

# *Projet CAIMAN*

*Calcul scientifique, modélisation et analyse numérique*

*Sophia Antipolis*

THÈME 4B



*R*apport  
*d'Activité*

2001



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>4</b>
3.1	Couplages de modèles et de méthodes . . . . .	4
3.2	Équations de conservation et volumes finis . . . . .	6
3.3	Équations intégrales et méthode multipôle rapide en électromagnétisme . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>10</b>
4.1	Propagation d'ondes électromagnétiques . . . . .	10
4.2	Mécanique des fluides et problèmes connexes . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>13</b>
5.1	AS_ELFIP_FMM . . . . .	13
5.2	NS3IFS . . . . .	13
5.3	Simu_ESD . . . . .	14
5.4	MAXWELL/VF . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>15</b>
6.1	Électromagnétisme . . . . .	15
6.1.1	Résolution rapide des équations intégrales pour l'électromagnétisme en domaine fréquentiel . . . . .	15
6.1.2	Volumes finis centrés pour l'électromagnétisme en domaine temporel . . . . .	15
6.1.3	Volumes finis multi-échelles en espace et en temps pour l'électromagnétisme en domaine temporel . . . . .	16
6.1.4	Solutions périodiques des systèmes de Maxwell et Vlasov-Maxwell . . . . .	17
6.1.5	Environnement plasmique des satellites . . . . .	18
6.2	Mécanique des fluides et problèmes connexes . . . . .	18
6.2.1	Interaction fluide compressible-structure . . . . .	18
6.2.2	Simulations numériques d'effets du vent sur des structures souples . . . . .	19
6.2.3	Améliorations du solveur fluide dans NS3IFS . . . . .	19
6.2.4	Simulation et contrôle des effets du vent . . . . .	20
6.2.5	Plate-forme de couplage . . . . .	20
6.2.6	Méthodes en maillages mobiles auto-adaptatifs . . . . .	21
6.2.7	Méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes pour des gaz non polytropiques . . . . .	21
6.2.8	Modèles cinétiques . . . . .	22
6.3	Méthodes de décomposition de domaine . . . . .	23
6.3.1	Décomposition de domaine sans recouvrement pour le calcul d'écoulements compressibles . . . . .	23
6.3.2	Étude de conditions d'interfaces optimisées pour les équations d'Euler 2D et 3D . . . . .	24

6.3.3	Méthodes de décomposition de domaines pour l'équation de Helmholtz . . . . .	25
<b>7</b>	<b>Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>25</b>
7.1	Actions nationales . . . . .	25
7.1.1	Résolution parallèle d'équations intégrales . . . . .	25
7.1.2	Simulation numérique d'effets du vent en génie civil . . . . .	25
7.1.3	Biomécanique numérique des fluides . . . . .	26
7.2	Actions internationales . . . . .	27
7.2.1	Méthodes non conformes et décomposition de domaines . . . . .	27
<b>8</b>	<b>Diffusion de résultats</b>	<b>27</b>
8.1	Animation de la Communauté scientifique . . . . .	27
8.1.1	Journées Nice-Toulon-Marseille . . . . .	27
8.1.2	GdR Sparch . . . . .	28
8.1.3	Comités de rédaction de revues . . . . .	28
8.1.4	Divers . . . . .	28
8.2	Enseignement . . . . .	28
8.3	Thèses et stages . . . . .	28
8.3.1	Thèses soutenues en 2001 . . . . .	28
8.3.2	Thèses en cours . . . . .	29
8.3.3	Directions de thèses et encadrement de stages . . . . .	29
8.3.4	Rapports et participations à des jurys . . . . .	29
8.3.5	Stages effectués dans le projet . . . . .	30
8.4	Participation à des colloques, séminaires, invitations . . . . .	30
<b>9</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>30</b>

*CAIMAN est un projet commun à l'INRIA, à l'ENPC (École Nationale des Ponts et Chaussée) via le CERMICS (Centre d'Enseignement et de Recherche en Mathématiques, Informatique et Calcul Scientifique), au CNRS et à l'UNSA (université de Nice-Sophia Antipolis), via le Laboratoire J.-A. Dieudonné (UMR 6621).*

## 1 Composition de l'équipe

### Responsable scientifique

Serge Piperno [IPC, ENPC]

### Assistante de projet

Sabine Barrère [adjoint administratif, ENPC]

### Personnel INRIA

Loula Fezoui [DR]

Stéphane Lanteri [CR]

### Personnel ENPC

Nathalie Glinsky-Olivier [CR Équipement, temps partiel à 80%]

### Personnel UNSA (UMR 6621)

Frédéric Poupaud [Professeur, UNSA]

### Personnel CNRS

Thierry Goudon [en détachement CNRS au Laboratoire J.-A. Dieudonné (UMR 6621)]

### Chercheurs invités

Ulrich Hetmaniuk [Doctorant, université du Colorado à Boulder, du 1/6 au 1/8]

Marwan Moubachir [Doctorant, LCPC, 12/2 au 23/2 et 15/10 au 26/10]

### Chercheurs doctorants

Emmanuel Bongiovanni [boursier ENPC]

Nicolas Canouet [boursier FT R&D]

Olivier Chanrion [boursier CIFRE Alcatel]

Victorita Dolean [boursière INRIA, jusqu'au 1/5]

Gilles Fourestey [boursier ENPC]

Maud Meriaux-Poret [boursière ENPC]

Guillaume Sylvand [IPC]

### Stagiaire

Imad Hafidi [stage de DEA du 15/3 au 13/7]

## 2 Présentation et objectifs généraux

Le projet vise à proposer des améliorations pour la simulation numérique d'écoulements complexes en interaction (interaction fluide-structure, épitaxie,...) et de phénomènes liés à l'électromagnétisme. Les thèmes scientifiques abordés s'étendent de la modélisation de phénomènes physiques à la mise au point et à l'analyse de méthodes numériques. On s'intéresse également à leur validation sur des configurations réalistes et leur implémentation algorithmique, notamment sur des machines parallèles.

### Axes de recherche

- Électromagnétisme :
  - Dans le domaine fréquentiel, nous travaillons sur divers aspects relatifs aux équations intégrales (analyse microlocale, méthode multipôle rapide). Les principales applications sont le calcul de SER (surfaces équivalentes radar) et de diagrammes d'antennes.
  - Dans le domaine temporel, nous développons des méthodes de volumes finis issues de la mécanique des fluides, adaptées à l'électromagnétisme. Nous nous intéressons aux couplages de schémas et à l'utilisation de grilles non structurées de tailles différentes avec des pas de temps différents. Enfin, nous examinons certains problèmes de couplage avec des gaz raréfiés chargés (plasmas), dont l'application essentielle est l'environnement spatial des satellites.
- Écoulements complexes :
  - En épitaxie, nous cherchons à prendre en compte des lois d'état complexes (gaz non polytropiques) et à examiner en volumes finis non structurés des problèmes de combustion et de dépôt.
  - En interactions fluide-structure, nous cherchons des critères pour construire des algorithmes de couplage (faible, décalé) précis et efficaces. Nous nous intéressons à de nouveaux domaines d'application faisant intervenir des fluides incompressibles (vent en génie civil, écoulements sanguins et pulmonaires en génie biomédical).

### Relations internationales et industrielles

Participation au Groupe de Recherche Sparch. Contrats avec EADS, Alcatel Space Industries, France Télécom R&D. Collaborations avec l'ONERA, les universités de Nice, de Provence, de Paris 6 et du Colorado à Boulder.

## 3 Fondements scientifiques

### 3.1 Couplages de modèles et de méthodes

**Mots clés** : couplage, modélisation, électromagnétisme, mécanique des fluides, interaction fluide-structure, analyse numérique, élément fini, volume fini, maillage non structuré.

**Participants** : Serge Piperno, Loula Fezoui, Frédéric Poupaud, Olivier Chanrion, Gilles Fourestey, Nicolas Canouet.

#### **Glossaire** :

**couplage** interaction entre plusieurs sous-systèmes, dont les évolutions simultanées s'influencent mutuellement. Par exemple, un couplage physique peut intervenir entre plusieurs sous-systèmes d'un modèle. De même, un couplage numérique de différentes méthodes peut s'avérer nécessaire pour la simulation numérique d'un problème couplé.

**algorithme de couplage** algorithme particulier, construit pour la simulation numérique d'un problème couplé, permettant la réutilisation modulaire de méthodes numériques pré-existantes relatives à chaque sous-système. Sans construction particulière, un algorithme de couplage n'hérite pas des propriétés numériques des méthodes sur lesquelles il repose.

**Résumé :** *L'ensemble des modèles abordés par le projet regroupe des modèles très classiques en électromagnétisme et en mécanique des fluides, qui sont cependant souvent sous une forme particulière (hétérogène, multiespèce, multiphasique, etc...) et qui apparaissent dans des problèmes couplés (Vlasov-Maxwell, interactions fluide-structure, etc...). On s'intéresse aussi bien à la mise au point de méthodes numériques adaptées à chaque sous-problème, efficaces et extensibles à des cas réalistes, qu'à leur couplage proprement dit.*

Les thèmes de recherche du projet sont très variés; ils vont de la propagation d'ondes électromagnétiques à des couplages complexes tels que l'interaction champ-matière ou fluide-structure. Le dénominateur commun à ces différents thèmes est la conception de méthodes numériques fiables et précises pour la simulation sur ordinateur.

Les modèles mathématiques sous-jacents se ramènent néanmoins à quelques équations très classiques comme le système de Maxwell pour la propagation d'ondes électromagnétiques et les équations de Navier-Stokes pour la simulation d'écoulements de fluides. Cependant, la complexité des phénomènes étudiés peut modifier le modèle mathématique connu sous sa forme la plus classique. Ainsi, le système de Maxwell sera à coefficients constants ou variables selon le milieu de propagation considéré (homogène ou non <sup>[PR00]</sup>), les équations de Navier-Stokes prendront une forme différente selon le type d'écoulement (compressible ou non) ou nature du fluide (à une ou plusieurs espèces). Les problèmes de couplage font intervenir d'autres équations, telles que celle de Vlasov dans l'étude du mouvement de charges dans un champ électromagnétique <sup>[BP00a]</sup> ou une équation d'élasticité dans les interactions fluide-structure. Ces domaines sont assez ouverts aussi bien sur le plan numérique que théorique.

Parallèlement à la construction de méthodes numériques pour la simulation des phénomènes de couplage, le projet investit dans la recherche de résultats plus théoriques tels que la convergence vers l'état périodique du problème continu pour Vlasov/Maxwell <sup>[Bos99]</sup> ou l'analyse de stabilité du couplage pour l'interaction fluide-structure [20]. Ces travaux jouent un rôle important dans la compréhension des problèmes divers qui surgissent lors de la simulation numérique d'un phénomène de couplage. Par exemple, l'utilisation de méthodes dont la stabilité et la précision sont prouvées pour chacun des sous-modèles ne garantit nullement la stabilité ou la précision de l'ensemble [8].

Un principe commun à l'ensemble des applications envisagées dans le projet sert de guide dans la recherche et la construction des méthodes numériques qui seront retenues. Celles-ci doivent permettre les extensions futures nécessitées par des applications réalistes issues du milieu industriel. Ces extensions incluent l'aspect tridimensionnel, la prise en compte de géométries complexes, le calcul en temps long et l'ouverture vers d'autres applications (possibilités d'extension vers d'autres couplages). Pour donner un exemple, une méthode élégante, fiable et précise, développée pour un modèle scalaire à une variable d'espace pourra s'avérer très coûteuse voire inapplicable pour le même modèle mathématique considéré sous la forme d'un

- 
- [PR00] F. POUPAUD, M. REMAKI, « Existence et unicité des solutions du système de Maxwell pour des milieux hétérogènes non réguliers », *Note aux C.R.A.S. t. 330 Série I*, 2000, p. 99–103.
- [BP00a] M. BOSTAN, F. POUPAUD, « Periodic solutions of the Vlasov Poisson system with boundary conditions », *Math. Models Methods Appl. Sci.* 10, 5, 2000, p. 651–672.
- [Bos99] M. BOSTAN, *Schémas numériques pour la résolution du système de Vlasov-Maxwell*, Thèse en mathématiques appliquées, université de Nice - Sophia Antipolis, avril 1999.

système à plusieurs variables, dans une géométrie plus complexe qu'un cube ou un cylindre. Cependant, de tels modèles simplifiés (quand on en dispose) sont précieux pour l'analyse détaillée d'une méthode avant le développement d'un code de calcul tridimensionnel.

La volonté affichée de construire des méthodes numériques extensibles explique l'intérêt que nous portons aux méthodes de type éléments finis et/ou volumes finis en maillages quelconques [4]. Ces méthodes sont en général plus difficiles à mettre en œuvre sur machine et à analyser [Pip00] (stabilité et convergence) dans les contextes réalistes d'utilisation (systèmes d'équations à plusieurs variables). On pallie ce manque de résultats théoriques par des comparaisons numériques réalisées en interne ou en collaboration et par la participation à des ateliers de travail nationaux ou internationaux.

### 3.2 Équations de conservation et volumes finis

**Mots clés :** volume fini, maillage non structuré, électromagnétisme, mécanique des fluides, problème de Riemann, monotonie, formulation ALE, maillage mobile.

**Participants :** Serge Piperno, Loula Fezoui, Nathalie Glinsky-Olivier, Emmanuel Bongiovanni, Maud Mériaux-Poret, Nicolas Canouet.

#### Glossaire :

**volumes finis** famille de méthodes numériques reposant sur une partition du domaine en volumes de contrôle, pour lesquels seule une valeur moyenne des inconnues est calculée. Pour des lois de conservation, les échanges entre volumes de contrôle se font par l'intermédiaire de flux, de manière automatiquement conservative.

**lois de conservation** une loi de conservation est une équation aux dérivées partielles d'une grandeur scalaire, ne faisant intervenir que des dérivées du premier ordre, en temps ou en espace, de fonctions de la grandeur considérée (par exemple,  $\partial_t u + \partial_x f(u) = 0$ ). Pour une inconnue vectorielle, on parle de système de lois de conservation.

**solveur de Riemann** un solveur de Riemann est une fonction, donnant une valeur exacte ou approchée de la solution d'un problème de Riemann à l'origine. Un problème de Riemann est un problème de Cauchy particulier dont la donnée initiale est constituée de deux états constants, de part et d'autre de l'origine. Les deux états constants sont les arguments du solveur de Riemann.

**Résumé :** *Les méthodes de volumes finis sont utilisées depuis longtemps pour la simulation numérique en mécanique des fluides. Elles permettent d'approcher des solutions presque nécessairement discontinues, tout en conservant de bonnes propriétés (conservativité, précision, monotonie, etc...). Ces méthodes ont trouvé une seconde jeunesse avec leur application à l'électromagnétisme, notamment pour les cas hétérogènes, et les applications de la mécanique des fluides où les domaines sont déformables (interactions fluide-structure, écoulements moteur, etc...)*

---

[Pip00] S. PIPERNO, «  $L^2$ -stability of the upwind first order finite volume scheme for the Maxwell equation in two and three dimensions on arbitrary unstructured meshes », *RAIRO Modél. Math. Anal. Numér.* 34, 1, 2000, p. 139–158.



L'éventail des problèmes considérés dans le projet semble large, mais, pour une grande partie, les équations modèles sont très proches de la mécanique des fluides compressibles : on s'intéresse à des équations et systèmes hyperboliques (linéaires [Rem99] ou non [dLB00]) caractérisés par la propagation d'ondes (électromagnétiques, chocs, etc...). La communauté scientifique s'est d'abord intéressée aux systèmes hyperboliques non-linéaires de la mécanique des fluides [Sod78]. Pour ceux-ci, il n'existe pas dans le cas général de solution régulière, même pour une donnée initiale régulière. Des discontinuités apparaissent et les solutions que l'on cherche à approcher numériquement sortent rapidement des bons espaces attachés aux approximations en éléments finis.

La méthode des volumes finis a été alors proposée. Le principe en est simple : on considère comme espace d'approximation les fonctions constantes par morceaux, ces morceaux ou cellules ou volumes finis étant choisis par l'utilisateur, et issus par exemple d'un maillage de type éléments finis – notamment non structuré – ce qui permet de prendre en compte des géométries complexes. Cette vision des volumes finis est néanmoins réductrice, et fortement influencée par l'approche éléments finis (les volumes finis peuvent être vus comme des éléments finis de type P0).

Cependant, les méthodes en volumes finis prennent un autre sens quand on s'intéresse à une loi ou à un système de lois de conservation. Les valeurs numériques dans chaque cellule peuvent être vues comme des approximations de valeurs moyennes sur la cellule, dont les variations ne dépendent que de flux aux bords de la cellule. Ainsi, il suffit de construire des fonctions de flux numériques, donnant de bonnes approximations de ce qui passe d'une cellule à ses voisines. Automatiquement, la méthode produite est conservative (ce qui sort d'une cellule rentre exactement dans sa voisine). Les flux de bords sont alors construits à l'image de la méthode de Godunov, par un solveur de Riemann exact ou approché (fondé sur des méthodes de décentrage sélectionnant les ondes en fonction de leur provenance) [6]. Dans la mesure du possible, la méthode ainsi construite possède des propriétés de monotonie (principe du maximum, schémas TVD et LED), de consistance, de stabilité, etc... La précision est classiquement élevée grâce à l'adjonction d'une interpolation (par exemple de type MUSCL) et de limiteurs de pente [PD98].

Ces méthodes peuvent être appliquées dans la grande majorité des domaines d'application abordés par le projet, des écoulements multispèces ou multiphasiques à l'électromagnétisme en général. Dans ce domaine particulier (où le système hyperbolique est linéaire), nous sommes particulièrement intéressés par des configurations hétérogènes où les caractéristiques des matériaux peuvent être fortement discontinues [PR00]. Nous continuons à développer des méthodes

- 
- [Rem99] M. REMAKI, *Méthodes numériques pour les équations de Maxwell instationnaires en milieu hétérogène*, Thèse en mathématiques appliquées, École Nationale des Ponts & Chaussées, décembre 1999.
- [dLB00] A. DE LA BOURDONNAYE, « High Order Scheme for a Non Linear Maxwell System Modelling Kerr Effect », *Journal of Computational Physics* 160, 2, 2000, p. 500–521.
- [Sod78] G. A. SOD, « A survey of several finite difference methods for systems of non-linear hyperbolic conservation laws », *Journal of Computational Physics* 27, 1978, p. 1–31.
- [PD98] S. PIPERNO, S. DEPEYRE, « Criteria for the design of limiters yielding efficient high resolution TVD schemes », *Computers and fluids* 27, 2, 1998, p. 183–197.
- [PR00] F. POUPAUD, M. REMAKI, « Existence et unicité des solutions du système de Maxwell pour des

numériques adaptées, et nous avons également construit un nouveau schéma de type volumes finis [Rem00], ayant des propriétés et un coût comparable à ceux de l'universel schéma de Yee, schéma aux différences finies limité aux géométries simplistes.

Enfin, il est important de rappeler ici que les méthodes de volumes finis s'adaptent très simplement pour la simulation numérique de lois de conservation en formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE), en maillages dynamiques à topologie constante, passage presque nécessaire pour la plupart des interactions fluide-structure (où le domaine fluide, complémentaire de la structure, varie avec le temps). De nombreux travaux portent sur l'extension des propriétés habituelles des méthodes de volumes finis (en commençant par celles découlant de la conservation des volumes [7]). Nous sommes également intéressés par des méthodes en maillages mobiles à topologie variable (retraits et ajouts de points).

### 3.3 Équations intégrales et méthode multipôle rapide en électromagnétisme

**Mots clés :** système de Maxwell, acoustique, domaine fréquentiel, élément fini, équation intégrale, méthode multipôle, calcul parallèle.

**Participants :** Guillaume Sylvand, Guillaume Alléon [Centre Commun de Recherche Louis Blériot, EADS], Armel de La Bourdonnaye [Ministère de l'équipement].

#### Glossaire :

**matrice pleine, matrice creuse** une matrice creuse est une matrice dont on sait que les termes sont presque tous nuls (par exemple, une matrice tridiagonale de grande taille est creuse). Par opposition, une matrice pleine est une matrice dont les termes sont *a priori* non nuls.

**équation intégrale** équation fonctionnelle dont l'inconnue apparaît sous un signe d'intégration ; en calcul scientifique, et notamment pour des problèmes en domaine fréquentiel (électromagnétisme, acoustique, mécanique), on utilise une formulation en équation intégrale parce qu'elle permet de ramener des problèmes volumiques (par exemple sur un domaine tridimensionnel englobant un objet) à des problèmes posés sur le contour bidimensionnel de cet objet ; pour les problèmes qui nous intéressent, les systèmes linéaires résultants sont (hélas !) pleins, puisque la formulation intégrale fait intervenir un noyau non local.

**méthode multipôle** algorithme récursif qui permet d'effectuer des produits matrice-vecteur de manière très rapide pour les matrices pleines résultant, après discrétisation, du passage sous forme d'équation intégrale ; fondamentalement, on utilise le fait que les termes de la matrice représentent des interactions entre multipôles élémentaires, dont l'intensité dépend de leurs positions relatives.

**Résumé :** *Pour des problèmes de diffraction d'ondes en domaine fréquentiel, on peut utiliser une formulation intégrale posée sur un contour, mais dont la discrétisa-*

---

milieux hétérogènes non réguliers », *Note aux C.R.A.S. t. 330 Série I*, 2000, p. 99–103.

[Rem00] M. REMAKI, « A New Finite Volume Scheme for Solving Maxwell's System », *COMPTEL- The International Journal for Computation and Mathematics in Electric and Electronic Engineering* 19, 3, 2000, p. 913–931.

*tion fait intervenir un noyau de Green non local et conduit à des systèmes linéaires pleins. La méthode multipôle rapide est un algorithme récursif et parallélisable qui permet d'accélérer les produits matrice-vecteur utilisés lors des inversions itératives de ces systèmes.*

Un des problèmes classiques en électromagnétisme consiste à calculer l'écho radar (ondes électromagnétiques diffractées par un objet) renvoyé par un objet (afin d'optimiser ultérieurement sa furtivité, par exemple). Pour simplifier, on peut donc étudier le cas d'un objet parfaitement conducteur  $\Omega$  de frontière  $\Gamma$  soumis par exemple à une onde plane électromagnétique incidente notée  $E_{inc}$ . On cherche à calculer les courants électriques existants sur  $\Gamma$ , afin d'en déduire le champs électromagnétique diffracté.

La résolution des équations de Maxwell en domaine fréquentiel se ramène alors à résoudre un problème formulé en équation intégrale sous forme variationnelle : *trouver  $\phi \in X$  tel que  $\forall \phi^t \in X$  on ait :*

$$\int_{\Gamma} \int_{\Gamma} (\phi(x) \cdot \phi^t(x') - \frac{1}{k^2} \text{div} \phi(x) \cdot \text{div} \phi^t(x')) \cdot K(x, x') \cdot dx \cdot dx' = - \langle E_{inc}, \phi^t \rangle$$

où  $\phi$  désigne l'inconnue (i.e. le champ de courant sur  $\Gamma$ ),  $\phi^t$  est une fonction-test,  $X$  est un certain espace de fonctions, et  $K(x, x')$  désigne le noyau de Green (solution élémentaire des équations de Maxwell au sens des distributions) :

$$K(x, x') = \frac{e^{ik\|x-x'\|}}{\|x-x'\|}.$$

On résout cette équation par une méthode d'éléments finis de surface, ce qui nous conduit à inverser un système linéaire complexe, plein (les fonctions de Green ne sont pas locales, donc tous les termes de la matrices seront non nuls a priori) et symétrique. Ceci peut se faire par une méthode itérative de type QMR, par exemple. Celle-ci nécessite de réaliser des produits matrice-vecteur, ce qui implique un temps de calcul et un espace de stockage proportionnels à  $n^2$ , où  $n$  est le nombre d'inconnues du problème. Pour des fréquences élevées (GigaHertz) et des objets de grande taille (avions),  $n$  peut facilement dépasser le million [3]. Ce  $n^2$  est la principale limitation à ce type de calcul.

La méthode multipôle rapide [5] permet de s'en affranchir. Elle consiste à remplacer un produit matrice-vecteur "classique" par un produit matrice vecteur approché (voir [2] pour une description pédagogique). On sépare les interactions entre éléments en fonction de leur caractère proche ou lointain, les interactions lointaines étant regroupées afin d'être gérées collectivement. On distingue les algorithmes mono-niveau de temps en  $n^{3/2}$  (la surface  $\Gamma$  est découpée en domaines de diamètre  $\lambda/2$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de  $E_{inc}$ ) des algorithmes multi-niveaux de temps en  $n \log n$  ( $\Gamma$  est découpée récursivement). L'algorithme multi-niveaux (Fast Multipole Method - FMM) s'articule autour d'un *octree*. Il s'agit d'un arbre 3D dont la racine est un cube contenant  $\Gamma$ . Le niveau 1 est obtenu en divisant ce cube en 8 sous-cubes identiques, dont on ne conserve que ceux qui coupent  $\Gamma$ . On répète ce processus de division jusqu'à ce que les feuilles de l'arbre aient une arête suffisamment petite (de l'ordre de  $\lambda/2$  en pratique). Lors de la réalisation d'un produit matrice vecteur  $Y = AX$ , on commence par répartir les valeurs du vecteur  $X$  dans les feuilles de l'*octree*. Ensuite, le calcul complet se fait en 6 étapes :

1. interactions proches : chaque feuille de l'arbre interagit avec ses voisines via une petite matrice d'interaction pleine ;
2. initialisation : on calcule pour chaque feuille sa fonction de radiation sortante  $\mathcal{F}$  en fonction des valeurs de  $X$  ;
3. montée : on parcourt l'arbre des feuilles vers la racine en calculant à chaque niveau les fonctions de radiation sortante  $\mathcal{F}$  ;
4. transfert : on transforme les fonctions sortantes  $\mathcal{F}$  en fonctions rentrantes  $\mathcal{G}$  ;
5. descente : on parcourt l'arbre de la racine vers les feuilles en calculant à chaque niveau les fonctions de radiation rentrante  $\mathcal{G}$  ;
6. intégration : les fonctions de radiation rentrante  $\mathcal{G}$  des feuilles sont intégrées. Le résultat de cette intégration est ajouté au calcul des interactions proches pour donner  $Y$ .

Les différentes étapes du calcul sont traitées niveau par niveau, à chaque fois une phase de communication précède une phase de calcul. Le contenu de ces phases est stocké sous la forme d'une liste chaînée de tâches élémentaires. Celle-ci est créée au début du calcul sur chaque processeur, puis elle est relue à chaque produit matrice-vecteur.

## 4 Domaines d'applications

### 4.1 Propagation d'ondes électromagnétiques

**Mots clés** : télécommunications, santé, ingénierie, environnement des satellites, compatibilité électromagnétique, furtivité radar, acoustique, antenne.

**Résumé** : *Nous nous intéressons à la propagation d'ondes en domaine temporel, aux problèmes de diffraction en domaine fréquentiel, et enfin aux plasmas et au transport de particules chargées dans un champ électromagnétique. Les applications visées concernent les satellites, les antennes, la furtivité (électromagnétique et acoustique), la compatibilité électromagnétique.*

Les méthodes numériques que nous développons pour la simulation numérique de phénomènes électromagnétiques en domaine temporel (sans supposer d'oscillations harmoniques à fréquence donnée) et en domaine fréquentiel nous permettent d'attaquer des environnements physiques très différents et donc des domaines d'applications riches, en télécommunications ou en ingénierie : calcul, caractérisation et optimisation d'antennes, compatibilité électromagnétique, furtivité radar, modélisation de matériaux absorbants entre autres.

Pour ce qui est des simulations en domaine temporel, notre but est de construire des méthodes précises et efficaces en vue de simulations numériques complexes : géométries quelconques, milieu hétérogène, sources de courant filaires ou surfaciques, etc... Pour atteindre ce but, nous commençons par adapter des méthodes existantes (volumes finis centrés aux sommets du maillage ou confondus avec les éléments, flux numériques décentrés <sup>[Pip00]</sup> ou centrés

---

[Pip00] S. PIPERNO, «  $L^2$ -stability of the upwind first order finite volume scheme for the Maxwell equation in two and three dimensions on arbitrary unstructured meshes », *RAIRO Modél. Math. Anal. Numér.* 34, 1, 2000, p. 139–158.

[21], milieu PML <sup>[BP97]</sup>) au cas du système de Maxwell, en prenant désormais en compte un milieu éventuellement fortement hétérogène <sup>[PR00]</sup>. Ensuite, ces méthodes sont comparées avec d'autres méthodes beaucoup plus couramment utilisées (schéma aux différences finies de Yee par exemple [9]) en termes de précision, stabilité et efficacité. Enfin, nous cherchons à construire des méthodes hybrides combinant les avantages des différentes méthodes, en utilisant les méthodes adéquates dans les parties du domaine de calcul où elles s'avèrent les mieux adaptées <sup>[Rem99]</sup>. Sur ce thème précis, nous travaillons actuellement à la construction d'une méthode complète en volumes finis, permettant de traiter des maillages non structurés, pour des problèmes éventuellement hétérogènes (par exemple pour des applications dans le domaine de la santé), par des schémas explicites efficaces sur plusieurs sous-domaines (avec pas de temps et tailles de grilles adaptés localement).

En domaine fréquentiel, la méthode des éléments finis de frontière, fondée sur une formulation intégrale, permet de traiter des problèmes de grande taille de manière efficace (problèmes multi-secondes membres), à condition de pouvoir résoudre des systèmes linéaires de plusieurs millions d'inconnues. Sur ce point, le projet a investi dans des approches prometteuses, comme la discrétisation microlocale <sup>[dLB98]</sup> (en approximation haute fréquence) ou plus récemment la méthode multipôle rapide [5], cette dernière étant facilement adaptable à l'acoustique (équation de Helmholtz), pour laquelle nous nous intéressons également à la formulation mathématique de méthodes de sous-domaines (décomposition de domaine) efficaces. Une application possible est la furtivité acoustique d'un sous-marin par exemple. La méthode multipôle peut s'appliquer à différentes formulations intégrales. Notre expertise d'accélération peut donc s'étendre à divers codes ou problèmes.

Nous nous intéressons enfin aux plasmas et au transport de particules chargées en général, dont une application directe est l'étude de l'environnement électromagnétique et plasmique spatial des satellites. Ceux-ci sont soumis à des ondes, présentent de fortes différences de potentiels (causes d'ionisation et de décharges électrostatiques) et baignent dans un nuage de particules, chargées ou non, dont la nature se rapproche de celle du plasma en certains points et de celle du fluide continu en d'autres (notamment à la sortie des propulseurs chimiques ou plasmiques). Même si la physique des satellites est plutôt électrostatique (système de Vlasov-Poisson), les techniques mises en œuvre dans d'autres domaines électromagnétiques, notamment à propos du transport de particules chargées (couplage d'une méthode de volumes finis et d'une méthode particulière déterministe pour le système de Vlasov-Maxwell), peuvent être utilisées. Sur ce domaine d'application, un gros effort de choix de modèles mais aussi de validation numérique est encore nécessaire. Nous pouvons mettre nos compétences au service d'interlocuteurs soucieux du sens physique des résultats expérimentaux ou numériques dont ils

- 
- [BP97] F. BONNET, F. POUPAUD, « Bérenger absorbing boundary condition with time finite volume scheme for triangular meshes », *Applied Numerical Mathematics* 25, 4, 1997, p. 333–354.
- [PR00] F. POUPAUD, M. REMAKI, « Existence et unicité des solutions du système de Maxwell pour des milieux hétérogènes non réguliers », *Note aux C.R.A.S. t. 330 Série I*, 2000, p. 99–103.
- [Rem99] M. REMAKI, *Méthodes numériques pour les équations de Maxwell instationnaires en milieu hétérogène*, Thèse en mathématiques appliquées, École Nationale des Ponts & Chaussées, décembre 1999.
- [dLB98] A. DE LA BOURDONNAYE, *Aspects récents en méthodes numériques pour les équations de Maxwell*, *Collection Didactique*, INRIA, 1998, <http://www.inria.fr/rrrt/d-018.html>.

disposent.

## 4.2 Mécanique des fluides et problèmes connexes

**Mots clés :** santé, ingénierie, transports, environnement, télécommunications, algorithme de couplage, interaction fluide-structure, milieu multiphasique, combustion, gaz réel, volume fini, élément fini, maillage non-structuré, ordre élevé, maillage dynamique, feu de forêt, génie civil, écoulement sanguin.

**Résumé :** *Nous nous intéressons à plusieurs problèmes physiques, pour lesquels la mécanique des fluides classique est couplée à d'autres phénomènes, notamment les interactions entre un fluide (compressible ou non) et une structure, et les écoulements réalistes multiphasiques et/ou réactifs. Les applications visées concernent l'aéronautique, le génie civil (stabilité aéroélastique des structures) et les écoulements sanguins d'une part, les feux de forêt et l'épitaxie, d'autre part.*

Nous nous intéressons à plusieurs problèmes physiques, pour lesquels la mécanique des fluides classique est couplée à d'autres phénomènes. C'est par exemple le cas des interactions fluide-structure, de la combustion en milieu multiphasique et des écoulements de gaz réels à loi d'état complexe.

Le domaine d'application des interactions fluide-structure est multiple, on en retrouve par exemple dans les domaines de la santé, des transports et de l'ingénierie en général. On peut distinguer les applications où le fluide est supposé compressible (écoulement gazeux où le nombre de Mach est supérieur à 0.3) des applications où le fluide est incompressible (écoulements liquides ou gazeux avec faible nombre de Mach). Le principal domaine d'application des cas compressibles est l'aéronautique. Les instabilités aéroélastiques jouent un rôle prépondérant dans la limitation des domaines de vol des avions en général (civils et militaires), pour lesquels on recherche à la fois une manœuvrabilité et une efficacité optimales. Nous travaillons dans ce cadre avec l'équipe du Professeur Charbel Farhat à l'université du Colorado à Boulder, plus particulièrement sur les algorithmes de couplage [8]. La définition de ces algorithmes est déterminante pour optimiser le compromis habituel entre l'efficacité et la précision des codes ainsi assemblés. Les domaines d'applications des cas incompressibles sont divers. Nous commençons à définir des problèmes modèles d'écoulements sanguins, et, en collaboration notamment avec les projets M3N et MACS, dans le cadre de l'ARC Vitesv, nous espérons simuler le comportement de vaisseaux collabables (susceptibles de s'écraser) et d'anévrismes. D'autre part, nous nous intéressons à la simulation de l'effet du vent sur de grandes constructions du génie civil [PB99]. Dans ce cadre, nous sommes partenaires d'un thème de recherche du LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées), qui concerne entre autres le CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) et le SETRA (Service d'études Techniques des Routes et Autoroutes).

Nous nous intéressons également à des écoulements réalistes en mécanique des fluides multiphasiques et/ou réactifs. Nous avons acquis une certaine expertise sur les modèles de combustion en milieu multiphasique (qui s'applique aux incendies de forêt par exemple). D'autre

---

[PB99] S. PIPERNO, P.-E. BOURNET, « Numerical simulations of wind effects on flexible civil engineering structures », *Revue Européenne des Eléments Finis* 8, 5-6, 1999, p. 659-687.

part, la simulation numérique d'un réacteur de dépôt chimique est une activité en plein essor dans le projet. Cette technique, l'épithaxie [EGS97], d'une importance industrielle considérable, consiste à injecter des précurseurs dans un réacteur chauffé contenant un substrat sur lequel se dépose une fine couche cristalline. La géométrie complexe du réacteur implique l'utilisation de maillages non structurés. La modélisation du réacteur doit prendre en compte les phénomènes de transfert thermique au sein du réacteur, l'écoulement tridimensionnel de type convection mixte et la cinétique chimique. Enfin, de nombreux problèmes, dont le problème de l'épithaxie cité plus haut, concernent des écoulements à haute température pour lesquels le gaz ne peut être considéré comme polytropique, c'est-à-dire que la relation entre l'énergie interne et la température n'est plus linéaire, mais donnée par une loi polynomiale ou parfois même seulement par des tables. On étudie alors une méthode de relaxation d'énergie [CP98], pour laquelle un solveur classique peut être utilisé et adapté simplement. Le but ici est de produire à terme un logiciel de simulation d'épithaxie en géométrie complexe tridimensionnelle.

## 5 Logiciels

### 5.1 AS\_ELFIP\_FMM

**Mots clés** : électromagnétisme, équations de Maxwell, domaine fréquentiel, élément fini, équation intégrale, méthode multipôle, calcul parallèle.

**Participants** : Guillaume Sylvand [Correspondant], Guillaume Alléon [Centre Commun de Recherche Louis Blériot, EADS].

Le code AS\_ELFIP est un logiciel développé en interne par EADS pour résoudre les équations de Maxwell fréquentielles via une formulation intégrale. Le programme inverse un système linéaire plein par une méthode directe ou itérative. Nous avons implémenté dans ce code une méthode multipôle rapide parallèle permettant de traiter des problèmes beaucoup plus volumineux en des temps bien inférieurs. Le logiciel obtenu, baptisé AS\_ELFIP\_FMM, permet par exemple de résoudre un problème à 13,5 millions d'inconnues en 20 heures sur une machine IBM/SP3 à 32 processeurs (ce qui avec une méthode "classique" reviendrait à inverser une matrice pesant ..2,5 millions de GigaOctets).

### 5.2 NS3IFS

**Mots clés** : interaction fluide-structure, fluide visqueux incompressible, maillage mobile, élément fini, coque, modulef, génie civil, écoulement sanguin.

**Participants** : Serge Piperno [Correspondant], Gilles Fourestey, Marina Vidrascu [projet MACS], Dominique Chapelle [projet MACS], Marc Thiriet [projet M3N et LAN]

---

[EGS97] A. ERN, V. GIOVANGIGLI, M. SMOOKE, « Detailed modeling of three-dimensional chemical vapor deposition », *Journal of Crystal Growth* 180, 1997, p. 670–679.

[CP98] F. COQUEL, B. PERTHAME, « Relaxation of energy and approximate Riemann solvers for general pressure laws in fluid dynamics », *SIAM Journal of Numerical Analysis* 35, 1998, p. 2223–2249.

université Paris 6], Jean-Frédéric Gerbeau [projet M3N], Stéphanie Salmon [projet M3N].

Le logiciel NS3IFS permet la simulation d'un écoulement incompressible visqueux (équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible) instationnaire en maillage mobile, ainsi que la simulation couplée de la dynamique d'une structure simple. Allié au COUPLEUR [Bec99] développé dans le cadre de l'ARC "Simulations numériques d'interactions fluide-structure en génie civil et ingénierie biomédicale" [Pip99], ce programme permet maintenant de simuler des écoulements autour de structures modélisées par des coques (comme des vaisseaux sanguins par exemple), grâce à la librairie MODULEF [Cha99], maintenant disponible librement. Pour l'instant, ces programmes (NS3IFS et COUPLEUR) sont en accès restreints aux membres de l'ARC et du Thème de Recherche LCPC en cours. Leur forme est plutôt celle d'un logiciel prototype. Le logiciel est encore au centre de l'ARC Vitesv [Thi01a].

### 5.3 Simu\_ESD

**Mots clés** : équation de Poisson, équation de dérive-diffusion, équation d'Euler, ionisation, décharge sous vide, désorption, plasma.

**Participant** : Serge Piperno [Correspondant].

Le logiciel Simu\_ESD simule la propagation d'une décharge électrostatique de type diélectrique. Il est basé sur une méthode de type fluide. La décharge est produite par un couplage entre trois types de particules (électrons, ions, molécules neutres). Ce couplage se fait via les phénomènes de désorption, d'ionisation, de recombinaison ainsi que par l'équation de Poisson. Ce code utilise des méthodes de différences finies, de volumes finis et d'éléments finis, qui sont couplées. Il a plutôt la forme d'un prototype très pointu que d'un code industriel.

### 5.4 MAXWELL/VF

**Mots clés** : électromagnétisme, équations de Maxwell, domaine temporel, volume fini, milieu hétérogène, calcul parallèle.

**Participant** : Loula Fezoui [Correspondant].

Le logiciel MAXWELL/VF est un code développé par le projet et SIMULOG qui permet la simulation de la propagation d'ondes électromagnétiques instationnaires par une méthode de volumes finis centrés aux nœuds. Il s'insère dans une chaîne logicielle allant du mailleur à la visualisation en passant par la décomposition de maillages pour des traitements en mode parallèle. Des simulations de calcul en grande taille sont possibles sur des réseaux de stations ou de PC. Ce code est fondé sur des méthodes numériques issues de la dynamique des fluides. La

---

[Bec99] R. BECKER, « COUPLEUR », 1999, <http://www-sop.inria.fr/caiman/AIIFS/perspectives.html>.

[Pip99] S. PIPERNO, 1999, <http://www-sop.inria.fr/caiman/AIIFS/>.

[Cha99] D. CHAPPELLE, 1999, <http://www-rocq.inria.fr/modulef/>.

[Thi01a] M. THIRIET, 2001, <http://www-rocq.inria.fr/Marc.Thiriet/BMNFgp/Work/arc0102.html>.



diffusion numérique inhérente le rend peu précis pour des calculs de résonance. Une évolution fondée sur les derniers résultats de recherche au sein du projet viendra à maturité dans un an.

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 Électromagnétisme

#### 6.1.1 Résolution rapide des équations intégrales pour l'électromagnétisme en domaine fréquentiel

**Mots clés** : système de Maxwell, acoustique, domaine fréquentiel, élément fini, équation intégrale, méthode multipôle rapide, Fast Multipole Method (FMM), calcul parallèle.

**Participants** : Guillaume Sylvand, Armel de La Bourdonnaye [Ministère de l'équipement].

Toujours dans le but de contribuer à la simulation numérique des phénomènes de propagation d'ondes électromagnétiques, nous nous intéressons à la résolution itérative rapide des systèmes (complexes, non hermitiens) linéaires issus de la formulation intégrale du système de Maxwell en domaine fréquentiel, après discrétisation en éléments finis de surface. Les systèmes obtenus sont pleins, et le problème est souvent multi-second membre. D'autre part, l'objet doit être discrétisé assez finement (ici au moins huit points par longueur d'onde) et les systèmes linéaires deviennent très gros dès que la taille de l'objet augmente (par exemple, on atteint un système linéaire de taille un million pour un avion de diamètre égal à soixante longueurs d'onde). La méthode multipôle rapide (Fast, Multipole Method, FMM) permet d'accélérer notablement les produits matrice-vecteur et de rendre une résolution itérative bien plus rapide.

Nous avons cette année obtenu d'excellentes performances pour notre code multipôle tant en exécution parallèle qu'en exécution séquentielle. Sur des machines mono-processeurs (type PC), nous pouvons désormais résoudre des problèmes comportant jusqu'à un million d'inconnues en une vingtaine d'heures. En mode parallèle, sur IBM/SP3 et Origin3800 (au CINES), nous pouvons résoudre des cas de calculs réalistes (c'est-à-dire non sphériques) ayant plus de dix millions d'inconnues (soit un diamètre supérieur à 250 longueurs d'onde) en moins de 24 heures sur 32 processeurs, ce qui place notre implémentation de la Méthode Multipôle Rapide (FMM) parmi les plus performantes.

Nous avons par ailleurs travaillé sur des préconditionneurs efficaces pour ce type de problèmes. Nous avons d'une part développé un préconditionneur SPAI-TREE parallèle, qui cherche un inverse creux approché du système, en réutilisant une structuration des données issues de la Méthode Multipôle Rapide (FMM) sous forme d'arbre. Nous travaillons d'autre part avec le Cerfacs sur les préconditionneurs dits flexibles, qui tirent partie de la précision ajustable de la FMM pour tenter d'accélérer la convergence.

#### 6.1.2 Volumes finis centrés pour l'électromagnétisme en domaine temporel

**Mots clés** : système de Maxwell, domaine temporel, maillage non structuré, volume fini,

schéma centré élément, stabilité, schéma de Yee.

**Participants** : Serge Piperno, Loula Fezoui, Nicolas Canouet, Stéphane Lanteri, Imad Hafidi.

Pour le système de Maxwell en domaine temporel, nous avons proposé une famille de schémas en volumes finis centrés sur les éléments (de forme quelconque) d'un maillage structuré ou non structuré, utilisant des flux centrés comme le schéma proposé par Remaki [Rem00]. Ces schémas sont explicites et de type saute-mouton. Le calcul des flux repose sur une interpolation MUSCL [VL74] dépendant d'un paramètre appelé  $\beta$  en référence à des travaux antérieurs [DGS87]. On parlera donc de  $\beta$ -schémas. En une dimension d'espace, ce schéma conserve exactement un équivalent discret de l'énergie électromagnétique et est donc non diffusif. Pour  $\beta = 0$ , il revient au schéma que nous avons proposé l'année dernière, et pour lequel nous avons démontré la stabilité (nous n'avons hélas que peu avancé dans la généralisation de ces résultats en plusieurs dimensions d'espace).

Nous avons montré en une dimension que pour tout pas de temps et pas d'espace vérifiant la condition de stabilité, il existe un choix de  $\beta$  tel que le schéma associé soit d'ordre 4, ce qui le rend extrêmement compétitif et susceptible d'être utilisé sur des grilles localement raffinées (voir plus loin).

Nous avons également commencé à étudier des versions implicites des schémas en volumes finis avec flux complètement centrés. Dans la cadre du stage de DEA d'Imad Hafidi, nous avons montré qu'on pouvait construire en une dimension d'espace au moins, un schéma implicite d'ordre deux en temps qui conserve de manière similaire au schéma explicite une énergie discrète et qui est inconditionnellement stable.

### 6.1.3 Volumes finis multi-échelles en espace et en temps pour l'électromagnétisme en domaine temporel

**Mots clés** : système de Maxwell, domaine temporel, maillage non structuré, maillage non conforme, volume fini, schéma centré élément, stabilité.

**Participants** : Serge Piperno, Loula Fezoui, Nicolas Canouet, Claude Dedebean [France Télécom R&D], Stéphane Lanteri, Imad Hafidi.

Dans le but de résoudre les équations de Maxwell en domaine temporel, par sous-domaines et avec des maillages adaptés et raffinés, nous collaborons avec France Télécom R&D sur une étude de schémas multi-échelles en temps et en espace, fondés sur les volumes finis. Après avoir exploré l'année dernière quelques pistes sur des algorithmes de couplage, nous avons

- 
- [Rem00] M. REMAKI, « A New Finite Volume Scheme for Solving Maxwell's System », *COMPEL- The International Journal for Computation and Mathematics in Electric and Electronic Engineering* 19, 3, 2000, p. 913–931.
- [VL74] B. VAN LEER, « Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme II: Monotonicity and conservation combined in a second order scheme », *J. Comput. Phys.* 14, 1974, p. 361–370.
- [DGS87] J.-A. DÉSIDÉRI, A. GOUDJO, V. SELMIN, « Third-order numerical schemes for hyperbolic problems », *rapport de recherche n°RR-607*, INRIA, 1987, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-0607.html>.

cette année adopté une approche plus prometteuse. Nous souhaitons construire grâce aux  $\beta$ -schémas des méthodes numériques en volumes finis conservatifs capables de gérer de fortes hétérogénéités de maillage (avec ou sans conformité) ou de matériau. Dans les deux cas, il s'agit en fait de pouvoir gérer des nombres de Courant locaux hétérogènes, ce qui exclut par exemple les méthodes de différences finies de type Yee [9]. Sur la base des  $\beta$ -schémas, en une dimension d'espace, après avoir montré que pour tout pas de temps et pas d'espace vérifiant la condition de stabilité, il existe un choix de  $\beta$  tel que le schéma associé soit d'ordre 4, nous avons pu proposer un schéma adapté au raffinement de maillage local qui est une extension directe du  $\beta$ -schéma classique. Il s'agit de choisir localement le paramètre  $\beta$  en fonction du pas d'espace de telle sorte que localement le schéma soit d'ordre 4. Le schéma considéré est donc très peu dispersif. Les résultats numériques sont en accord avec les résultats théoriques [31]. Nous menons actuellement l'extension aux dimensions supérieures et aux maillages non structurés.

Dans le cadre du stage de Imad Hafidi, nous avons testé le schéma implicite construit en une dimension d'espace sur des maillages non uniformes (rapports élevés entre des mailles consécutives). Le schéma obtenu, si l'on peut démontrer qu'il est effectivement stable inconditionnellement et conserve exactement une énergie discrète, s'est révélé trop dispersif. Des recherches concernant le  $\beta$  schéma devraient donner de meilleurs résultats.

#### 6.1.4 Solutions périodiques des systèmes de Maxwell et Vlasov-Maxwell

**Mots clés :** Vlasov-Poisson, Vlasov-Maxwell, régime permanent.

**Participants :** Mihai Bostan [Université de Besançon], Frédéric Poupaud.

De nombreux dispositifs (tubes à décharges, canons à électrons) sont basés sur un régime permanent périodique en temps, régime dont la simulation numérique est en général très délicate. En effet, le temps de relaxation vers ce régime est très grand devant la période en temps qui le définit. Cela rend inopérant une utilisation directe d'un code instationnaire. M. Bostan et F. Poupaud ont commencé par établir des résultats théoriques d'existence pour le système de Vlasov-Poisson [BP00a], puis pour le système de Vlasov-Maxwell [BP00b]. La technique de démonstration repose sur un principe d'absorption limite. Cette idée peut être utilisée pour les simulations numériques. En ne modifiant que le schéma en temps d'un code instationnaire et sans connaître a priori la période du régime permanent, on obtient des algorithmes (LAM, Limit Absorbtion Method) qui convergent très rapidement vers les solutions périodiques recherchées [Bos99]. La méthode a été analysée dans [13] et continue à être étudiée.

- 
- [BP00a] M. BOSTAN, F. POUPAUD, « Periodic solutions of the Vlasov Poisson system with boundary conditions », *Math. Models Methods Appl. Sci.* 10, 5, 2000, p. 651–672.
- [BP00b] M. BOSTAN, F. POUPAUD, « Time periodic solution for the Vlasov-Maxwell system in 1D », *Math. Methods Appl. Sci.*, 23, 2000, p. 1195–1221.
- [Bos99] M. BOSTAN, *Schémas numériques pour la résolution du système de Vlasov-Maxwell*, Thèse en mathématiques appliquées, université de Nice - Sophia Antipolis, avril 1999.

### 6.1.5 Environnement plasmique des satellites

**Mots clés** : plasma, propulseur plasmique, magnétosphère, ionisation, équation de Vlasov-Poisson, équation d'Euler isotherme, couplage de modèles.

**Participants** : Olivier Chanrion, Frédéric Poupaud, Thierry Goudon, Serge Piperno, Sylvie Brosse [Alcatel Space Industries], Thierry Dargent [Alcatel Space Industries].

En collaboration avec Alcatel Space Industries (bourse CIFRE), nous achevons une étude sur les problèmes de charges de satellites. Les satellites de communication sont en effet pollués par des dépôts de charges à leur surface. Ces charges peuvent provenir d'une part du plasma spatial environnant et, d'autre part, du combustible éjecté par des moteurs à plasma qui sont de plus en plus utilisés pour le contrôle d'orbite et de positionnement des satellites. Or ces polluants peuvent provoquer des décharges électrostatiques qui peuvent endommager les panneaux solaires ou les dispositifs embarqués. Comprendre les mécanismes qu'ils engendrent a donc un enjeu industriel important.

Au cours de sa thèse qui s'est achevée cette année, Olivier Chanrion a fait tout d'abord un travail de modélisation. Il a ensuite recueilli des données expérimentales au Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés de l'école Polytechnique. La dernière phase de son travail a consisté cette année à développer un code axisymétrique de résolution du système de Vlasov-Poisson pour ce problème. Une méthode particulière pour la résolution de Vlasov est couplée à une méthode d'éléments infinis pour la partie Poisson. Le domaine de calcul est divisé en trois sous-domaines pour tenir compte des différents modèles pertinents pour chaque zone du problème considéré (entre ces zones, des différences énormes entre les longueurs de Debye demandent de changer de modèle propulseur SPT). La thèse devrait avoir été soutenue en fin d'année.

## 6.2 Mécanique des fluides et problèmes connexes

### 6.2.1 Interaction fluide compressible-structure

**Mots clés** : algorithme de couplage, interaction fluide-structure, fluide compressible, maillage dynamique, volume fini, schéma d'ordre élevé.

**Participants** : Serge Piperno, Charbel Farhat [Université du Colorado, Boulder, USA].

La mise au point d'algorithmes de couplage pour la simulation numérique de phénomènes d'interaction entre un fluide compressible et une structure dans un cadre ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) tridimensionnel a été poursuivie. En collaboration avec Charbel Farhat, nous avons continué à appliquer la méthode d'évaluation quantitative de schémas de couplage de type décalé, pour construire de nouveaux algorithmes, toujours de type décalé, mais avec un décalage permettant un traitement simultané des sous-systèmes (parallélisme inter-modèle), contrairement à ce que nous avons fait par le passé. La méthode se révèle imprécise pour des raisons inconnues à ce jour (qu'on pourrait tenter d'analyser sur un modèle linéaire simple). Nous avons cependant proposé des corrections [27], notamment en ajoutant de l'amortissement numérique à haute-fréquence dans le schéma d'intégration de la structure, qui permettent très

simplement de retrouver le comportement stable prédit par notre méthode d'évaluation.

### 6.2.2 Simulations numériques d'effets du vent sur des structures souples

**Mots clés** : interaction fluide-structure, fluide incompressible, maillage dynamique, élément fini, génie civil.

**Participants** : Serge Piperno, Gilles Fourestey, Dominique Chapelle [projet MACS], Frédéric Bourquin [LCPC], Olivier Flamand [CSTB].

Pour la simulation numérique de l'effet du vent sur les constructions souples du génie civil, le code NS3IFS (cf. 5.2) pour la simulation d'interactions fluide incompressible-structure a intégré une méthode des caractéristiques d'ordre 2.

Dans le cadre d'un thème de recherche LCPC, portant sur l'effet du vent sur les ouvrages d'art, nous sommes revenus à la validation du code, notamment pour les profils de pression, en essayant de reproduire le plus fidèlement possible certains résultats expérimentaux obtenus en soufflerie au CSTB. Il semblerait que le code actuel (notamment ses modèles de turbulence) ne permette pas de reproduire correctement les résultats du CSTB (en fait, la reproduction de profils de pression semble beaucoup plus difficile que la restitution de grandeurs intégrales comme la traînée ou la portance <sup>[PB99]</sup>). Nous développons des contacts, cherchons des résultats expérimentaux et menons des expériences pour établir ce point définitivement.

### 6.2.3 Améliorations du solveur fluide dans NS3IFS

**Mots clés** : équation de Navier-Stokes, fluide incompressible, élément fini, méthode des caractéristiques, ordre élevé, problème de Stokes généralisé,.

**Participants** : Gilles Fourestey, Serge Piperno.

Pour la résolution des équations de Navier-Stokes instationnaires pour un fluide incompressible, plus précisément pour le code NS3IFS fondé sur un schéma en temps et une méthode des caractéristiques d'ordre un en maillage fixe <sup>[PM92]</sup>, nous avons implémenté un nouveau schéma globalement d'ordre deux en temps (schéma global implicite et méthode des caractéristiques), y compris lorsqu'on se place dans un maillage mobile (formulation ALE), dans un solveur bidimensionnel et dans le code NS3IFS. Donnant des résultats très satisfaisants sur certains cas-tests, nous avons ensuite essayé d'évaluer l'impact de cette nouvelle méthode sur des problèmes réalistes (écoulements autour de profils). Des instabilités purement numériques sont alors apparues, assez importantes pour polluer les résultats. Nous avons étudié et expliqué la source de ces oscillations, et nous avons proposé des corrections légères, que nous testerons sur les cas dits réalistes.

---

[PB99] S. PIPERNO, P.-E. BOURNET, « Numerical simulations of wind effects on flexible civil engineering structures », *Revue Européenne des Eléments Finis* 8, 5-6, 1999, p. 659–687.

[PM92] C. PARES MADRONAL, *Étude mathématique et approximation numérique de quelques problèmes aux limites de la mécanique des fluides*, thèse de doctorat, université de Paris VI, 1992.

#### 6.2.4 Simulation et contrôle des effets du vent

**Mots clés** : équation de Navier-Stokes, fluide incompressible, élément fini, méthode des caractéristiques, ordre élevé, problème de Stokes généralisé, problème de Stokes linéarisé, contrôle et optimisation.

**Participants** : Gilles Fourestey, Marwan Moubachir [LCPC], Serge Piperno.

On cherche à contrôler des phénomènes d'interaction entre une structure mobile et déformable et un écoulement fluide, visqueux, incompressible, tridimensionnel. Pour cela, ne disposant pas de formulation adjointe (c'est hélas ce genre de formulation qui fournit un algorithme efficace pour des problèmes d'optimisation et de contrôle lorsque le nombre de paramètres devient grand), on résout un problème d'optimisation par le calcul en parallèle de dérivées de Gateau de la solution du problème couplé par rapport aux paramètres d'optimisation. On montre que ce calcul se résume, pour chaque paramètre, à la résolution en temps direct (et non en temps rétrograde pour la formulation adjointe) des équations de Navier-Stokes et d'équations linéarisées (proches des précédentes) en parallèle. A long terme, nous espérons par exemple contrôler les instabilités couplées d'un pont suspendu dans un vent établi. Nous collaborons fortement sur ce sujet avec Marwan Moubachir qui a séjourné un mois dans le projet [Mou01].

#### 6.2.5 Plate-forme de couplage

**Mots clés** : approche multimodèles, parallélisme, algorithme de couplage, programmation objet, génie biomédical, génie civil.

**Participants** : Serge Piperno, Marina Vidrascu [projet MACS], Dominique Chapelle [projet MACS], Jean-Frédéric Gerbeau [projet M3N].

Le code NS3IFS (cf. 5.2) pour la simulation d'interactions fluide-structure, a peu évolué dans ce cadre. Nous avons l'année dernière harmonisé le coupleur [Bec99] disponible avec le formalisme souhaité notamment par les autres projets de l'ancienne ARC. Cette année, nous avons implémenté des algorithmes de couplage plus robustes, permettant notamment de simuler des cas difficiles, comme par exemple la propagation d'une onde de pression dans un vaisseau déformable (modélisé par une coque). Pour ce problème, nous avons développé des algorithmes de piétinement, qui permettent d'avancer à coup sûr. Il s'agit alors à chaque pas de temps de trouver un point fixe dans le "cycle d'interaction" suivant : (1) trouver la position future de la structure, (2) la transmettre au fluide, (3) intégrer le fluide en domaine mobile, (4) calculer la force exercée par le fluide, (5) en déduire une nouvelle position de la structure ayant subi en avançant en temps les forces calculées précédemment. Nous avons également proposé une variante avec point fixe sur les forces échangées par le fluide et la structure (plutôt que sur la

---

[Mou01] M. MOUBACHIR, « Étude de sensibilité d'un système mécanique en interaction fluide-structure », *C. R. Acad. Sci. Paris t. 333 Série I*, 2001, p. 487-492.

[Bec99] R. BECKER, « COUPLEUR », 1999, <http://www-sop.inria.fr/caiman/AIIFS/perspectives.html>.

position de l'interface à l'instant suivant), qui devrait être plus adaptée aux problèmes où la structure est très légère.

### 6.2.6 Méthodes en maillages mobiles auto-adaptatifs

**Mots clés** : volume fini, maillage non structuré, maillage mobile, maillage adaptatif, mécanique des fluides, formulation ALE, problème de Riemann, schéma mixte implicite/explicite, monotonie, schéma TVD.

**Participants** : Maud Mériaux-Poret, Serge Piperno.

Dans le cadre des simulations numériques d'interactions entre un fluide compressible et une structure, nous poursuivons notre étude sur des méthodes en volumes finis conservatifs écrites en maillage mobile à topologie variable. L'idée de départ est simple. À partir du moment où l'on conçoit de faire bouger un maillage à cause d'une déformation de structure, pourquoi ne pas en profiter pour l'adapter, éventuellement à topologie non constante ?

Nous nous étions précédemment intéressés à l'implémentation de telles méthodes conservatives à topologie constante uniquement, pour la résolution d'équations hyperboliques monodimensionnelles (advection linéaire, équation de Burgers). Nous avons également prouvé que les propriétés habituelles des schémas en volumes finis décentrés du premier ordre pouvaient être conservées pour des maillages mobiles à topologie variable.

Le déplacement du maillage était jusqu'à présent une donnée. Dans un souci d'auto-adaptation, nous avons intégré cette année le schéma dans un code de volumes finis où les nœuds du maillage se déplacent de manière automatique et à topologie constante. Dans cette même perspective, nous nous sommes intéressés à des modifications de la topologie via un critère qui gère l'ajout et la suppression de nœuds. L'ajout correspond à une volonté de raffiner localement. La suppression permet de réduire le nombre de points inutiles. En vue de leurs efficacités respectives, ces deux stratégies ont été combinées en une seule qui consiste tout d'abord en une discussion sur la topologie, et ensuite en la distribution des nœuds du maillage.

Par la suite, nous devons nous concentrer sur l'adaptation de ces concepts en deux, puis trois dimensions d'espace, dans des cas stationnaires et instationnaires .

### 6.2.7 Méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes pour des gaz non polytropiques

**Mots clés** : équation de Navier-Stokes, gaz réel, méthode de relaxation.

**Participants** : Emmanuel Bongiovanni, Nathalie Glinsky-Olivier, Alexandre Ern [CERMICS].

De nombreux problèmes industriels, notamment la combustion dans un réacteur à dépôt chimique concernent des écoulements à haute température pour lesquels le gaz ne peut être considéré comme polytropique (la relation entre l'énergie interne et la température n'est plus linéaire mais donnée par une loi polynomiale ou parfois seulement par des tables).

Nous nous étions précédemment intéressés à l'implémentation de la méthode de relaxation

d'énergie proposée par Coquel et Perthame [CP98] et appliquée aux schémas WENO par Montarnal et Shu [MS99] pour résoudre les équations d'Euler dans le cas d'un gaz réel. Rappelons que cette méthode consiste à décomposer l'énergie interne en une partie vérifiant une loi polytropicque pour laquelle un solveur classique peut être utilisé et une partie résiduelle vérifiant une équation de convection.

Les bons résultats obtenus par cette méthode nous ont conduit à envisager son extension au cas des équations de Navier-Stokes dans le cas d'un gaz non polytropicque. Pour ce système d'équations, la présence des termes diffusifs d'ordre deux en espace ainsi que le flux de chaleur dépendant de la température (reliée de façon complexe aux autres variables) ne permet pas une extension simple de la méthode de relaxation.

Une nouvelle méthode de relaxation a donc été proposée. Celle-ci repose, comme précédemment, sur une décomposition de l'énergie interne mais également de la température et l'adjonction de nouveaux termes. La stabilité de ce système relaxé a été prouvée par l'étude de la production de l'entropie. On retrouve les mêmes conditions sous-caractéristiques que dans le cas des équations d'Euler auxquelles s'ajoutent des conditions provenant des termes additionnels.

La validation de la méthode de relaxation a été effectuée pour des cas tests académiques bidimensionnels. Elle a d'abord été comparée à un solveur spécialement adapté aux gaz non polytropicques puis à des résultats publiés dans la littérature. Un cas test "industriel" est actuellement en cours de réalisation. Le solveur numérique utilise une méthode mixte Volumes Finis/Éléments Finis. Les flux convectifs sont calculés par un schéma de Roe. L'ordre élevé en espace et en temps est obtenu en combinant un schéma de Runge-Kutta ainsi qu'un  $\beta$ -schéma.

### 6.2.8 Modèles cinétiques

**Mots clés :** modèle cinétique, dérive-diffusion, transition de phase. modèles de coagulation-fragmentation, système de Lifschitz-Slyozov.

**Participants :** Thierry Goudon, Frédéric Poupaud, Jean-François Collet [Lab. Dieudonné, UNSA, CNRS].

On s'intéresse d'abord à divers problèmes de perturbation singulière pour des équations cinétiques, de type "limites hydrodynamiques". Ces questions sont motivées notamment par des problèmes d'ingénierie nucléaire ou de modélisation de dispositifs semi-conducteurs. On cherche ainsi à justifier l'approximation par la diffusion et à déterminer les coefficients de diffusion (et éventuellement aussi de dérive) des équations limites [15, 33]. L'un des apports majeurs réside dans le fait que l'approche utilisée permet de traiter des situations où la variable de vitesse est discrète. Une part des travaux réalisés combine cette approche avec des questions d'homogénéisation, en supposant que l'échelle des hétérogénéités du milieu où évoluent les particules est du même ordre de grandeur que le libre parcours moyen [18, 33].

- 
- [CP98] F. COQUEL, B. PERTHAME, « Relaxation of energy and approximate Riemann solvers for general pressure laws in fluid dynamics », *SIAM Journal of Numerical Analysis* 35, 1998, p. 2223–2249.
- [MS99] P. MONTARNAL, C. SHU, « Real gas computation using an energy relaxation method and high-order WENO schemes », *Journal of Computational Physics* 148, 1999, p. 59–80.



On s'intéresse aussi à des modèles simplifiés d'interaction fluide/particules, couplant une équation de type Vlasov, avec une équation de type Burgers. On s'intéresse à des régimes asymptotiques (petite taille ou densité des particules) [Gou01a] ou à des propriétés classiques (problème bien posé, convergence vers le modèle continu, stabilité vis-à-vis de la constante de Planck) [Gou01b].

Sur les modèles cinétiques de transition de phase (qui peuvent être vus comme la description d'interaction entre des agglomérats de tailles discrètes ou continues), en faisant un adimensionnement ad hoc, puis en discutant l'ordre de grandeur des quantités sans dimension qui apparaissent dans les équations de Becker-Döring (modèle à tailles discrètes), on est conduit à un problème de type "limite hydrodynamique". On montre alors la convergence des solutions de Becker-Döring vers des solutions de Lifshitz-Slyozov (modèle à tailles continues) établissant ainsi un lien entre ces modèles [14]. Le problème du comportement en temps grand des solutions des équations de Lifshitz-Slyozov reste en grande partie ouvert. Des résultats partiels ont été obtenus par des méthodes de dissipation d'entropie, [CGV01], alors qu'une étude numérique peut donner des indications précieuses sur cette question [32].

### 6.3 Méthodes de décomposition de domaine

On s'intéresse ici à la mise au point, l'analyse et l'évaluation d'algorithmes de résolution par décomposition de domaine pour des systèmes discrets issus d'EDP hyperboliques ou mixtes hyperboliques-paraboliques. En mécanique des fluides, l'étroite similarité formelle existant entre les méthodes hiérarchiques de type multigrille et celles par décomposition de domaine nous conduit à étudier plus profondément leur lien et les possibilités de couplage des deux approches.

#### 6.3.1 Décomposition de domaine sans recouvrement pour le calcul d'écoulements compressibles

**Mots clés :** décomposition de domaine, calcul parallèle, conditions d'interface, algorithme de Schwarz additif, méthode du complément de Schur, factorisation de Smith.

**Participants :** Victorita Dolean [CMAP, Ecole Polytechnique depuis Juin 2001], Stéphane Lanteri.

Les méthodes de décomposition de domaines sans recouvrement par complément de Schur sont étroitement liées aux techniques d'élimination de Gauss par bloc (chaque bloc correspondant à un sous-domaine). Elles consistent à ramener la résolution d'un problème global posé sur l'ensemble des degrés de liberté (d.d.l.) issus d'une discrétisation éléments finis du domaine de calcul, à la résolution d'un problème de taille moindre posé sur les d.d.l. interfaces. Le problème d'interface ainsi posé est alors résolu par une méthode itérative adaptée (méthode de

---

[Gou01a] T. GOUDON, « Analysis of a semi-discrete version of the Wigner equation », 2001, preprint UNSA.

[Gou01b] T. GOUDON, « Asymptotic problems for a kinetic model of two-phase flow », 2001, preprint UNSA, à paraître à Proc. Royal Soc. Edimburgh.

[CGV01] J.-F. COLLET, T. GOUDON, A. VASSEUR, « Some remarks on large-time asymptotics of the Lifshitz-Slyozov equations », 2001, preprint UNSA.

Krylov). L'avantage principal de ces méthodes par rapport à celles basées sur l'utilisation de domaines recouvrants est leur degré plus élevé de parallélisation. Les problèmes locaux peuvent être résolus presque indépendamment, des étapes de communication n'étant nécessaires que dans la phase d'assemblage des résultats locaux en vue de l'obtention de la solution globale. Les problèmes locaux dans chaque sous-domaine sont posés avec des conditions aux limites de type Dirichlet ou Neumann selon la nature de la frontière (si la frontière est "vraie" on a des conditions de Dirichlet et s'il s'agit d'une interface on a des conditions de flux imposé).

Le thèse de Victorita Dolean[11] (soutenue en Avril 2001) a eu pour objet d'étudier des algorithmes par décomposition de domaine pour la résolution des systèmes d'équations de la mécanique des fluides compressibles et plus particulièrement, le système d'équations d'Euler [24] (cas d'un fluide parfait) et le système d'équations de Navier-Stokes[25] (cas d'un fluide visqueux). Dans cette thèse, on s'est limité au cas à deux dimensions d'espace et on a proposé des algorithmes applicables au calcul d'écoulements stationnaires ou instationnaires. On s'intéresse plus particulièrement à des algorithmes de type Schwarz additifs construits sur une décomposition sans recouvrement du domaine de calcul. En pratique, les algorithmes en question sont utilisés pour résoudre les systèmes linéaires issus de l'utilisation de schémas implicites linéarisés pour l'intégration des équations d'Euler ou de Navier-Stokes semi-discretisées. La discrétisation en espace repose sur une formulation mixte éléments finis/volumes finis en maillages triangulaires non structurés.

### 6.3.2 Étude de conditions d'interfaces optimisées pour les équations d'Euler 2D et 3D

**Mots clés :** décomposition de domaine, calcul parallèle, conditions d'interface, algorithme de Schwarz additif, méthode du complément de Schur, factorisation de Smith.

**Participants :** Victorita Dolean [CMAP, Ecole Polytechnique depuis Juin 2001], Stéphane Lanteri, Frédéric Nataf [CMAP, Ecole Polytechnique].

Cette étude, qui a été initiée durant la dernière année de la thèse de Victorita Dolean, a pour objectif d'accélérer la convergence d'un algorithme de type Schwarz additif sans recouvrement appliqué à la résolution numérique du système d'équations d'Euler. Dans sa forme classique, l'algorithme de Schwarz repose sur des conditions de transmission qualifiées de "naturelles", imposées aux interfaces entre sous-domaines voisins. Ces dernières résultent de la formulation faible du problème aux limites sous-jacent et s'expriment à partir des matrices jacobienne des flux d'Euler. L'étude de convergence de l'algorithme de Schwarz additif ainsi formulé fait appel à l'analyse de Fourier ; elle a été réalisée en 2D et en 3D pour une décomposition en 2 sous-domaines. Dans chaque cas, on démontre que l'algorithme est convergent et qu'il existe une valeur du nombre de Mach normal à l'interface pour laquelle le taux de convergence est minimal. Pour une large plage de valeurs du nombre de Mach de l'écoulement, le taux de convergence asymptotique (c'est-à-dire lorsque le pas d'espace tend vers 0) est sensiblement inférieur à 1. Partant de ce constat nous avons cherché, dans une seconde étape, à construire des conditions de raccord permettant d'accélérer la convergence de l'algorithme de type Schwarz additif. Pour ce faire, la démarche adoptée ici est essentiellement algébrique mais repose néanmoins sur une méthode de diagonalisation non classique du système d'équations d'Euler (diagonalisation de

Smith). On formule ainsi des conditions d'interface généralisées faisant apparaître un certain nombre de paramètres initialement inconnus. L'étape suivante consiste à fixer ces paramètres en construisant un problème d'optimisation du taux de convergence de l'algorithme de Schwarz. Les conditions d'interface résultantes sont qualifiées dans ce cas d'"optimisées". Des résultats préliminaires ont fait l'objet de présentations dans des ateliers internationaux en 2001 [24]-[25]. Cette étude se poursuit dans le cadre du séjour post-doctoral de Victorita Dolean au CMAP (bourse cofinancée CNRS/CNES) en collaboration avec le projet CAIMAN.

### 6.3.3 Méthodes de décomposition de domaines pour l'équation de Helmholtz

**Mots clés :** méthode de décomposition de domaine, problème de Helmholtz, domaine fictif, condition absorbante.

**Participants :** Ulrich Hetmaniuk [Université du Colorado, Boulder, USA], Charbel Farhat [Université du Colorado, Boulder, USA], Serge Piperno.

Dans la continuité de l'étude d'une méthode de décomposition de domaines [FML<sup>+</sup>00] pour l'équation de Helmholtz (avec l'ONERA et l'Université du Colorado), nous poursuivons une étude sur la possibilité d'utiliser des sous-domaines fictifs notamment pour simuler la vibro-acoustique d'un sous-marin, en exploitant la géométrie approximativement axisymétrique de la structure. Ulrich Hetmaniuk a cette année encore séjourné un mois dans le projet, notamment pour implémenter des conditions aux limites de type Neumann et Dirichlet en acoustique, et développer une approche par décomposition de domaine.

## 7 Actions régionales, nationales et internationales

### 7.1 Actions nationales

#### 7.1.1 Résolution parallèle d'équations intégrales

**Participants :** Guillaume Sylvand, Luc Giraud [Cerfacs], Bruno Carpentieri [Cerfacs], Francis Collino [Cerfacs], Florence Millot [Cerfacs].

Nous continuons une collaboration avec l'équipe parallélisme du Cerfacs sur les problèmes de solveurs itératifs et de préconditionneurs (SPAI et flexible) exploitant "notre" méthode multipôle. Par ailleurs, nous avons démarré une autre collaboration avec l'équipe électromagnétisme du Cerfacs (Francis Collino, Florence Millot) sur la Fast Multipole Method (choix des paramètres, techniques d'optimisation, comparaisons de codes).

#### 7.1.2 Simulation numérique d'effets du vent en génie civil

**Participants :** Serge Piperno, Gilles Fourestey, Dominique Chapelle [projet MACS],

---

[FML<sup>+</sup>00] C. FARHAT, A. MACEDO, M. LESOINNE, F. X. ROUX, F. MAGOULÈS, A. DE LA BOURDONNAYE, « Two-level Domain Decomposition Methods with Lagrange Multipliers for the Fast Iterative Solution of Acoustic Scattering Problems », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 184, 2000, p. 213-240.

Frédéric Bourquin [LCPC], Xavier Amandolèse [LCPC], Olivier Flamand [CSTB].

Le groupe de travail INRIA sur l'interaction fluide-structure a continué à se réunir dans le cadre d'un thème de recherche LCPC (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées), intitulé « Effets du vent sur les structures du génie civil », et dont les principaux partenaires sont le CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) et le SETRA (Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes).

Plus précisément, nous cherchons à retrouver numériquement les résultats expérimentaux obtenus en soufflerie autour de profils de pont (en statique ou en mouvement libre ou forcé), notamment les grandeurs intégrées ou les profils de pression. Le CSTB apporte les résultats expérimentaux. Enfin, nous sommes intéressés par un couplage entre le code NS3IFS et un code de structure LCPC utilisant un modèle plus simple que les coques, pour l'appliquer aux structures du génie civil.

### 7.1.3 Biomécanique numérique des fluides

**Participants** : Stéphane Lanteri, Serge Piperno, Marc Thiriet [projet M3N et LAN université Paris 6].

Le groupe de travail "Biomécanique Numérique des Fluides" [Thi01b] a été créé au début de l'année 2000. Il est animé par Marc Thiriet et est actuellement constitué de chercheurs des projets CAIMAN de l'Unité de Sophia Antipolis, M3N, GAMMA et MACS de l'Unité de Rocquencourt, du Laboratoire d'Analyse Numérique (LAN de l'université Pierre et Marie Curie, Paris 6), et du Département de Mathématiques et Applications de l'ENS Ulm.

Ce groupe s'intéresse à la mise au point d'outils pour la modélisation et l'exploration de certaines parties du système anatomique humain. Les applications cibles relèvent de la biomécanique cardio-vasculaire et de la biomécanique respiratoire. Il s'agit en fait d'une activité multidisciplinaire qui nécessite notamment des interactions avec des biomécaniciens, mais aussi avec des spécialistes de l'imagerie médicale, de la géométrie algorithmique et de la génération de maillages pour la construction de modèles géométriques réalistes de tronçons des systèmes ciblés.

Dans ce contexte, notre contribution porte avant tout sur les aspects relevant de la modélisation numérique des écoulements en question et de la mise au point d'outils de simulation appropriés. Nous nous fonderons bien évidemment sur les travaux que nous avons réalisés par le passé, dans le cadre d'applications plus classiques de la mécanique des fluides compressibles et incompressibles.

Dans le domaine cardio-vasculaire, le projet CAIMAN est partenaire depuis début 2001 de l'ARC "Vitesv : Visualisation Tridimensionnelle et Exploration du Système Vasculaire" <http://www-rocq.inria.fr/Marc.Thiriet/BMNFgp/Work/arc0102.html> qui implique aussi les projets EPIDAURE et PRISME de l'Unité de Sophia Antipolis, les projets M3N, GAMMA et MACS de l'Unité de Rocquencourt, le LAN de l'université Pierre et Marie Curie (Paris 6) et l'équipe de mécanique des fluides numérique du Cerfacs à Toulouse. Cette ARC s'inscrit dans le cadre d'un programme ambitieux dont le but est de mettre à la disposition du monde de la

---

[Thi01b] M. THIRIET, 2001, <http://www-rocq.inria.fr/Marc.Thiriet/BMNFgp/>.

santé un système combinant (1) des outils de reconstruction de la géométrie tridimensionnelle des vaisseaux sanguins à partir d'images médicales, (2) des codes de calcul pour la simulation numérique de l'écoulement sanguin en interaction avec les parois déformables des vaisseaux ou artères (interaction fluide/structure) et (3) des outils de visualisation du modèle géométrique et des résultats de la simulation numérique. Un tel système a deux applications majeures : (1) permettre une meilleure prédiction de l'évolution de maladies liées à l'athérosclérose et (2) la planification thérapeutique.

Dans le domaine respiratoire, le projet CAIMAN est partenaire du projet R-MOD récemment labélisé par le Réseau National des Techniques de la Santé (RNTS). Ce projet est coordonné par Air Liquide CRCD (Centre de Recherche Claude Delorme) et implique aussi les équipes suivantes : le CIERM/U2R2M (CHU Kremlin Bicêtre), l'U494/INSERM (Hôpital Pitié-Salpêtrière, Service de Radiologie), l'Unité de Projets ARTEMIS de l'Institut National des Télécommunications (INT), l'U492/INSERM (Faculté de Médecine, Créteil), le LAN de l'université Pierre et Marie Curie (Paris 6). L'objectif de ce projet est de développer un simulateur morphofonctionnel des voies respiratoires pour l'aide au diagnostic, au geste médico-chirurgical et à l'administration de médicaments par inhalation. Jusqu'à ce jour un tel outil n'est pas disponible dans les services cliniques. Son caractère innovant réside dans sa capacité à visualiser et caractériser la dynamique des écoulements gazeux dans les voies respiratoires à partir des paramètres anatomiques, physiologiques et pathologiques spécifiques du patient. Ce projet pluridisciplinaire, d'une durée de 36 mois, met en synergie divers domaines de compétence depuis l'imagerie médicale et la modélisation physique et numérique en passant par la physiopathologie et jusqu'à la validation expérimentale.

## 7.2 Actions internationales

### 7.2.1 Méthodes non conformes et décomposition de domaines

**Participants :** Serge Piperno, Ulrich Hetmaniuk [Université du Colorado, Boulder, USA], Victorita Dolean [CMAP, Ecole Polytechnique depuis Juin 2001].

Le Programme International de Coopération Scientifique sur les méthodes non conformes et la décomposition de domaines (partenaires US : Charbel Farhat (Université du Colorado à Boulder), Ian Mandel (Université du Colorado à Denver) et Olof Widlund (Courant Institute of Mathematical Science); partenaire CNRS : Yvon Maday (ASCI et CNRS)) s'est achevé cette année. Nous avons géré le volet INRIA/NSF de cette collaboration tripartite, intitulé "Décomposition de Domaine et Parallélisation en Calcul Scientifique".

## 8 Diffusion de résultats

### 8.1 Animation de la Communauté scientifique

#### 8.1.1 Journées Nice-Toulon-Marseille

Le projet a continué à participer activement aux journées mathématiques Nice-Toulon-Marseille, dont le but est d'animer la communauté scientifique locale de la région. Ces journées

permettent de partager nos intérêts pour des thèmes scientifiques ciblés, en faisant intervenir des grands noms pour des exposés plus pédagogiques et des chercheurs locaux pour faire le point sur leurs recherches. Cette année, l'action COLOR de l'Unité de Recherche de Sophia Antipolis <sup>[Pip01]</sup> (qui s'est achevée) nous a permis d'organiser à Sophia Antipolis les quatrièmes journées NTM sur le thème des "Problèmes inverses" et de cofinancer les cinquièmes journées sur le thème de la "Simulation numérique en mécanique des fluides".

### 8.1.2 GdR Sparch

Le projet fait partie du Groupe de Recherche Sparch (Simulation de particules chargées) qui s'achève cette année.

### 8.1.3 Comités de rédaction de revues

Serge Piperno est membre du comité de rédaction de la revue **Progress in computational fluid dynamics, an international journal** (Inderscience).

### 8.1.4 Divers

Stéphane Lanteri est membre nommé du CNU 26ème section (collège MCF) de l'Université Claude Bernard Lyon 1.

## 8.2 Enseignement

- *Introduction au calcul parallèle*, Stéphane Lanteri, Mastère de Mécanique Numérique, École Nationale Supérieure des Mines de Paris (12 heures).
- *Mécanique des Fluides Numérique*, Serge Piperno, ESSI, Option CSI (30 heures).
- *Équations intégrales*, Serge Piperno, Mastère de Mécanique Numérique, École Nationale Supérieure des Mines de Paris (6 heures).
- *Interactions fluide-structure*, Serge Piperno, Mastère de Mécanique Numérique, École Nationale Supérieure des Mines de Paris (6 heures).
- *Électromagnétisme*, Serge Piperno, Mastère de Mécanique Numérique, École Nationale Supérieure des Mines de Paris (6 heures).
- Organisation par Serge Piperno d'une "semaine d'ouverture" à l'INRIA Sophia Antipolis pour les élèves de l'ENPC.

## 8.3 Thèses et stages

### 8.3.1 Thèses soutenues en 2001

1. Victorita Dolean, *Algorithmes par décomposition de domaine et accélération multigrille pour le calcul d'écoulements compressibles*, Université de Nice-Sophia Antipolis, soutenue le 25 avril 2001. Jury : Jean-Antoine Désidéri (directeur), Yves Achdou (rapporteur), Grégoire Allaire (rapporteur), Stéphane Lanteri (co-directeur), Frédéric Poupaud, Frédéric Nataf, Patrick Vuillemoz (invité).

---

[Pip01] S. PIPERNO, 2001, <http://www-sop.inria.fr/caiman/C2K-JM/>.

2. Luc Fournier, *Algorithmes multigrilles parallèles pour l'accélération de calcul d'écoulements complexes en maillages non structurés 2D et 3D*, Université de Nice-Sophia Antipolis, soutenue le 12 mars 2001. Jury : Jean-Antoine Désidéri (directeur), Marc Garbey (rapporteur), Luc Giraud (rapporteur), Stéphane Lanteri (co-directeur), Roger Peyret, François-Xavier Roux, Patrick Vuillermoz (invité).
3. Olivier Chanrion, *Simulation de l'influence de la propulsion plasmique sur la charge électrostatique d'un satellite en milieu magnétosphérique*, ENPC (bourse CIFRE Alcatel Space Industries), soutenue le 17 décembre 2001. Jury : Frédéric Poupaud (directeur), Eric Sonnendrucker (rapporteur), Pierre Degond (rapporteur), Thierry Dargent, Thierry Goudon, Serge Piperno.

### 8.3.2 Thèses en cours

1. Emmanuel Bongiovanni, Méthodes numériques pour les écoulements de gaz parfaits non polytropiques. Application à l'épithaxie, ENPC
2. Nicolas Canouet, Schémas multi-échelles pour la résolution numérique des équations de Maxwell, ENPC (CDD FT R&D)
3. Gilles Fourestey, Simulations numériques de couplages aéroélastiques « écoulement incompressible - structure souple ». Applications aux ouvrages d'art, ENPC
4. Maud Mériaux-Poret, Méthodes en maillages mobiles auto-adaptatifs pour des systèmes hyperboliques en une et deux dimensions d'espace - Application aux interactions fluide-structure, ENPC
5. Guillaume Sylvand, Méthodes numériques rapides pour la résolution des équations intégrales en électromagnétisme, ENPC

### 8.3.3 Directions de thèses et encadrement de stages

1. Loula Fezoui dirige la thèse de Nicolas Canouet.
2. Stéphane Lanteri a co-dirigé les thèses de Luc Fournier et Victorita Dolean. Il a co-encadré le stage de DEA d'Imad Hafidi
3. Nathalie Glinsky co-dirige, avec Alexandre Ern, la thèse d'Emmanuel Bongiovanni.
4. Serge Piperno dirige les thèses de Gilles Fourestey et Maud Mériaux-Poret. Il a co-encadré le stage de DEA d'Imad Hafidi.
5. Frédéric Poupaud a dirigé la thèse d'Olivier Chanrion.

### 8.3.4 Rapports et participations à des jurys

**Thierry Goudon** a participé au jury de thèse de Olivier Chanrion (ENPC, Examineur).

**Stéphane Lanteri** a participé aux jurys de thèse de Victorita Dolean (UNSA, Co-directeur), Luc Fournier (UNSA, Co-directeur), Karim Traore (Ecole des Mines de Paris, Examineur).

**Serge Piperno** a rapporté sur la thèse de Leonardo Baffico (Paris 6) et participé au jury de thèse de et Olivier Chanrion (ENPC, Examinateur).

**Frédéric Poupaud** a participé au jury de thèse de Olivier Chanrion (ENPC, Directeur).

### 8.3.5 Stages effectués dans le projet

1. Imad Hafidi, *Un schéma implicite sans diffusion pour la résolution des équations de Maxwell en domaine temporel*, stage du DEA d'Analyse Numérique, université Claude Bernard Lyon 1.

## 8.4 Participation à des colloques, séminaires, invitations

- Participation de Emmanuel Bongiovanni, Gilles Fourestey et Guillaume Sylvand au Congrès National d'Analyse Numérique (SMAI) à Pompadour.
- Conférence d'Olivier Chanrion à la 7th Spacecraft Charging Technology Conference, organisée par l'European Space Agency, à Noordwijk, Pays-Bas
- Séminaire de Victorita Dolean (avec Stéphane Lanteri et Frédéric Nataf [CMAP] au Laboratoire Dieudonné sur la "Construction d'algorithmes par décomposition de domaine pour la résolution du système d'équations d'Euler compressible", 5 avril.
- Séminaire de Stéphane Lanteri sur "Strategies for reducing solution times of nuclear waste management simulations based on the PORFLOW commercial software" à l'atelier COUPLEX dans le cadre du CEMRACS 2001, CIRM, Marseille les 26 et 27 juin 2001.
- Séminaire de Stéphane Lanteri sur les "Algorithmes de résolution parallèles en mécanique des fluides compressibles" aux Journées de lancement du projet de GDR-CNRS "Calcul Parallèle Massif (PARAMAS) ", les 29 et 30 novembre 2001, Laboratoire ASCI, Université de Paris Sud, Orsay.
- Co-organisation par Serge Piperno du colloque « NTM4 - Problèmes inverses » à l'INRIA Sophia Antipolis, les 18 et 19 avril, dans le cadre d'une COLOR de l'UR de Sophia Antipolis.
- Conférence invitée de Serge Piperno au Second European Congress on Computational Mechanics, Cracow, Poland, 26-29 juin.
- Séminaire interne de Serge Piperno sur les "Discretisations volumiques pour les différences/éléments/volumes finis" dans le cadre de l'ARC Vitesv, 29 juin 2001.
- Conférence de Guillaume Sylvand au GAMM Workshop on Computational Electromagnetics, à Kiel.
- Conférence de Guillaume Sylvand au Minisymposium "Méthodes multipôles" de la conférence ECCOMAS en CFD, University of Wales, Swansea, Royaume-Uni

## 9 Bibliographie

### Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] F. BONNET, J.-P. CIONI, L. FEZOU, F. POUPAUD, « FVTD schemes using conformal hybrid meshes and a PML medium technique », *in* : *ACES 97 Symposium*, Monterey, Californie, 1997.



- [2] R. COIFMAN, V. ROKHLIN, S. WANDZURA, « The FMM for the wave equation : A pedestrian description », *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* **35**, 3, 1993, p. 7–12.
- [3] E. DARVE, *Méthodes multipôles rapides : Résolution des équations de Maxwell par formulations intégrales*, thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, 1999.
- [4] L. FEZOU, B. STOUFFLET, « A class of implicit upwind schemes for Euler simulations with unstructured meshes », *Journal of Computational Physics* **84**, 1989, p. 174–206.
- [5] C. HAFNER, R. BALLISTI, « The multiple multipole method (MMP) », *COMPEL- The International Journal for Computation and Mathematics in Electric and Electronic Engineering* **2**, 1983, p. 1–7.
- [6] A. HARTEN, P. D. LAX, B. VAN LEER, « On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws », *SIAM Review* **25**, 1, 1983, p. 36–61.
- [7] B. KOOBUS, C. FARHAT, « Second-Order Time-Accurate and Geometrically Conservative Implicit Schemes for Flow Computations on Unstructured Dynamic Meshes », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **170**, 1999, p. 103–130.
- [8] S. PIPERNO, C. FARHAT, B. LARROUTUROU, « Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **124**, 1-2, 1995, p. 79–112.
- [9] K. S. YEE, « Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, AP-16, 1966, p. 302–307.

### Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [10] O. CHANRION, *Simulation de l'influence de la propulsion plasmique sur la charge électrostatique d'un satellite en milieu magnétosphérique*, thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001, soutenance décembre 2001.
- [11] V. DOLEAN, *Algorithmes par décomposition de domaine et accélération multigrille pour le calcul découlements compressibles*, Thèse en mathématiques, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2001.
- [12] L. FOURNIER, *Algorithmes multigrilles parallèles pour l'accélération de calcul découlements complexes en maillages non-structurés 2D et 3D*, Thèse en sciences de l'ingénieur, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2001.

### Articles et chapitres de livre

- [13] M. BOSTAN, « Numerical study by a controllability method for the calculation of the time-periodic solutions of the Maxwell and Vlasov-Maxwell systems », *RAIRO Modél. Math. Anal. Numér.* **35**, 1, 2000, p. 165–189.
- [14] J.-F. COLLET, T. GOUDON, F. POUPAUD, A. VASSEUR, « The Becker-Döring system and its Lifshitz-Slyozov limit », *SIAM J. Appl. Math.*, 2002, à paraître.
- [15] P. DEGOND, T. GOUDON, F. POUPAUD, « Diffusion Limit for Non Homogeneous and Non Reversible Processes », *Indiana Univ. Math. J.* **49**, 2000, p. 1175–1198.
- [16] V. DOLEAN, S. LANTERI, « A hybrid domain decomposition and multigrid method for the acceleration of compressible viscous flow calculations on unstructured triangular meshes », *Int. J. Comp. Fluid Dyn.* **14**, 2001, p. 287–304.
- [17] L. FOURNIER, S. LANTERI, « Multiplicative and additive parallel multigrid algorithms for the acceleration of compressible flow computations on unstructured meshes », *Appl. Numer. Math.* **36**, 2001, p. 401–426.

- [18] T. GOUDON, F. POUPAUD, « Approximation by homogenization and diffusion of kinetic equations », *Comm. Partial Differential Equations* 26, 2001, p. 537–569.
- [19] S. PIPERNO, C. FARHAT, « Design of efficient partitioned procedures for the transient solution of aeroelastic problems », *Revue Européenne des Eléments Finis* 9, 6-7, 2000, p. 655–680.
- [20] S. PIPERNO, C. FARHAT, « Partitioned Procedures for the Transient Solution of Coupled Aeroelastic Problems - Part II : Energy Transfer Analysis and Three-Dimensional Applications », *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190, 24, 2001, p. 3147–3170.
- [21] S. PIPERNO, M. REMAKI, L. FEZOUI, « A non-diffusive finite volume scheme for the 3D Maxwell equations on unstructured meshes », *SIAM J. Numer. Anal.*, 2001, à paraître.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [22] E. BONGIOVANNI, A. ERN, N. GLINSKY-OLIVIER, « Méthode de relaxation pour les équations de Navier-Stokes compressibles », in : *Congrès National d'Analyse Numérique, SMAI*, Pompadour, France, 2001.
- [23] O. CHANRION, « Electrostatic charging simulation of spacecraft using a stationary plasma thruster in geostationary plasmic environment », in : *7th Spacecraft Charging Technology Conference*, European Space Agency, Noordwijk, Pays-Bas, 2001.
- [24] V. DOLEAN, S. LANTERI, F. NATAF, « Construction of interface conditions for solving the compressible Euler equations by non-overlapping domain decomposition methods », in : *Proceedings of the LMS Workshop on Domain Decomposition Methods in Fluid Mechanics*, University of Greenwich (Royaume Uni), 2001.
- [25] V. DOLEAN, S. LANTERI, F. NATAF, « Optimized interface conditions for the system of compressible Euler equations », in : *Proceedings of the Workshop on Domain Decomposition*, L. Pavarino, C. Schwab, A. Toselli, O. Widlund (éditeurs), *Lecture Notes in Computer Science and Engineering*, Springer, ETH Zurich (Suisse), 2001.
- [26] G. FOURESTEY, S. PIPERNO, « Méthode des caractéristiques d'ordre deux en maillage mobile pour les équations de Navier-Stokes incompressible », in : *Congrès National d'Analyse Numérique, SMAI*, Pompadour, France, 2001.
- [27] S. PIPERNO, C. FARHAT, « Design of efficient partitioned procedures for transient nonlinear aeroelastic problems based on energy exchange criteria », in : *Second European Congress on Computational Mechanics*, Cracow, Poland, 2001.
- [28] G. SYLVAND, G. ALLÉON, « La méthode multipôle rapide en électromagnétisme : parallélisation et performance », in : *Congrès National d'Analyse Numérique, SMAI*, Pompadour, France, 2001.
- [29] G. SYLVAND, G. ALLÉON, « Parallel Fast Multipol Method : Implementation and Performance », in : *GAMM Workshop on Computational Electromagnetics*, Kiel, Allemagne, 2001.
- [30] G. SYLVAND, « Performance of a Parallel Implementation of the FMM for CEM », in : *ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference*, University of Wales, Swansea, Royaume-Uni, 2001.

### Rapports de recherche et publications internes

- [31] N. CANOUE, L. FÉZOUI, S. PIPERNO, « Méthode volumes finis pour la résolution du système de Maxwell 1D sur des grilles raffinées localement », *rapport de recherche n°RR-4301*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4301.html>.
- [32] J. A. CARRILLO, T. GOUDON, « A Numerical Study on Large-Time Asymptotics of the Lifshitz-Slyozov System », *rapport de recherche n°RR-4287*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4287.html>.

- 
- [33] T. GOUDON, A. MELLET, « Discrete version of the SHE asymptotics : multigroup neutron equations », *rapport de recherche n°RR-4302*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4302.html>.
- [34] S. PIPERNO, M. REMAKI, L. FÉZOU, « A Centered Second-Order Finite Volume Scheme for the Heterogeneous Maxwell Equations in Three Dimensions on Arbitrary Unstructured Meshes », *rapport de recherche n°RR-4161*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4161.html>.