

Projet SINUS

Simulation Numérique dans les Sciences de l'Ingénieur

Sophia Antipolis et Grenoble

THÈME 4B



*Rapport
d'Activité*

2000

Table des matières

1	Composition de l'équipe	4
2	Présentation et objectifs généraux	6
3	Fondements scientifiques	7
3.1	Méthodes d'approximation	7
3.2	Algorithmes de résolution	8
3.3	Algorithmes pour l'optimisation	11
3.4	Plate-formes d'intégration	12
4	Domaines d'applications	13
4.1	Panorama	13
4.2	Aéronautique	13
4.3	Espace	13
4.4	Automobile	13
4.5	Énergie	13
4.6	Autres applications	14
5	Logiciels	14
5.1	N3S-NATUR	14
5.2	AERO	14
5.3	CAST	14
5.4	THOR	15
5.5	BCGA, HBCGA, PARBCGA	15
5.6	VIGIE	15
6	Résultats nouveaux	15
6.1	Approximation	15
6.1.1	Validation numérique en mécanique des fluides	15
6.1.2	Écoulements à faible nombre de Mach	16
6.1.3	Adaptation de maillages	16
6.1.4	Interpolation par les voisins naturels	17
6.1.5	Méthode particulière basée sur les voisins naturels	18
6.1.6	Systèmes de réaction-diffusion liés à l'électrophysiologie du cœur	18
6.1.7	Equations de Saint Venant	18
6.2	Modélisation d'écoulements turbulents	18
6.2.1	Validation de la turbulence en hypersustentation	18
6.2.2	Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires	19
6.2.3	Acoustique dans les écoulements rapides	19
6.3	Méthodes multigrilles	20
6.3.1	Méthodes multiniveaux	20
6.3.2	Multigrille à maillages multiples	20
6.3.3	Méthode d'agglomération lissée	21

6.3.4	Multigrille cascadique	22
6.4	Méthodes de décomposition de domaine	22
6.4.1	Décomposition de domaine sans recouvrement pour les équations de Navier-Stokes	22
6.4.2	Etude de conditions d'interfaces optimisées pour les équations d'Euler	23
6.5	Optimum design par gradient	25
6.6	Algorithmes génétiques	25
6.6.1	Algorithmes génétiques parallèles	26
6.6.2	Algorithmes d'optimisation hybrides	26
6.6.3	Optimisation multicritère	27
6.6.4	Optimisation multidisciplinaire	28
6.6.5	Théorie des jeux et décomposition de domaine	28
6.6.6	Optimisation de trajectoires par AG	28
6.6.7	Optimisation de procédé industriel	29
6.7	Proper Orthogonal Decomposition et Contrôle actif	29
6.8	Couplage fluide-structure	29
6.9	Plate-forme coopérative	30
6.10	Publications générales	31
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	31
7.1	Consortium Aérostructure	31
7.2	Action "avion supersonique" du MENRT	32
7.3	Dassault-SPAE Acoustique	32
7.4	Dassault-SPAE Optimum design 1	32
7.5	Dassault-SPAE Optimal Design 2	32
7.6	CNES Aéroacoustique	32
7.7	Dassault-Aviation MG	33
7.8	Dassault-Aviation Proper Orthogonal Decomposition	33
7.9	Snecma Adaptation de maillage	33
8	Actions régionales, nationales et internationales	33
8.1	Actions nationales et régionales	33
8.1.1	Action coopérative COUPLAGE	33
8.1.2	Action coopérative EVOLAB	33
8.1.3	Action coopérative ICEMA	34
8.1.4	Réseau national VTHD	35
8.1.5	Action COLORS "Interpolation par les voisins naturels"	35
8.2	Actions européennes	35
8.2.1	DECISION	35
8.2.2	UNSI	36
8.2.3	IDeMAS	36
8.2.4	AEROSHAPE	36
8.3	Réseaux et groupes de travail internationaux	37
8.3.1	FLOWNET	37

8.3.2	INGENET	38
8.3.3	Réseau d'Excellence Européen MACSINET	38
8.4	Relations bilatérales internationales	39
8.5	Accueils de chercheurs étrangers	39
9	Diffusion de résultats	40
9.1	Enseignement universitaire	40
9.2	Thèses et Stages	40
9.3	Animation de la recherche	41
9.4	Participation à des colloques, séminaires, invitations	42
10	Bibliographie	43

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Jean-Antoine Désidéri [DR]

Assistante de projet

Patricia Maleyran

Personnel INRIA

Alain Dervieux [DR]

Hervé Guillard [DR]

Stéphane Lanteri [CR, jusqu'au 31 aout 2000]

Gia-Toan Nguyen [DR, Grenoble]

Ingénieurs experts

Jérôme Blachon [UR de Grenoble]

Emmanuel Briand [à partir du 1er novembre 2000]

Romuald Carpentier [jusqu'au 30 septembre 2000]

Gilles Carte [jusqu'au 31 aout 2000]

Raphael Lardat [jusqu'au 30 septembre 2000]

Nathalie Marco [jusqu'au 3 Juillet 2000]

Chercheur post-doctorant

Yves Coudière [post-doc ICEMA, à partir du 1er septembre 2000]

Chercheurs doctorants

Victorita Dolean [allocataire CNES/INRIA]

Luc Fournier [allocataire CNRS/INRIA]

Christophe Held [allocataire MESR]

Ales Janka [allocataire CIES]

David Leservoisier [boursier CIFRE/Snecma, à temps partiel]

Angelo Murrone [à partir de septembre 2000]

Guillaume Vigo [boursier CIFRE/Dassault Aviation, à temps partiel]

Chercheurs invités

Ilya Abalakin [Académie des Sciences de Russie, trois mois]

Aurélien Goudjo [Université Nationale du Bénin, trois mois]

Bram van Leer [Université du Michigan, un mois]

Hong Quan Chen [Université de Nankin, Pôle Scientifique de Dassault Aviation, 2 mois et demi]

Xuejun Xu [Université Pékin, un mois et demi]

Conseillers scientifiques

Bruno Koobus [Maître de Conférence, université de Montpellier]

Jacques Périaux [Dassault Aviation, Direction de la Prospective]

Stagiaires

François Akoa [stagiaire ESTIME-OPINEL, mars-juillet 2000]

Facundo Del Pin [Programme Alpha, Paris VI, mai-octobre]

Laurent Chavaudrey [Grenoble, avril-juin]

Benoît Jost [Université Paul Sabatier, Toulouse, mai-août]

Christine Plumejeaud [accueil jeune]

Mathieu Renversade [ISIMA, Clermont-Ferrand, avril-septembre]

Floren Sithimolada [Grenoble, avril-juin]

Stéphane Walle [Sup-Aéro, Toulouse, mai-juillet]

Collaborateur extérieur

Charbel Farhat [université du Colorado à Boulder]

2 Présentation et objectifs généraux

Il y a plus d'un siècle que H.A. Schwarz a démontré l'existence de solution à l'équation de Laplace en domaine quelconque en prouvant un théorème désormais célèbre sur lequel reposent nombre de nos algorithmes actuels pour la coordination de sous-domaines et le calcul parallèle. En fait, le calcul scientifique moderne est vraiment né pendant la seconde guerre mondiale sous l'impulsion de R. Courant et la mise au point du premier grand ordinateur.

De son côté, la mécanique des fluides théorique et expérimentale est une discipline scientifique reconnue depuis bien longtemps, où se sont illustrés L. Euler et L. Prandtl et beaucoup d'autres.

Cependant, à la confluence de ces deux grands courants scientifiques, ce n'est que dans les années 1970 que la mécanique des fluides numérique a réellement pris son envol, principalement d'abord aux Etats Unis. C'est en effet à cette époque que, pour des raisons scientifiques, technologiques, économiques, voire stratégiques, la simulation numérique des équations d'Euler ou de Navier-Stokes est devenue suffisamment performante, pour donner naissance au concept de « soufflerie numérique » et rivaliser avec certaines expériences en laboratoire devenues trop coûteuses.

Pour ces raisons, les premiers ouvrages focalisés sur cette spécialité sont relativement récents (e.g. [ATP84]). Depuis, comme en atteste l'explosion du nombre des publications scientifiques et des conférences internationales sur le sujet, la discipline a bénéficié de progrès considérables, et les ouvrages de cours d'aujourd'hui traitent souvent de sujets spécialisés tels que les schémas d'approximation pour l'hyperbolique [GR96] ou les techniques de résolution sur ordinateur parallèle.

Les projets R & D ambitieux d'aujourd'hui, motivés par les besoins des industries de pointe (aéronautique et automobile notamment), reposent assez systématiquement sur des programmes structurés d'études numériques approfondies dont le rôle est déterminant à de nombreux stades du développement : modélisation, certification, exploitation, optimisation, etc. De plus, ces projets, qui sont par nature multidisciplinaires, réussissent mieux aujourd'hui, notamment grâce aux progrès de l'analyse numérique, à « coupler » les disciplines entre elles.

Pour contribuer à ce progrès, le projet SINUS focalise ses recherches sur les méthodes numériques en Mécanique des Fluides en particulier, et plus généralement en ingénierie avancée (optimisation). On développe des méthodes d'*approximation* par éléments finis pour les équations de Navier-Stokes (principalement en compressible), des *algorithmes de résolution* des grands systèmes discrets qui en résultent (schémas implicites, méthodes d'accélération multi-grille, méthodes de résolution par décomposition de domaine) ; on étudie l'adaptation de ces algorithmes aux *architectures de Calcul Haute Performance* (calcul parallèle, aide à la programmation parallèle). Ces développements nous conduisent à participer, en collaboration avec des équipes de Mécanique des Fluides, à l'amélioration et la validation de *modèles* (en turbulence notamment). On aborde aussi les problèmes liés au *couplage* en aéroélasticité (simulation numérique du couplage fluide/structure en aérodynamique). De plus, l'efficacité des codes actuels

[ATP84] D. ANDERSON, J. TANNEHILL, R. PLETCHER, *Computational Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1984.

[GR96] E. GODLEWSKI, P.-A. RAVIART, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, Springer, New York, 1996.

permet de plus en plus de les insérer dans une boucle d'optimisation ; l'*optimisation* est donc devenue un thème de recherche plus affirmé du projet (algorithmes hiérarchiques, algorithmes génétiques).

La place du logiciel numérique dans un service industriel, l'optimisation et le couplage nous ont conduit à nous intéresser aux *plateformes d'intégration* et à nous associer dans SINUS à un groupe spécialisé dans l'étude de ces plateformes, avec lequel nous avons déjà significativement coopéré. En revanche, notre composante Génie Logiciel a pris son envol hors du projet pour créer le projet TROPICS. Enfin, le projet s'intéresse à l'*archivage* et la *dissémination* de l'information numérique, ainsi qu'à l'animation d'ateliers spécialisés (bases de données).

3 Fondements scientifiques

3.1 Méthodes d'approximation

Mots clés : élément fini, volume fini, problème de Riemann, théorie TVD, schéma MUSCL, théorie LED, méthode POD.

Résumé : *Pour le projet SINUS, le but de la démarche d'approximation est de remplacer une équation aux dérivées partielles par un système algébrique dont la solution est :*

- facilement calculable,
- proche de la solution de l'EDP,
- dotée de certaines propriétés de la solution de l'EDP.

En Mécanique des Fluides compressibles, deux caractéristiques dominantes des modèles sont :

- les singularités, et non-linéarités,
- la complexité des géométries industrielles.

Une revue récente des techniques modernes de la Mécanique des Fluides Numérique est présentée dans ^[Pey96], ^[ATP84], ^[Hir88].

Pour répondre aux défis ci-dessus, le projet SINUS s'est spécialisé dans le développement de méthodes combinant : (i) les résolutions approchées des *problèmes de Riemann* modélisant l'évolution d'un gaz à partir d'une interface plane entre deux états et (ii) les approximations en *maillages non-structurés*, c'est-à-dire par exemple celles s'appuyant sur la discrétisation du domaine de calcul en un ensemble de tétraèdres dans lesquels le nombre de sommets voisins d'un sommet donné est variable. Nous suggérons la lecture de ^[Tor97] au lecteur intéressé par les solveurs de Riemann.

[Pey96] R. PEYRET, *Hanbook of Computational Fluid Mechanics*, Academic Press, London, 1996.

[Hir88] C. HIRSCH, *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Wiley and sons, Chichester, 1988.

[Tor97] E. TORO, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer, Berlin, 1997.

Pour le point (i), la pierre philosophale serait un « solveur de Riemann » qui conserverait la positivité des masses et températures, serait peu coûteux, et peu dissipatif, adaptable enfin à des écoulement complexes (turbulents, réactifs) et à des nombres de Mach de zéro à des valeurs très grandes. Les investigations dans ce sujet sont donc liées à l'étude des problèmes de Riemann, à la modélisation de la physique complexe et à l'analyse asymptotique.

Pour le point (ii), la gageure est d'analyser et de maîtriser les erreurs locales et globales des nouvelles approximations sur des maillages de qualité de plus en plus arbitraire (étirement quelconque). La *consistance* et la *précision* sont mesurées grâce à des analyses variationnelles, des critères d'exactitude sur des polynômes, ou plus classiquement des calculs d'erreurs de troncature. La seconde préoccupation dans (ii) est de conserver la *positivité* de certaines solutions ; les approximations non-linéaires incluant des *limiteurs* sont analysées (approches TVD, Total Variation Diminishing, et LED, Local Extrema Diminishing) et utilisées intensivement. Enfin, de façon à contribuer à la *fiabilité du calcul numérique*, nous avons relancé une filière sur l'adaptation de maillage avec pour objectif de mettre au point des stratégies permettant (et mesurant) la convergence vers la solution exacte.

L'émergence, sous l'impulsion de Rémi Abgrall (université de Bordeaux, ancien de SINUS), Richard Saurel (université de Provence à Marseille) et Hervé Guillard (SINUS), d'une nouvelle famille de méthodes d'approximation décentrées applicables à des écoulement très inhomogènes est une des motivations pour la création du projet SMASH en 2001.

En même temps un nouveau besoin de prédictions moins précises mais très rapides a vu le jour. La décomposition en modes propres orthogonaux (POD, Proper Orthogonal Decomposition, introduite par Lumley) est une voie séduisante pour apporter une réponse à ce besoin.

3.2 Algorithmes de résolution

Mots clés : schéma implicite, méthode multigrille, méthode de décomposition de domaine.

Résumé : *La discrétisation des équations aux dérivées partielles du modèle mathématique conduit à la nécessité de résoudre de grands systèmes algébriques généralement non-linéaires. Les méthodes utilisées à cette fin sont presque exclusivement itératives, et on en distingue deux types principaux : (i) les méthodes d'intégration pseudo-temporelles (schémas implicites), et (ii) les méthodes de résolution hiérarchiques (multigrille, décomposition de domaine). En général, dans les deux cas, on est amené à résoudre une suite de problèmes linéaires ; l'analyse de ces méthodes relève donc principalement de l'Algèbre Linéaire et de l'Analyse de Fourier, mais elles peuvent aussi être étudiées via les théories reposant sur l'analyse fonctionnelle (méthodes de l'énergie, propriétés d'approximation à la Hackbusch,...)*

Dans de nombreuses applications en Mécanique des Fluides, le modèle mathématique est dominé par les termes de convection. Le regroupement de ces termes forme les « Équations d'Euler » qui, en formulation stationnaire, constituent un jeu d'équations aux dérivées partielles non-linéaires qui est hyperbolique seulement dans les zones où l'écoulement est localement

supersonique. Pour cette raison, les méthodes de résolution par avancement en espace, de type méthode des caractéristiques, sont limitées à des applications assez particulières. À l'inverse, on peut construire des méthodes très générales par approximation de la formulation instationnaire du modèle :

$$\frac{\partial}{\partial t} W(x, y, z, t) + \operatorname{div} F(W) = 0. \quad (1)$$

À partir d'une condition initiale :

$$W(x, y, z, 0) = W^0(x, y, z) \quad (2)$$

on intègre en temps le système (1) soumis à des conditions aux limites jusqu'à convergence asymptotique ($t \rightarrow \infty$). Pour cela on construit une suite d'approximations :

$$W_h^n(x, y, z) \simeq W_h(x, y, z, n \Delta t) \quad (3)$$

où l'indice h se réfère à la discrétisation spatiale (généralement par éléments ou volumes finis), l'indice supérieur n à l'itération en temps et Δt est un pas de temps d'intégration. On note :

$$\Phi_h(W_h(x, y, z, t)) \simeq \operatorname{div} F(W) \quad (4)$$

l'approximation du terme de divergence.

Schémas implicites : Une forme assez générale de schéma d'intégration implicite linéarisé peut alors s'exprimer par l'équation suivante :

$$\left(I + \Delta t \Phi'_h(W_h^n) \right) \left(W_h^{n+1} - W_h^n \right) = -\Delta t \Phi_h(W_h^n) \quad (5)$$

dans laquelle $\Phi'_h(W_h^n)$ est le jacobien de l'approximation $\Phi_h(W_h^n)$, ou une approximation. D'un point de vue algorithmique, à chaque itération en temps, on construit l'approximation (par éléments ou volumes finis) du membre de droite et des éléments constitutifs de la matrice apparaissant dans le membre de gauche. On résout ensuite le système linéaire par relaxation. Lorsqu'on applique ce type d'approche à une équation modèle hyperbolique, il est bien connu que l'algorithme itératif est alors inconditionnellement stable. Autrement dit, en pratique, on peut utiliser de très grands pas de temps, ce qui augmente l'efficacité de l'itération.

Dans le cas d'approximations par éléments finis sur maillages non-structurés, aucune factorisation spatiale de la matrice ne peut être effectuée et la largeur de bande est inconnue a priori. C'est pourquoi on résout par relaxation. Les principaux résultats du projet dans ce domaine ont eu trait à l'étude des préconditionneurs pour des schémas d'approximation décentrés [4], l'analyse théorique des propriétés de convergence [2] et la construction de variantes précises au second-ordre en temps [10].

L'analyse de Fourier (en espace), ou analyse modale, de systèmes linéaires représentatifs des équations à résoudre après discrétisation d'équations aux dérivées partielles, permet d'ordonner les composantes de l'erreur itérative suivant les valeurs d'un (ou plusieurs) paramètres fréquentiels, la valeur de la plus haute fréquence étant liée au pas de discrétisation en espace, ou, à l'inverse, au nombre de degrés de liberté. Un principe de base concernant les méthodes

itératives classiques, telles que l'itération de Jacobi, est le suivant : l'itération agit avec la plus grande efficacité sur les composantes de l'erreur de hautes fréquences ; à l'inverse, ce sont les composantes de basses fréquences qui persistent et sont la manifestation de la raideur du système. Par contre, ces modes de basses fréquences, qui sont la représentation discrète de fonctions *lisses* des coordonnées d'espace, peuvent être interpolés sans grande perte de précision sur des grilles de moindre finesse.

Méthodes multigrilles : la méthode multigrille^{[Hac85]-[Wes91]} est issue de cette observation. On construit a priori une *hiérarchie* de niveaux de grille, associés à des intervalles de fréquences différents. Une méthode itérative de type classique, dite « lisseur » est utilisée pour atténuer efficacement les modes de hautes fréquences de l'erreur associés à la discrétisation la plus fine ; le problème résiduel est ensuite reformulé sur une grille plus grossière, sur laquelle on lisse à nouveau avant de transférer le problème sur une grille encore plus grossière, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le problème devienne trivial. On construit ensuite à l'inverse des approximations sur les différentes grilles de dimensions croissantes par prolongement (et éventuellement lissage). En procédant de la sorte, les phases de lissage associées aux différentes grilles éliminent efficacement les composantes de l'erreur itérative suivant les différentes fréquences, jusqu'à la plus basse qui est éliminée par résolution directe d'un système trivial. Dans le cas d'un problème modèle linéaire elliptique, la théorie permet d'établir que la *complexité* de la méthode multigrille est proportionnelle au nombre de degrés de liberté. Cela signifie que le coût de résolution du système à la précision fixée par l'erreur d'approximation est directement proportionnel au nombre d'inconnues du problème.

L'analyse théorique, la pédagogie et l'application de méthodes multigrilles en Mécanique des Fluides constituent un axe important de l'activité du projet [8]-[7]-[1]-[5]-[3]. On s'intéresse plus particulièrement à la construction des différents niveaux de grille à partir de la grille la plus fine supposée non-structurée (agglomération, reconstruction), ainsi qu'à l'identification d'opérateurs de transfert de « grille à grille » efficaces, dans le cas d'équations à dominante hyperbolique (plutôt qu'elliptique). Ces méthodes, bien que complexes à mettre en œuvre informatiquement, sont néanmoins largement utilisées dans les applications à cause de leur efficacité et de leur robustesse.

Méthodes par décomposition de domaine : l'arrivée des ordinateurs parallèles a bousculé nombre d'a priori dans la recherche sur les algorithmes de résolution. Certaines méthodes « explicites » ou très itératives ont été traitées facilement par partitionnement spatial du domaine de calcul et programmation dans un modèle par transfert de message (bibliothèques PVM et MPI), de façon à reproduire sur l'architecture parallèle l'algorithme scalaire « parallélisable » [9].

À l'opposé, le remplacement des méthodes directes (factorisation, ...) est un problème difficile. On fait appel à des méthodes de décomposition de domaine (voir ^[SBG96]) dans lesquelles

[Hac85] W. HACKBUSCH, *Multigrid methods and applications, 4*, Springer Verlag, Berlin, 1985.

[Wes91] P. WESSELING, *An introduction to multigrid methods*, Chichester, John Wiley & Sons, Berlin, 1991.

[SBG96] B. SMITH, P. BJØRSTAD, W. GROPP, *Domain Decomposition : Parallel Multilevel Methods for elliptic partial differential equations*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, 1996.

l'algorithme mathématique traite différemment les nœuds internes aux sous-domaines de ceux qui sont frontaliers (aux interfaces ou dans les recouvrements). Ces méthodes ont été développées essentiellement pour des problèmes elliptiques du second ordre et profitent de la forte régularité des solutions de ce type d'équation, ainsi que de la symétrie des opérateurs impliqués. On obtient ainsi des méthodes quasi-optimales, c'est-à-dire de convergence indépendante du maillage et « scalables », c'est-à-dire de convergence indépendante du nombre de sous-domaines^[FR92]. La situation est beaucoup moins claire pour les systèmes mixtes hyperboliques-paraboliques issus de la Mécanique des Fluides compressibles. Les opérateurs sont à dominante du premier ordre, non-symétriques, à solutions essentiellement singulières. Dans ce domaine, le projet s'intéresse à la construction de conditions d'interface appropriées à la nature hyperbolique (équations d'Euler) ou mixte hyperbolique-parabolique (équation de Navier-Stokes) pour des méthodes de décomposition de domaine applicables à la simulation numérique d'écoulements compressibles^{[GG93],[Qua90]}. Dans les méthodes par décomposition de domaine, on utilise aussi une « hiérarchie » de discrétisations, mais ici les sous-systèmes sont associés à une partition du domaine de calcul en sous-domaines^[Xu92] (avec ou sans recouvrement).

3.3 Algorithmes pour l'optimisation

Les problèmes d'optimisation, notamment en aérodynamique industrielle, sont de plus en plus complexes. Dans certains cas, la difficulté essentielle tient au coût de chaque simulation et l'approche numérique choisie doit exploiter au maximum les spécificités (régularité, convexité locale) du problème.

Dans de nombreux autres cas, les critères à optimiser sont non différentiables et non convexes. De nombreux paramètres d'optimisation doivent être pris en compte, parfois de nature différente (booléen, entier, réel, fonctionnel) ainsi que des contraintes géométriques et aérodynamiques. Par ailleurs, les projets numériques d'aujourd'hui sont de plus en plus fréquemment multidisciplinaires, ce qui ajoute à la complexité des formulations. Il est donc indispensable de construire des optimiseurs robustes.

L'implication de SINUS dans le développement de *méthodes de gradient* via le calcul d'un *état adjoint* a conduit récemment à la création de TROPICS, un projet focalisé sur la *Différentiation Automatique de programme*, par Laurent Hascoet (ex-SINUS).

SINUS continue de travailler avec TROPICS sur l'assemblage de gradients assisté par ordinateur et avec ESTIME sur la mise en place de stratégies d'optimisation utilisant l'adjoint, avec pour application pilote l'optimisation de forme en aérodynamique.

Les *Algorithmes Génétiques* (AG) sont des méthodes basées sur les principes de la sélection naturelle. Ils reposent sur l'analogie avec l'un des principes darwiniens les plus connus : *la survie*

-
- [FR92] C. FARHAT, F.-X. ROUX, « An unconventional domain decomposition method for an efficient parallel solution of large-scale finite element systems », *SIAM J. in Sci. Comp.* 13, 1992, p. 379–396.
- [GG93] F. GASTALDI, L. GASTALDI, « On a domain decomposition for the transport equation : theory and finite element approximation », *IMA J. Numer. Anal.* 14, 1993, p. 111–135.
- [Qua90] A. QUATERONI, « Domain decomposition methods for systems of conservation laws : spectral collocation approximation », *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 11, 1990, p. 1029–1052.
- [Xu92] J. XU, « Iterative methods by space decomposition and subspace correction », *SIAM Review* 34, 1992, p. 581–613.

de l'individu le mieux adapté. Les AG opèrent sur une population d'individus. Ces individus « évoluent » au cours des générations, grâce à des opérateurs génétiques, vers un individu optimal, solution du problème d'optimisation. Ces individus sont appelés *chromosomes* et on peut les coder en *chaînes binaires*. Ils évoluent en fonction de leur *valeur sélective*, valeur de la fonctionnelle à optimiser. Les AG diffèrent des méthodes déterministes (gradient conjugué, méthode de plus forte descente, one-shot,...) par trois principaux aspects : (1) ils ne nécessitent pas le calcul d'un gradient, (2) ils traitent une population dans son ensemble plutôt qu'un seul individu qui évoluerait vers l'optimum, (3) ils font intervenir des opérateurs aléatoires ou semi-aléatoires. De ce fait, ce sont des algorithmes très robustes ; ils sont capables d'optimiser des fonctions multimodales, non convexes, non différentiables. Les AG sont mieux armés pour éviter l'écueil des minima locaux. Pour en savoir plus sur les AG : [Gol89].

Dans ce domaine, le projet a pour objectif de développer une activité de recherche prospective visant à traiter des problèmes d'optimisation de plus en plus généraux, mais visant également à conduire une réflexion dans le domaine de l'optimisation pour définir les analogies de concepts qui se sont révélés performants dans le cadre plus strict de la résolution (méthodes hiérarchiques, calcul parallèle).

3.4 Plate-formes d'intégration

La résolution de problèmes complexes (en aérospatial par exemple) conduit à la mise en œuvre de modèles multiphysiques utilisant des codes sophistiqués (CFD, structure et électromagnétique, par exemple). La définition et la mise en œuvre d'applications dans ces domaines se heurte alors à plusieurs obstacles : les disciplines ont une culture scientifique, des méthodes et des outils de travail qui leur sont propres. Elles ont parfois peu l'habitude de travailler en commun, leurs problématiques font appel à des moyens très spécialisés (codes parallèles, calculateurs vectoriels, algorithmes génétiques, ...). La communauté informatique s'est de ce fait trouvée confrontée à des besoins pressants de la part des utilisateurs et concepteurs d'applications dans le domaine des sciences de l'ingénieur. Ces demandes ont amené à des efforts importants dans les domaines des environnements de résolution de problème (Problem solving environments), du couplage de codes et des plate-formes d'intégration logicielle. Celles-ci doivent permettre la résolution de problèmes multiphysiques faisant appel à des codes spécialisés, souvent non ouverts, non prévus pour coopérer les uns avec les autres, écrits dans des langages de programmation différents, tournant sur des systèmes différents et géographiquement dispersés, et qu'il est impossible de faire migrer (grappes de calculateurs, machines parallèles, ...).

Le projet SINUS s'intéresse à ces aspects à travers la définition et l'expérimentation de méthodes et d'outils pour l'intégration logicielle de codes de calcul.

[Gol89] D. GOLDBERG, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Spécialisé dans la Mécanique des Fluides Numérique, le projet mène des études sur les écoulements compressibles en aérodynamique ; les applications visées concernent les industries du transport et de l'énergie : aéronautique, automobile, espace, électricité. Des filières de recherche à finalité industrielle sont développées, comme l'étude et la mise au point de méthodes d'éléments finis, aptes aux calculs en géométries complexes et répondant à des besoins industriels précis.

4.2 Aéronautique

Les besoins des industries de l'Aéronautique restent très forts en aérodynamique externe, aussi bien pour les types d'avions actuels, dont l'aérodynamique doit être améliorée pour satisfaire les nouvelles contraintes d'économie de carburant, de bruit, notamment à l'atterrissage, et d'émission de tourbillons au dessus des pistes, que pour les avions de l'avenir, gros porteurs ou supersoniques. Il s'agit non seulement de calculer des écoulements turbulents autour de géométries complexes, mais aussi de les coupler avec la déformation de la structure (ailes, dérives) et/ou de placer cette simulation dans une boucle d'optimisation de forme. Le deuxième volet d'application concerne les moteurs d'avions ; il s'agit soit d'étages tournants soit de diffuseurs et chambre de combustion, auquel cas le modèle doit prendre en compte les diverses espèces et leur schéma chimique réactionnel, ou encore de mécanismes d'inversion de poussée.

4.3 Espace

Les lanceurs spatiaux posent des problèmes d'aérodynamique externe difficiles, notamment parce que le trajet s'effectue à diverses vitesses et dans différents milieux. Un lanceur comme ARIANE 5 est équipé de plusieurs types de moteurs et, par exemple pour le premier étage, d'un moteur central à carburant liquide, et de deux propulseurs à poudre latéraux. Ici encore nous avons des gaz non homogènes, et des couplages possibles entre écoulement gazeux et structures.

4.4 Automobile

La prédiction de l'écoulement des gaz dans un moteur multisoupape reste un défi pour l'ingénieur, et c'est notamment dans ce contexte que se pose l'un des problèmes de maillage parmi les plus délicats, car il s'agit de construire un système de maillage rendant compte des mouvements de piston et soupapes. Ce type de calcul instationnaire et en géométrie mobile est aussi très gourmand en puissance d'ordinateur et très exigeant en précision d'approximation.

4.5 Énergie

Turbines, chaudières, tuyauteries sont le siège d'écoulements complexes souvent rapides et violents, ou souvent lents et longs à se stabiliser. La capacité des codes à traiter efficacement

des écoulements à nombres de Mach grands et petits est importante. Ici encore, les écoulements sont susceptibles de se coupler avec des mouvements de structures.

4.6 Autres applications

Notre « fond de commerce » théorique, et notamment notre expertise en approximation et en méthodes multiniveaux et multidomaines, nous permet d'envisager de contribuer de manière originale au développement des méthodes de l'imagerie et de la réalité virtuelle, notamment en informatique médicale, en collaboration avec nos collègues spécialistes du domaine.

5 Logiciels

5.1 N3S-NATUR

Participants : Gilles Carré, Alain Dervieux, Hervé Guillard, Stéphane Lanteri.

Le projet est co-fondateur et partenaire du consortium **N3S-NATUR**. Ce consortium développe pour ses besoins propres le logiciel "propriétaire" **N3S-NATUR**. Via la participation du projet, l'INRIA est donc codéveloppeur et co-propriétaire de **N3S-NATUR**. Le consortium regroupe outre l'INRIA les partenaires suivants : École Centrale de Lyon, Électricité de France, Metraflu, Simulog, Snecma, Renault. Le logiciel est constitué d'un noyau généraliste de calcul d'écoulement gazeux (Navier-Stokes, turbulence, combustion, maillages mobiles), et d'extensions à physique plus focalisée sur différents métiers de l'aéronautique et de l'énergie.

Cette année **N3S-NATUR** a notamment été utilisé intensivement par **SINUS** dans le cadre d'une collaboration **INRIA-SNECMA** pour la validation d'une nouvelle approche en maillage adaptatif.

5.2 AERO

Participants : Simone Camarri, Alain Dervieux, Charbel Farhat [université du Colorado], Bruno Koobus, Raphael Lardat, Eric Schall.

AERO est un logiciel co-développé (depuis près de neuf ans) avec le « Center for Aerospace Structures » de l'université du Colorado à Boulder. Il permet de calculer sur ordinateur parallèle des couplages fluide-structure. Le modèle fluide correspond aux équations de Navier-Stokes, avec modélisation statistique de la turbulence ($k - \epsilon$), et maillage mobile. Le logiciel est écrit en Fortran et MPI.

Le logiciel **AERO** est au centre des études de cas réalisées d'une part dans le cadre du consortium **Aérostructure** et d'autre part dans le cadre du projet européen **UNSI**.

5.3 CAST

Participants : Jérôme Blachon, Gia-Toan Nguyen.

La plate-forme **CAST** permet de faire coopérer des modules numériques simultanément sur

différents postes de travail. Ce logiciel est écrit en C++. Son principe repose sur le concept d'objet et est compatible avec la norme CORBA. Une partie (dédiée à la spécification) de CAST a été cette année interfacée avec la plate-forme de démonstration DEEP réalisée dans le projet IT-DECISION. La plateforme CAST continue d'être développée et appliquée dans le cadre de l'ARC "Couplage" et du réseau national VTHD.

5.4 THOR

Participants : Gilles Carte, Emmanuel Briand, Stéphane Lanteri.

THOR est un logiciel de mécanique des fluides développé par le VKI à Bruxelles. Ce logiciel repose sur une formulation par éléments finis et des techniques d'approximation modernes (schémas MDHR, *Multi Dimensional High Resolution*) en 2D et 3D. Dans le cadre du projet communautaire BRITE IDeMAS, le projet SINUS a pour mission d'introduire des algorithmes de résolution multigrille non-linéaires parallèles dans THOR. On s'intéresse ici à des algorithmes multigrilles construits sur une hiérarchie de maillages éléments finis qui sont des discrétisations totalement indépendantes d'une même géométrie. THOR est programmé en C et utilise la bibliothèque (du domaine public) de solveurs itératifs AZTEC (Sandia National Laboratories). Les aspects liés à la parallélisation sont gérés avec MPI. Le développement de THOR-MG s'est continué cette année. À noter, l'application de X2Y, bibliothèque multigrille de THOR-MG, à l'interpolation de solutions en adaptation de maillage.

5.5 BCGA, HBCGA, PARBCGA

Participant : Nathalie Marco.

Noyaux d'optimisation par algorithmes génétiques réalisés dans le cadre du projet européen IT-DECISION, mis au standard NAG en vue commercialisation.

5.6 VIGIE

Participant : Robert Fournier [projet ROBOTVIS].

Ce logiciel continue d'évoluer et d'être l'outil par excellence des réunions scientifiques des différents réseaux dans lesquels SINUS est partie prenante (INGENET, FLOWNET, MATH-SINET).

6 Résultats nouveaux

6.1 Approximation

6.1.1 Validation numérique en mécanique des fluides

Participants : Jérôme Blachon, Romuald Carpentier, Jean-Antoine Désidéri, Bruno Koobus, Jacques Périaux.

Cette activité se poursuit dans le cadre du réseau thématique FLOWnet (voir Actions

Internationales) et a donné lieu à des contributions invitées à l'Institut Von Karman (Belgique) [31] [37] [34]. Site consultable: <http://www-sop.inria.fr/sinus/personnel/Jean-Antoine.Desideri/flownet.html>

6.1.2 Ecoulements à faible nombre de Mach

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Alain Dervieux, Eric Schall [Université de Pau], Cécile Viozat [CEA-Saclay].

La recherche de schémas efficaces et précis pour une large gamme de nombre de Mach est un sujet très actuel. À la suite du travail effectué sur les schémas de type Roe [6], nous nous sommes intéressés aux schémas de type Godunov ou VFRoe où le flux défini par deux états w_i et w_j s'écrit :

$$\Phi(w_i, w_j) = F(w(0; w_i, w_j))$$

où $w(x/t; w_i, w_j)$ désigne la solution exacte ou approchée sur la droite x/t du problème de Riemann. Le cas du schéma de Godunov est intéressant puisque la solution du problème de Riemann est exacte. Intuitivement, on a donc tendance à penser que la limite incompressible devrait pouvoir être calculée par ce schéma. En fait, les expériences numériques montrent que le schéma de Godunov ainsi que les schémas de type VFRoe souffrent des mêmes problèmes de précision que les schémas de type Roe. L'analyse asymptotique permet d'expliquer ce comportement et montre que le problème vient de ce que la pression à l'interface contient des termes proportionnels au nombre de Mach. Les techniques de préconditionnement permettent de pallier ce problème : en utilisant des préconditionnement de type Roe-Turkel pour définir des solveurs de Riemann préconditionnés, on montre que la pression varie proportionnellement au carré du nombre de Mach et que les schémas préconditionnés permettent de calculer une approximation précise de la limite incompressible.

En ce qui concerne le *schéma temporel*, l'option raisonnable dans ce contexte est l'avancement en temps implicite aussi bien pour des calculs de solutions stationnaires qu'en évolutif. Nous nous sommes en particulier intéressés à la question suivante : est-il raisonnable, si on veut une certaine précision, d'utiliser des schémas implicites avec des pas de temps très grands par rapport aux transitoires acoustiques ? La réponse affirmative est étayée par la mise au point d'un schéma implicite précis à l'ordre trois. Un article sur ce travail est en cours de rédaction.

6.1.3 Adaptation de maillages

Participants : Yves Coudières, Alain Dervieux, Paul-Louis George [projet GAMMA à Rocquencourt], David Leservoisier, Oliver Penanhoat [SNECMA, Villaroche].

Depuis quelques années, nous avons cherché à mettre en évidence le fait que les méthodes de maillage adaptatives (et seulement ces méthodes) permettent un calcul, avec une précision d'ordre supérieur à l'unité, de solutions singulières d'équations aux dérivées partielles. B. Palmerio (U. de Nice et Sophia-Antipolis) a aussi montré récemment que les méthodes adaptatives par division isotrope ne peuvent pas être précises à l'ordre deux en trois dimensions

([29]). Ce dernier résultat, dont une version plus complète fait l’objet d’un article en cours de rédaction ^[CLPD], constitue une forte motivation supplémentaire à s’intéresser aux méthodes de remaillage anisotropes initiées par les équipes GAMMA et M3N de Rocquencourt.

Le point de vue spécifique du projet SINUS est la considération d’écoulements compressibles comportant des couches limites extrêmement fines telles celles calculées avec des modèles de turbulence avec résolution jusqu’à la paroi. L’étude entreprise fait coopérer la SNECMA, le projet GAMMA, et le projet SINUS.

Une nouvelle approche théorique, baptisée *modèle de la métrique continue* ouvre la voie à la détermination théorique du meilleur senseur d’adaptation, c’est à dire de du champ spécifiant la finesse locale du maillage. Ce travail a été présenté dans un congrès ([29]) et un article est en préparation (voir ^[LGD]).

D’autre part, après avoir démontré les qualités spécifiques de convergence des méthodes adaptatives vers les solutions continues, nous avons commencé la mise en place d’une méthodologie de la *certification des calculs numériques* reposant sur le contrôle de l’ordre de convergence vers la solution continue. Il s’agit du sujet central de la thèse de David Leservoisier. Ce travail, présenté cette année dans un congrès [38] fait l’objet d’une rédaction détaillée pour un rapport INRIA.

6.1.4 Interpolation par les voisins naturels

Participants : Jean-Daniel Boissonnat [Projet Prisme], Frédéric Cazals [Projet Prisme], Jean-Antoine Désidéri, Benoît Jost [stagiaire, Toulouse], Juliette Leblond [projet Miaou].

Les coordonnées naturelles et l’interpolation par les voisins naturels ont été introduites par Sibson dans les années 80 pour interpoler des données ponctuelles quelconques. Leur construction est liée aux diagrammes de Voronoï et à la triangulation de Delaunay. Cette technique, utilisée notamment en cartographie, est l’objet d’un intérêt particulier en géométrie algorithmique (Projet Prisme). Aussi, dans le cadre d’une action coopérative “COLORS” avec les Projets Prisme et Miaou, on a cherché à “qualifier” ce type d’interpolation au sens usuel de l’analyse numérique.

Dans son stage, B. Jost a évalué cette interpolation par des tests avec des fonctions polynômiales définies sur des maillages réguliers, dont certains décalés, ou étirés. On a pu ainsi constater une précision d’ordre deux stable dans le cas de maillages fortement étirés [49].

[CLPD] Y. COUDIÈRES, D. LESERVOISIER, B. PALMERIO, A. DERVIEUX, « Barriers for mesh-convergence order with uniform and various adapted mesh refinement strategies », *article en préparation*.

[LGD] D. LESERVOISIER, P.-L. GEORGE, A. DERVIEUX, « Métrique continue et optimisation de maillages », *rapport de recherche*, INRIA, en préparation.

6.1.5 Méthode particulière basée sur les voisins naturels

Participants : Facundo Del Pin [stagiaire Paris VI], Jean-Antoine Désidéri.

Une application intéressante de l'interpolation par les voisins naturels est la possibilité de construire des schémas d'approximation "sans maillage" s'appuyant sur des données discrètes associées à un nuage de points (*gridless methods* en anglais).

Dans son stage dans le cadre du Programme Alpha, F. Del Pin a étudié une méthode lagrangienne construite sur la base d'une méthode particulière semi-implicite. Le schéma d'approximation a été modifié pour inclure l'interpolation par les voisins naturels dans la définition des fonctions de forme. En conséquence, lorsque le maillage est rectangulaire et uniforme, de type différences-finies, on obtient une précision du second ordre. À titre d'exemples, on a résolu les équations de Laplace et de Poisson sur des géométries un peu plus générales et observé que la méthode conservait la même précision que les éléments finis du second-ordre, tout en autorisant un traitement différent de la géométrie, potentiellement puissant pour l'adaptation locale du maillage en particulier [50].

6.1.6 Systèmes de réaction-diffusion liés à l'électrophysiologie du cœur

Participants : Yves Coudière, Jean-Antoine Désidéri.

Nous retrouvons dans une étude en démarrage ce type de systèmes étudié par SINUS pour la combustion. Une première étude sur des modèles unidimensionnels a permis d'identifier quelques comportements des ondes électriques se propageant dans le muscle cardiaque, et de fixer pour un temps le modèle choisi pour les développements réalisés dans l'ARC "ICEMA".

6.1.7 Equations de Saint Venant

Participants : Aurélien Goudjo [Université Nationale du Bénin], Elena Vasquez-Cendon [université de Saint-Jacques de Compostelle, Espagne], Jean-Antoine Désidéri.

À l'occasion de son séjour de 3 mois, A. Goudjo s'est attaché à développer une extension d'une méthode de volumes finis décentrés pour les équations de Saint Venant originellement construite en collaboration par l'université de Saint-Jacques de Compostelle pour l'application à la simulation des courants dans les estuaires. Cette extension vise la simulation des écoulements dans les canaux et des inondations, dont l'impact géosociétal est particulièrement important en Afrique [47].

6.2 Modélisation d'écoulements turbulents

6.2.1 Validation de la turbulence en hypersustentation

Participants : Ilya Abalakin, Alain Dervieux, Bruno Koobus.

En aéronautique, le problème de l'hypersustentation est celui de l'écoulement de l'air dans un système d'ailes totalement déployé comme celui d'un avion commercial à l'atterrissage. La prédiction du décrochement, phénomène qui entraîne une diminution brutale de la portance,

est un problème délicat, à résoudre pourtant sur les géométries les plus complètes et réalistes possibles, d'où notre souci de valider des approches en maillage non-structuré. Dans le prolongement de nos études sur la modélisation à deux équations, nous continuons à réaliser des comparaisons calcul-soufflerie avec des lois de paroi ou des modèles « proche-paroi », cf. [41].

6.2.2 Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires

Participants : Ilya Abalakin, Marianna Braza [IMF-Toulouse], Simone Camarri [U. Pise], Alain Dervieux, Bruno Koobus, Tatiana Kozubskaya [IMM-Moscou], Maria-Vittoria Salvetti [U. Pise].

La dernière décennie a été en CFD celle de l'émergence de méthodes et outils logiciels de prédiction d'écoulements moyens stationnaires autour d'objets aussi compliqués qu'un avion en configuration de décollage. Les aérodynamiciens veulent maintenant prédire des écoulements turbulents avec certaines de leur instationnarités, pour analyser par exemple les émissions acoustiques ou les vibrations des différents dispositifs externes et internes.

Mais les modèles industriels par moyenne de Reynolds ont plus vocation à produire des prédictions stationnaires, à cause de leur fort niveau de dissipation.

D'un autre côté, les modèles plus expérimentaux de type Simulation des Grandes Structures (en anglais *LES*, *Large Eddy Simulation*) sont très loin de pouvoir prédire les écoulements à grands nombres de Reynolds rencontrés dans les applications.

La théorie OES (Organised Eddy Simulation), initiée notamment par Ha Minh et Braza, ouvre l'accès à des modélisations instationnaires pour les grands Reynolds mais ne donne pas de méthode pour la mise au point de fermetures.

Les équipes coopérant à cette action travaillent de concert à la mise au point de modèles LES à plus grand Reynolds et à l'exploitation d'une démarche nouvelle de fermeture en OES, la "moyenne en temps".

Ces études sont soutenues par une allocation de l'Institut Lyapunov (Moscou) ainsi qu'une participation au programme "Écoulements Supersonique" du MENRT sous la responsabilité de Jean-Paul Dussauge (IRPHE-Marseille).

6.2.3 Acoustique dans les écoulements rapides

Participants : Ilya Abalakin, Alain Dervieux, Tatiana Kozubskaya [IMM-Moscou].

L'émission et la propagation d'ondes acoustiques dans des écoulements rapides est un des sujets importants de la décennie, le bruit des moteurs avions (notamment au décollage) étant une des applications visées, parmi les plus évidentes.

Un outil de simulation de ces phénomènes doit être conçu en fonction du logiciel prédisant l'écoulement, si ce n'est en couplage avec lui, et nous explorons les capacités d'une méthode issue de la CFD pour la résolution des équations d'Euler linéarisées. Le schéma est de type

MUSCL avec reconstruction d'ordre élevé, dans le prolongement des travaux dans SINUS de Christophe Debiez.

6.3 Méthodes multigrilles

Résumé : *Les méthodes multigrilles constituent un thème de recherche majeur du projet SINUS. Les études en cours portent sur l'adaptation du concept de multigrille par agglomération à la simulation numérique d'écoulements turbulents en maillages triangulaires et tétraédriques fortement étirés, la mise au point d'algorithmes multimaillages reposant sur l'utilisation d'une hiérarchie de grilles éléments finis construites par déraffinement et remaillage local et la prise en compte du parallélisme, à la fois pour les calculs intervenant à l'intérieur d'un niveau donné et entre les différents niveaux de grille (algorithmes additifs). Par ailleurs, le projet a assuré la maîtrise d'œuvre et l'exécution en 1996-1999 d'une action R&D visant l'implantation et la démonstration du savoir-faire en multigrille par agglomération dans le logiciel industriel N3S-NATUR.*

Trois techniques multigrilles sont actuellement considérées au sein du projet SINUS : les *multigrilles par agglomération* qui ont fait l'objet de plusieurs thèses depuis 1988, les *multigrilles multimaillages* qui ont été abordées plus récemment (notamment avec notre participation dans le projet européen IDEMAS) et les *approches multiniveaux*.

6.3.1 Méthodes multiniveaux

Participants : Alain Dervieux, Luc Fournier, Christophe Held, Bruno Koobus, Nathalie Marco.

Une adaptation du principe multigrille à des problèmes d'optimisation a été proposée il y a quelques années par le projet SINUS. Cette méthode originale, le paramétrage multiniveau hiérarchique, a été, d'une part, étendue à la représentation non-uniforme de profils par C. Held (voir le paragraphe Optimisation de Forme) et, d'autre part, adaptée à un problème d'identification en collaboration avec le projet ROBOTVIS. Une nouvelle interprétation théorique de la version additive du paramétrage multiniveau hiérarchique a été présentée au séminaire Eurodays 2000 [30].

6.3.2 Multigrille à maillages multiples

Participants : Gilles Carte, Hervé Guillard, Stéphane Lanteri, Bram van Leer [U. Michigan], Thierry Coupez [École des Mines de Paris].

Le projet SINUS est partie prenante dans le projet communautaire IDeMAS qui est un projet BRITE/EURAM de type « Basic Research » (cf. développement du logiciel THOR). Dans ce projet, nous nous intéressons à la mise au point d'algorithmes multigrilles adaptés à une famille d'approximations multidimensionnelles (schémas MDHR, « Multi Dimensional High Resolution ») en 2D et 3D. La méthode multigrille sélectionnée est du type non-linéaire (algorithme FAS « Full Approximation Storage ») et notre contribution porte sur la mise au

point de stratégies MG et FMG (« Full MultiGrid »), en maillage tétraédriques indépendants. Nous avons abordé cette année deux questions importantes pour l'application des méthodes multigrilles. À l'occasion de la visite pour un mois de Bram van Leer, nous avons étudié les propriétés de convergence des schémas de relaxation pour des écoulements à nombre de Mach moyens ou petits. Les transferts intergrille ont fait l'objet de validations et d'applications à de nouveaux contextes (comparaison de solutions, adaptation).

Pour les applications des méthodes MG aux maillages non-structurés, la génération d'une séquence de grilles de résolution décroissante est une tâche difficile. Nous avons poursuivi la mise au point d'un algorithme automatique de génération d'une hiérarchie de grilles grossières à partir d'un maillage fin composé de tétraèdres. L'algorithme, basé sur l'outil de manipulation de maillage MTC^[Cou99], utilise comme ingrédient de base la recherche d'une triangulation optimale de la cavité créée par la suppression d'un nœud de la triangulation. Cet algorithme génère une séquence de maillages emboîtés par les nœuds, ce qui simplifie le calcul des opérateurs de transfert. Cet algorithme a été appliqué avec succès à des maillages plus importants que ceux testés précédemment. Nous avons aussi réalisé, en nous appuyant sur le logiciel THOR, une série d'études expérimentales pour définir les performances des méthodes multimailles, notamment avec des discrétisations d'ordre 2 (PSI-scheme). Le tableau 6.3.2 montre ainsi qu'il est possible avec ces techniques d'obtenir pour un maillage comportant un demi-million de nœuds, une solution d'ordre 2 en une dizaine d'itérations et une vingtaine de minutes sur un ordinateur parallèle de taille modeste.

TABLE 1 – *Écoulement autour d'un Falcon, maillage à 455.160 nœuds*
Approximation du second ordre (PSI-scheme)
Performance sur SGI Origin 2000

Algo	N_p	N_g	# cycles (MG)	CPU	$S(N_p)$
MG-V	12	3	21	6 h 13 mn	1.0
	24	3	21	3 h 06 mn	2.0
FMG-V	12	3	100/1/2	45 mn	1.0
	24	3	100/1/2	24 mn	1.85

6.3.3 Méthode d'agglomération lissée

Participants : Alès Janka, Hervé Guillard.

À partir de l'étude théorique sur les méthodes d'agglomération lissées de type Petrov-Galerkin [48], on a implémenté un nouvel algorithme de résolution des systèmes linéaires dans un code de résolution des équations de Navier-Stokes utilisant une méthode de discrétisation mixte Volumes/Eléments finis. Conformément à la théorie, si les propriétés de convergence des méthodes d'agglomération lissée s'avèrent meilleures que celles de la méthode d'agglomération sans lissage, les coûts CPU des méthodes sont en pratique à peu près équivalentes. La raison

[Cou99] T. COUPEZ, « Génération de maillage et adaptation de maillage par optimisation locale. », *Revue Européenne des éléments finis*, 1999, à paraître.

de ce résultat, un peu décevant, vient de ce que les problèmes d'aérodynamique standards n'ont pas besoin d'une convergence très forte des systèmes linéaires pour conserver une bonne convergence non-linéaire vers la solution stationnaire. Cette étude devrait donc se poursuivre en envisageant des cas-tests plus sévères pour les solveurs linéaires (par exemple des problèmes à faible nombre de Mach).

Par ailleurs, d'un point de vue théorique, on a entrepris de revisiter les propriétés de convergence des méthodes d'agglomération sans lissage (utilisant des prolongements constants par morceaux) à partir d'une théorie de convergence géométrique interprétant les problèmes sur les niveaux grossiers comme des discrétisations de type Volumes Finis. Cette interprétation permet d'établir des résultats optimaux de convergence sur des maillages structurés et réguliers. Il semble que cette théorie peut s'étendre à des maillages structurés non-réguliers et c'est l'objet du travail en cours.

6.3.4 Multigrille cascadique

Participants : Jean-Antoine Désidéri, Alès Janka, Xuejun Xu [université de Pékin].

À l'occasion de son séjour de un mois et demi, dans le cadre de notre projet commun avec le Liama, X. Xu a étudié une variante de la méthode multigrille dite « multigrille cascadique ». Cette variante diffère de la méthode classique par le fait qu'une fois un certain nombre d'itérations effectuées sur une grille donnée, on passe sans retour à la grille suivante plus fine. Pour un problème elliptique, soumis à des conditions de régularité habituelles, l'algorithme global peut rester de complexité $O(N)$ à condition de régler le nombre d'itérations effectuées à chaque niveau convenablement : par rapport à la méthode conventionnelle, on itère plus sur les niveaux grossiers. Notre étude a permis de montrer le potentiel et les limites de la méthode pour un problème modèle d'advection-diffusion, pour lequel la performance est bonne tant que le nombre de Reynolds de maille reste modéré [54].

6.4 Méthodes de décomposition de domaine

On s'intéresse ici à la mise au point, l'analyse et l'évaluation d'algorithmes de résolution par décomposition de domaine pour des systèmes discrets issus d'EDP hyperboliques ou mixtes hyperboliques-paraboliques. L'étroite similarité formelle existant entre les méthodes hiérarchiques de type multigrille et celles par décomposition de domaine nous conduit à étudier plus profondément leur lien et les possibilités de couplage des deux approches.

6.4.1 Décomposition de domaine sans recouvrement pour les équations de Navier-Stokes

Participants : Victorita Dolean, Stéphane Lanteri.

Les méthodes de décomposition de domaines sans recouvrement par complément de Schur sont étroitement liées aux techniques d'élimination de Gauss par bloc (chaque bloc correspondant à un sous-domaine). Elles consistent à ramener la résolution d'un problème global posé sur l'ensemble des degrés de liberté (d.d.l.) issus d'une discrétisation par éléments finis du domaine de calcul, à la résolution d'un problème de taille moindre posé sur les d.d.l. interfaces.

Le problème d'interface ainsi posé est alors résolu par une méthode itérative adaptée (méthode de Krylov). L'avantage principal de ces méthodes par rapport à celles basées sur l'utilisation de domaines recouvrants est leur degré plus élevé de parallélisation. Les problèmes locaux peuvent être résolus presque indépendamment, des étapes de communication n'étant nécessaires que dans la phase d'assemblage des résultats locaux en vue de l'obtention de la solution globale. Les problèmes locaux dans chaque sous-domaine sont posés avec des conditions aux limites de type Dirichlet ou Neumann selon la nature de la frontière (si la frontière est « vraie », on a des conditions de Dirichlet, et s'il s'agit d'une interface, on a des conditions de flux imposé).

Dans cette étude, on a formulé et évalué numériquement une méthode par décomposition de domaine sans recouvrement pour la résolution parallèle d'écoulements bidimensionnels de fluides visqueux. Il s'agit ici de l'extension d'une étude préliminaire^[DL99] qui portait sur la mise au point d'une telle méthode pour la résolution des équations d'Euler (cas d'un fluide parfait) en maillages triangulaires. Comme dans ^[DL99], la méthode proposée repose sur la formulation d'un algorithme de type Schwarz additif basé sur des conditions d'interface exprimant la continuité des flux normaux. Le point de départ de notre étude est constitué d'un solveur des équations de Navier-Stokes qui repose sur une formulation mixte éléments finis/volumes finis en maillages triangulaires pour l'approximation en espace. L'intégration en temps est réalisée au moyen d'un schéma d'Euler implicite linéarisée. Chaque pas de temps nécessite la résolution approchée d'un système linéaire de matrice creuse non-symétrique. Ici, on utilise un algorithme par décomposition de domaine non-recouvrant pour la réalisation d'un pas de temps implicite. D'un point de vue algébrique, l'algorithme de Schwarz peut être interprété comme une méthode de relaxation de Jacobi appliquée à la résolution d'un système linéaire dont la matrice a une structure par bloc particulière. Une technique de sous-structuration peut être appliquée à cette matrice afin d'obtenir un système interface. Dans notre cas, les variables d'interface sont des flux numériques. Il en résulte un algorithme par décomposition de domaine du type complément de Schur.

6.4.2 Etude de conditions d'interfaces optimisées pour les équations d'Euler

Participants : Victorita Dolean, Stéphane Lanteri, Frédéric Nataf [CMAP, École Polytechnique].

Si $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ est une décomposition sans recouvrement du domaine de calcul et si $\mathcal{B}_{1,2}$ désignent des opérateurs interface, alors un algorithme de Schwarz additif est formulé comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}(w_1^{p+1}) = f_1 \\ \mathcal{B}_1(w_1^{p+1}) = \mathcal{B}_1(w_2^p) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}(w_2^{p+1}) = f_2 \\ \mathcal{B}_2(w_2^{p+1}) = \mathcal{B}_2(w_1^p) \end{array} \right.$$

où $\mathcal{L}(w)$ est l'opérateur aux dérivées partielles dont on cherche la solution. Ce type de formulation a notamment été étudié pour la résolution d'une équation d'advection-diffusion par F.

[DL99] V. DOLEAN, S. LANTERI, « A domain decomposition approach to finite volume solutions of the Euler equations on triangular meshes », *rapport de recherche n° 3751*, Inria, octobre 1999, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3751.html>.

Nataf^[Nat93]. Plus précisément, la formulation proposée repose sur l'utilisation de conditions de raccord absorbantes aux interfaces entre sous-domaines. F. Nataf *et al.* ^[NRdS94] ont notamment démontré que, dans ce contexte, l'utilisation de conditions de raccord absorbantes conduit à une vitesse de convergence optimale des algorithmes de type Schwarz. Cependant, ce type de conditions aux limites fait intervenir des opérateurs non-locaux qui doivent ensuite être approchés par des opérateurs aux dérivées partielles. Ceci a été réalisé dans le cas de l'équation d'advection-diffusion par C. Japhet dans ^[Jap98] avec, comme critère d'approximation, la minimisation du taux de convergence de l'algorithme de type Schwarz dans lequel les conditions de transmission sont ces conditions optimisées.

On a tout d'abord étudié la convergence d'un algorithme de type Schwarz additif appliqué à la résolution des équations d'Euler. On a pour cela considéré une formulation basée sur des conditions de raccord classiques de la forme :

$$\mathcal{B} = A_n^-$$

où A^- est la partie négative du Jacobien des flux hyperboliques et n le vecteur normal à l'interface considérée. L'étude de convergence de l'algorithme de Schwarz additif ainsi formulé fait appel à l'analyse de Fourier ; elle a été réalisée en 2D et en 3D pour une décomposition en 2 sous-domaines[45]. Dans chaque cas, on démontre que l'algorithme est convergent et qu'il existe une valeur du nombre de Mach normal à l'interface pour laquelle le taux de convergence est minimal. Pour une large plage de valeurs du nombre de Mach de l'écoulement, le taux de convergence asymptotique (c'est-à-dire lorsque le pas d'espace tend vers 0) est sensiblement inférieur à 1.

Partant de ce constat nous avons cherché, dans une seconde étape, à construire des conditions de raccord permettant d'accélérer la convergence de l'algorithme de type Schwarz additif. Pour ce faire, la démarche adoptée ici est essentiellement algébrique mais repose néanmoins sur une méthode de diagonalisation non classique du système d'équations d'Euler (diagonalisation de Smith). Les conditions obtenues sont de la forme :

$$\mathcal{B} = A_n^- \left(I - B_1 \frac{\partial}{\partial \tau} - B_2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right)$$

où τ est le vecteur tangent à l'interface considérée. Les expressions des opérateurs B_1 et B_2 font apparaître des paramètres qui permettent de distinguer plusieurs jeux de conditions suivant des critères sur le comportement du taux de convergence de l'algorithme de type Schwarz additif.

-
- [Nat93] F. NATAF, « On the use of open boundary conditions in block Gauss-Seidel methods for the convection-diffusion equation », *rapport de recherche n° RI284*, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, 1993.
- [NRdS94] F. NATAF, F. ROGIER, E. DE STURLER, « Optimal interface conditions for domain decomposition methods », *rapport de recherche n° RI301*, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, 1994.
- [Jap98] C. JAPHET, *Méthode optimisée d'ordre 2. Application à l'équation d'advection-diffusion*, thèse de doctorat, université Paris XIII, 1998.

6.5 Optimum design par gradient

Participants : François Akoa, Alain Dervieux, Jean-Charles Gilbert [ESTIME], Laurent Hascoet [TROPICS], Christophe Held, Bruno Koobus.

L’optimisation est la suite naturelle de la simulation. L’optimisation en aérodynamique reste un problème difficile et coûteux en temps calcul. L’obtention de *gradients analytiques* est une tâche très complexe ; un certain nombre d’interactions entre SINUS et la nouvelle équipe TROPICS a permis de mieux cerner la problématique de la méthode de Différentiation Automatique “inverse” et d’entrevoir une application efficace à l’assemblage de l’état adjoint “stationnaire” via une approche utilisant le *check pointing*, voir [35].

L’application à des problèmes d’Optimum Design complexes sera réalisée dans le cadre du contrat BRITE-AEROSHAPE ; elle utilisera de nouvelles méthodes d’optimisation mises au point avec le projet ESTIME.

Il reste néanmoins intéressant aujourd’hui de développer des méthodes efficaces d’optimisation *sans gradient analytique*. Le point de vue adopté par C. Held consiste à utiliser le caractère itératif des algorithmes de résolution des écoulements complexes pour mettre en place une méthode de résolution simultanée écoulement/design. Cette étude utilise les idées de S. Taasan sur les approches “one-shot” adaptées dans SINUS par F. Beux et N. Marco dans leurs thèses. La nouveauté de l’approche de C. Held réside dans la construction d’une méthode one-shot sans calcul analytique du gradient. Elle a été appliquée à des optimisations de profils d’aile, notamment en turbulent avec un modèle proche-paroi (voir la conférence [36] et l’article [17]).

Une coopération avec M3N (Bijan Mohammadi) a par ailleurs débuté sur le thème de l’optimum design avec remaillage.

6.6 Algorithmes génétiques

Participants : Hong Quan Chen [Pôle Scientifique Dassault Aviation, NUAA], Jean-Antoine Désidéri, Stéphane Lanteri, Nathalie Marco, Jacques Périaux [Dassault Aviation], Mathieu Renversade [stagiaire ISIMA], Jiang Feng Wang [Pôle Scientifique Dassault Aviation, NUAA], Stéphane Walle [stagiaire Sup-Aéro].

Les recherches concernant les *algorithmes génétiques* s’insèrent dans une réflexion plus vaste sur l’optimisation et le contrôle de systèmes complexes multidisciplinaires pour lesquels ces algorithmes, ou plus généralement, les *algorithmes évolutionnaires*, qui s’appuient sur une analogie avec l’évolution naturelle, offrent un cadre très général favorable à la prise en compte des diverses formes de complexité (optimisation multidisciplinaire, multicritère, non différentiable, non convexe, multimodale et non intuitive par la juxtaposition de paramètres booléens, entiers, réels, fonctionnels, etc). Cette réflexion porte notamment sur les axes suivants :

- algorithmes évolutionnaires, hybridation,
- algorithmes parallèles, coopératifs/non-coopératifs, théorie des jeux,
- approximation et paramétrisation,
- algorithmes hiérarchiques,

- impact de la multidisciplinarité,
- plateformes d'intégration parallèles/distribuées pour l'optimisation,
- contrôle (réel ou virtuel) de systèmes complexes,

qui, cette année, ont été amorcés ou approfondis.

Les algorithmes génétiques sont performants en matière de *robustesse*, mais, dans leur version standard, peu efficaces en coût de calcul. Dans le cas de l'application phare de l'optimisation de forme en aérodynamique, ce coût peut être très élevé du fait de la faible vitesse de convergence de ces algorithmes qui ne s'appuient sur aucune information de type gradient, d'où le grand nombre nécessaire d'itérations, c'est-à-dire ici de *générations*. Par ailleurs, à chaque génération, la fonctionnelle doit être évaluée pour toute une population d'individus. Pour ces raisons, parmi les axes cités, un effort important vise à réduire les coûts de l'optimisation par la construction d'algorithmes innovants (algorithmes parallèles, hybrides, hiérarchiques, théorie des jeux, etc). Par ailleurs, on vise également à augmenter la robustesse ou la généralité de la procédure (applications multidisciplinaires, plateformes).

6.6.1 Algorithmes génétiques parallèles

Dans les applications à l'aérodynamique, nos AG ont été adaptés aux plateformes de calcul parallèles, en parallélisation le calcul de l'écoulement (stratégie de partitionnement de domaine, programmation par échanges de messages utilisant le standard MPI) ainsi que l'évaluation-sélection des individus par paires (notion de groupes de processus).

Cette étude s'est poursuivie dans le cadre du projet ESPRIT/HPCN DECISION avec l'étude d'algorithmes génétiques parallèles basés sur l'utilisation de modèles de sous-populations. Par ailleurs, une extension au cas de l'optimisation directe d'une voilure (cas tridimensionnel) a été réalisée.

6.6.2 Algorithmes d'optimisation hybrides

Il s'agit là d'une autre stratégie de réduction du coût global d'une optimisation par AG. Les techniques d'hybridation visent à combiner la *robustesse* des algorithmes stochastiques à la *vitesse de convergence asymptotique* des algorithmes déterministes.

Dans son stage, S. Walle a approfondi l'étude de l'optimisation d'un profil d'aile dans un écoulement eulérien. Dans cette application (maximisation de la portance), la fonctionnelle présente de nombreux optimums locaux et la méthode de gradient (par différences finies) échoue à déterminer l'optimum global à moins de partir d'une condition initiale extrêmement proche de l'optimum global cherché. On a montré qu'une plus grande robustesse pouvait être atteinte grâce à l'hybridation avec un AG. On peut, par exemple, démarrer le processus d'optimisation par un certain nombre d'itérations de l'AG afin d'explorer tout l'espace de recherche potentiel, puis passer à la méthode de gradient pour identifier plus précisément l'optimum (élimination du bruit inhérent aux AG); enfin, on raffine le résultat par augmentation du nombre de paramètres. Diverses variantes ont été étudiées. Par ailleurs, d'un point de vue informatique, ces expériences ont été facilitées par l'écriture d'un code parallèle en utilisant la bibliothèque EASEA développée dans le cadre de l'ARC Evolab ([53]).

Cette étude prolonge certains travaux de N. Marco effectués dans le cadre du projet ESPRIT/HPCN DECISION et portant sur l'optimisation de fonctions analytiques.

On a en perspective de lier cette rubrique à celle de la paramétrisation de forme et de la représentation fréquentielle de la fonction de contrôle, en cherchant à l'avenir à optimiser les basses fréquences (grandes structures) par un AG, et les hautes par une méthode de gradient (identification fine de l'optimum).

6.6.3 Optimisation multicritère

Dans la conception de produits industriels, la performance d'une solution est généralement évaluée vis-à-vis de plusieurs critères simultanément, en raison du contexte multidisciplinaire et/ou de la nécessité de prendre en compte plusieurs modes de fonctionnement. Par exemple, en aéronautique, une voilure peut être qualifiée pour sa performance aérodynamique, structurale ou sa signature électromagnétique, notamment. En ce qui concerne l'aérodynamique seule, plusieurs points de vol (décollage, croisière, atterrissage) sont à considérer.

Une manière classique de traiter les problèmes multicritères est fournie par l'approche par pénalisation dans laquelle on résout un grand nombre de problèmes monocritères correspondants aux valeurs d'une fonctionnelle fictive définies par des combinaisons linéaires différentes des divers critères. Outre le caractère assez arbitraire des combinaisons considérées, cette approche présente le grave inconvénient de n'avoir aucune extension simple lorsqu'on rajoute un critère à la liste des paramètres à considérer.

Les AG offre une alternative intéressante à la pénalisation, particulièrement séduisante pour l'ingénieur concepteur.

On évalue une population d'individus vis-à-vis de plusieurs critères, indépendamment. On classe ensuite la population par fronts : pour cela, on identifie d'abord le front des éléments non dominés, puis on répète l'opération sur le complémentaire de la population pour définir le deuxième front, et ainsi de suite. Puis, on affecte (quelque peu arbitrairement) des valeurs d'adaptation aux différents fronts. On est alors en mesure d'appliquer une itération d'un AG global, c'est-à-dire de définir la prochaine génération d'individus. Certaines techniques de « niches » sont utilisées pour maintenir la diversité et éviter les concentrations de chromosomes près des optimums locaux. On procède ainsi jusqu'à convergence, c'est-à-dire jusqu'à obtenir le front des équilibres de Pareto dans l'espace des critères. Le concepteur se voit alors proposer un ensemble de points non dominés parmi lesquels il peut faire son choix.

Dans cette approche, la construction des fronts est un post-traitement et le coût réside seulement dans le nombre de points calculés. Les mêmes points peuvent être réévalués vis-à-vis d'un autre ensemble de critères, et d'autres équilibres de Pareto identifiés.

N. Marco a utilisé cette approche pour optimiser la performance aérodynamique d'un profil d'aile vis-à-vis des critères associés à deux cas de vol.

M. Renversade a étudié dans son stage le problème de l'optimisation d'un dispositif hypersustentateur à trois éléments (corps principal, bec et volet). On optimise la position du bec du volet relativement au corps principal fixe (2 fois 3 paramètres), ainsi que leur forme par le biais de paramétrisations de Bézier. Il a comparé diverses stratégies d'optimisation. En particulier, dans le cas de l'optimisation de la forme du bec et du volet, il a considéré une stratégie alternative moins coûteuse « d'équilibre de Nash » dans laquelle les paramètres de

bec et de volet sont considérés séparément comme des joueurs optimisant des fonctionnelles en conflit. Par ailleurs, d'un point de vue informatique, le code a été construit en utilisant la bibliothèque EASEA développée dans le cadre de l'ARC Evolab ([51]).

6.6.4 Optimisation multidisciplinaire

On vise des optimisations multidisciplinaires complexes pour lesquelles, dans un premier temps au moins, l'approche globale consistant à déterminer le front des équilibres de Pareto est perçue comme trop coûteuse. On s'intéresse alors aux stratégies de Nash (ou de Stakelberg) comme alternatives.

Dans son stage, H.Q. Chen a traité un problème inverse d'optimisation de profil d'aile vis-à-vis de critères aérodynamique (portance) et électromagnétique (section efficace radar). Il a utilisé une technique dans laquelle les paramètres de Bézier qui contrôlent la forme sont, pour moitié, affectés au joueur en charge de l'aérodynamique et, pour moitié, au deuxième joueur en charge de l'électromagnétisme (« stratégie des points rouges et noirs »). Il a identifié les compromis réalisés par cette approche. Ces calculs ont été effectués dans un environnement parallèle MPI. La méthode, bien qu'encore peu générale, met en évidence la faisabilité et l'efficacité de l'approche de Nash pour une application multidisciplinaire ([43]).

Par ailleurs, des variantes ont été testées dans le cadre de la collaboration avec l'université de Nankin ([27]).

6.6.5 Théorie des jeux et décomposition de domaine

D'une manière générale, on aimerait pouvoir identifier, dans une optimisation complexe couplant plusieurs applications par multidisciplinarité, décomposition de domaine ou calcul distribué, quelle est l'information minimale qui doit être échangée par les « joueurs » qui calculent indépendamment.

Diverses stratégies de Nash et de Stakelberg combinées aux techniques de raccord de sous-domaines ont été testées pour des problèmes de mécanique des fluides [28].

Par ailleurs, pour aborder la difficile question théorique, on étudie d'abord le problème du couplage de sous-domaines régis par une équation elliptique, lorsque le raccord est effectué par moindres carrés sur une partie seulement du recouvrement. Suivant le choix qui est fait de cette partie, on observe des comportements différents de convergence, soulevant même des questions d'unicité de la solution. ([32]).

6.6.6 Optimisation de trajectoires par AG

À l'occasion du séjour du Professeur S. Peigin, on a appliqué des algorithmes génétiques à codage réel à l'optimisation de la trajectoire de rentrée atmosphérique d'un engin spatial. Dans ce problème, on minimise l'intégrale (en temps) du flux de chaleur pariétal au point d'arrêt d'un corps arrondi.

Ces travaux ont été présentés au Congrès ECCOMAS 2000 ([44]).

6.6.7 Optimisation de procédé industriel

Les algorithmes génétiques ont également été appliqués à l'optimisation combinatoire de procédés industriels dans le cadre d'une action contractuelle avec Alcatel Space.

6.7 Proper Orthogonal Decomposition et Contrôle actif

Participants : Yves Coudière, Alain Dervieux, Jean-Antoine Désidéri, Angelo Iollo, Stéphane Lanteri, Michel Mallet [Dassault Aviation], Guillaume Vigo [Dassault Aviation].

L'ambition naturelle du concepteur aérodynamicien est de pouvoir influencer sur la structure de l'écoulement (par exemple par injection locale de fluide) afin d'améliorer, voire d'optimiser une performance aérodynamique. Pour cette raison, en aéronautique, le contrôle actif ou passif se place à la pointe de la recherche. Une difficulté cependant tient au fait que la dynamique "exacte" du système étudié repose sur des calculs très coûteux, notamment dans les applications aux écoulements turbulents (résolution des équations de Navier-Stokes), d'où l'intérêt d'étudier les techniques mathématiques pour représenter cette dynamique de manière simplifiée, mais néanmoins systématique. Dans ce cadre, on étudie l'approche POD ("Proper Orthogonal Decomposition") qui permet de construire une base de fonctions pertinentes à partir d'instantanés précalculés de l'écoulement, et de réduire le modèle dynamique à un jeu d'équations différentielles ordinaires.

Dans le cadre d'une convention CIFRE avec Dassault Aviation, G. Vigo a adapté la méthode P.O.D. au calcul d'écoulements visqueux instationnaires. L'approche utilisée minimise le coût calcul qui est, dans certains cas, mille fois plus petit que le coût en éléments finis. Trois modèles ont été mis au point, d'Euler jusqu'à Navier-Stokes couplé à un modèle de turbulence, et appliqués à des problèmes de contrôle optimal ([39],[12],[52]).

Les connaissances acquises sur la POD comme approximation spatiale sont rassemblées dans une synthèse collective [CVDD].

La qualité des résultats obtenus a motivé une nouvelle étude, dans le cadre d'une nouvelle Action de Recherche Coopérative intitulée "ICEMA" dans laquelle la POD sera appliquée au système régissant la conductivité nerveuse dans le muscle cardiaque.

6.8 Couplage fluide-structure

Participants : Romuald Carpentier, Alain Dervieux, Charbel Farhat [université du Colorado], Hervé Guillard, Bruno Koobus, Eric Schall, Raphael Lardat.

Ce sujet est un sujet-clé de plusieurs équipes de calcul scientifique à l'INRIA qui se coordonnent dans le cadre d'une Action de Recherche Coopérative de la Direction Scientifique de l'INRIA sur le couplage Fluide-Structure. Poursuivie depuis huit ans dans le cadre de divers contrats NSF et post-doctorats, la coopération avec l'université du Colorado (coopération

[CVDD] Y. COUDIÈRES, G. VIGO, J.-A. DESIDÉRI, A. DERVIEUX, « Quelques propriétés de base de la POD spatiale considérée comme une méthode d'approximation », *rapport de recherche*, INRIA, en préparation.

qui nous associe aussi avec MOSTRA, M3N et CAÏMAN, notamment dans le cadre d'un accord NSF-INRIA) a permis de faire des deux partenaires des centres d'excellence en couplage fluide-structure pour les écoulements compressibles. Un résultat récent de cette collaboration porte sur les systèmes de maillages, voir [19].

Les actions méthodologiques réalisées cette année ont été soutenues par le Consortium Aérostructure et le projet Européen GROWTH-UNSI.

Les travaux ont porté sur divers aspects de la conservation d'énergie, ainsi que sur l'étude de couplages dans lesquels le fluide comporte une instabilité de nature turbulente responsable de l'excitation de la structure.

Ces travaux ont donné lieu à la publication de trois articles [22] [20] [13]; un quatrième est en cours de rédaction.

6.9 Plate-forme coopérative

Participants : Jérôme Blachon, Gia-Toan Nguyen, Christine Plumejeaud.

Les principales activités du projet en ce domaine sont développées à l'UR Rhône-Alpes, dont une réalisation a été l'installation d'un serveur Web local : <http://www.inrialpes.fr/sinus>

Les activités de développement et d'expérimentation se sont renforcées dans le domaine du couplage de codes et des plateformes d'intégration de logiciels numériques. Une Action de Recherche Coopérative INRIA appelée COUPLAGE a été lancée en janvier 2000 sur le thème de la simulation numérique distribuée. Le projet SINUS est le coordinateur de cette ARC <http://www.inrialpes.fr/sinus/couplage>.

L'objectif est d'étudier les techniques de couplage de codes parallèles dans des applications de simulation numérique réparties sur des réseaux généraux, des réseaux de stations de travail et des grappes de PC. Cette ARC implique également les projets APACHE, NUMATH, et PARIS. Des experts industriels y participent, représentant les sociétés Dassault-Aviation, Aerospatiale-Matra, et Simulog. Des observateurs académiques ou extérieurs contribuent également à ses travaux provenant du CEA (DRN) et du CDCSP (Université de Lyon 1).

Les travaux de l'ARC portent en particulier sur l'extension de la plateforme d'intégration CAST (<http://www.inrialpes.fr/sinus/cast>) afin de permettre le couplage de codes parallèles ou séquentiels, conformes ou non à CORBA. Une interface de haut niveau permet d'y définir (ou redéfinir) des applications réparties impliquant des codes hétérogènes distribués sur des calculateurs distants. À cet effet, la plateforme CAST a été étendue afin d'y intégrer la notion d'objets CORBA parallèles, développée par le projet PARIS. Ceci a nécessité le changement de plateforme CORBA sous-jacente utilisée par CAST et l'utilisation de l'ORB MICO au lieu d'ORBACUS, puis l'intégration de PACO pour bénéficier des objets CORBA parallèles. Ceci permet désormais de coupler dans CAST des codes parallèles enrobés dans des objets CORBA, et de les faire inter-agir avec des codes séquentiels ou parallèles, distants ou non. On envisage à court terme de répartir ces codes sur des grappes de PC à Rennes, Grenoble et Sophia-Antipolis et de démontrer des applications d'optimisation de forme en aérodynamique.

Un post-doc sera recruté en 2001 sur cette ARC.

Ces travaux trouvent leur prolongement dans la participation du projet SINUS au projet VTHD du RNRT. Le projet SINUS participe en coopération avec le projet CAIMAN au sous-projet 5 de VTHD, consacré aux applications <http://www.inrialpes.fr/sinus/vthd/index.html>.

L'objectif est de développer des applications de simulation numérique distribuées sur des grappes de PC réparties qui tirent partie des débits importants de la plateforme VTHD. Il s'agit de mettre en oeuvre de la visualisation en temps-réel d'applications de simulation numérique distribuées, grâce au logiciel PV3.

Un ingénieur-expert sera recruté en 2001 sur cette action.

Afin de contribuer aux travaux précédents, le projet SINUS bénéficie d'un poste d'accueil-jeune de l'INRIA (octobre 2000-septembre 2001), localisé à Grenoble.

La composante Rhône-Alpes du projet SINUS participe enfin activement à l'infrastructure informatique des réseaux thématiques européens FLOWnet <http://www-sop.inria.fr/sinus/flownet> et INGENet <http://www-sop.inria.fr/sinus/ingenet>, ainsi qu'à celle du réseau d'excellence MACSInet (<http://www.macsinet.org>). Les sites Web de ces trois réseaux, ainsi que les bases de données des cas-tests étudiés et de leurs résultats, sont en effet gérés par le projet SINUS depuis l'INRIA Rhône-Alpes.

Le logiciel CAST a en partie été développé dans le cadre du projet européen DECISION <http://www.inrialpes.fr/sinus/collaborations.html>.

6.10 Publications générales

Participants : Rémi Abgrall [université de Bordeaux I], Hervé Guillard.

Nous avons terminé la rédaction d'un ouvrage général sur la modélisation des écoulements de fluides compressibles et l'approximation numérique de ces modèles. Ce livre, dont le titre est «Modélisation numérique des fluides compressible», sera publié chez Elsevier/Gauthier-Villars dans la série «Series in Applied Mathematics» eds P. G. Ciarlet et P.L. Lions.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Consortium Aérostructure

Participants : Romuald Carpentier, Alain Dervieux, Charbel Farhat [université du Colorado], Bruno Koobus, Eric Schall, Raphael Lardat.

Livraisons finales et clôture contractuelle en septembre 2000 du Consortium AEROSTRUCTURE, étude sur trois ans soutenue par CNES, Dassault-Aviation, EDF, Hispano-Suiza, Aérospatiale, SEP, SNPE, et à laquelle ont contribué Romuald Carpentier, Bruno Koobus, Raphael Lardat et Eric Schall comme ingénieurs experts, Bruno Koobus comme conseiller scientifique depuis son intégration à l'université de Montpellier et Charbel Farhat comme collaborateur extérieur. Une partie des travaux est publiée dans un numéro spécial de la Revue Européenne des Eléments finis. Les applications de ces travaux portent sur le flottement de voilure d'avion, la sécurité nucléaire, les inverseurs de poussée d'avion, les déformations de coiffe et de tuyère

de fusée et les couplages dans des boosters à poudre de fusée. Voir le site :
<http://www-sop.inria.fr/sinus/aerostruc/>

7.2 Action “avion supersonique” du MENRT

Participants : Marianna Braza [IMF-Toulouse], Alain Dervieux, Bruno Koobus.

Action sur la modélisation d'écoulements tourbillonnaires produits par des interaction choc-couche limite, contrat du MENRT sous la responsabilité de Jean-Paul Dussauge à l'IRPHE (CNRS-Marseille).

7.3 Dassault-SPAE Acoustique

Participant : Alain Dervieux.

Cette étude s'inscrit dans un contrat faisant intervenir aussi le projet ONDES. Elle porte sur l'adaptation des schémas d'ordre élevé de Debiez-Dervieux aux équations d'Euler linéarisées.

7.4 Dassault-SPAE Optimum design 1

Participants : Alain Dervieux, Christophe Held.

La mise en place de boucles d'optimisation en aérodynamique pose de nombreux problèmes. Les travaux sur l'optimisation one-shot par différences finies ont donné lieu à la livraison finale relative à une convention SPAE-Dassault.

7.5 Dassault-SPAE Optimal Design 2

Participants : Alain Dervieux, Christophe Held, Bruno Koobus.

Contrat partagé avec Bijan Mohammadi (M3N). Il s'agit pour SINUS d'étudier des formulations robustes d'algorithmes reposant sur des états adjoints.

7.6 CNES Aéroacoustique

Participants : Romuald Carpentier, Roger Peyret.

Cette étude s'est terminée par la remise d'un document faisant le bilan des calculs 2D et axisymétrique liés aux couplages aéro-acoustiques intervenant dans les boosters à poudre semblables à ceux équipant le lanceur ARIANE. Cette étude s'est réalisée en coopération avec les participants du programme ASSM et notamment la SNPE, concepteur des propulseurs à poudre d'ARIANE 5, Bertin et Cie et l'ONERA. Un deuxième document examine l'option d'un schéma d'ordre élevé pour répondre aux besoins de précision relevés au cours de cette étude.

7.7 Dassault-Aviation MG

Participants : Gilles Carte, Hervé Guillard, Stéphane Lanteri.

Ce programme a démarré en Juillet 99 pour une durée de 18 mois et fait suite aux recherches réalisées antérieurement sur les méthodes multigrilles multimaillages en deux dimensions d'espace. Il s'agit maintenant de définir des méthodes automatiques de génération de maillages grossiers pour des applications multigrilles 3-D. Bien que ce projet se concentre sur le calcul d'écoulements non-visqueux sur des maillages isotropes, on s'intéresse dans cette étude à des techniques générales qui permettront de prendre en compte des maillages anisotropes pour des calculs d'écoulements modélisés par les équations de Navier-Stokes.

7.8 Dassault-Aviation Proper Orthogonal Decomposition

Participants : Alain Dervieux, Jean-Antoine Désidéri, Guillaume Vigo.

Cette convention CIFRE a pour but la mise au point de méthodes POD pour Navier-Stokes compressible, avec pour perspective le contrôle actif, via notamment des jets pulsés.

7.9 Snecma Adaptation de maillage

Participants : Alain Dervieux, David Leservoisier.

Cette convention CIFRE, combinée avec une convention associant la SNECMA et le projet GAMMA, va apporter une forte impulsion dans l'emploi efficace de stratégies de maillage adaptatif pour le calculs d'écoulements internes (prédictions de perte de charge notamment) et externes (jet d'arrière-corps d'avions supersoniques) liés au design des moteurs d'avion.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions nationales et régionales

8.1.1 Action coopérative COUPLAGE

Cette ARC développe une plateforme pour la simulation numérique distribuée ; elle est coordonnée par Toan Nguyen, et nous associe avec les projets APACHE, NUMATH, et PARIS. Voir le site:

<http://www.inrialpes.fr/sinus/couplage/index.html>

8.1.2 Action coopérative EVOLAB

L'action coopérative EVOLAB est une initiative du projet Fractales (E. Lutton) et nous associe au laboratoire CMPAX de l'Ecole Polytechnique (M. Schoenauer) et à l'ENSTA (J. Louchet). Une bibliothèque d'outils logiciels en C++ est en construction. Son objectif est de faciliter l'écriture de programmes d'optimisation par algorithmes évolutionnaires. En particulier, une interface graphique permettra notamment à l'utilisateur de choisir dans un menu les opérateurs de sélection, croisement et mutation ou d'établir un lien avec ses propres procédures,

celles-ci pouvant être écrites dans un autre langage de programmation <http://www-rocq.inria.fr/fractales/ACTION-INCITATIVE/EVO-Lab-engl.html>. Cette bibliothèque a constitué le support informatique des stages de M. Renversade et S. Walle, qui ont ainsi contribué par des démonstrations d'optimisations en aérodynamique.

8.1.3 Action coopérative ICEMA

L'ARC ICEMA (SOSSO, SINUS, MACS, EPIDAURE) propose d'associer des méthodes d'imagerie électrocardiographique et ultrasonore 3D à un modèle mathématique du comportement électromécanique du cœur, donné par le couplage de systèmes d'équations aux dérivées partielles. Voir : <http://www-rocq.inria.fr/who/Frederique.Clement/icema.html>

Sinus est chargé de l'étude :

1- Du modèle électrique donnant lieu à la propagation d'une onde de dépolarisation dans le myocarde.

2- De la simulation numérique de ce modèle.

3- D'une technique de réduction de modèle, par exemple de type POD (*Proper Orthogonal Decomposition*), qui permette d'accélérer la simulation numérique tout en rendant compte convenablement des phénomènes physiologiques.

Le premier point a donné lieu à une étude bibliographique concernant les systèmes de réaction diffusion apparaissant dans des problèmes de physiologie. On en a déduit qu'un modèle de type «Fitzhugh Nagumo», surtout dans sa version modifiée par M. Sorrine, était particulièrement adapté à l'objectif fixé : qualité du comportement physiologique et coût des simulations 3D.

Ces résultats sont disponibles sur la page web :

<http://www-sop.inria.fr/sinus/personnel/Yves.Coudiere/Coeur/index.html>

Le deuxième point a donné lieu tout d'abord à une simulation monodimensionnelle (en Scilab, logiciel téléchargeable sur la page indiquée ci-dessus), qui permet de visualiser et d'expliquer les comportements mathématiques intéressants du système étudié. Le choix d'une méthode numérique pour la simulation 3D est maintenant fait, et cette méthode est en cours d'implémentation.

Un problème connexe, la discrétisation des données anatomiques et la construction de maillages 3D du cœur, est traité en collaboration avec les équipes MACS et EPIDAURE (avec le soutien des logiciels de GAMMA, et du logiciel x2y de SINUS).

Le troisième point s'appuie sur les résultats déjà acquis par SINUS (thèse de G. Vigo), dans le domaine de la simulation d'écoulements turbulents, qui viendra compléter une étude plus complète des techniques de réduction de modèles (collaboration de SOSSO).

8.1.4 Réseau national VTHD

Le projet VTHD (Vraiment Très Haut Débit) est un projet du Réseau National de Recherche en Télécommunications (RNRT) labellisé en 1999. Il réunit France Telecom, l'ENST, l'INT, l'Institut EURECOM et l'INRIA.

Le projet SINUS participe au sous-projet 5 de VTHD qui concerne les applications. Le projet est impliqué sur deux aspects dans ce réseau, les plateformes coopératives (CAST) et les application parallèles en optimisation de forme. Voir le site :

<http://www.inrialpes.fr/sinus/vthd/index.html>

8.1.5 Action COLORS "Interpolation par les voisins naturels"

Cette action interne au centre de Sophia-Antipolis associe MIAOU et PRISME à SINUS. Notre projet s'intéresse plus particulièrement à l'incorporation de ce type d'interpolation aux méthodes discrètes « sans maillage ». Voir :

<http://www-sop.inria.fr/prisme/collaborations/colorsInterpolation.html>

8.2 Actions européennes

Le projet SINUS a actuellement un rôle actif dans les projets européens suivants :

8.2.1 DECISION

Participants : Jérôme Blachon, Alain Dervieux, Stéphane Lanteri, Nathalie Marco, Gia-Toan Nguyen.

Le projet DECISION (ESPRIT/HPCN RTD No. EP 25058, *HPCN Integrated Optimization Strategies for Increased Engineering Design Complexity*) dont les partenaires sont : Dassault Aviation (France), Messet (Finlande), Nokka Tume (Finlande), université de Jyvaskyla (Finlande), VTT (Finlande), NAG (Royaume Uni) et l'INRIA (projets SINUS, SAFIR puis TROPICS, M3N et SHOOD), a démarré le 01/11/97 et durera 30 mois. Son objectif principal est la construction d'une plateforme d'intégration visant des applications en optimisation multidisciplinaire de produits complexes et leur distribution sur des calculateurs parallèles et distribués.

Réunion finale le 15 septembre pour ce projet. Autour de SINUS (resp. du "Work Package" sur les plateformes) les projets TROPICS, M3N et l'action SHOOD (avant son intégration à Sinus), ont collaboré sur les thèmes de l'optimisation par algorithmes génétiques, l'optimisation avec contraintes, les plateformes CORBA, la Différentiation Automatique en calcul parallèle SPMD avec librairie MPI. SINUS et M3N ont livré à NAG quatre noyaux d'optimisation aux normes NAG dans la perspective d'une commercialisation après étude de marché. À noter que la plateforme CAST sous sa version CORBA développée dans DECISION est une des bases logicielles des travaux de l'ARC Couplage.

8.2.2 UNSI

Participants : Alain Dervieux, Bruno Koobus, Eric Schall.

Le projet UNSI (projet BRITE/BR No. BE97-4044, *Unsteady Viscous Flow in the context of Fluid-Structure Interaction*) est coordonné par Daimler-Benz Aerospace; y participent une quinzaine d'industriels et laboratoires (l'INRIA est sous-traitant de Dassault Aviation) européens. Les phénomènes d'aéroélasticité ont été parmi les premiers à être analysés. Leur impact sur la sécurité, la durée de vie des aéronefs et leur consommation est déterminant. En régime subsonique et supersonique, l'analyse linéaire donne depuis longtemps des outils satisfaisants. Ce n'est pas le cas en régime transsonique, qui se trouve être le régime de croisière de la plupart des avions commerciaux (régime de manœuvre pour les avions militaires) et pour lequel le bureau d'étude est obligé d'appliquer des facteurs d'incertitudes très pénalisants.

Le but de UNSI est d'introduire de nouveaux algorithmes et de nouvelles technologies numériques pour la prédiction de phénomènes d'aéroélasticité. Le mot-clé est "visqueux". Il s'agit d'introduire dans le couplage le modèle le plus difficile et le plus coûteux, les équations de Navier-Stokes avec moyenne de Reynolds. L'expérience de SINUS dans ce domaine (issue de la collaboration avec CHARBEL FARHAT (université du Colorado à Boulder)) lui permet d'intervenir notamment au niveau du bilan méthodologique dressé par le consortium UNSI, et dans la réalisation d'un cas test de flottement 3D en visqueux. Le projet s'est achevé en septembre 2000. Sinus a rédigé un document de synthèse sur les méthodes qui figurera dans l'ouvrage (à paraître chez Vieweg) présentant les résultats du projet UNSI.

8.2.3 IDeMAS

Participants : Emmanuel Briand, Gilles Carte, Alain Dervieux, Stéphane Lanteri.

Le projet IDeMAS (projet BRITE/BR No. BE97-4162, *Industrial Demonstration of Accurate and Efficient Multidimensional Upwind and Multigrid Algorithms for Aerodynamic Simulations*) dont les partenaires sont le VKI (Belgique), le CRS4 (Italie), ALENIA (Italie), l'EPFL (Suisse), Dassault Aviation (France), Daimler Benz Aerospace (Allemagne) et l'INRIA (projet SINUS) a démarré le 01/12/97 et a une durée de 36 mois. L'objectif principal de ce projet est de réaliser une avancée conséquente dans la précision et l'efficacité des simulations numériques d'écoulements aérodynamiques à grands nombres de Reynolds, avec la mise au point du prototype d'un logiciel de CFD d'une nouvelle génération incluant des méthodes d'approximation décentrées multidimensionnelles, des méthodes de résolution de Krylov préconditionnées et des méthodes d'accélération multigrille et des techniques d'adaptation de maillage 3D. Le logiciel résultant sera conçu pour une exploitation sur calculateur parallèle MIMD à mémoire distribuée. La dernière étape de IDEMAS est entamée avec le démarrage à l'INRIA de la dernière phase de développement de THOR-MG, qui consistera à adapter la formulation multi-grille au calcul d'écoulements turbulents.

8.2.4 AEROSHAPE

Participants : François Akoa, Alain Dervieux, Jean-Charles Gilbert [Projet ESTIME,

Rocquencourt], et le projet TROPICS.

Il s'agit d'un projet BRITE coordonné par Alenia, focalisé sur l'optimisation de formes pour les avions. Il est en cours de mise en place. La contribution de l'INRIA consistera en de nouveaux algorithmes de minimisation avec de multiples contraintes sur l'état, des algorithmes one-shot, des méthodes de construction d'états adjoints par différentiation automatique, des algorithmes de résolution d'états adjoints, un démonstrateur de ces innovations.

8.3 Réseaux et groupes de travail internationaux

Participants : Jérôme Blachon, Jean-Antoine Désidéri, Nathalie Marco, Gia-Toan Nguyen, Jacques Périaux, Renaud Savalle.

Le projet SINUS a actuellement un rôle actif dans les réseaux thématiques suivants :

8.3.1 FLOWNET

Le réseau thématique FLOWNET («Flow Library Over the Web Network») s'inscrit dans le programme Industrial and Material Technologies Programme, BRITE/EURAM III. FLOWNET est focalisé sur la validation pré-industrielle de codes numériques en mécanique des fluides en général. Plus précisément, les objectifs de ce réseau sont les suivants :

1. contribuer à la validation scientifique de problèmes d'écoulements ;
2. installer une base de données (à l'INRIA Sophia Antipolis) rassemblant des résultats de calculs et des données expérimentales ;
3. établir un réseau de partenaires (« nœuds ») provenant des universités, laboratoires et industries ;
4. organiser des réunions, ateliers, cours spécialisés ;
5. organiser annuellement un atelier en Europe pour enrichir une base de données ;
6. mettre à disposition une page Web pour la dissémination des informations principales concernant le réseau.

La coordination de ce réseau est désormais assurée avec Dassault Aviation en étroite collaboration avec le projet qui en avait coordonné la phase exploratoire « HSFFNET » moins généraliste («High-Speed Flow Field Network»). Les autres partenaires sont, pour le noyau, le DLR et DASA (Allemagne), le CIRA et l'université de Rome (Italie) ainsi qu'une vingtaine de laboratoires européens. La société savante européenne ERCOFTAC a également souhaité y contribuer. Pour la composante française, le projet assure la responsabilité principale de l'installation de la base de données, et collabore plus étroitement avec l'université de Marseille (D. Zeitoun, « Milieux Hors Equilibre ») pour l'organisation d'un atelier sur la modélisation, et avec l'université de Lyon (M. Garbey) pour l'organisation de tutoriaux.

Cette activité permet au projet de maintenir un contact étroit avec les laboratoires européens de mécanique des fluides (numérique ou expérimentale).

Cette année l'atelier a eu lieu à Rome les 17 et 18 mars 2000, le prochain atelier se tiendra au DLR, Göttingen, les 7 et 8 février 2001. Les informations techniques, notamment en ce qui concerne les cas-tests d'écoulements étudiés, sont disponibles sur le site suivant : <http://www-sop.inria.fr/sinus/flownet/index.php3>.

8.3.2 INGENET

Le réseau thématique INGENET (« Networked Industrial Design and Control Applications Using Genetic Algorithms and Evolution Strategies ») s'inscrit dans le programme Industrial and Material Technologies Programme, Brite EuRam III. Le projet SINUS participe au noyau du réseau thématique INGENET dont les autres partenaires sont le CEANI (Las Palmas, Espagne) et Dassault Aviation (France). Les objectifs de ce réseau sont les suivants :

1. mettre à disposition un site Web pour disséminer de l'information concernant le développement d'algorithmes génétiques ;
2. installer une base de données (à l'INRIA Sophia Antipolis) rassemblant les données de calculs d'optimisation ;
3. établir un réseau de partenaires (« nœuds ») provenant des universités, laboratoires et industries ;
4. coordonner les travaux de R & D en milieu industriel liés aux algorithmes génétiques ;
5. organiser des réunions de spécialistes ;
6. organiser annuellement un atelier en Europe pour enrichir une base de données ;
7. organiser tous les 2 ans le shortcourse EUROGEN.

Ce réseau permet de vitaliser les contacts du projet avec les équipes européennes impliquées dans les algorithmes d'évolution, et vient en support de l'axe de recherche sur les algorithmes génétiques développé notamment pour les problèmes d'optimisation de forme en aérodynamique. Dans ce cadre, le deuxième atelier du réseau s'est tenu au CIRA, Capoue (Italie) les 27 et 28 janvier 2000, le prochain aura lieu à l'université de Las Palmas (co-coordonateur du réseau) les 13 et 14 décembre, et s'appuyera sur la base de données installée par le projet, dont on peut consulter les cas tests sur le site suivant : <http://www-sop.inria.fr/sinus/ingenet/index.php3>.

8.3.3 Réseau d'Excellence Européen MACSINET

Le Projet participe au démarrage du Réseau d'Excellence Européen MACSINET (*Mathematics, Computing and Simulation in Industry Network*) promu par les Directions DG XIII et DG XII. Ce réseau est une initiative conjointe des associations ECCOMAS (*European Community for Computational Methods in Applied Sciences*) et ECMI (*European Community of Mathematics for Industry*). Il vise à donner corps à des initiatives européennes pour aborder des challenges industriels multidisciplinaires par les mathématiques, le calcul scientifique à

haute performance et la modélisation. Voir le site suivant : <http://www.macsinet.org> (géré par le projet).

J.-A. Désidéri et J. Périaux sont membres du Comité Exécutif, respectivement en tant que chargé de l'infrastructure et responsable de la liaison avec l'industrie.

8.4 Relations bilatérales internationales

Le projet est actuellement impliqué dans les actions suivantes :

Institut Sino-Français LIAMA : coordination (X. Xu, Institute of Computational Mathematics, CAS, et J.-A. Désidéri) du projet intitulé « Coordination and Optimisation of Hierarchical Methods for the Distributed Numerical Simulation of Nonlinear P.D.E. Problems » du Laboratoire Franco-Chinois LIAMA.

Institut Russo-Français LIAPUNOV : Un projet sur “ Turbulence and noise in viscous compressible gas flows”, avec, du coté russe, T. Kozubskaya, I. Abalakin, A. Alexandrov, B. Chetveruskin, A. Zhokova, et du coté français, A. Dervieux, M. Braza, M. Mallet (expert industriel). Dans ce cadre, I. Abalakin nous a visité pendant trois mois.

Accord NSF-INRIA : le projet participe à la convention NSF-INRIA sur le couplage fluide structure coordonnée par S. Piperno (Projet CAIMAN). Ce projet a financé les voyages de B. Koobus à Boulder, de V. Dolean au Courant Institute.

8.5 Accueils de chercheurs étrangers

Cette année, le projet a reçu les personnes suivantes :

Ilya Abalakin (IMM, université Lomonossov de Moscou)

Simone Camarri (université de Pise)

Hong Quan Chen (université de Nankin et Pôle Scientifique de Dassault Aviation)

Facundo Del Pin (programme Alpha avec l'Argentine, université de Paris VI)

Charbel Farhat (professeur à l'université du Colorado à Boulder, USA).

Aurélien Goudjo (université nationale du Bénin, Cotonou)

Maria-Vittoria Salvetti (université de Pise)

Bram van Leer (université du Michigan)

Xuejun Xu (université de Pékin, Projet Liama)

9 Diffusion de résultats

9.1 Enseignement universitaire

Les membres du projet ont participé aux activités d'enseignement suivantes :

Méthodes multigrilles et multidomaines : cours au DEA de mathématiques (option analyse et applications) de l'UNSA et à l'ESSI (Option Calcul Scientifique), 30 h, (J.-A. Désidéri).

Modèles industriels en turbulence : cours au DEA de turbulence et systèmes dynamiques, UNSA, 12 h, (H. Guillard).

Mécanique des fluides compressibles : cours de Maîtrise d'Ingénierie Mathématique, université de Nice-Sophia Antipolis, 20 h (H. Guillard).

Calcul numérique parallèle : cours de troisième année de l'ESSI, option calcul scientifique, 20 h, (S. Lanteri).

Mastère de Mécanique Numérique : participation à son lancement par le CEMEF (École des Mines de Paris) et six contributions aux enseignements :

- Modèles mathématiques pour la Mécanique, 6h (J.-A. Désidéri) ;
- Modèles numériques de turbulence, 6h (H. Guillard) ;
- Méthodes de Volumes Finis, 6h (J.-A. Désidéri et H. Guillard) ;
- Aérodynamique, combustion, 6h (H. Guillard) ;
- Méthodes multigrilles et multidomaines, 6h (J.-A. Désidéri) ;
- Calcul parallèle en Mécanique des Fluides, 6h (S. Lanteri).

Par ailleurs, J.-A. Désidéri a été missionné pour suivre les questions concernant les relations de l'Unité de Recherche avec l'université.

Enfin, le projet (J.-A. Désidéri) est associé à une initiative du Professeur M. Garbey (CDCSP, université de Lyon 1) pour mettre en place des cours par vidéo-conférence avec le département de mathématiques de l'université de Houston (Professor Fitzgibbon) sur les thèmes des mathématiques appliquées et du calcul à haute performance.

9.2 Thèses et Stages

Cette année, le projet assure ou a assuré l'encadrement des doctorants suivants :

VICTORITA DOLEAN, université de Nice-Sophia Antipolis, « Étude d'algorithmes par décomposition de domaine et accélération multigrille ».

LUC FOURNIER, université de Nice-Sophia Antipolis, « Algorithmes multigrilles parallèles pour les systèmes raides et application à des écoulements tridimensionnels ».

CHRISTOPHE HELD, université de Nice-Sophia Antipolis, « Calcul et contrôle d'écoulements turbulents stationnaires par des algorithmes multiniveaux ».

DAVID LESERVOISIER, université de Paris VI, « Méthodes de maillage adaptatif, application à la combustion interne en turboréacteur ».

GUILLAUME VIGO, université de Paris-Dauphine, « Application de la méthode POD à l'aérodynamique ».

ALÈS JANKA, université de Nice-Sophia Antipolis, « Développement de Méthodes multigrilles géométriques et algébriques pour l'accélération de la convergence des méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes sur maillages non-structurés ».

Les stages suivants ont été encadré par le projet :

FRANÇOIS AKOA, « Méthodes d'optimisation avec contraintes égalité pour l'optimum design en aérodynamique »

HONG QUAN CHEN, « Stratégies de Nash pour l'optimisation multidisciplinaire »

FACUNDO DEL PIN, « Méthodes particulières basées sur l'interpolation par les voisins naturels »

BENOÎT JOST, « Etude formelle de l'erreur d'interpolation par les voisins naturels »

MATHIEU RENVERSADE, « Optimisation multicritère de dispositif hypersustentateur par algorithmes génétiques »

STÉPHANE WALLE, « Etude de techniques d'hybridation d'algorithmes génétiques pour la conception optimale de forme »

9.3 Animation de la recherche

Le projet a contribué à l'organisation des manifestations suivantes, notamment dans le cadre des réseaux européens mentionnés précédemment :

- AD2000 : participation à la sélection des contributions,
- INGenet : co-organisation de l'atelier base de données de Capoue (27-28 Janvier 2000),
- FLOWnet : co-organisation de l'atelier base de données de Rome (15-16 Mars 2000),
- MACSInet : participation au comité exécutif et au colloque de lancement du réseau (23-24 novembre 2000, Amsterdam),
- INGenet : co-organisation de l'atelier base de données de Las Palmas (13-14 décembre 2000).

A. Dervieux a édité un numéro spécial de la Revue Européenne des Eléments Finis sur le couplage Fluide-Structure.

9.4 Participation à des colloques, séminaires, invitations

Cette année, les membres du projet ont participé aux manifestations scientifiques suivantes :

- I. Abalakin, M. Braza, S. Camarri, A. Dervieux, B. Koobus, T. Kozubskaya, P. Rodes, M.V. Salvetti, Unstable and unsteady aerodynamics: compared informations from different numerical models, Atelier Russo-Finno-Français, Jyvaskyla, 26-28 juin 2000.
- I. Abalakin, M. Braza, S. Camarri, A. Dervieux, B. Koobus, T. Kozubskaya, P. Rodes, M.V. Salvetti, New approaches for the prediction of unsteady turbulent flows, Symposium in the honour of Pierre Perrier, Paris, 20-22 novembre 2000.
- A. Dervieux, N. Marco, Ch. Held, B. Koobus, Hierarchical principles and preconditioning for optimum design, Eurodays, Seminar in the memory of Bertrand Mantel, université Paris VI, 21 mars 2000
- A. Dervieux, The impact of functional analysis in the design of multi-level solvers and optimisers, Seminar at Kyoto Institute of Technology, 18 juillet 2000
- A. Dervieux: Optimum design et analyse fonctionnelle, conférence au séminaire de Montpellier, 1er février 2000
- A. Dervieux: Nouvelles perspectives en Mécanique des fluides numériques et en couplage fluide structure, Séminaire à l'université de Pau, 29 février 2000
- J.-A. Désidéri :
 - Decentralized Nash Strategies to Coordinate Subdomains Using Partial Volume Information (Ingenet Meeting, 27 Janvier 2000),
 - An example of network and database (Eurodays, Paris, 20-21 Mars, 2000) (conférence invitée),
 - The role of databases for CFD Validation, Part I (avec J. Périaux) : Validation of high-speed flow simulations by means of network data base; Part II (avec D. Leservoisier, G. Carte et A. Dervieux) : High-order interpolation and mesh optimization for validated CFD ; The FLOWnet Project : a flow library on the web (avec F. Grasso et J. Périaux). Trois conférences à l'occasion de *Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics, Von Karman Institute, Lecture Series 2000-06, 7 Juin 2000* (conférences invitées),
 - INGENET Test-case database: Structure and Examples of Optimization Problems, *ECCOMAS 2000, Barcelone, 11-14 Septembre 2000*,
 - Application of Genetic Algorithms to the Solution of the Space Vehicle Reentry Trajectory Optimization Problem, avec S. Peigin, *ECCOMAS 2000, Barcelone, 11-14 Septembre 2000*,
 - La validation de code en mécanique des fluides, d'Hermès à Flownet (*Colloque NFD 2000 célébrant le 65ème anniversaire de P.Perrier, 20-22 novembre 2000*) (conférence invitée),

- Infrastructure for Mathematics and Scientific Computing (*MACSINET Kick-Off Meeting, 23-24 Novembre 2000*),
- Nash/Stakelberg strategies combined with DDM techniques (Ingenet Meeting, 13-14 décembre 2000) (conférence invitée).
- H. Guillard, *Coarsening techniques in multigrid applications on unstructured meshes*, ECCOMAS 2000, Barcelone, Espagne, Septembre 2000.
- B. Koobus, Séminaire à l’université de Montpellier II (Octobre 2000): "Simulation numérique de problèmes couples fluide/structure"
- B. Koobus, "Flutter analysis of an AGARD 445.6 Wing", First FLOWnet workshop, Multi-Physics sessions, Rome, 15-16 Mars 2000.
- R. Lardat, Séminaire au Colloque "Couplage fluide-structure" INRIA, juin 2000,
- R. Lardat, Séminaire à l’université de Rennes dans le cadre du Groupe de Travail CNRS "Mécanique",
- R. Lardat, Séminaire au LIMSIS dans le cadre des conférences hebdomadaires du plateau d’Orsay,
- J. Périaux, Conférence invitée à ECCOMAS 2000, Barcelone, Espagne.

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l’équipe

- [1] G. CARRÉ, «An implicit multigrid method by agglomeration applied to turbulent flows», *Comput. Fluids* 26, 1997, p. 299–320.
- [2] J.-A. DÉSIDÉRI, P. HEMKER, «Convergence analysis of the defect-correction iteration for hyperbolic problems», *SIAM J. in Sci. Comp.* 16, 1995, p. 88–138.
- [3] J.-A. DÉSIDÉRI, *Modèles discrets et schémas itératifs. Application aux algorithmes multigrilles et multidomaines*, Hermès, Paris, 1998.
- [4] L. FEZOU, B. STOUFFLET, «A class of implicit upwind schemes for Euler simulations with unstructured meshes», *J. of Comput. Phys.* 84, 1989, p. 174–206.
- [5] J. FRANCESCOTTO, A. DERVIEUX, «A semi-coarsening strategy for unstructured multigrid based on agglomeration», *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 26, 1998, p. 927–957.
- [6] H. GUILLARD, C. VIOZAT, «On the behaviour of upwind schemes in the low Mach number limit», *Comput. Fluids* 28, 1999, p. 63–86.
- [7] B. KOOBUS, M.-H. LALLEMAND, A. DERVIEUX, «Agglomeration multigrid for two-dimensional viscous flows», *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 18, 1994, p. 27–42.
- [8] M.-H. LALLEMAND, H. STEVE, A. DERVIEUX, «Unstructured multigridding by volume agglomeration : current status», *Comput. Fluids* 21, 1992, p. 397–433.

- [9] S. LANTERI, « Parallel solutions of compressible flows using overlapping and non-overlapping mesh partitioning strategies », *Parallel Computing* 22, 7, 1996, p. 943–968.
- [10] R. MARTIN, H. GUILLARD, « A second order defect correction scheme for unsteady problems », *Comput. Fluids* 25, 1, 1996, p. 9–27.
- [11] B. N’KONGA, H. GUILLARD, « Godunov type method on non-structured meshes for three dimensional moving boundary problems », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng* 113, 1, 1994, p. 183–204.

Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [12] G. VIGO, *Méthodes de Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres appliquées aux écoulement stationnaires compressibles complexes*, thèse de doctorat, Thèse à l’Université Paris-Dauphine, 16 novembre 2000.

Articles et chapitres de livre

- [13] R. CARPENTIER, R. LARDAT, B. KOOBUS, E. SCHALL, A. DERVIEUX, C. FARHAT, J. GUERY, P. D. PIETA, « Interaction between a pulsating flow and a perforated membrane », *Revue Européenne des Éléments Finis* 9, no 6-7, 2000, p. 805–818.
- [14] G. CARRÉ, S. LANTERI, L. FOURNIER, « Parallel linear multigrid algorithms applied to the acceleration of compressible flows », *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.* 184, 2000, p. 427–448.
- [15] P.-H. COURNÈDE, C. DEBIEZ, A. DERVIEUX, « Analysis of a density-positive MUSCL scheme for triangulations », *Journal of Computational Physics*, 2000, soumis.
- [16] L. FOURNIER, S. LANTERI, « Algorithmes multigrilles parallèles en mécanique des fluides numérique », *Technique et Science Informatiques* 19, 2000, p. 675–696.
- [17] C. HELD, A. DERVIEUX, « One-shot airfoil optimisation without adjoint », *Computers and Fluids*, 2000, accepté.
- [18] A. IOLLO, A. DERVIEUX, J.-A. DÉSIDÉRI, S. LANTERI, « Stability properties of pod-galerkin approximations for the compressible Navier-Stokes Equations », *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 13, 2000, p. 377–396.
- [19] B. KOOBUS, H. TRAN, C. FARHAT, « Computation of Unsteady Viscous Flows Around Moving Bodies Using the $k-\varepsilon$ Turbulence Model on Unstructured Dynamic Grids », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, sous presse.
- [20] R. LARDAT, B. KOOBUS, E. SCHALL, A. DERVIEUX, C. FARHAT, « Analysis of a possible coupling in a thrust inverter », *Revue Européenne des Éléments Finis* 9, no 6-7, 2000, p. 819–834.
- [21] N. MARCO, S. LANTERI, « A two-level parallelization strategy for Genetic Algorithms applied to optimum shape design », *Parallel Comput.* 26, 2000, p. 377–397.
- [22] E. SCHALL, R. LARDAT, A. DERVIEUX, B. KOOBUS, C. FARHAT, « Aeroleastic coupling between a thin divergent and high pressure jets », *Revue Européenne des Éléments Finis* 9, no 6-7, 2000, p. 835–851.
- [23] C. VIOZAT, C. HELD, K. MER, A. DERVIEUX, « On vertex-centered unstructured finite-volume methods for stretched anisotropic triangulations », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, à paraître.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [24] S. CAMARRI, B. KOOBUS, M. SALVETTI, A. DERVIEUX, «Towards the large-eddy simulation of complex engineering flows», *in: ECCOMAS'2000*, Barcelone, Espagne, 2000.
- [25] G. CARRÉ, G. CARTE, H. GUILLARD, S. LANTERI, «Multigrid strategies for CFD problems on non-structured meshes», *in: Multigrid Methods VI. Proceedings of the 6th European Multigrid Meeting (EMG99)*, J. V. E. Dick, K. Rienslagh (éditeur), *Lecture Notes in Computer Science and Engineering*, 14, Springer, p. 1–10, Université de Gand (Belgique), 2000.
- [26] G. CARTE, T. COUPEZ, H. GUILLARD, S. LANTERI, «Coarsening techniques in multigrid applications on unstructured meshes», *in: ECCOMAS 2000. Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Barcelone (Espagne), 2000. CD-Rom Proceedings.
- [27] H. CHEN, J. DÉSIDÉRI, J. PÉRIAUX, «Nash Strategies and Game Theory in Domain Decomposition Methods for CFD Applications», *in: Proceedings of the Domain Decomposition Methods Conference 12*, Chiba University, Japon, 2000. à paraître.
- [28] H. CHEN, J. WANG, J.-A. DÉSIDÉRI, J. PÉRIAUX, «Nash-Stakelberg Games for Solving Optimization Problems with GAs and DDM Techniques», *in: Proceedings of the 13th Domain Decomposition Methods Conference, Lyon, France*, CIMNE-UPC, Espagne, 2000. à paraître.
- [29] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, B. PALMERIO, Y. COUDIÈRE, «Isotropic and Anisotropic Adaptive meshes: Models and Convergence Properties», *in: CFD21*, Kyoto, Japon, 2000.
- [30] A. DERVIEUX, N. MARCO, C. HELD, B. KOOBUS, «Hierarchical principles and preconditioning for Optimum Design», *in: Eurodays*, Paris, CIMNE Pub., 2000.
- [31] J.-A. DÉSIDÉRI, J. PÉRIAUX, «The role of databases for CFD Validation, Part I: Validation of High-Speed Flow Simulations by Means of a Network Data Base», *in: Von Karman Institute Lecture Series 2000-06*, F. Grasso, J. Périaux, H. Deconinck (éditeurs), Bruxelles (Belgique), 2000.
- [32] J. DÉSIDÉRI, «INGENET Test-Case Database: Structure and Examples of Optimization Problems», *in: Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Barcelone, Espagne, 2000.
- [33] L. FOURNIER, S. LANTERI, «Additive aspects of hybrid multigrid/domain decomposition solution of fluid flow problems on parallel computers», *in: Multigrid Methods VI. Proceedings of the 6th European Multigrid Meeting (EMG99)*, J. V. E. Dick, K. Rienslagh (éditeur), *Lecture Notes in Computer Science and Engineering*, 14, Springer, p. 115–121, Université de Gand (Belgique), 2000.
- [34] F. GRASSO, J. PÉRIAUX, J.-A. DÉSIDÉRI, «The Flownet Project: a flow library on the web», *in: Von Karman Institute Lecture Series 2000-06*, F. Grasso, J. Périaux, H. Deconinck (éditeurs), Bruxelles (Belgique), 2000.
- [35] L. HASCOET, S. FIDANOVA, C. HELD, «Adjoining Independent Computations», *in: Automatic Differentiation 2000, Nice, France, Juin 2000. To appear in Springer LNCSE series "Automatic Differentiation of Algorithms: From Simulation to Optimization"*, Nice, France, 2000.

- [36] C. HELD, A. DERVIEUX, «Optimal one-shot design without adjoint», *in: ICCFD*, Kyoto, Japon, 2000.
- [37] D. LESERVOISIER, G. CARTE, A. DERVIEUX, «The role of databases for CFD Validation, Part II: High-Order Interpolation and Mesh Optimization for Validated CFD», *in: Von Karman Institute Lecture Series 2000-06*, F. Grasso, J. Périaux, H. Deconinck (éditeurs), Bruxelles (Belgique), 2000.
- [38] D. LESERVOISIER, P.-L. GEORGE, O. PENANHOAT, A. DERVIEUX, «Mesh Adptation as a tool for certified numerics», *in: ICCFD*, Kyoto, Japon, 2000.
- [39] G. VIGO, M. MALLET, A. DERVIEUX, «Application of POD to mesh control», *in: ECCOMAS'2000*, Barcelone, Espagne, 2000.

Rapports de recherche et publications internes

- [40] I. ABALAKIN, M. BRAZA, S. CAMARRI, A. DERVIEUX, B. KOOBUS, T. KOZUBSKAYA, P. RODES, M. SALVETTI, «Unstable and unsteady aerodynamics: compared information from different numerical models», *rapport de recherche*, Rapport de recherche INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4077.html>.
- [41] I. ABALAKIN, A. DERVIEUX, «Time-averaging in Organised Eddy Simulation», *rapport de recherche*, Rapport de recherche INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4040.html>.
- [42] I. ABALAKIN, B. KOOBUS, «The behavior of two near-wall models for k-epsilon prediction of stall», *rapport de recherche*, Rapport de recherche INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4075.html>.
- [43] H. CHEN, J.-A. DÉSIDÉRI, J. PÉRIAUX, «Multi-Disciplinary Optimization Using GAs and Game Theory Related to CFD/CEM Applications», *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.
- [44] J.-A. DÉSIDÉRI, S. PEIGIN, S. TIMCHENKO, «Application of Genetic Algorithms to the Solution of the Space Vehicle Reentry Trajectory Optimization Problem», *Rapport de recherche n° 3843*, INRIA, Décembre 1999, (Contribution ECCOMAS 2000, Barcelone).
- [45] V. DOLEAN, S. LANTERI, F. NATAF, «Convergence analysis of a Schwarz type domain decomposition method for the solution of the Euler equations», *rapport de recherche n° 3916*, INRIA, avril 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3916.html>.
- [46] V. DOLEAN, S. LANTERI, «A non-overlapping domain decomposition method for solving the Navier-Stokes equations on unstructured triangular meshes», *rapport de recherche n° 3962*, INRIA, juillet 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3962.html>.
- [47] A. GOUDJO, «Résolution des équations de Saint Venant par une méthode de volumes finis - application à la simulation des écoulements dans les canaux et des inondations», *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.
- [48] A. JANKA, H. GUILLARD, P. VANEK, «Convergence of Algebraic Multigrid based on smoothed aggregation II: Extension to a Petrov-Galerkin Method», *rapport de recherche*, INRIA, 1999.
- [49] B. JOST, «Etude numérique de l'interpolation par les voisins naturels», *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.

-
- [50] F. D. PIN, « A Lagrangian Approach Based on the Natural Neighbor Interpolation », *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.
- [51] M. RENVERSADE, « Optimisation d'un dispositif hyper-sustentateur par Algorithmes Génétiques », *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.
- [52] G. VIGO, « The extension of POD to complex systems with non-homogenous boundary conditions, application to a turbulent pulsed jet », *rapport de recherche*, Rapport de recherche INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3945.html>.
- [53] S. WALLE, « Techniques d'algorithmes génétiques pour l'optimisation de forme », *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.
- [54] X. XU, A. JANKA, J.-A. DÉSIDÉRI, « Cascadic multigrid for the advection-diffusion equation », *Rapport de recherche n° en cours de numérotation*, INRIA, 2000.