

Projet GAMMA

*Génération Automatique de Maillages et Méthodes
d'Adaptation*

Rocquencourt

THÈME 4B



*R*apport
d'Activité

2001

Table des matières

1	Composition de l'équipe	3
2	Présentation et objectifs généraux	3
3	Fondements scientifiques	4
3.1	Méthodes de génération maillage	4
3.1.1	Méthode de type Delaunay	4
3.1.2	Méthode frontale	5
3.1.3	Autres méthodes	5
3.1.4	Géométrie algorithmique	5
3.2	Méthodes d'adaptation de maillage	6
3.3	Définition géométrique	6
3.3.1	CAO	6
3.3.2	CAO discrète	7
3.3.3	Analyse d'une géométrie	7
3.3.4	Bases de données	7
4	Domaines d'applications	7
4.1	Panorama	7
4.2	E.D.P. et éléments finis	7
4.3	E.D.P. et adaptation	8
4.4	Maillage des surfaces	8
5	Logiciels	8
5.1	Logiciel Bamg	8
5.2	Logiciel BL2D-V1	9
5.3	Logiciel BL2D-V2	9
5.4	Logiciel BLSURF	10
5.5	Logiciel BLMOL	10
5.6	Logiciel Emc2	11
5.7	Logiciel Medit	11
5.8	Logiciel FreeFem+	11
5.9	Logiciel GAMHIC3D	12
5.10	Logiciel GHS3D	12
5.11	Logiciel YAMS	12
6	Résultats nouveaux	12
6.1	Interpolation et maillage de grilles 3-D	12
6.2	Remaillage en grandes déformations	13
6.3	Adaptation de maillages 3D	14
6.4	Simplification de Delaunay des cartes géographiques	16
6.5	Partitionnement d'images	18
6.6	Maillage de surfaces discrètes	18

6.7	Contraintes par partition et problème d'existence d'un maillage d'un polyèdre arbitraire	23
6.8	Génération automatique de maillages hexaédriques	23
6.9	Publication générale	26
7	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	26
7.1	Simulog	26
7.2	Dassault Aviation	26
7.3	SNECMA	27
7.4	LECTRA	27
8	Actions régionales, nationales et internationales	27
8.1	Actions européennes	27
8.1.1	Projet Magic-Feat	27
8.2	Actions nationales	28
8.2.1	Arc COSTIC	28
8.2.2	Arc VITESV	28
8.2.3	Arc ISMC	28
8.3	Actions internationales	28
9	Diffusion de résultats	29
9.1	Participation à des colloques, séminaires, invitations	29
9.2	Enseignement	29
10	Bibliographie	29

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Paul Louis George [DR]

Responsable permanent

Patrick Laug [CR]

Assistante de Projet

Maryse Desnous [TR (en commun avec Macs et M3N)]

Personnel Inria

Pascal Frey [CR]

Éric Saltel [DR]

Conseiller scientifique

Olivier Pironneau [Professeur, Université Paris 6]

Collaborateurs extérieurs

Houman Borouchaki [Professeur, Université de Technologie de Troyes]

Frédéric Hecht [Professeur, Université Paris 6]

Bijan Mohammadi [Professeur, Université Montpellier]

Loic Maréchal [Simulog]

Philippe Pébay [MSC (depuis oct.)]

Doctorants

Dominique Leservoisier [Snecma]

Olivier Roques [Dassault Aviation, Université Paris 6]

Frédéric Alauzet [Université Montpellier]

2 Présentation et objectifs généraux

Une branche importante des sciences de l'ingénieur s'intéresse aux calculs des solutions d'équations aux dérivées partielles très variées (en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en modélisation de problèmes thermiques, ...) par la méthode des éléments finis. Cette méthode utilise comme support spatial des calculs un maillage du domaine sur lequel les équations sont formulées. Par suite, les algorithmes (de construction) de maillages occupent un rôle important dans toute simulation par la méthode des éléments finis d'un problème modélisé en équations aux dérivées partielles. En particulier, la précision, voire la validité, des solutions calculées est liée aux propriétés du maillage utilisé comme support ^[Cia91].

Le projet GAMMA a été créé en 1996. Les thèmes du projet regroupent un ensemble d'activités concernant les points indiqués ci-dessus, en particulier, l'aspect génération automatique de maillages afin de construire les supports utilisés par la méthode des éléments finis. Sont également étudiés les aspects post-traitement et visualisation des résultats issus de tels calculs ^[P.J99].

[Cia91] P. G. CIARLET, *Basic Error Estimates for Elliptic Problems, II*, Ciarlet, P. G. and Lions, J. L., North Holland, 1991.

[P.J99] P.J. FREY ET P.L. GEORGE, *Maillages. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1999.

L'évolution de la demande en termes de génération automatique de maillages implique une évolution des méthodes classiques de création de maillages vers des méthodes permettant de construire des maillages contrôlés. Les maillages doivent donc être soit isotropes, le contrôle portant sur des tailles souhaitées, soit anisotropes, le contrôle portant à la fois sur des directions et des tailles selon ces dernières.

Le développement d'algorithmes de maillages gouvernés sert de support naturel à la conception de boucles de maillages adaptatifs qui, via un estimateur d'erreurs *a posteriori*, permettent de contrôler la qualité des solutions.

Ces préoccupations amènent à considérer le problème du maillage des domaines de calculs en eux-mêmes tout comme celui du maillage ou du remaillage des courbes et surfaces, frontières de ces domaines.

La taille, en termes de nombre de nœuds, des maillages nécessaires pour certaines simulations, amène à travailler sur la parallélisation des processus de calculs. Cette problématique conduit à s'intéresser à l'aspect parallélisation au niveau des processus de génération des maillages plutôt qu'au niveau des algorithmes de maillages proprement dits.

Simultanément, le volume des résultats obtenus dans de telles simulations, nécessite d'envisager le post-traitement de ces résultats en parallèle ou par des méthodes appropriées.

Les objectifs du projet Gamma consistent à étudier l'ensemble des points mentionnés ci-dessus afin de rendre automatique le calcul de la solution d'un problème donné avec une précision imposée au départ. Par ailleurs, certaines des techniques utilisées dans les problématiques de maillage sont utilisables dans diverses disciplines (compression d'images, etc.).

3 Fondements scientifiques

La construction d'algorithmes de maillages fait appel à un ensemble de disciplines scientifiques incluant notamment la géométrie euclidienne, différentielle, discrète ou algorithmique. Par ailleurs, les aspects de complexité d'algorithme, minimisations des ressources mémoire et les problèmes de précision numérique sont pris en compte.

3.1 Méthodes de génération maillage

3.1.1 Méthode de type Delaunay

La base théorique des méthodes de maillage de type Delaunay est fournie par l'ensemble des résultats relatifs aux méthodes de triangulation de Delaunay ^[Boi95]. Dans le cadre du maillage, l'aspect triangulation (de l'enveloppe convexe d'un nuage de points) ne représente qu'une part de l'algorithmique à mettre en place. De nouveaux problèmes se posent qui concernent les triangulations *contraintes* (bien résolus en deux dimensions, moins clairs en trois dimensions), la façon de construire les points internes aux domaines (non convexes) considérés, les méthodes d'optimisation et, plus généralement, la définition de ce qu'est un maillage acceptable pour une application de type éléments finis, ^[Geo97].

[Boi95] BOISSONNAT, J.D. ET YVINEC, M., *Géométrie algorithmique*, Ediscience, 1995.

[Geo97] GEORGE, P.L. ET BOROUCHAKI, H., *Triangulation de Delaunay et maillage. Applications aux éléments finis*, Hermès, 1997.

Par ailleurs, l'approche développée en deux dimensions et en trois dimensions se prête à une extension *anisotrope*. Un maillage de type Delaunay anisotrope en trois dimensions a des applications dans les problèmes où des directions sont à privilégier (mécanique des fluides (chocs, couches limites, ...)). En deux dimensions, on retrouve le même type d'applications et, de plus, une méthode qui s'applique à la construction de maillages pour les surfaces paramétrées. En effet, par définition, la géométrie d'une surface est intrinsèquement de nature anisotrope (rayons de courbure).

3.1.2 Méthode frontale

En deux dimensions, la méthode frontale est une méthode bien connue et utilisée depuis longtemps, [Geo71]. Un front initial est formé par les arêtes composant la discrétisation des frontières du domaine considéré. Partant d'une de ces arêtes, un point est choisi ou construit puis connecté avec celle-ci pour former un triangle. Le front est alors mis à jour et le même processus est poursuivi tant que le front n'est pas vide. En trois dimensions, [Loh96], cette méthode pose un certain nombre de difficultés liées en particulier au fait qu'il n'existe pas de théorie permettant de définir à coup sûr un algorithme efficace et convergent.

Les problèmes de convergence de l'algorithme, de validité et de qualité des maillages générés sont résolus de manière satisfaisante en se basant sur un maillage de fond et en utilisant des structures de données géométriques adaptées.

3.1.3 Autres méthodes

D'autres méthodes de génération de maillages existent. Une méthode importante est basée sur une utilisation « détournée » des structures de données en arbre, telle que le PR-quadtrees. Le domaine est immergé dans une boîte. Celle-ci est divisée de manière récursive en cellules selon une structure d'arbre de façon à vérifier un certain critère (ou test d'arrêt). Les cellules terminales servent alors de support à la création des éléments du maillage, [She91].

3.1.4 Géométrie algorithmique

La géométrie algorithmique, [Pre85], [Boi95], ou du moins des parts importantes de celle-ci, donne un support théorique et des indications pratiques pour le développement de nombreux algorithmes utilisés dans le contexte de la génération de maillage.

Les questions générales concernant les structures de données, les algorithmes de base (tri, recherche, ...) et la complexité des algorithmes trouvent naturellement leur place dans nos activités.

[Geo71] A. GEORGE, *Computer implementation of the finite element method*, thèse de doctorat, Dep. of Computer Science, Stanford, 1971.

[Loh96] R. LOHNER, « Progress in grid generation via the advancing front technique », *Engineering with computers*, 12, 1996, p. 186–210.

[She91] SHEPHARD, M. S. AND GEORGES, M. K., « Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique », *Int. J. Numer. Methods Eng.* 32, 4, 1991, p. 709–749.

[Pre85] PREPARATA, F.P. AND SHAMOS, M.I., *Computational geometry, an introduction*, Springer-Verlag, 1985.

Toutes les études sur les triangulations de Delaunay donnent un certain nombre de résultats utiles dans les méthodes de maillage. Parmi ceux-ci, les preuves d'existence ou non de solution indiquent s'il peut être envisagé de chercher des algorithmes dérivés des résultats abstraits ou s'il convient de s'orienter vers des algorithmes de nature plus heuristique.

3.2 Méthodes d'adaptation de maillage

Dans une simulation numérique par des méthodes d'éléments finis, la qualité en forme et en taille des éléments du maillage support est importante, en raison de son effet sur la précision des solutions numériques et sur la convergence du schéma numérique utilisé lors du calcul [Cia91], [Ver96]. L'adaptation des maillages au comportement physique du phénomène étudié est un moyen de réduire les temps de calcul et d'améliorer la précision des résultats numériques¹. La génération du maillage est alors gouvernée par ces résultats pour obtenir un nouveau maillage mieux adapté au phénomène physique modélisé.

Le principe de base pour gouverner un algorithme de construction de maillage est d'introduire la notion de *longueur unité* et de piloter la méthode de façon à construire des arêtes de cette longueur. Cette longueur unité est mesurée dans le champ de métriques correspondant au problème étudié. Ce champ n'est autre qu'une carte de spécifications de tailles ou de directions et de tailles liées, d'une part, à l'analyse des solutions du problème traité via un estimateur d'erreurs approprié et, d'autre part, à des contraintes de nature géométrique.

L'idée pour l'adaptation est alors d'utiliser des algorithmes de maillage gouvernés en les insérant dans une boucle de calculs. Chaque pas de la boucle comprend une phase de génération de maillage, une phase de résolution pour trouver la solution correspondante, une phase d'analyse de cette solution et, si besoin est, le processus complet est répété jusqu'à obtention d'une solution de précision donnée (au sens de l'estimateur d'erreurs).

3.3 Définition géométrique

3.3.1 CAO

En trois dimensions, les domaines à mailler sont définis via leur frontière (surface). Au niveau industriel, ces surfaces sont produites par des systèmes de CAO. Néanmoins, deux observations immédiates indiquent que quelques difficultés sont à attendre. En premier lieu, il n'y a pas une mais de nombreuses définitions pour une surface dans les codes de CAO. En second, ces systèmes n'ont pas été originellement prévus pour fournir des maillages au sens éléments finis mais plutôt à des fins de visualisation et de fabrication.

¹Le critère d'adaptation est basé sur un estimateur d'erreurs *a posteriori* et le résultat de l'analyse est traduit en termes de métriques associées aux noeuds du maillage support du calcul.

[Cia91] P. G. CIARLET, *Basic Error Estimates for Elliptic Problems, II*, Ciarlet, P. G. and Lions, J. L., North Holland, 1991.

[Ver96] R. VERFURTH, *A review of a posteriori error estimation and adaptive refinement techniques*, Wiley-Teubner, 1996.

3.3.2 CAO discrète

Une idée simple pour pallier les difficultés mentionnées ci-dessus est de choisir une définition discrète des géométries. Cette CAO discrète est alors relativement facile à utiliser par un mailleur et, en particulier, permet d'éviter d'avoir un couplage direct avec tel ou tel code de CAO, rendant ainsi possible le développement autonome de processus génériques de maillage (en particulier en adaptation de maillages).

3.3.3 Analyse d'une géométrie

Les problèmes de maillage de surfaces nécessite l'analyse de la qualité, en un sens à préciser, des maillages construits. L'analyse des surfaces paramétrées (définies via un espace paramétrique) ou discrètes (définies via un maillage) conduit à chercher des estimateurs fiables quantifiant les écarts de ces surfaces aux maillages censés les approcher.

3.3.4 Bases de données

Les maillages sont construits en vue d'applications de type éléments finis (bien que d'autres applications soient envisageables, visualisation et réalité virtuelle en particulier). Par suite, il est nécessaire de définir des structures de données appropriées permettant la communication entre le mailleur et les autres étapes d'un processus de calcul.

Réaliser une boucle de calculs adaptatifs ou encore mener ce type de travail en parallèle (pour pouvoir traiter des maillages de plusieurs dizaines ou centaines de millions d'éléments) implique que la définition de ces structures de données permette l'accès aux différentes informations utiles (communication entre processeur, transfert de données, liens avec la géométrie, etc.).

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Mots clés : élément fini, résolution d'EDP, adaptation et contrôle d'erreurs, réalité virtuelle.

Tout calcul par éléments finis ou par volumes finis, dans une certaine mesure, utilise comme support spatial un maillage. Ce dernier sert à discrétiser le domaine où le problème est formulé en l'approchant par l'union des éléments formant son maillage. Par suite, toute simulation numérique via ces méthodes nécessite la construction d'un maillage. Par ailleurs, les maillages de surfaces ont des applications autres, en particulier, en visualisation et en réalité virtuelle (animation, compression d'image, etc.).

4.2 E.D.P. et éléments finis

Les applications sont ici les applications classiques indiquées ci-dessus. On trouve donc naturellement des applications en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en électromagnétisme, en modélisation thermique, en chimie, etc.

4.3 E.D.P. et adaptation

L'adaptation de maillage couplée aux estimateurs d'erreurs permet d'envisager de faire, au niveau industriel, des calculs avec un contrôle automatique d'erreurs. On trouve déjà, en statique pour la mécanique du solide, des produits basés sur ce type de techniques. Le but est évidemment d'étoffer les plages d'utilisation en abordant les cas dynamiques et des problèmes physiques plus compliqués (non-linéaires, en particulier).

4.4 Maillage des surfaces

Mailler les surfaces est un pré-requis fondamental pour aborder le maillage des domaines tridimensionnels. En effet, les mailleurs automatiques de tels volumes utilisent, en général, le maillage de leur frontière comme donnée. De plus, la qualité de ce maillage de surface conditionne, dans une large mesure, la qualité du maillage tridimensionnel construit. Par ailleurs, les maillages de surfaces permettent le rendu réaliste des géométries de celles-ci en minimisant, selon certains critères, le nombre d'éléments assurant ce rendu. Les techniques de décimation, par exemple, rendent possible la construction de maillages de tailles différentes (en nombre d'éléments) mais d'aspect visuel identique selon le point d'observation (plus on s'éloigne, moins le maillage est riche en éléments). L'effet immédiat est la rapidité de l'affichage.

5 Logiciels

La diffusion des logiciels issus des travaux de recherche du projet Gamma est effectué, à ce jour, de deux façons. La plupart des logiciels en deux dimensions sont accessibles à tous (sauf pour usage commercial) tandis que les autres logiciels, pour le cas des surfaces et en trois dimensions en particulier, font l'objet de diffusion ou de transfert au travers d'accords précis de nature scientifique ou de type commercial. À ce titre, l'équipe a mis dans le domaine public les logiciels BL2D-V1, Emc², Bamg et FreeFEM/GFEM qui sont documentés et accessibles sur le site :

`ftp://ftp.inria.fr/INRIA/Projects/Gamma`

Pour la diffusion des autres logiciels (non présents sur ce site), existants ou à venir, l'Inria et Simulog, en collaboration étroite, proposent différentes solutions permettant des mises à disposition, des évaluations, des transferts de technologie ou des ventes (sous des formes adaptées).

Les différents logiciels (ensemble de programmes autonomes) ou modules (ensemble de programmes à intégrer dans un logiciel) sont présentés par ordre alphabétique dans le tableau ci-dessus et dans la description rapide qui suit.

5.1 Logiciel Bamg

Participant : Frédéric Hecht [correspondant].

Mots clés : maillage, triangle, quadrangle, adaptation de maillage, isotrope, anisotrope.

Bamg est un générateur de maillages bidimensionnels isotropes ou anisotropes. Il permet

Nom	Dimension	Disponibilité
Bamg	2D	domaine public
BL2D-V1	2D	domaine public
BL2D-V2	2D	transfert
BLSURF	3D surfacique	transfert
BLMOL	3D surfacique	transfert
Emc2	2D	domaine public
FreeFem+	2D	domaine public
Medit	toutes dim.	transfert
GAMHIC3D	3D volumique	transfert
GHS3D	3D volumique	transfert
YAMS	3D surfacique	transfert

TAB. 1 – Tableau des logiciels et des modules.

de construire un maillage à partir d'une géométrie (une frontière) ou de construire un maillage adapté en partant d'un maillage précédent et en se donnant une solution ou une métrique. Il permet aussi, dans ce cas, d'interpoler sur le maillage créé les solutions, dans le cas P^1 , définies sur le maillage précédent.

Une géométrie est définie par un maillage de contours : une liste de sommets, une liste d'arêtes et des informations sur la continuité G^1 souhaitée. Ce logiciel est décrit sur le site :

<http://www-rocq.inria.fr/gamma/cdrom/www/bamg/fra.htm>.

5.2 Logiciel BL2D-V1

Participants : Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki [correspondant].

Mots clés : maillage, triangle, quadrangle, adaptation de maillage, isotrope, anisotrope.

Le logiciel BL2D-V1 crée des maillages bidimensionnels isotropes ou anisotropes. Il peut être intégré dans un processus adaptatif. Son architecture logicielle est modulaire et deux composants jouent un rôle central. Le premier discrétise des courbes dans l'espace \mathbf{R}^2 . Le second maille des domaines dans l'espace \mathbf{R}^2 . Ce mailleur est de type Delaunay généralisé. Ce logiciel est disponible sur le site :

<http://www-rocq.inria.fr/gamma/cdrom/www/bl2d/fra.htm>.

5.3 Logiciel BL2D-V2

Participants : Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki [correspondant].

Mots clés : maillage, triangle, quadrangle, adaptation de maillage, isotrope, anisotrope, géométrie variable, élément P^1 , élément P^2 , élément Q^1 , élément Q^2 .

Ce logiciel est issu du logiciel BL2D-V1 mais offre des possibilités plus nombreuses. Il crée des maillages isotropes ou anisotropes dans le plan, peut être intégré dans un processus

adaptatif, et peut traiter des frontières déformables.

La méthode de maillage est de type Delaunay ou frontale. Dans ce dernier cas, la génération des points internes suit une logique frontale, et leur connexion est réalisée comme dans une approche Delaunay classique. L'obtention de quadrangles est faite par appariement. La construction directe d'éléments de degré 2 est rendue possible via le contrôle du maillage des frontières du domaine, de façon à assurer la compatibilité désirée. Les nœuds milieux frontières sont placés en fonction de l'abscisse curviligne. Les nœuds milieux internes sont obtenus par un processus d'optimisation.

La diffusion de ce logiciel est liée à des accords de transfert.

5.4 Logiciel BLSURF

Participants : Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki [correspondant].

Mots clés : maillage de surface, triangle, quadrangle, adaptation de maillage, isotrope, anisotrope, élément P^1 , élément P^2 , élément Q^1 , élément Q^2 .

Le logiciel BLSURF permet le maillage de surfaces composées de carreaux paramétrés. Plusieurs types de carreaux ont été prédéfinis (sphériques, cylindriques, toriques, de Bézier, B-spline et NURBS). Ce mailleur surfacique est basé sur une méthode indirecte. On maille les domaines des paramètres puis on reporte ces maillages sur la surface en assurant la compatibilité au niveau des interfaces. Les maillages dans \mathbf{R}^2 sont gouvernés par les propriétés géométriques des carreaux et sont, en général, anisotropes. Les techniques utilisées sont les mêmes que dans le logiciel BL2D-V2 (que ce code utilise en partie).

La diffusion de ce logiciel est liée à des accords de transfert.

5.5 Logiciel BLMOL

Participants : Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki [correspondant].

Mots clés : maillage, surface moléculaire.

Une part grandissante de la chimie quantique est consacrée aux surfaces moléculaires. Pour modéliser une telle surface, chaque atome est idéalisé par une simple sphère. Il est alors possible de définir différents types de surfaces moléculaires, notamment la *surface de Van der Waals* (VWS), la *surface accessible au solvant* (SAS) et la *surface exclue au solvant* (SES), encore appelée surface de Connolly. Le but du logiciel BLMOL est de mailler ces surfaces en se conformant à certains critères de qualité. En particulier, des spécifications de tailles doivent être respectées et les éléments doivent être aussi réguliers que possible [24].

La diffusion de ce logiciel est liée à des accords de transfert.

5.6 Logiciel Emc2

Participants : Frédéric Hecht [correspondant], Eric Saltel.

Mots clés : maillage, CAO, triangle, quadrangle, triangulation automatique.

Emc2 est un logiciel portable, graphique et interactif d'édition de maillages et de contours en deux dimensions. Il permet de générer interactivement des maillages bidimensionnels pour la méthode des éléments finis en définissant la géométrie (D.A.O), la discrétisation des contours, les sous-domaines et les numéros de référence (afin d'introduire un lien avec la physique, *i.e.*, les conditions aux limites et les propriétés des matériaux). Les maillages, formés de triangles ou de quadrangles, sont essentiellement de type grille ou de type Delaunay.

Il est possible d'éditer un maillage en ajoutant, supprimant, déplaçant des sommets, etc. et en lui appliquant des transformations affines (symétrie, rotation, etc). Ce logiciel est décrit sur le site :

<http://www-rocq.inria.fr/gamma/cdrom/www/emc2/fra.htm>.

5.7 Logiciel Medit

Participants : Pascal Frey [correspondant], Eric Saltel.

Mots clés : visualisation de maillages.

Medit est un environnement graphique (sous OpenGL) permettant de visualiser de manière interactive des maillages (2D, 3D et surfaces) et des informations associées (champs de solutions, entités spécifiques). Les rotations, translations, zooms, etc. se font de manière naturelle avec la souris. La visualisation des solutions associées à un maillage permet de regarder des iso-lignes ou iso-surfaces (d'un champ scalaire) ou des lignes de courant (champ vectoriel). Ce logiciel très simple d'utilisation permet de visualiser très rapidement des maillages (et solutions) de taille importante (plusieurs centaines de milliers ou quelques millions d'éléments en 3 dimensions) sur une simple station de travail ou un PC [31].

La diffusion de ce logiciel est liée à des accords de transfert.

5.8 Logiciel FreeFem+

Participants : Frédéric Hecht [correspondant], Olivier Pironneau [correspondant].

Mots clés : maillage, triangle, élément fini, adaptation de maillage, équation aux dérivées partielles, C++.

FreeFem+ est une implémentation d'un langage dédié aux éléments finis qui permet de résoudre des équations aux dérivées partielles simplement sur différents maillages. Il permet aussi de faire de l'adaptation de maillages. Le logiciel a été porté sous les environnements Unix, MacOS et Windows. Ce logiciel est décrit sur le site :

<http://www-rocq.inria.fr/gamma/cdrom/www/freefem/fra.htm>.

5.9 Logiciel GAMHIC3D

Participants : Houman Borouchaki, Paul Louis George [correspondant], Frédéric Hecht, Éric Saltel.

Mots clés : maillage isotrope contrôlé, tétraèdre, triangulation automatique.

GAMHIC3D est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface. Ce module est une extension du module GHS3D au cas d'un problème de maillage contrôlé. On se donne donc une *carte de métriques isotrope* (des tailles) définie de manière discrète aux sommets d'un *maillage de fond*. Le but est alors, partant d'un maillage de la frontière du domaine réputé conforme vis-à-vis de la carte spécifiée, de construire un maillage volumique correspondant conforme à cette même carte.

La diffusion de ce module est liée à des accords de transfert.

5.10 Logiciel GHS3D

Participants : Paul Louis George [correspondant], Frédéric Hecht, Éric Saltel.

Mots clés : maillage, tétraèdre, triangulation automatique.

GHS3D, alias TetMesh-GHS3D, est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface.

La diffusion de ce module est liée à des accords de transfert. Notons que ce module est déjà intégré dans un nombre important de codes commerciaux largement diffusés.

5.11 Logiciel YAMS

Participant : Pascal Frey [correspondant].

Mots clés : maillage de surface, décimation, simplification, optimisation.

YAMS est un logiciel destiné au remaillage adapté des maillages de surfaces. La donnée est une triangulation de surface, sur laquelle sont appliquées des modifications topologiques (bascules d'arêtes) et géométriques (bougé de points, création/suppression de sommets). Le but est d'obtenir un maillage simplifié (ou enrichi) correspondant à une carte de tailles donnée (de nature géométrique et/ou physique) [25].

La diffusion de ce module est liée à des accords de transfert.

6 Résultats nouveaux

6.1 Interpolation et maillage de grilles 3-D

Participants : Patrick Laug, Houman Borouchaki.

Résumé : *Nous donnons une représentation continue d'une surface définie par une grille de points, puis nous générons un maillage surfacique en utilisant une méthode indirecte.*

Pour représenter la frontière d'un solide, le modèle *B-Rep* (*Boundary Representation*) est couramment utilisé. Une surface est alors définie par un ensemble de morceaux (*patches*), le plus souvent des carreaux à 4 côtés. Un moyen commode de définir un tel carreau est de fournir une grille structurée de points. Par exemple, dans le cas d'un système de CAO, cette grille est simplement l'image de points régulièrement espacés sur un domaine paramétrique rectangulaire. Une telle grille peut également provenir d'un dispositif de numérisation 3-D. Des topologies non rectangulaires peuvent aussi être rencontrées, typiquement le carreau à 3 côtés qui peut être considéré comme un cas dégénéré du précédent (l'un des côtés étant de longueur nulle) [21].

Nous utilisons la méthode de Coons pour construire une surface passant par les sommets d'une telle grille. À partir de la représentation discrète précédente, nous obtenons ainsi une représentation continue de la surface. À cette fin, nous calculons les dérivées premières et les dérivées croisées (*twist vectors*) aux sommets, à l'aide d'un schéma de différences finies, et nous utilisons la technique de Coons pour définir une surface cubique par morceaux ayant une continuité C^1 (d'aspect lisse). Cette méthode peut être appliquée à une grille de forme quelconque, pourvu qu'elle soit adaptée à un schéma de différences finies. Elle peut aussi être appliquée au cas dégénéré d'un carreau à 3 côtés, moyennant un changement de variables. La continuité de la paramétrisation dans ces deux cas permet d'utiliser ensuite notre méthode indirecte de maillage surfacique.

6.2 Remaillage en grandes déformations

Participants : Patrick Laug, Houman Borouchaki.

Résumé : *Nous nous intéressons au problème de remaillage d'une structure subissant de grandes déformations plastiques avec endommagement.*

La mécanique non linéaire des solides et des structures a pour objet la modélisation et le calcul des structures à fortes non linéarités géométriques (transformations finies, contact unilatéral évolutif, etc) et matérielles (plasticité, viscoplasticité, écrouissage, endommagement, etc). L'objectif est de simuler numériquement le comportement d'un objet mécanique (structure) soumis à diverses sollicitations thermomécaniques plus ou moins complexes afin d'améliorer sa tenue (durée de vie), voire d'optimiser le procédé même de fabrication de l'objet. La fiabilité et la performance d'une telle simulation repose sur celle des outils théoriques (relations constitutives représentant les phénomènes physiques), numériques (algorithmes d'intégration des EDO, schémas de résolution des systèmes non-linéaires, etc) et géométriques (représentation géométrique de l'objet, discrétisation en éléments finis ou maillage, remaillage et maillage adaptatif en cours de la simulation).

Nous nous intéressons ici au problème de remaillage d'une structure subissant de grandes déformations plastiques avec endommagement. Nous avons mis en place un schéma général constitué de plusieurs étapes nécessaires à une représentation presque optimale du domaine au

cours de l'évolution. Ces étapes sont essentiellement divisées en deux catégories : définition et rediscrétisation de la frontière de la pièce et remaillage adaptatif de la pièce. Dans les deux cas, on peut définir une carte de taille permettant de gouverner le procédé de remaillage. La première carte représente le respect de la géométrie sous-jacente à la frontière du domaine déformé et la deuxième permet d'augmenter la précision de la solution physique recherchée. En supposant que la déformation totale soit effectuée à pas de petites déformations, le remaillage peut être éventuellement appliqué à chaque itération[11, 22].

6.3 Adaptation de maillages 3D

Participants : Frédéric Alauzet, Pascal Frey, Paul Louis George, Bijan Mohammadi.

Mots clés : Adaptation de maillages, métriques, CFD.

Résumé : *L'objectif est de mettre en place une boucle de calcul CFD avec adaptation de maillage en 2D et 3D utilisant les outils de génération de maillages du projet, ainsi que la mise en place d'une nouvelle boucle d'adaptation pour des simulations instationnaires en 2D et 3D.*

L'adaptation de maillage pour les phénomènes qui évoluent au cours du temps dans tout le domaine de calcul est d'autant plus importante que de telles simulations nécessitent un maillage fin uniforme partout. On envisage donc le développement d'une boucle d'adaptation pour les simulations dépendant du temps. Le schéma d'adaptation « classique » n'est pas adapté à de telles simulations. En pratique, si le nombre d'adaptation reste raisonnable, la solution se diffuse lors du calcul (le maillage est en retard par rapport au phénomène). Une alternative consiste à augmenter grandement le nombre d'adaptations mais, dans ce cas, le coût devient prohibitif. Ceci est contraire à l'intérêt de l'adaptation qui est de contrôler la précision désiré du calcul tout en réduisant le coût de la résolution. D'où la nécessité de modifier la boucle d'adaptation pour les simulations instationnaires.

Schématiquement, une boucle d'adaptation se divise en trois parties centrées sur [30, 20, 19, 32, 25, 18] :

- le calcul : résolution des équations d'Euler, dans ce cas avec le code NSCKE.
- l'adaptation de maillage : à l'aide d'une métrique (fournie par un estimateur d'erreur), le but est de générer un maillage adapté à la solution.
- l'interpolation de la solution : la solution est interpolée sur le nouveau maillage et une métrique est calculée.

Il est clair que si l'on veut capturer un phénomène dépendant du temps et avoir un maillage correct pour calculer la solution à un instant t , on doit prédire l'évolution du phénomène. L'idée est de résoudre un problème de point fixe transitoire, en introduisant une nouvelle boucle dans la boucle d'adaptation. Plus précisément, si on considère un intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$ de la boucle d'adaptation, on commence le calcul avec une solution initiale à l'instant t , puis la solution est calculé jusqu'au temps $t + \Delta t$. Une métrique est alors définie et associée à la solution à $t + \Delta t$, et un nouveau maillage est généré. Plutôt que de continuer les calculs comme dans le cas classique, le calcul est relancé avec la même solution initiale (la solution à l'instant t), mais en utilisant le nouveau maillage. Le processus itératif est répété jusqu'à l'obtention

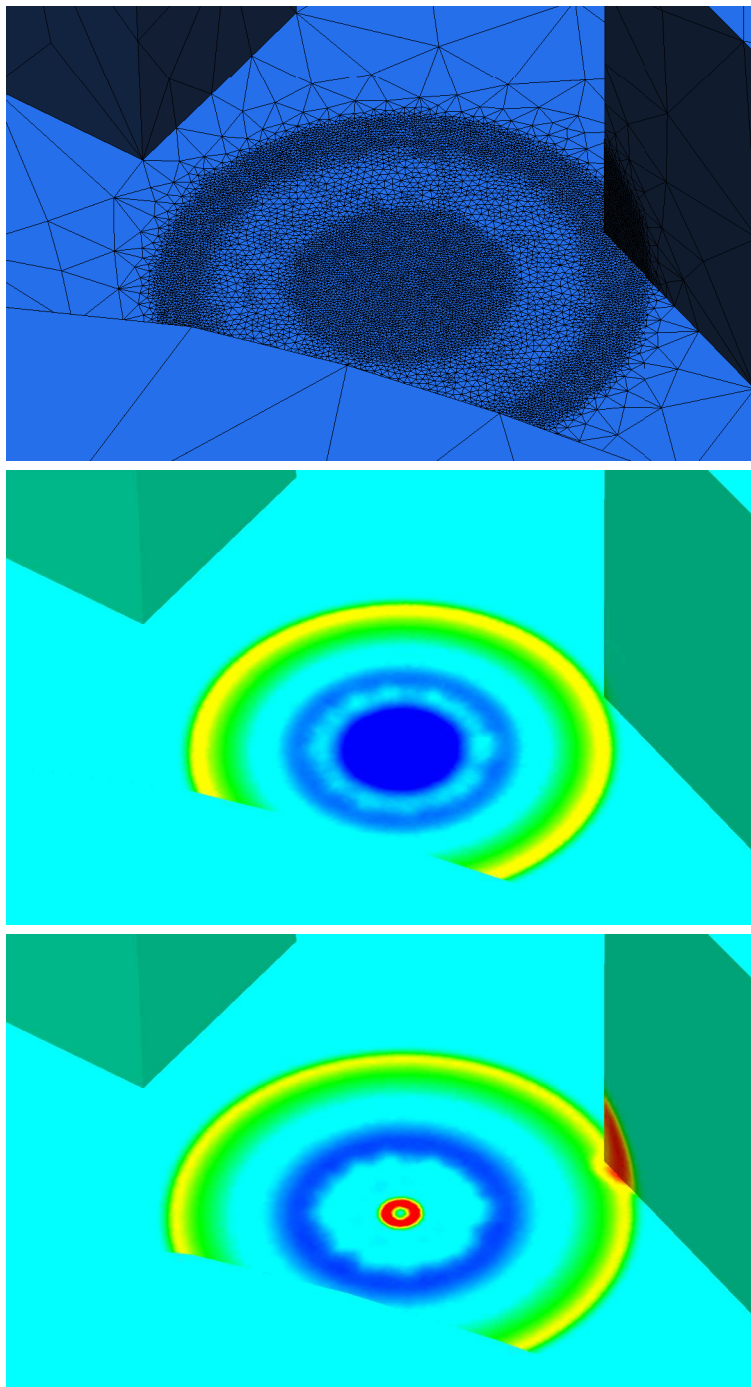


FIG. 1 – Évolution de la solution sur la dernière boucle d'adaptation de la méthode de point fixe : maillage final (en haut), distribution des densités à $t = 0.0875$ (milieu) et à $t = 0.1$ (en bas).

de la convergence de la solution. Quand on attend la convergence, on avance à la période suivante : la solution à l'instant $t + \Delta t$ (finale de la période précédente) devient la nouvelle solution initiale de la nouvelle période.

6.4 Simplification de Delaunay des cartes géographiques

Participants : Pascal Frey, Houman Borouchaki.

Mots clés : simplification, triangulation de Delaunay, terrain, cartes.

Résumé : *En cartographie, les régions géographiques sont usuellement représentées par des cartes régulières relativement denses correspondant à des altitudes associées aux nœuds d'un quadrillage régulier de R^2 . La simplification de telles cartes est une nécessité pour faciliter à la fois le stockage, la simulation et la visualisation. On propose une méthode de simplification basée sur une mesure de déformation locale de la surface. Celle-ci permet notamment de minimiser l'erreur d'approximation commise durant la simplification.*

Les cartes interviennent dans de nombreuses simulations numériques ou graphiques. En général, dans ce type d'applications, le modèle géométrique (un terrain, par exemple) est représenté par une triangulation ou une grille qui peut comporter plusieurs millions de triangles ou quadrangles. La simplification de telles cartes est donc une nécessité, à la fois pour en faciliter le stockage et la transmission mais aussi pour accélérer un calcul par éléments finis ou la visualisation graphique.

Nous considérons ici le problème suivant : étant donnée \mathcal{T} la triangulation *canonique* d'une carte (dont les sommets sont les images des nœuds d'une grille régulière \mathcal{G} de résolution $n \times m$ de N^2 dans R^3 suivant des cotes données), trouver une triangulation simplifiée \mathcal{T}_s s'appuyant sur un sous-ensemble « minimal » \mathcal{V} des sommets de \mathcal{T} dont l'écart à la carte \mathcal{T} est inférieur ou égal à un seuil donné. Si $z(p)$ désigne la cote d'un nœud p de la grille et $u_{\mathcal{T}}$ le vecteur de dimension $n \times m$ de composante $z(p)$, p parcourant les nœuds de la grille et $v_{\mathcal{T}, \mathcal{T}_s}$ le vecteur de dimension $n \times m$ de composante $z_s(p)$, la cote de la projection orthogonale de $P = (p, z(p))$ de \mathcal{T} sur \mathcal{T}_s , le problème consiste à trouver un sous-ensemble de cardinal minimal \mathcal{W} des nœuds de la grille \mathcal{G} et une triangulation \mathcal{T}_s s'appuyant sur les sommets images des nœuds de \mathcal{W} tel que $\delta_{\mathcal{T}_s} = \|u_{\mathcal{T}} - v_{\mathcal{T}, \mathcal{T}_s}\|$ soit inférieure ou égale au seuil δ , où $\| \cdot \|$ désigne une norme de R^3 . Si ce sous-ensemble \mathcal{W} est connu, S. Rippa a montré que la triangulation de Delaunay des nœuds de \mathcal{W} dans R^2 est, parmi toutes les triangulations possibles s'appuyant sur les nœuds de \mathcal{W} , celle qui a une rugosité minimale. Par conséquent, on peut se restreindre ici à la détermination de ces nœuds, la triangulation \mathcal{T}_s cherchée étant la triangulation de Delaunay de ces nœuds. Toutefois, ce problème demeure un problème NP-complet en raison de son caractère combinatoire.

Nous proposons une heuristique pour construire un tel sous-ensemble \mathcal{W} . Pour cela, on s'appuie sur une nouvelle mesure de la déformation locale d'une triangulation de surface et on propose un algorithme incrémental de simplification basé sur cette mesure.

La déformation locale peut s'exprimer comme [12, 14] :

$$\varepsilon(P) = \max_i d(P_i, \Pi(P)),$$

où $d(\cdot, \cdot)$ désigne la distance d'un point à un plan, $\Pi(P)$ est le plan tangent en P et P_i parcourt les sommets adjacents à P . Si $\tilde{\Pi}(\bigcup_i \{P_i\})$ désigne le plan moyen passant par les points P_i , alors on peut montrer que l'écart du point P à ce plan est borné par $\varepsilon(P)$, ou encore :

$$d(P, \tilde{\Pi}(\bigcup_i \{P_i\})) \leq \varepsilon(P).$$

Ce dernier écart représente aussi une approximation de l'écart entre la *boule* $\mathcal{B}(P)$ de P (i.e., l'ensemble des triangles incidents à P) et une triangulation $\mathcal{C}(P)$ de la *cavité* associée à P (i.e., le contour polygonal de $\mathcal{B}(P)$). Ainsi, la mesure de déformation locale $\varepsilon(P)$ en P nous permet de quantifier localement $\delta_{\mathcal{T}_s(P)}$ où $\mathcal{T}_s(P) = \mathcal{T} - \mathcal{B}(P) + \mathcal{C}(P)$ est une triangulation des sommets de \mathcal{T} privés de P . Notons que cette construction est l'« inverse » de l'algorithme d'insertion d'un point par la méthode de Delaunay.

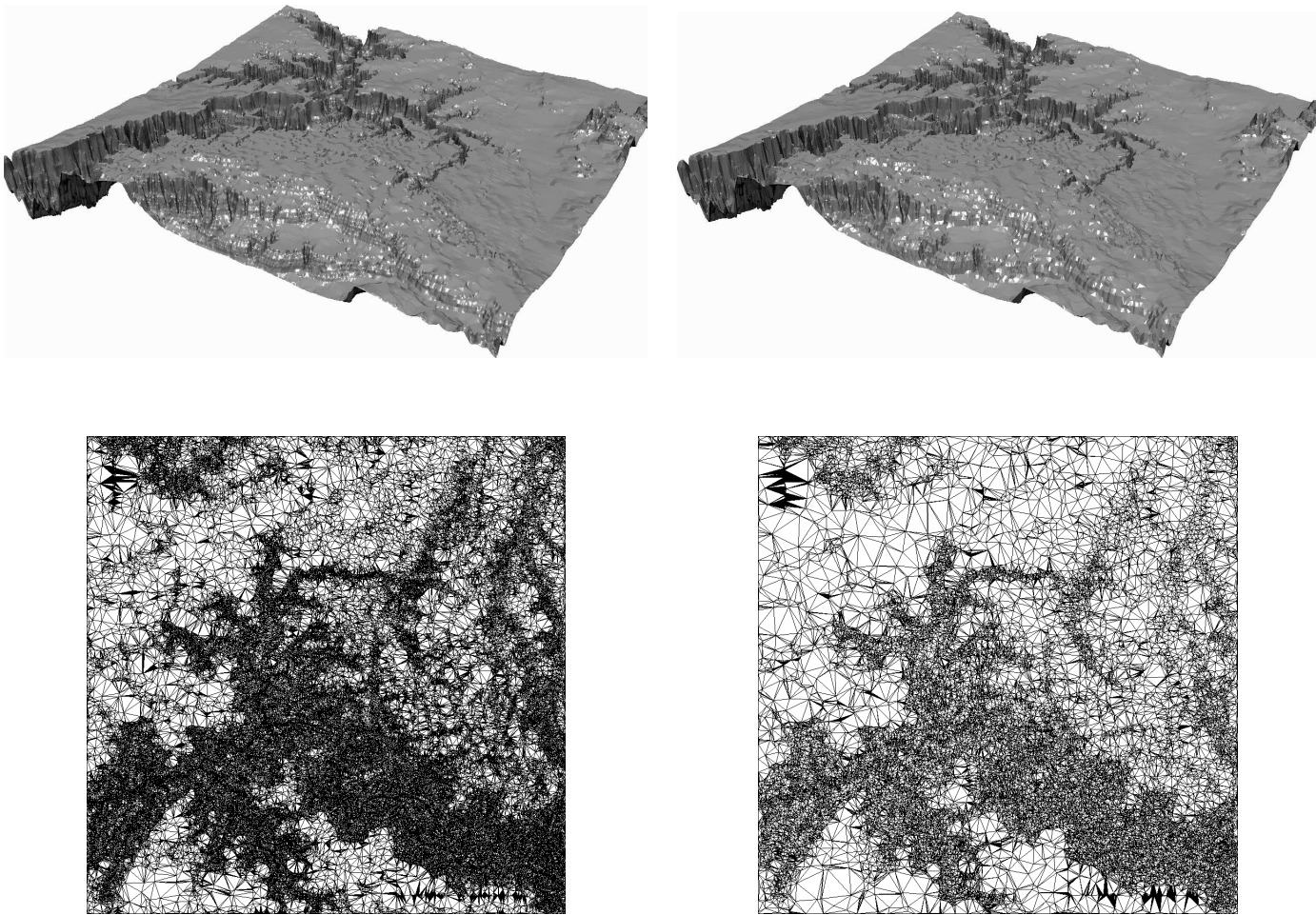


FIG. 2 – *Grand Canyon* : triangulation initiale (haut gauche), maillage simplifié à $\delta = 20$. (haut droite), triangulations de Delaunay 2D pour $\delta = 20$ (bas gauche) et pour $n = 30\,000$ points (bas droite).

6.5 Partitionnement d'images

Participants : Pascal Frey, Houman Borouchaki.

Mots clés : Triangulation de Delaunay, quadtree, image, partition, simplification.

Résumé : *Nous proposons deux méthodes de partitionnement des images couleurs basées sur la construction d'un arbre quaternaire et sur la construction d'une triangulation de Delaunay.*

Dans de nombreuses applications, il est nécessaire de stocker ou de transférer des images couleurs de grande taille. Nous proposons deux approches originales permettant de remplacer une image composée de $n \times m$ pixels par une partition en quadrangles ou triangles composées de p sommets. Il s'agit, dans les deux cas, de méthodes de compression impliquant une perte d'information [15, 10].

Arbre quaternaire. La première approche permet de remplacer une images discrète par une image vectorielle à partir d'une décomposition à l'aide d'un arbre quaternaire. Cet arbre est construit de manière incrémentale à partir d'une cellule «racine» de couleur uniforme. Un critère de déformation locale de l'image (basé sur des écarts de couleurs) est évalué dans chaque cellule terminale d l'arbre. Toute cellule ne satisfaisant pas ce critère est découpée de manière récursive en 4 cellules (non équilibrées, *i.e.*, de tailles non uniformes). La Figure 3 illustre cette approche, l'images originale est composée de 256×256 pixels, l'arbre quaternaire, pour un écart de 45 (niveaux de couleur), contient 19 833 cases.

Triangulation de Delaunay. De manière similaire, il est possible de construire une triangulation de Delaunay dont les sommets forment un sous-ensemble des pixels de l'image originale. La triangulation est construite de manière incrémentale au moyen d'un algorithme incrémental s'inspirant du *noyau de Delaunay* :

$$\mathcal{T}_{i+1} = \mathcal{T}_i - \mathcal{B}(P) + \mathcal{C}(P)$$

où $\mathcal{B}(P)$ représente la *boule* d'un point (l'ensemble des éléments adjacents au point) et $\mathcal{C}(P)$ est la *cavité* du point (la triangulation du polygone obtenu en supprimant le point P). La Figure 4 illustre cette approche, l'images originale est composée de 289×440 pixels, la triangulation résultante pour un écart de 25 contient 1 188 points et 2 385 triangles.

6.6 Maillage de surfaces discrètes

Participants : Houman Borouchaki, Pascal Frey, Éric Saltel.

Mots clés : surface discrète, décimation, remaillage, optimisation.

Résumé : *Le but est de remailler une surface en tenant compte des propriétés géométriques de celle-ci (courbures, etc.) et éventuellement d'une carte de métriques (tailles et/ou directions). La surface est définie, du point de vue géométrique, par*

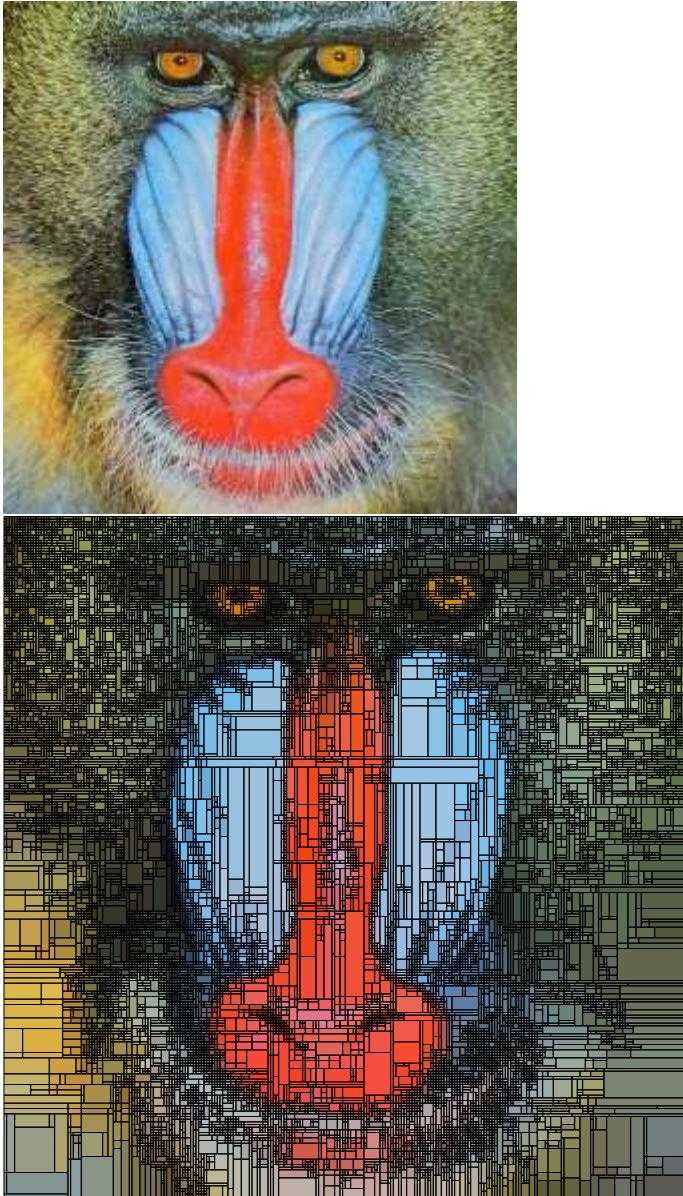


FIG. 3

—

*Dé-
com-
po-
si-
tion
par
arbre
qua-
ter-
naire
d'une
image
cou-
leur :
image*



un maillage (i.e., de manière discrète) éventuellement enrichi d'informations sur les singularités (points singuliers, arêtes vives) présentes et de toutes autres informations disponibles (normales, par exemple).

Cette étude poursuit le travail des années passées sur ce thème a conduit notamment au développement du logiciel YAMS [32]. Les domaines d'applications concernés sont multiples et vont de la visualisation graphique (maillages *géométriques*) à la simulation numérique par des méthodes d'éléments finis (maillages *de calcul*).

L'objectif visé est d'extraire, à partir d'une triangulation, un maillage qui est une approximation géométrique (linéaire par morceaux) de la surface et qui comporte moins d'éléments (si possible) que la donnée initiale. Les contraintes en termes de qualité (*aspect ratio*) des éléments et de taille (nombre d'éléments) du maillage résultant dépendant généralement de l'application envisagée, le logiciel propose plusieurs options de simplification et/ou d'enrichissement [26]. Toutefois, quelle que soit l'application envisagée, un contrôle rigoureux de l'écart entre le maillage et la surface sous-jacente est fondamental. Cet écart correspond localement (pour un triangle) à la distance maximale de cet élément à la surface. Un maillage *géométrique* est donc un maillage satisfaisant cette contrainte (c'est-à-dire bornant l'écart correspondant).

Maillage géométrique. La première étape consiste à construire un maillage géométrique. Pour cela, la triangulation initiale est enrichie sur un critère d'approximation géométrique au premier ordre de la surface. Le maillage résultant ne s'écarte pas de la surface de référence de plus d'une certaine tolérance (Figure 5). Des contraintes relatives à la taille ainsi qu'à la qualité des éléments sont ajoutées de manière à éviter la formation d'éléments dégénérés (qui pourraient fausser les calculs numériques ultérieurs).

Remaillage. À partir d'un maillage géométrique, une métrique géométrique intégrant les courbures et les directions principales en tous points est calculée. Ceci permet de définir une surface de référence, la *géométrie*. Dans le cas d'un schéma de maillage adaptatif, la métrique géométrique est intersectée avec une métrique dérivée du calcul (fournie généralement par un estimateur d'erreur).

Le processus de remaillage vise à obtenir des arêtes de longueur un dans la métrique. Pour cela, il s'appuie sur les opérations suivantes :

- l'ajout de points sur la surface,
- la suppression de points trop proches,
- l'optimisation par bougé de points et bascules d'arêtes.

Les informations relatives à la métrique géométrique (directions principales) sont utilisées pour contrôler les opérations précédentes. Ceci nécessite de tenir à jour la correspondance entre les points de la surface et les triangles correspondants dans la géométrie.

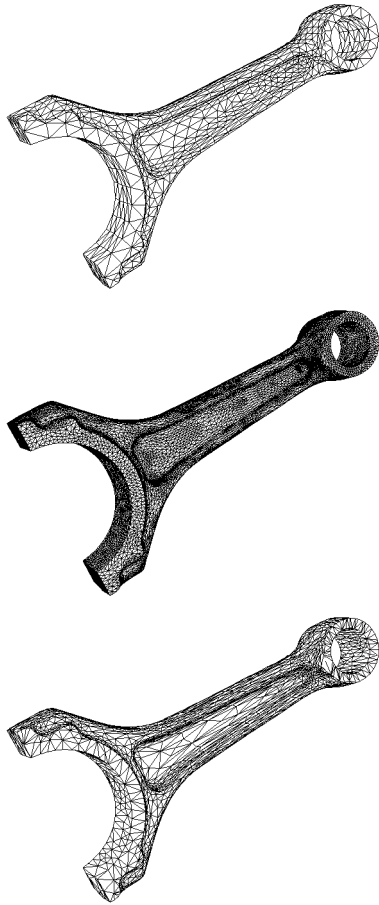


FIG. 5

—

*Exemple
de
construc-
tion
de
maillage
géo-
mé-
trique :
tri-
an-
gu-
la-
tion
ini-
tial
(à
gauche),
maillage
géo-
mé-
trique*

6.7 Contraintes par partition et problème d'existence d'un maillage d'un polyèdre arbitraire

Participants : Houman Borouchaki, Paul Louis George, Éric Saltel.

Mots clés : existence, maillage.

Résumé : *La construction d'un maillage simplicial d'un polyèdre arbitraire est un problème connu comme étant NP-complet. On étudie une méthode de construction qui montre l'existence d'un tel maillage et, de plus, qui n'est de complexité non polynomiale que dans le cas le pire.*

Cette méthode constructive consiste à découper les arêtes et faces contraintes en ajoutant les points d'intersection de ces entités avec les faces et arêtes d'un maillage de Delaunay construit de manière classique. Ensuite, on montre que les points ainsi ajoutés peuvent être détruits ou bougés de manière à ce que le résultat contienne effectivement les contraintes initiales (*i.e.* non découpées). Outre le résultat théorique important ci-dessus, cette étude a de nombreuses applications, par exemple dans le cadre du contrat européen MAGIC-FEAT.

L'année dernière, l'étude a porté sur la construction d'un maillage incluant les points d'intersection puis la destruction de ces points via des suppressions d'arêtes. Le résultat était alors un maillage de surface partiellement épuré et le maillage résultant correspondant s'appuyait sur ce maillage de surface.

Cette année, l'étude a porté sur la suppression des points d'intersection de façon à retrouver la surface initiale et à construire un maillage conforme dont la peau est cette surface initiale.

Les points d'intersection sont donc, au mieux, détruits, via des suppressions d'arêtes. Les points impossible à supprimer de cette manière sont explicitement traités.

Les points des faces (*i.e.* interne à une face initiale) sont dédoublés et décollés de ces faces. De cette façon ils disparaissent des faces initiales.

Les points des arêtes des faces sont dédoublés (arêtes manifold) ou triplés (arêtes partagées par trois faces), etc. De cette manière, les faces initiales réapparaissent. A ce stade, on a effectivement considéré le cas des arêtes partagées par deux faces strictement. Les autres cas (une seule face, plus de deux faces) seront considérés plus tard pour conclure cette étude.

Le dédoublement de points nous amène à pouvoir traiter des tétraèdres de volume exactement nul (cas théorique) mais plutôt positifs, nuls ou négatifs (cas réels). Par suite, ont été développés des méthodes d'optimisation de maillage dans le cas où ces derniers comprennent des éléments négatifs ou nuls (en volume). Dans cet ordre d'idée, des bascules d'arêtes généralisées et le bougé de points ont été définis et implémentés.

Les résultats obtenus, sur des triangulations particulièrement délicates (numériquement), montrent que la méthode donne les résultats (justes) attendus (cf. Figure 6).

6.8 Génération automatique de maillages hexaédriques

Participant : Loic Maréchal.

Mots clés : hexaèdres, octree, maillage.

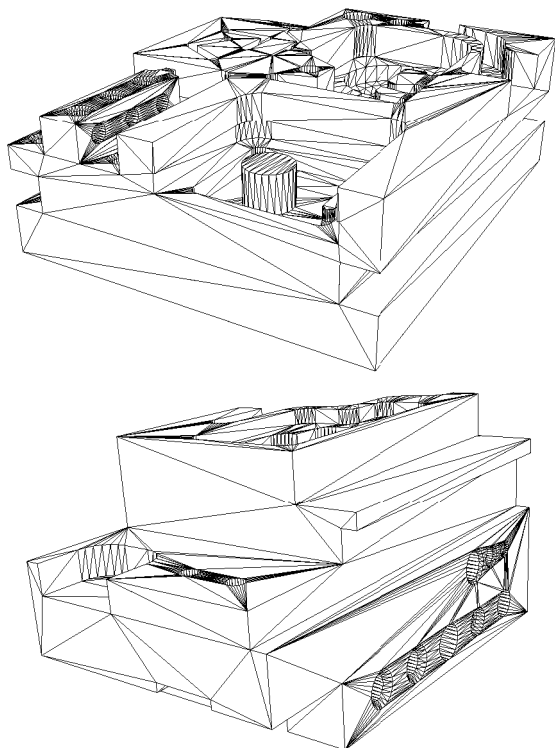


FIG. 6

-

*Exemples
ty-
piques
de
maillages
de
sur-
faces
consi-
dé-
rés.
Les
tri-
angles
sont
par-
ti-
cu-
liè-
re-
ment
de
piètre
qua-
lité,
néan-
moins*

Résumé : *La génération automatique de maillages hexaédriques reste, aujourd'hui, un enjeu majeur. Le projet Hexotic tente de relever le défi en se basant sur la méthode octree. La géométrie issue d'un tel arbre se prêtant, de par sa nature, à la génération de maillages hexaédriques.*

Ce projet consiste à créer une boîte noire prenant une triangulation de surface quelconque en entrée et ressortant un maillage composé uniquement d'hexaèdres conformes remplissant le volume défini par la surface.

L'algorithme se base sur la représentation de la triangulation de surface par un arbre *octree*. Celui-ci peut être contrôlé par divers critères de subdivision comme la géométrie de la surface, ou la taille de ses triangles. Cet arbre constitue le point de départ de l'algorithme décrit ci-dessous :

1. Création d'un maillage de fond :
 - (a) La méthode *octree* est tout d'abord utilisée pour créer un premier maillage de fond non-conforme.
 - (b) Puis, l'insertion de jeux d'hexaèdres prédéfinis permet de transformer cet octree en maillage hexaédrique conforme.
2. Recherche de la frontière par pliage des hexaèdres :
 - (a) Recherche des faces des hexaèdres les plus proches de la surface triangulée d'origine, ce qui constituera une frontière approchée (en marches d'escalier) du domaine à mailler.
 - (b) Déplacement des nœuds de cette frontière pour approcher au mieux la géométrie du domaine. Les nœuds à l'intérieur du volume sont déplacés simultanément afin de garantir une bonne qualité d'éléments dans le maillage final.
 - (c) Les différents sous-domaines sont énumérés et seuls ceux requis par l'utilisateur sont conservés.

Un premier prototype est aujourd'hui opérationnel. Il a permis de mieux cerner les problèmes posés par la méthode choisie et de proposer des améliorations ou des solutions de substitution [23].

Certains points à améliorer ont ainsi été identifiés. En particulier, il semble nécessaire de trouver une meilleure méthode pour définir la frontière optimale parmi les faces d'hexaèdres. Le « pliage » de cette surface doit être fait de manière relaxée et contrôlée afin de garantir la validité des éléments près de la frontière du domaine. En ce qui concerne l'insertion des couches limites, une subdivision d'éléments existants semble plus robuste que la « levée » d'un front à partir de la surface. Enfin, un modèle de surface plus précis que le plan tangent est nécessaire afin de mieux respecter la géométrie d'origine lors de la régularisation du maillage.

En outre, il est indispensable de respecter les angles saillants, arêtes ou points caractéristiques de la géométrie, que l'on doit impérativement retrouver dans le maillage hexaédrique final. L'actuelle implémentation ne produisant que des formes « molles ».

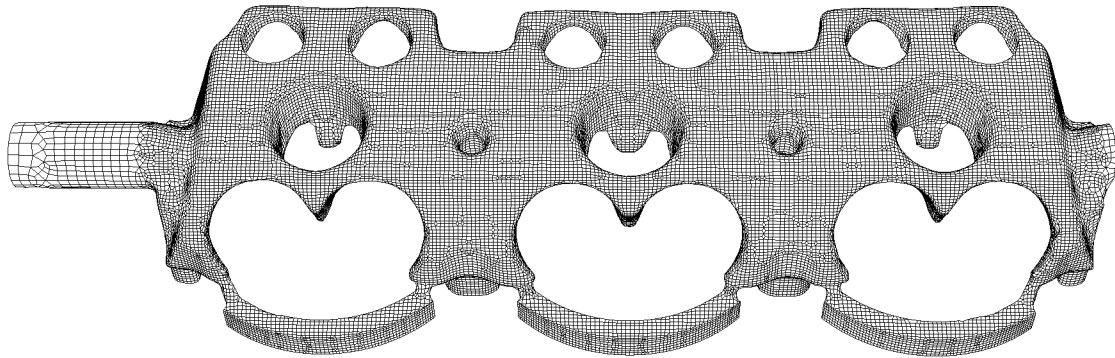


FIG. 7 – Exemple de maillage d'une culasse de moteur obtenu automatiquement avec le prototype d'Hexotic (172.000 hexaèdres).

6.9 Publication générale

Participants : Pascal Frey, Paul Louis George, Patrick Laug, Houman Borouchaki.

Mots clés : triangulation, maillage.

Dans cet ouvrage [10], publié sous la direction de P.L. George, sont abordés différentes techniques de constructions de maillages [13, 15], les outils de modification, d'évaluation, d'optimisation et d'adaptation, ainsi que les méthodes de construction de maillages en parallèle ou les aspects liés à l'estimation d'erreur [12]. Des personnes extérieures au projet Gamma ont été sollicitées pour contribuer à ce livre, qui fait partie du Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, série Méthodes Numériques, publié chez Hermès.

7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

7.1 Simulog

Résumé : *Simulog, filiale de l'Inria, est, par contrat, chargée de la diffusion des codes développés initialement dans le projet Gamma. À ce titre, Simulog effectue des opérations de commercialisation et de transfert de technologie de maillages.*

Simulog s'occupe de la commercialisation des maillages surfaciques (Yams) et volumiques (Ghs3d et Gamhic3d) et participe à la validation puis à l'industrialisation des codes correspondants. Simulog intervient aussi dans la conception du maillage hexaédrique (Hexotic) via la mise à disposition de Loïc Maréchal.

7.2 Dassault Aviation

Participants : P. Frey, P.L. George, F. Hecht, O. Roques.

Résumé : *Mise à disposition des modules de maillage et remaillage des surfaces.*

En aérodynamisme, la viscosité d'un fluide est responsable de nombreux phénomènes tels que le frottement à la paroi, le décollement des lignes de courant, l'apparition de sillages, etc... En proche paroi, on parle de phénomène de couche limite. Pour que les solveurs de la mécanique des fluides puissent capter ces forts gradients de vitesse, il est nécessaire d'avoir des tailles de mailles anisotrope. C'est à dire que la taille de maille, des éléments situés près de paroi, doit être beaucoup plus petite selon la direction normale à la paroi que selon la direction tangentielle. Dans le cadre de la thèse de O. Roques (convention CIFRE), effectuée en collaboration avec Dassault Aviation, un mailleur anisotrope a été mis au point et spécialement adapté à la génération de ces couches limites. Il a été conçu à partir de deux méthodes de génération : une méthode de type avancée de front (pour la construction de la zone de couche limite) et une méthode de type Delaunay (pour la construction de la zone dite « Euler »). Les tailles de mailles, ainsi que la hauteur de la couche limite sont soit définies par l'utilisateur, soit calculées à partir d'une solution obtenue sur un maillage précédent (on parlera alors de maillage adapté).

7.3 SNECMA

Participant : P.L. George.

Poursuite d'une thèse, D. Leservoisier, ayant trait aux calculs en trois dimensions de problèmes de mécanique des fluides comportant une forte anisotropie. Mise à disposition des mailleurs GHS3D (cas classique), GAMHIC3D (mailleur contrôlé isotrope) et développement d'un prototype, GAMANIC3D (mailleur contrôlé anisotrope). Cette thèse, en collaboration avec le projet Sinus (INRIA-Sophia), a été soutenue en septembre dernier [29, 17].

7.4 LECTRA

Participants : P. Laug, H. Borouchaki.

Mise à disposition du mailleur surfacique BLSURF, aux fins d'intégration dans les systèmes de Conception et de Fabrication Assistées par Ordinateur de LECTRA SYSTÈMES, destinés principalement à la confection et aux textiles techniques de l'industrie automobile et aéronautique.

8 Actions régionales, nationales et internationales

8.1 Actions européennes

8.1.1 Projet Magic-Feat

Participants : P.L. George, P. Frey, E. Saltel, F. Alauzet.

Mots clés : simulation, processus, fabrication, semi-conducteurs.

Ce projet concerne les processus de simulation et de fabrication des semi-conducteurs. À ce titre, de nombreux problèmes de construction de maillages sont rencontrés dus à la spécificité des géométries intéressées (zones minces, surfaces déformables, etc.). Le projet intervient dans

la construction automatique de maillages volumiques à partir de la donnée de surface mal adaptée et intervient également dans le remaillage de surfaces [28].

8.2 Actions nationales

8.2.1 Arc COSTIC

Participants : P.L. George, P. Frey, E. Saltel.

Mots clés : Courbes et surfaces implicites.

Cette ARC INRIA a pour objectif d'étudier et de développer des méthodes performantes pour analyser, représenter et manipuler des objets algébriques 3D. Dans ce contexte, nous avons développé une méthode permettant de mailler des courbes implicites.

8.2.2 Arc VITESV

Participants : P.L. George, P. Frey.

L'ARC VITESV (VISualisation Tridimensionnelle et Exploration du Système Vasculaire) s'inscrit dans le cadre d'un programme ambitieux dont le but est de mettre à la disposition du monde de la santé un outil de simulation basé sur la reconstruction de la géométrie tridimensionnelle des vaisseaux sanguins à partir de l'imagerie médicale. Cette reconstruction 3D sera associée aux simulations numériques de l'écoulement sanguin conçues comme aide à la planification thérapeutique en particulier. Le projet Gamma participe à cette action dans le cadre de la construction et de l'adaptation des maillages de surfaces et volumiques aux contraintes liés à la modélisation en mécanique des fluides.

8.2.3 Arc ISMC

Participant : P. Laug.

Cette Action de Recherche Coopérative, intitulée « Instabilités de Surface de Matériaux Contraints », vise à modéliser l'évolution des surfaces pour de nombreux matériaux d'importance dans le domaine de la métallurgie et des semiconducteurs. Elle regroupe l'INRIA (projet Gamma) et l'Université de Poitiers (LMP et LAM).

8.3 Actions internationales

Participant : Ph. Pébay.

Contrat de recherche avec MSC, mise à disposition de Philippe Pébay pour une durée de 6 mois (en vue d'intégrer le mailleur Hexotic dans le logiciel Patran).

9 Diffusion de résultats

9.1 Participation à des colloques, séminaires, invitations

- *Transient fixed point based unstructured mesh adaptation*, F. Alauzet, P.L. George, B. Mohammadi, P.J. Frey and H. Borouchaki, ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference, sept., Swansea, UK.
- *Simplification de maillages numérisés*, P. Frey, GDR-PRC Isis, janvier, ENST Paris.
- *Discrete surface meshing*, P.J. Frey, Dept. Mechanical and Aerospace Engineering, Princeton, USA.
- *Anisotropic surface remeshing*, P.J. Frey, 1st MIT Conference, juin, Boston, MA, USA.
- *Surface meshing using a geometric error estimate*, P. Frey et H. Borouchaki, 3rd Symposium on trends in unstructured mesh generation, Dearborn, IL, USA.
- *Aspects métriques du maillage des surfaces*, P. Frey, Semaine Modélisation géométrique et approximation, nov., CIRM Luminy.
- *Simplification des cartes géographiques*, P. Frey, Arc COSTIC, dec., Paris.
- *Mesh simplification made easy*, P. Laug, 1st MIT Conference, juin, Boston, MA, USA.
- *Interpolating and Meshing 3D Surface Grids*, P. Laug, 3rd Symposium on trends in unstructured mesh generation, Dearborn, IL, USA.
- *Molecular Surface Modeling and Meshing*, P. Laug, 10th Int. Meshing Roundtable, Newport Beach, Ca. USA.
- *Maillages pour les surfaces moléculaires*, P. Laug, École CEA-EDF-INRIA « Méthodes numériques pour la simulation atomistique : du micro au meso », Rocquencourt, nov.

9.2 Enseignement

- P.L. George donne à l'université de Créteil (DEA mécanique automobile), un cours sur les techniques de maillages.
- P. Laug donne au Pôle Universitaire Léonard de Vinci un cours sur la programmation en Fortran 90.
- P. Frey donne un cours sur les méthodes de maillages à l'école doctorale de l'Université Paris XI (Orsay).

10 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] H. BOROUCHAKI, P.L. GEORGE AND B. MOHAMMADI, « Delaunay mesh generation governed by metric specifications. Part 2 : Application examples », *Finite Elements in Analysis and Design* 25, 1997, p. 85–109.
- [2] H. BOROUCHAKI, P.L. GEORGE, F. HECHT, P. LAUG AND E. SALTEL, « Delaunay mesh generation governed by metric specifications. Part 1 : Algorithms », *Finite Elements in Analysis and Design* 25, 1997, p. 61–83.
- [3] P.J. FREY AND P.L. GEORGE, *Meshing. Applications to Finite Elements*, Hermès Science Publications, Paris, 2000.

- [4] P.J. FREY ET P.L. GEORGE, *Maillages. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [5] P.L. GEORGE AND H. BOROUCAKI, *Delaunay triangulation and meshing. Application to finite elements*, Hermès Science Publications, Paris, 1998.
- [6] P.L. GEORGE ET H. BOROUCAKI, *Triangulation de Delaunay et maillage. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1997.
- [7] P.L. GEORGE, F. HECHT AND E. SALTEL, « Automatic mesh generator with specified boundary », *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* 92, 1991, p. 269–288.
- [8] P.L. GEORGE, *Génération automatique de maillages. Applications aux méthodes d'éléments finis*, *RMA 16*, Masson, 1991.
- [9] P.L. GEORGE, « Improvement on Delaunay based 3D automatic mesh generator », *Finite Elements in Analysis and Design* 25, 1997, p. 297–317.

Livres et monographies

- [10] P.L. GEORGE, *Maillages et Adaptation. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Méthodes Numériques*, Hermès Science Publications, Paris, 2001.

Articles et chapitres de livre

- [11] H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, K. SAANOUNI AND P. LAUG, « Remaillage en grandes déformations. Applications à la mise en forme de structures 2D. », *Revue Européenne des Éléments Finis*, 2001, à paraître.
- [12] H. BOROUCAKI, D. CHAPELLE, P.L. GEORGE, P. LAUG ET P.J. FREY, « Estimateurs d'erreur géométriques et adaptation de maillage », *Maillages et Adaptation. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Méthodes Numériques*, Hermès Science Publications, Paris, 2001.
- [13] H. BOROUCAKI, « La marche unité », *Maillages et Adaptation. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Méthodes Numériques*, Hermès Science Publications, Paris, 2001.
- [14] P.J. FREY AND H. BOROUCAKI, « Surface meshing using a geometric error estimate », *Int. j. numer. methods engng.*, 2001, to appear.
- [15] P.J. FREY, « Arbres et mailles », *Maillages et Adaptation. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Méthodes Numériques*, Hermès Science Publications, Paris, 2001.
- [16] P.L. GEORGE, H. BOROUCAKI AND P. LAUG, « An efficient algorithm for 3D adaptive meshing », *Computers and Structures*, 2001, to appear.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [17] D. LESERVOISIER, A. DERVIEUX, P.-L. GEORGE AND O. PENANHOAT, « Mesh Adaption as a Tool for Certified Numerics », *in : 1st ICCFD, Kyoto, Japan*, july 2001.
- [18] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, P.L. GEORGE AND Y. COUDIÈRE, « Theoretical and practical impact of mesh adaptation or approximation of functions and solutions of PDE », *in : ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference*, Swansea, UK, September 2001.
- [19] F. ALAUZET, P.J. FREY, P.L. GEORGE, E. LECLERC, P. SAGAUT AND B. MOHAMMADI, « 3D adaptive control and shape design platform for unstructured meshes », *in : AIAA-2002-0592*, 2002.

- [20] F. ALAUZET, P.L. GEORGE, B. MOHAMMADI, P.J. FREY AND H. BOROUCAKI, « Transient fixed point based unstructured mesh adaptation », in : *ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference*, Swansea, UK, September 2001.
- [21] H. BOROUCAKI AND P. LAUG, « Interpolating and Meshing 3D Surface Grids », in : *3rd Symposium on Trends in Unstructured Mesh Generation*, Dearborn, IL, USA, August 2001.
- [22] H. BOROUCAKI AND P. LAUG, « Mesh simplification made easy », in : *1st MIT Conference*, Boston, MA, USA, June 2001.
- [23] L. MARÉCHAL, « A new approach to octree-based hexahedral meshing », in : *Proc. 10th Int. Meshing Roundtable*, Newport Beach, CA, USA, oct. 2001.
- [24] P. LAUG AND H. BOROUCAKI , « Molecular Surface Modeling and Meshing », in : *10th Int. Meshing Roundtable*, Newport Beach, CA, USA, oct. 2001.
- [25] P.J. FREY AND H. BOROUCAKI, « Surface meshing using a geometric error estimate », in : *3rd Symposium on Trends in Unstructured Mesh Generation*, Dearborn, IL, USA, 2001.
- [26] P.J. FREY, « Anisotropic surface remeshing », in : *1st MIT Conference*, Boston, MA, USA, June 2001.
- [27] P.L. GEORGE, « Automatic mesh generation for aeronautical and aerospace engineering », in : *Innovative tools for scientific computation in aeronautical engineering, CIMME handbooks*, june 2001.
- [28] P.L. GEORGE, « Requirements and results on 3D volume meshing », in : *Workshop on Meshes and global integration for semi-conductor front-end simulations*, nov. 2001.

Rapports de recherche et publications internes

- [29] D. LESERVOISIER, P.-L. GEORGE ET A. DERVIEUX, « Métrique continue et optimisation de maillage », *Rapport de Recherche n°4172*, INRIA, avril 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4172>.
- [30] F. ALAUZET, « Advection-Diffusion et Adaptation de Maillages », *Rapport de dea*, Université de Montpellier II, 2000.
- [31] P.J. FREY, « Medit : An interactive mesh visualization software », *Rapport Technique n°0253*, INRIA, dec. 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rt-0253>.
- [32] P.J. FREY, « Yams : A fully Automatic Adaptive Isotropic Surface Remeshing Procedure », *Rapport Technique n°0252*, INRIA, nov. 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rt-0252>.