. CAZALS, «Natural Neighbour Coordinates of Points on a Surface», *Rapport de recherche n° 4015*, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4015>.
- [26] J.-D. BOISSONNAT, F. CAZALS, «Smooth Surface Reconstruction via Natural Neighbour Interpolation of Distance Functions», *Rapport de recherche n° 3985*, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3985>.
- [27] J.-D. BOISSONNAT, A. VIGNERON, «An Elementary Algorithm for Reporting Intersections of Red/Blue Curve Segments», *Rapport de recherche n° 3999*, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3999>.
- [28] O. DEVILLERS, P.-M. GANDOIN, «Geometric Compression for Interactive Transmission», *Rapport de recherche n° 3910*, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3910>.
- [29] O. DEVILLERS, P. GUIGUE, «Le tampon mélangeur», *Rapport de recherche n° 3988*, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3988>.

Divers

- [30] «The CGAL Reference Manual», Octobre 2000, Release 2.2, supported by *Esprit LTR project 28155* GALIA, <http://www.cgal.org/>.
- [31] «The CGAL Reference Manual», Janvier 2000, Release 2.2, supported by *Esprit LTR project 28155* GALIA, <http://www.cgal.org/>.
- [32] O. DEVILLERS, A. FRONVILLE, B. MOURRAIN, M. TEILLAUD, «Exact predicates for circle arcs arrangements», 2000, 16th European Workshop Comput. Geom.
- [33] M. FINIASZ, *Déformation de polyèdre avec changements de topologie*, Rapport de DEA, DEA Algorithmique, Paris, France, 2000.
- [34] P. GUIGUE, *Analyse randomisée des algorithmes en ligne dépendant de l'ordre d'insertion*, Rapport de DEA Aravis, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 2000.