INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Action CORIDA

Contrôle robuste des Systèmes Infini-Dimensionnels et Applications

Lorraine

THÈME 4A

Rapport d'Activité

2001

Table des matières

CORIDA est un projet commun à l'INRIA, au CNRS et à l'Université Henri Poincaré, via l'Institut Elie Cartan de Nancy[1] *(UMR 7502 CNRS-INRIA-UHP).*

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique
Marius Tucsnak [Professeur à à l'Université Henri Poincaré de Nancy]
Assistante de projet
Céline Simon [CDD INRIA (jusqu'en juillet)]
Hélène Zganic [(à partir d'octobre)]
Personnel INRIA
Karim Ramdani [Chargé de Recherche (à partir de septembre)]
Cheng-Zhong Xu [Chargé de Recherche]
Personnel UHP
Bruno Pinçon [Maître de Conférences ESIAL[2]]
Francis Conrad [Professeur]
Francis Conrad [Professeur]
Frédéric Magoules [Maître de Conférences ESSTIN[3]]
Lionel Rosier [Professeur ESSTIN (à partir de septembre)]
Jean-François Scheid [Maître de Conférences ESIAL]
Personnel de l'Université de Metz
Fatiha Alabau [Professeur]
Jean-François Couchouron [Maître de Conférences]
Jean-Pierre Croisille [Professeur]
Chercheurs doctorants
Antoine Chapelon [Allocataire, moniteur UHP]
Pascal Hébrard [BDI CNRS-Région]
Takeo Takahashi [Allocataire-moniteur normalien]
Chercheurs post-doctorants
Kaïs Ammari [ATER UHP (jusqu'en septembre)]
Geoff O'Dowd [Professeir agrégé (jusque'n septembre)]
Fatima Saouri [ATER Nancy 2 (jusqu'en septembre)]

2 Présentation et objectifs généraux

CORIDA est un projet commun à l'INRIA, au CNRS et à l'Université Henri Poincaré, via l'Institut Elie Cartan de Nancy (UMR 7502 CNRS-INRIA-UHP). L'activité de l'avant-projet relève du contrôle des équations modélisant des systèmes couplés complexes. Il s'agit de systèmes "hybrides" comme les couplages fluide-structure, des systèmes multi-échelles etc. Du point de vue mathématique il s'agit des systèmes contenant des équations aux dérivées

[1] IECN
[2] Ecole Supérieure d'Informatique et Applications de Lorraine
[3] Ecole Supérieure des Sciences et Technologies de l'Ingénieur de Nancy

partielles qui ne sont pas du même type. Les contrôles agissant sur les systèmes modélisés par des EDP peuvent être classés, suivant leur type d'action sur les solutions, dans deux grandes catégories :

1. Contrôle frontière et contrôle interne.
2. Contrôle par l'intermédiaire des coefficients des équations aux dérivées partielles. Dans ce cas, même si les équations sont linéaires, on a des problèmes de contrôle bilinéaire. Ce type de problème intervient en particulier pour le contrôle des certaines réactions chimiques.

Dans les deux cas nous souhaitons développons des outils théoriques et numériques permettant d'obtenir des méthodologies adaptées aux différentes classes d'applications. On peut distinguer trois grandes catégories d'applications qui sont décrites très brièvement ci-dessous :

1. Le contrôle robuste **de canaux d'irrigation.** Il s'agit de s'attaquer à un problème très important dans les années à venir : la gestion des ressources d'eau. Nous travaillons au développement des outils permettant la gestion automatique des canaux d'irrigation. Il est très important de développer des contrôles robustes car, en général, on ne dispose pas d'estimations fiables de la consommation des utilisateurs ou du volume des précipitations.
2. **L'acoustique.** Il s'agit ici de deux types d'applications :
   - La réduction du bruit en utilisant le contrôle actif (dans des enceintes fermées) ou des matériaux absorbants (autour de zones d'habitation).
   - L'aide à la sonorisation des salles en développant des outils de simulation pour assurer le confort acoustique du public (en particulier en vérifiant qu'en tout point de la salle le niveau sonore ne dépasse pas une limite fixée par la loi).
3. **La chimie.** Nous tranvaillons sur deux types d'applications à la chimie
   - Contrôle d'une classe de procédés chromatographiques.
   - Contrôle des réactions chimiques au niveau quantique.

3 Fondements scientifiques

3.1 Contrôle des interactions fluide-structure

Mots clés : équations de Navier-Stokes, équations de Korteweg de Vries.

Participants : Lionel Rosier, Jean-François Scheid, Marius Tucsnak, Cheng-Zhong Xu.

Glossaire :
contrôle des interactions fluide-structure Analyse et contrôle des systèmes modélisant le mouvement de plusieurs solides (rigides ou déformables) à l'intérieur d'un fluide visqueux.

Résumé : *Les problèmes que nous considérons sont modèlisés par des équations de type Navier-Stokes (pour le fluide) couplées aux équations des solides rigides et (ou) aux équations de l'élasto-dynamique. Une des difficulté majeures du problème réside dans le fait que le domaine de validité des équations du fluide est une des inconnues du problème. Il s'agit donc d'un problème de frontière libre.*

Savoir comment agir sur un écoulement fluide est un problème d'intérêt primordial pour de nombreux domaines d'application : aéronautique, questions de pollution et d'environnement, régularisation de mouvements fluides et de vibrations dans des réservoirs ou des tuyaux, etc. Pour ce type de problèmes la réduction à un modèle de dimension finie est loin d'être immédiate. Le fluide peut être considéré comme isolé. Pour un fluide visqueux incompressible on peut utiliser les équations de Navier-Stokes (ou d'Euler dans le cas sans viscosité). Pour ce type de problèmes l'approche contrôle optimal est relativement développée, à la fois du point de vue théorique et numérique. Par contre il existe encore peu de tentatives d'appliquer la théorie des EDP pour calculer des contrôles exacts ou approchés en boucle fermée. Notre approche va dans cette direction, en se proposant de réaliser, à moyen terme, des codes pour le contrôle par feedback de différents modèles d'écoulement fluide. Le plus souvent le fluide entoure ou est contenu dans une structure élastique qui interagit avec lui. Il convient alors d'étudier des systèmes fluide-structure. Ce sujet est en pleine effervescence actuellement, grâce aux applications dans des problèmes de réduction du bruit ou dans l'aéronautique. Dans ce type de problème, un système d'EDP modélisant le fluide à l'intérieur d'une cavité (Laplace, ondes, Stokes ou Navier-Stokes) est couplé avec les équations modélisant le mouvement d'une partie du bord (corps rigide ou élastique). Les difficultés d'une telle étude sont nombreuses, car il s'agit de problèmes de type frontière libre.

Les méthodes numériques pour la résolution approchée des problèmes directs ont beaucoup progressé ces dernières années. Jusqu'à présent, les problèmes de contrôle de couplages fluide-structure n'ont été que timidement traités du point de vue numérique. Dans un premier temps nous nous proposons de développer des algorithmes permettant de traiter les modèles simplifiés intervenant dans des problèmes d'hydraulique.

Un autre problème couplé (de type fluide structure) apparaît lorsque l'on veut contrôler l'interface entre deux fluides (typiquement l'air et l'eau) en contrôlant le mouvement d'une paroi rigide. L'équation de Saint Venant peut être utilisée si l'on néglige les effets dispersifs. Si, par contre, l'on prend en considération les effets dispersifs, on doit considérer les équations de Korteweg de Vries.

3.2 Couplage des systèmes linéaires "bien posés au sens de Petrovski" et analyse spectrale

Participants : Fatiha Alabau, Francis Conrad, Geoff O'Dowd, Fatima Saouri, Marius Tucsnak, Cheng-Zhong Xu.

Mots clés : équations d'évolution linéaires, stabilisation, mécanismes de couplage , commande frontière, bases de Riesz.

Glossaire :

couplages de systèmes linéaires et analyse spectrale analyse des couplages entre deux équations d'évolution "bien posées au sens de Petrovski"

Résumé : *Nous considérons des systèmes couplant deux types d'équations aux dérivées partielles ou couplant des équations aux dérivées partielles et des équations différentielles ordinaires. Les méthodes utilisées combinent les techniques des multiplicateurs et l'analyse spectrale.*

Nous sommes intéressés par des problèmes faisant intervénir deux équations linéaires comme : une équation de plaques et une équation des ondes, une équation de type ondes ou plaques et des équations différentielles ordinaires, deux équations des ondes couplées par l'intermédiaires des termes d'ordre zéro. Ce type de système est désigné, dans la litérature consacrée au systèmes gouvernés par des EDP, par le terme "système hybride". La nouveauté et l'intérêt ici est que l'opérateur de contrôle n'apparaît que dans la première équation. La question est alors de savoir, si le système complet peut être stabilisé, alors que l'on agit *directement* que sur une des composantes de la solution. Une possibilité pour traiter ce type de problème est de commencer par établir des propriétés des contrôlabilité du système via un problème de contrôlabilité simultanée des deux systèmes découplés. Cette approche semble particulièrement prometteuse dans le cas où un des systèmes est de dimension finie.

Une question intéressante concerne l'obtention plus explicite du taux de stabilisation, en fonction des lois de feedback. Les ingénieurs mesurent le degré de stabilisation d'un système amorti en calculant le spectre (approché) du système. Il est donc intéressant de savoir si ce spectre caractérise effectivement le taux de décroissance uniforme de l'énergie. Ce problème est non trivial pour les systèmes de dimension infinie, même si le système est gouverné par une EDP d'évolution en dimension un d'espace. Une analyse spectrale fine peut permettre de vérifier dans certains cas que les modes propres du système constituent une base de Riesz de l'espace d'énergie, et d'en déduire le taux optimal de décroissance de l'énergie.

3.3 Optimisation de la géométrie des capteurs et des actionneurs pour des systèmes distribués

Mots clés : taux de décroissance, robustesse.

Participants : Antoine Chapelon, Pascal Hébrard, Antoine Henrot, Marius Tucsnak.

Résumé : *Nous nous proposons d'élaborer des algorithmes permettant d'améliorer les performances des capteurs et des actionneurs en choisissant d'une manière optimale leur position et leur forme.*

On souhaite contrôler une structure vibrante à l'aide d'un feedback distribué, soit sur un sous-domaine interne, soit sur une partie de la frontière. Le problème qui se pose alors est de savoir où positionner et quelle forme donner à la zone de contrôle pour optimiser un critère imposé par l'utilisateur. Ce critère peut être lié au taux de décroissance de l'énergie ou à la robustesse du contrôle. La topologie du domaine optimal étant *a priori* inconnue, il est souhaitable de faire appel dans un premier temps à des méthodes du type optimisation topologique. En sus de résultats théoriques sur le problème, une approche numérique sera envisagée.

En particulier nous nous intéressons aux problèmes issus du contrôle des structures par des matériaux intelligents. Il s'agit de trouver la localisation et la forme à donner aux actionneurs et contrôleurs pour que le contrôle soit le plus efficace possible.

3.4 Implémentation

Mots clés : discrétisation, équation de Riccati.

Participants : Antoine Chapelon, Pascal Hébrard, Frédéric Magoules, Bruno Pinçon.

Résumé : *Il s'agit ici d'un axe de recherche transversal, dans la mesure où chacun des axes précédents comporte une importante partie d'implémentation. Nous avons estimé utile de dégager ici les points communs pour l'implémentation de différentes méthodologies pour le calcul des contrôles.*

Dans des nombreux problèmes l'utilisation de capteurs et d'actionneurs co-localisés permet de donner des lois de feedback très simples. Il n'est pas immédiat d'établir l'efficacité de ce type de méthodes par une analyse théorique car les constantes intervenant dans les estimations sont souvent difficiles à estimer. C'est pour cette raison qu'on se propose d'utiliser la simulation numérique pour estimer les taux de décroissance et éventuellement de trouver le positionnement optimal des actionneurs.

Une autre méthode pour le calcul du feedback passe par la résolution approchée d'une équation de Riccati en dimension infinie.

Pour un problème de stabilisation on a à résoudre une équation de Riccati algébrique tandis que pour la contrôlabilité exacte on doit trouver la solution d'une équation de Riccati d'évolution. L'approche classique, implémentée, entre autres, par T. Banks et ses collaborateurs, est de considérer un problème LQR en dimension finie et de résoudre l'équation de Riccati algébrique associée. En général, il est loin d'être claire qu'une telle méthode est convergente. Il existe des exemples montrant que la solution exacte du problème de contrôle optimal n'est pas la limite des solutions des équations de Riccati associées aux systèmes approchés. C'est pour cette raison que nous nous proposons de discrétiser "le plus tard possible".

Par ailleurs, les logiciels actuels pour la résolution de l'équation de Riccati algébrique fonctionnent bien pour des dimensions relativement petites. Dans le cas de systèmes provenant de la discrétisation des problèmes d'équations aux dérivées partielles les méthodes actuelles pour la résolution de l'équation de Riccati algébrique ne donnent pas de résultats satisfaisants. Les tests réalisés, entre autres, par A. Chapelon, montrent que, dans certaines situations, il est préférable de passer par une équation **différentielle** de Riccati. La résolution de l'équation de Riccati d'évolution peut être vue comme un moyen efficace pour approcher la solution de l'équation de Riccati algébrique ou elle peut être utilisée directement pour le calcul du contrôle.

L'implémentation des contrôles via l'équation de Riccati d'évolution pose des problèmes nouveaux. Compte tenu du fait que, par discrétisation spatiale, un problème exactement contrôlable peut donner un problème complètement instable, nous nous proposons d'utiliser la pénalisation pour nous ramener à un problème LQR à horizon fini (mais toujours en dimension infinie). Ce problème reste bien posé après discrétisation spatiale. Le contrôle calculé ainsi n'est pas un contrôle exact mais il est robuste, tout en permettant de réduire l'énergie d'une manière significative. Cet objectif est tout à fait satisfaisant du point de vue des applications.

Pour que cette méthodologie soit effectivement applicable, il est nécessaire de réaliser un maximum de calculs hors ligne. Il s'agit surtout de réaliser des logiciels permettant d'approcher la solution de l'équation de Riccati d'évolution en dimension infinie. Toutefois il reste un volume important de calculs en ligne, notamment la résolution numérique du problème en boucle fermée.

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Mots clés : hydraulique, chimie, acoustique.

D'une manière générale on se propose de développer des outils théoriques et numériques permettant de traiter des applications significatives. Nous ne souhaitons pas nous cantonner à un seul type d'application, mais plutôt développer une méthodologie permettant d'aborder des applications présentant des caractéristiques communes. Cependant, une attention particulière sera accordée aux trois domaines d'applications décrits ci-dessous.

4.2 Hydraulique

Mots clés : canaux d'irrigation, équations de Saint-Venant, contrôle robuste.

Résumé :

Il s'agit de modéliser et de contrôler des systèmes de canaux d'irrigation.

On veut contrôler le niveau d'eau dans un canal d'irrigation en agissant sur l'ouverture des vannes. Le contrôle doit être robuste par rapport aux perturbations comme les prélèvements effectués par les différents utilisateurs. Nous nous proposons d'utiliser des méthodes provenant essentiellement de l'automatique linéaire en dimension infinie. Les contrôles obtenus ainsi seront testés sur le problèmes non linéaires. Cette approche est complémentaire à celle envisagée dans le Projet Congé, qui utilise surtout des méthodes d'automatique non-linéaire, mais essentiellement sur des modèles réduits en dimension finie.

Les systèmes que nous considérons sont modélisés par des équations hyperboliques de type Saint-Venant (eaux peu profondes). Les premiers résultats sur le problème linéarisé sont déjà disponibles (C.Z. Xu avec B. Chentouf). Nous nous proposons de développer ce travail, en particulier en ce qui concerne la robustesse et les méthodes de calcul. En particulier, nous travaillons sur la construction des contrôleurs H^∞ pour un système formé par un seul bief. Une difficulté majeure du problème réside dans le caractère non borné des opérateurs de contrôle et d'observation. Cette caractéristique du système rend nécessaire une étude approfondie des équations de type Riccati associé au contrôle optimal ou au contrôle H^∞.

Actuellement, pour valider les lois de contrôle obtenues on effectue des tests numériques sur le système complet.

Un deuxième type d'application à l'hydraulique est fourni par le modèle de Hayami concernant les systèmes fluviaux. Les chercheurs du projet concernés par ce travail sont A. Chapelon, M. Tucsnak et C.Z. Xu.

Sur ces problèmes nous avons des contacts avec le CEMAGREF de Montpellier (X. Litrico) et avec le Centre de Robotique de l'Ecole de Mines de Paris.

4.3 Acoustique

Mots clés : niveau sonore, réduction du bruit, équation des ondes, équation de Helmholtz, actionneurs piézo-électriques.

Résumé : *D'une manière très simplifiée on peut formuler deux types de problèmes :*

1. *Aide à la* **Sonorisation des salles** *;*
2. **Réduction du bruit**

4.3.1 Aide à la Sonorisation des salles

La sonorisation d'une salle consiste à positionner des hauts-parleurs et éventuellement des paravents de façon à assurer un confort acoustique dans la partie de la salle réservée aux auditeurs et, à un autre degré, aux musiciens. Elle consiste également, et cette tendance s'intensifiera dans les années à venir, à vérifier et à garantir qu'en tout point de la salle (voire à l'extérieur), la puissance acoustique ne dépasse pas une valeur maximale fixée par la loi.

Nous nous proposons de concevoir un code 3D pour le calcul la pression acoustique dans un volume à partir de la connaissance de la géométrie du volume et des coefficients d'absorption et de réflexion des surfaces délimitant le volume. A partir de ce code nous allons attaquer au problème de l'optimisation de la position des sources. Les critères d'optimalité seront définis en accord avec nos collaborateurs acousticiens de SUPELEC Metz et de l'entreprise MPM de Metz.

Les membres de l'équipe travaillant sur cette application sont F. Magoules et K. Ramdani.

4.3.2 Réduction du bruit

Réduire le bruit dans une enceinte en utilisant des capteurs et des actionneurs situés sur des parties flexibles de la frontière de cette enceinte. Les modèles utilisés comportent une équation de type ondes pour l'enceinte et des équations de type plaque ou coque pour les parties flexibles de la frontière. Il s'agit ici d'un cas particulier des interactions fluide-structure. A moyen terme l'objectif est de remplacer l'équation linéaire des ondes par des modèles non-linéaires de la mécanique des fluides.

Nous nous intéressons aux capteurs et aux actionneurs faisant intervenir des matériaux intelligents, comme les piézoélectriques ou les alliages avec mémoire de forme. Pour la modélisation de capteurs et des actionneurs nous envisageons de collaborer avec le Laboratoire de Physique de Milieux Ionisés (LPMI) de l'Université Henri Poincaré de Nancy (P. Alnot) et avec les laboratoires LPM et LSG2M de l'Ecole de Mines de Nancy. Les membres de l'équipe travaillant sur cette application sont A. Henrot, F. Magoules et M. Tucsnak. Le travail présenté ci-dessus sera réalisé en partenariat avec l'ONERA. Nous avons également pris contact avec Hutchinson. Nous nous proposons d'intégrer dans ces logiciels des modules permettant de prendre en considération la présence des matériaux intelligents, comme les piézo-électriques ou les alliages à mémoire de forme.

Un autre problème du même type est la réduction les nuisances sonores (causées, par exemple, par l'arrivée du TGV en Lorraine) dans des zones d'habitation, en utilisant des matériaux absorbants ou des sources d'antibruit. Du point de vue modélisation la principale différence par rapport au cas précédent est que les équations sont posées dans tout l'espace. Nous nous proposons, en particulier, d'optimiser le profil du matériau absorbant pour obtenir un effet maximal avec une quantité donnée de matériau. Ce travail sera réalisé par P. Hébrard, A. Henrot, F. Magoules et M. Tucsnak. La réalisation d'un logiciel qui permet simultanément la visualisation en 3D de la position de l'observateur et la synthèse du bruit entendu par l'observateur fait l'objet d'un projet que F. Magoules réalisera dans le cadre du Centre Charles Hermite.

4.4 Chimie

Mots clés : chromatographie, équation parabolique, équation de transport, équation de Schrödinger, contrôle bilinéaire.

Résumé : *Nous nous proposons de traiter deux types d'applications ;*

1. *Contrôle des équations aux dérivées partielles modélisant un* **procédé chromatographique***,*
2. *Contrôle des* **reactions chimiques au niveau quantique***.*

4.4.1 Chimie

4.4.2 Contrôle des équations aux dérivées partielles modélisant un procédé chromatographique.

Ce système est un modèle réduit d'un procédé réel complexe d'un grand intérêt technologique dont la commande est actuellement mal maîtrisée. Les principales questions à étudier sont :

1. La caractérisation de l'ensemble des états atteignables
2. La résolution d'un problème de contrôle optimal
3. La commande robuste
4. La construction d'un observateur.

Ce travail sera réalisé en collaboration avec Jean-Pierre Corriou (Laboratoire de Sciences du Génie Chimique de l'I.N.P.L. de Nancy) et avec la société NOVASEP localisée à Nancy. Le travail sur cette application sera réalisé par A. Chapelon et F. Conrad.

4.4.3 Contrôle des réactions chimiques au niveau quantique

L'application de la théorie du contrôle dans ce domaine constitue un problème largement ouvert. Les enjeux économiques sont très importants, en particulier dans l'industrie pharmaceutique. Compte tenu du fait que nos études théoriques et numériques en sont encore à leurs débuts on a pour l'instant seulement des contacts informels avec les utilisateurs potentiels.

D'une manière générale il s'agit de contrôler l'état du système en appliquant une impulsion laser. Du point de vue mathématique cela revient à contrôler une équation de Schrödinger (en général non linéaire) en agissant sur le coefficient du terme d'ordre zéro. On est ici en présence d'un problème de contrôle bilinéaire.

Dans un premier temps on s'intéressera aux modèles simplifiés, comme une équation de Schrödinger linéaire.

Comme pour d'autre systèmes non linéaires (par exemple les équations d'Euler pour les fluides parfaits), il est probable que les résultats obtenus en attaquant directement le problème non linéaire soient meilleurs que ceux obtenus en linéairisant. C'est pour cette raison que, dans un deuxième temps, nous allons étudier l'espace des états atteignables pour l'équation non linéaire, sans projeter dans des espaces de dimension finie.

Nous pensons que nous avons les moyens d'appliquer des méthodes d'automatique non linéaire au contrôle bilinéaire de l'équation de Schrödinger. Le travail sur cette application sera réalisé par L. Rosier, T. Takahashi, M. Tucsnak et C.Z. Xu.

5 Logiciels

5.1 Boite à outils SCISPT de SCILAB

Participant : Bruno Pinçon [correspondant].

Mots clés : SCILAB, matrices creuses.

Résumé : *SCISPT est une boite à outils SCILAB qui interface les solveurs creux umfpack v3.1 de Tim Davis et taucs snmf de Sivan Toledo et qui propose des fonctions utiles pour le traitement des matrices creuses.*

SCISPT est une boite à outils SCILAB qui interface les solveurs creux umfpack v3.1 de Tim Davis et taucs snmf de Sivan Toledo et qui propose des fonctions utiles pour le traitement des matrices creuses. Le développement de cette boite à outils fait partie d'un programme plus vaste concernant la création des boites à outils SCILAB pour la résolution et le contrôle des systèmes gouvernés par des EDP. Une demande d'ARC allant dans cette direction est en préparation avec plusieurs partenaires.

5.2 ACVISION

Participant : Frédéric Magoules.

ACVISION est Un code pour la résolution des problèmes d'acoustique écrit en C++ en utilisant une programmation orienté objet, et des algorithmes vectoriels. Les performances d'une version de démonstration ont été comparées à celles obtenues par un code écrit en Fortran 90 puis avec celles obtenues par un code écrit en Matlab. Pour finir, une approche mixte basée sur des langages de type Python a été envisagée. Notre objectif à moyen terme est d'interfacer ce code avec un code "réalité virtuelle" pour permettre simultanément la visualisation de la position d'un observateur à l'intérieur d'une enceinte et la simulation du champ acoustique dans le point considéré.

A l'issue de cette analyse, nous nous sommes intéressé au contrôle passif du niveau sonore dans un véhicule automobile au moyen de matériaux absorbants. Une analyse de l'optimisation de la forme de l'habitacle a également été envisagée.

6 Résultats nouveaux

6.1 Contrôle des interactions fluide-structure

Mots clés : équations de Navier-Stokes, mouvement rigide.

Participants : Lionel Rosier, Jean-François Scheid, Marius Tucsnak, Cheng-Zhong Xu.

Les réalisations des membres du projet concernent le caractère bien posé des équations modélisant le mouvement de plusieurs solides rigides à l'intérieur d'un fluide visqueux incompressible. Le résultat le plus important dans cette direction donne l'existence globale des solutions faibles, en présence des collisions. Ce résultat a été prouvé dans l'article [15] accepté pour publication dans Archive for Rational Mechanics and Analysis. Des résultats d'existence des solutions fortes font partie du travail de thèse de Takeo TAKAHASHI. Nous travaillons actuellement sur des problèmes de contrôle associés à ce système. Une des possibilités étidiés est l'utilisation des techniques issues de l'automatique non linéaire utilisées dans [11] et [1]. Nous avons également conçu une méthode numérique adapté à ce problème. Nous travaillons actuellement sur les problème de convergence et sur l'optimisation du code numérique obtenu.

Des techniques similaires sont également utilisés pour les problèmes de transitions de phase. Il s'agit d'étudier des phénomènes de solidification d'alliages métalliques par des modèles de type *phase-field* (champ-de-phase). Les modèles considérés sont mathématiquement décrits par des systèmes d'équations d'évolution non linéaires. Nous nous sommes intéressés à la résolution numérique de tels systèmes par des méthodes d'Eléments finis, en établissant notamment la convergence de ces schémas par des estimations d'erreurs *a priori* [14].

Dans un thème voisin nous avons considérés les problèmes de stabilisation associés aux équations de Saint-Venant (eau peu profondes). Puisque le modèle linéarisé considéré dans le dans la littérature n'est qu'une approximation de la dynamique fortement non-linéaire du canal nous avons été amenés à généraliser le principe de linéarisation, bien connu en dimension finie, pour une classe de systèmes de dimension infinie, voir Xu et Feng [18]. Ce résultat nous a permis de conclure la stabilité locale d'un système non-linéaire basée sur celle de son linéairsé correspondant. Les équations de St Venant décrivant la dynamique des eaux (peu profondes) entrent en particulier dans la classe de systèmes pour laquelle nous avons montré la validité du principe de linéarisation.

6.2 Couplage des systèmes linéaires "bien posés au sens de Petrovski" et analyse spectrale

Participants : Fatiha Alabau, Francis Conrad, Geoff O'Dowd, Fatima Saouri, Marius Tucsnak, Cheng-Zhong Xu.

Le problème problème étudié dans [3] est la stabilisation interne indirecte de deux équations bien posées au sens de Petrovski couplées faiblement. Dans ce cas, contrairement au cas du contrôle frontière, l'opérateur de feedback est un opérateur borné. On montre sur le problème abstrait que l'énergie des solutions régulières décroît polynomialement à l'infini sous des hypothèses autorisant bien plus de possibilités de couplage que dans le cas frontière : onde-Petrowsky, Petrowsky-onde etc.

L'article [2], accepté dans SIAM Journal on Control, est consacré à l'observabilité et la contrôlabilité exacte indirecte frontière de deux équations des ondes faiblement couplées. On considère maintenant le problème de l'observabilité indirecte, i.e. on couple deux équations des ondes et on veut savoir si l'observation par exemple de la trace de la dérivée normale de la première composante sur une partie du bord (vérifiant les conditions de Bardos-Lebeau-Rauch) permet de "restituer" les données initiales. On montre sous des hypothèses classiques sur le domaine sur lequel on observe que ceci est possible. L'application de la méthode HUM de Lions nous permet ensuite d'en déduire un résultat de contrôlabilité exacte indirecte, i.e. en appliquant un contrôle sur une seule des deux composantes, on peut ramener le système complet à l'équilibre au bout d'un temps $T_0 > 0$ explicite. Ces résultats ne peuvent se déduire des résultats de stabilisation précédents et requièrent d'autres techniques.

Nous avons également étudié des problèmes de contrôlabilité simultanée de seux systèmes de dimension infinie. Des résultats complets pour une corde élastique on été obtenus dans [6].

En ce qui concerne le couplage des systèmes de dimension infinie et des systèmes de dimension finie nous avons considérer plusieurs problèmes. Pour un modèle simplifié de pont roulant (câble flexible attaché à un chariot et transportant une masse) qu'on ne peut stabiliser uniformément par des feedbacks frontière classiques en vitesse et position, la stabilisation uniforme avec des feedbacks d'ordre plus élevé (prenant en compte la vitesse de rotation) a été obtenue, pour une norme standard et une norme plus fine [8] . Parallèlement, l'étude de la stabilité forte avec un feedback en vitesse et en position, dissipatif mais non monotone, a été menée. Pour prouver la convergence vers zéro des solutions, on se ramène à des équations perturbées par des opérateurs plus réguliers [10]. Extension au cas où le câble est remplacé par une poutre. Depuis un an, les travaux s'orientent maintenant vers l'étude de stabilité lorsqu'on ne prend pas en compte la position dans le terme de commande. Dans ce cas, le système admet les constantes comme solutions, voire des solutions affines en temps ou en espace, ou encore plus exotiques. L'analyse asymptotique de ce type de problème non coercif a été développée pour divers modèles. Pour le pont roulant, avec un feedback uniquement en vitesse, par différentes approches selon que le feedback est linéaire ou non, on a convergence vers une constante qui dépend de la condition initiale [9]. L'extension à des modèles où le câble est remplacé par une poutre est en cours, en utilisant un quotient d'espace par les solutions affines en espace. Egalement en cours, le cas d'un câble avec un feedback d'ordre plus élevé, en vitesse et en vitesse de rotation, mais sans terme de position, où on obtient des estimations sur la vitesse de convergence des solutions vers des constantes ou des fonctions affines en temps.

Les travaux liés à l'analyse spectrale ont été très nombreux.

1. L'obtention du taux optimal de décroissance de l'énergie pour un modèle élastique avec un contrôle dissipatif peut s'obtenir par exemple si on sait démontrer qu'un système de vecteurs propres généralisés du modèle forme une base de Riesz de l'espace d'énergie. Ce dernier point peut parfois se vérifier par analyse précise du spectre du système (basses

et hautes fréquences) et utilisation de résultats de perturbation. Ceci a été réalisé pour un modèle de corde avec contrôle en position et vitesse à un bout, avec Dirichlet ou Neumann à l'autre bout [7]. Cette méthode devient en général difficile à utiliser pour des problèmes plus complexes avec des contrôles frontière (contrôle d'ordre plus élevé, systèmes hybrides). Nous avons utilisé la théorie de Shkalikov, qui donne un cadre général pour vérifier qu'un système de vecteurs propres généralisés forme une base de Riesz de l'espace d'énergie. La technique est particulièrement adaptée aux systèmes où la valeur propre apparaît dans les conditions au bord, ce qui se produit pour des contrôles frontière dynamiques. Adaptant cette technique, nous avons traité le cas d'une poutre encastrée à un bout, avec ou sans masse à l'autre bout, avec un contrôle moment fonction de la vitesse de rotation à ce bout [10].

2. Les propriétés spectrales ainsi et leur lien avec les problèmes de contrôlabilité et de stabilité ont été étudié, pour une classe très large des systèmes d'ordre 2, dans [5] et [16].
3. Des propriétés spectrales qui ne sont pas directement liées au contrôle sont étudiés dans [13]

6.3 Optimisation de la géométrie des capteurs et des actionneurs pour des systèmes distribués

Participants : Antoine Chapelon, Pascal Hébrard, Antoine Henrot, Marius Tucsnak.

Nous nous sommes intéressés à des problème issus du contrôle des structures par des matériaux intelligents. Il s'agit de trouver la localisation et la forme à donner aux actionneurs et contrôleurs pour que le contrôle soit le plus efficace possible. Les critères et les équations d'état peuvent varier. Des résultats intéressants sont déjà parus dans [12] pour un problème stationnaire et [4], pour un problème de contrôle ponctuel sur une corde vibrante. Nous prouvons que le contrôle est optimal à condition qu'il soit effectué au milieu de la corde. Ces questions font de plus l'objet de la thèse de P. Hébrard (bourse BDI Cnrs-Région). Nous avons étudié assez complètement le problème de la stabilisation d'une corde vibrante au moyen d'un contrôle interne distribué sur des sous-ensembles de la corde de longueur totale fixée. Il s'agit de trouver le positionnement optimal pour rendre le taux de décroissance le plus grand possible. Dans le cas où le contrôle est effectué au moyen d'un ou de deux sous-intervalles P.Hébrard a développé un algorithme génétique permettant de résoudre numériquement le problème. Dans le cas général, nous prouvons la non-existence d'une solution optimale (sauf dans le cas particulier où on s'autorise à agir sur la moitié de la corde).

7 Actions régionales, nationales et internationales

7.1 Actions régionales

7.1.1 Responsabilités nationales et locales assurées par les membres du projet :

A l'Inria : participation au comité des Projets de l'Inria-Lorraine (M. Tucsnak).

Dans les instances universitaires et Cnrs : Responsable du DEA de mathématiques de l'UHP (F. Conrad), Commission de spécialistes 25 ème et 26 ème sections de l'Université

Henri Poincaré Nancy I et Nancy II (F. Conrad, A. Henrot) ; Commission de spécialistes de l'université de Metz (A. Henrot) ; Commission de spécialistes de l'INPL (F. Conrad et B. Pinçon) ; Commission de spécialistes de l'université de Strasbourg (F. Conrad).

7.2 Actions européennes

Nous avons obtenu de la part du CNRS une action de coopération avec la Grande Bretagne. Le correspondant anglais et G. Weiss de Imperial College. Les membres de notre équipe participant à cette action sont F. Conrad, M. Tucsnak et C.-Z. Xu.

7.3 Visites et invitations de chercheurs

D. Feng (Chine), P. Grabowski (Cracovie) J. San Martin (Santiago), V. Starovoitov (Novosibirsk), G. Weiss (Londres).

8 Diffusion de résultats

8.1 Participation à des colloques, séminaires, invitations

8.1.1 Congrès internationaux

[17] SIAM Conference on Control, San Diego, juillet 2001 (A. Henrot, M. Tucsnak), Pluralism in Distributed Parameter Systems, Enschede (Pays Bas), juillet 2001 (M. Tucsnak, C.Z. Xu), European Conference on Elliptic and Parabolic Problems, Gaeta (Italie), septembre 2001 (A. Henrot),

Conférence invitée

8th Conference on Control of Distributed Parameter Systems, juillet 2001, Graz, Autriche (M.Tucsnak)

8.2 Enseignement

La majorité des membres du projet sont des enseignants-chercheurs et s'investissent donc largement dans des enseignements universitaires :

- licence de mathématiques : Analyse numérique (M. Tucsnak).
- maîtrise de mathématique : Distributions, (M. Tucsnak)
- Cours de D.E.A. : EDP (F. Conrad, M. Tucsnak)
- Cours de D.E.S.S. - I.M.O.I : optimisation non linéaire (F. Conrad, J.-F Scheid).

9 Bibliographie

Livres et monographies

[1] A. Bacciotti, L. Rosier, *Liapunov functions and stability in control theory*, Springer-Verlag London Ltd., London, 2001.

Articles et chapitres de livre

[2] F. Alabau, « Indirect boundary stabilization of weakly coupled systems », *Siam J. on Cont. and Optimization*, Accepté pour publication.

[3] F. Alabau, P. Cannarsa, V. Komornik, « Indirect internal damping of coupled systems », *J. of Evolution Equations*, Accepté pour publication.

[4] K. Ammari, A. Henrot, M. Tucsnak, « Optimal pointwise stabilization of a string », *Asymptotic analysis*, à paraître.

[5] K. Ammari, M. Tucsnak, « Stabilization of second order evolution equations by a class of unbounded feedbacks », *ESAIM Control Optim. Calc. Var. 6*, 2001, p. 361–386.

[6] S. Avdonin, M. Tucsnak, « Simultaneous controllability in sharp time for two elastic strings », *ESAIM Control Optim. Calc. Var. 6*, 2001, p. 259–274.

[7] M. Cherkaoui, F. Conrad, N. Yebari, « Optimal decay rate of energy for a wave equation with boundary feedback », *Advances in Mathematical Sciences and Applications*, accepté pour la publication.

[8] F. Conrad, A. Mifdal, « Uniform stabilization of a hybrid system with a class of nonlinear feedback laws », *Advances in Mathematical Sciences and Applications 11*, 2001, p. 549–569.

[9] F. Conrad, G. O'Dowd, F. Saouri, « Asymptotic behaviour for a model of flexible cable with tip masses », *Asymptotic Analysis*, accepté pour la publication.

[10] F. Conrad, F. Saouri, « Stabilisation d'une poutre. Etude du taux optimal de décroissance de l'énergie élastique », *ESAIM COCV*, accepté pour la publication.

[11] J. Couchouron, « Compactness theorems for abstract evolution problems », *Journal of Evolution Equations*, 2001.

[12] A. Henrot, H. Maillot, « Optimization of the shape and the location of the actuators in an internal control problem », *Bollettino della Unione Matematica Italiana (8)* **4-B**, 2001, p. 737–757.

[13] A. Henrot, E. Oudet, « Le stade ne minimise pas λ_2 parmi les ouverts convexes du plan », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math 332*, 2001, p. 417–422.

[14] D. Kessler, J.-F. Scheid, « A priori error estimates of a finite element method for an isothermal phase-field model related to the solidification process of a binary alloy », *IMA J. Numer. Anal.*, accepté pour la publication.

[15] J. S. Martin, V. Starovoitov, M. Tucsnak, « Global weak solutions for the two dimensional motion of several rigid bodies in an incompressible viscous fluid », *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Accepté pour publication.

[16] G. Weiss, O. Staffans, M. Tucsnak, « Well-posed linear systems—a survey with emphasis on conservative systems », *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci. 11*, 1, 2001, p. 7–33, Mathematical theory of networks and systems (Perpignan, 2000).

[17] C. Xu, D. Feng, « Symmetric hyperbolic systems and applications to exponential stability of heat exchangers and irrigation canals », *Proceedings of Mathematical Theory of Network and Systems*, Perpignan, France, June 19-23, 2000.

[18] C. Xu, D. Feng, « Linearization method to stability analysis for nonlinear hyperbolic systems », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math*, 2001, p. 809–814.