

# *Projet PRISME*

*Géométrie, Algorithmes et Robotique*

*Sophia Antipolis*

THÈME 2B



*R*apport  
*d'Activité*

2001



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>5</b>
3.1	Géométrie Algorithmique . . . . .	5
3.1.1	Géométrie combinatoire . . . . .	6
3.1.2	Techniques algorithmiques . . . . .	6
3.1.3	Triangulations et diagrammes de Voronoï . . . . .	7
3.1.4	Planification de trajectoires . . . . .	8
3.2	Calcul géométrique . . . . .	9
3.2.1	Robustesse et dégénérescences . . . . .	9
3.2.2	Arithmétique et filtres . . . . .	11
3.2.3	Régularisation . . . . .	11
3.2.4	La bibliothèque CGAL . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>12</b>
4.1	Panorama . . . . .	12
4.2	Reconstruction de formes . . . . .	12
4.2.1	Imagerie médicale . . . . .	13
4.2.2	Géologie . . . . .	13
4.3	Algorithmique moléculaire . . . . .	14
4.4	Placement de formes . . . . .	14
4.4.1	Découpe . . . . .	14
4.4.2	Aménagement de satellites . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>16</b>
5.1	Bibliothèque d'algorithmes géométriques CGAL . . . . .	16
5.2	Évaluation exacte d'expressions numériques . . . . .	17
5.3	Hierarchie de Delaunay . . . . .	17
5.4	Reconstruction à partir de coupes. . . . .	18
5.5	Reconstruction de surface à partir de points 3D non structurés . . . . .	18
5.6	Modeleur géométrique pour la géologie . . . . .	18
5.7	Aménagement de satellites . . . . .	18
5.8	Placement et déplacement . . . . .	18
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>19</b>
6.1	CGAL . . . . .	19
6.1.1	Noyau . . . . .	19
6.1.2	Triangulations . . . . .	19
6.1.3	Coordonnées naturelles . . . . .	20
6.2	Calcul géométrique . . . . .	20
6.2.1	Stratégies de marche dans une triangulation . . . . .	20

6.2.2	Constructions géométriques à précision fixée . . . . .	20
6.3	Triangulations et maillages . . . . .	21
6.3.1	Suppression d'un sommet dans une triangulation de Delaunay 3D . . . . .	21
6.3.2	Couper Delaunay en quatre . . . . .	21
6.3.3	Construction de triangulations de Delaunay conformes . . . . .	22
6.3.4	Triangulations régulières et maillages orthogonaux contraints . . . . .	22
6.3.5	Complexité de la triangulation de Delaunay de points distribués sur des surfaces polyédriques . . . . .	23
6.4	Reconstruction de surfaces . . . . .	23
6.4.1	Reconstruction incrémentale . . . . .	23
6.4.2	Reconstruction gloutonne . . . . .	24
6.4.3	Système de coordonnées locales sur une surface . . . . .	24
6.4.4	Membranes élastiques . . . . .	25
6.5	Calcul du diamètre d'un ensemble fini de points . . . . .	25
6.6	Compression de structures géométriques . . . . .	25
6.7	Métrologie . . . . .	26
6.8	Déformation de surface, lacets . . . . .	27
6.8.1	Calcul des lacets canoniques d'une surface polyédrique . . . . .	27
6.8.2	Lacets adaptés à la déformation de polyèdre avec changement de topologie . . . . .	28
<b>7</b>	<b>Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)</b>	<b>28</b>
7.1	IFP . . . . .	28
7.2	Geometry Factory . . . . .	29
<b>8</b>	<b>Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>29</b>
8.1	Actions régionales . . . . .	29
8.1.1	Coopérations locale de recherche (COLORS) TECH-MESH . . . . .	29
8.2	Actions nationales . . . . .	29
8.2.1	Action de recherche coopérative INRIA VITESV . . . . .	29
8.2.2	Action de recherche coopérative INRIA COSTIC . . . . .	30
8.2.3	Action de recherche coopérative INRIA VISI3D . . . . .	30
8.2.4	Accueil de chercheurs . . . . .	31
8.3	Actions européennes . . . . .	31
8.3.1	ECG . . . . .	31
8.4	Relations bilatérales . . . . .	32
8.4.1	France-Espagne . . . . .	32
8.4.2	France - Israël . . . . .	32
8.4.3	France - USA . . . . .	32
<b>9</b>	<b>Diffusion de résultats</b>	<b>32</b>
9.1	Animation de la communauté scientifique . . . . .	32
9.1.1	Comités de rédaction de revues scientifiques . . . . .	32
9.1.2	Comités de sélection . . . . .	32
9.1.3	Comités de programme de conférences . . . . .	32

---

9.1.4	Autres comités . . . . .	33
9.1.5	Serveur WWW . . . . .	33
9.2	Formation . . . . .	33
9.2.1	Enseignement universitaire . . . . .	33
9.2.2	Autres enseignements . . . . .	33
9.2.3	Stages . . . . .	34
9.2.4	Thèses en cours . . . . .	34
9.2.5	Thèses soutenues . . . . .	34
9.3	Participation à des colloques, séminaires, invitations . . . . .	35
9.3.1	Séjours . . . . .	35
9.3.2	Exposés à des colloques et séminaires . . . . .	35
9.3.3	Participation à des colloques . . . . .	36
<b>10</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>36</b>

## 1 Composition de l'équipe

### Responsable scientifique

Jean-Daniel Boissonnat [DR]

### Responsable permanent

Olivier Devillers [CR, DR à partir du 1er septembre]

### Assistante de projet

Agnès Clément-Bessière [TR, assistante des projets PRISME, ICARE, REVES, VISA et du comité des projets]

### Personnel Inria

Pierre Alliez [CR, depuis le 1er décembre]

Frédéric Cazals [CR]

Monique Teillaud [CR à 100% dans le projet jusqu'au 15 février, à 20% depuis]

Anne Verroust [CR, Rocquencourt]

Mariette Yvinec [CR]

### Personnel UNSA

Raphaëlle Chaine [Maître de conférences]

### Chercheur invité

Jean-Marie Morvan [en délégation de l'Université Claude Bernard, depuis le 1er septembre]

### Chercheur associé

Andreas Fabri

### Ingénieur associé

Radu Ursu [ODL, depuis le 1er septembre]

### Chercheurs doctorants

Louai Adhami [en collaboration avec CHIR]

Dominique Amar [ENS Cachan, depuis le 1er octobre]

François Anton [en commun avec GALAAD, en collaboration avec UBC, jusqu'au 31 août, financé en partie par Costic, et par une bourse BGF]

Sophie Balaven [en collaboration avec l'IFP]

David Cohen Steiner [détaché du corps des Telecom]

Frank Da [allocataire MENRT]

Julia Flötotto [allocataire MENRT]

Pierre-Marie Gandoin [allocataire MENRT jusqu'au 31 octobre]

Philippe Guigue [allocataire MENRT]

### Chercheurs post-doctorants

Menelaos Karavelas [depuis le 24 septembre]

Sylvain Pion [financé par la DIRDR]

Dimitri Zinoviev [depuis le 1er février]

Darka Mioc [jusqu'au 31 août]

### Stagiaires

Dominique Amar [ENS Cachan, mars-août]

Kamalika Chaudhuri [IIT Kanpur, mai-juillet]

Mihaela Constantinescu [École Polytechnique, avril-septembre]

Christophe Delage [ENS Lyon, juin-août]  
Christophe Demange [LP Strasbourg, juillet-septembre]  
Tharavy Douc [DEA Algorithmique, juin-août]  
Philippe De Montalembert [École Polytechnique, avril-juin]  
Siddhartha Saha [IIT Kanpur, mai-juillet]

## 2 Présentation et objectifs généraux

De nombreux domaines d'application demandent de savoir construire et traiter de manière efficace des objets géométriques. Citons, parmi beaucoup d'autres, la robotique, l'informatique graphique et la conception assistée par ordinateur.

L'objectif général du projet PRISME consiste à développer, dans le domaine de la géométrie, une algorithmique effective. Nos recherches portent en premier lieu sur les *aspects combinatoires et algorithmiques*, et se fondent sur des analyses réalistes. Ceci nous a conduits à mener des analyses en moyenne plutôt que dans le pire des cas (randomisation), à prendre en compte des paramètres significatifs autres que la taille des entrées, notamment la taille du résultat (algorithmes adaptatifs) et à définir de nouveaux modèles de calcul fidèles à l'arithmétique des ordinateurs.

Nous abordons de manière systématique, depuis quelques années, les questions liées au *calcul géométrique* : robustesse, programmation et analyse expérimentale des algorithmes, conception et développement d'une bibliothèque d'algorithmes (CGAL). Ces recherches devraient largement faciliter, à moyen terme, la diffusion et l'impact des techniques de la géométrie algorithmique et de nos résultats.

Le placement et le déplacement de robots nous ont fourni un sujet d'études et d'applications depuis de nombreuses années. Nos domaines d'application et nos collaborations industrielles se sont également développés au delà de la robotique. Les succès les plus marquants concernent la modélisation géométrique dans le domaine médical, en CAO et en géologie (commercialisation des logiciels NUAGES et NUAGES-PC).

## 3 Fondements scientifiques

### 3.1 Géométrie Algorithmique

**Mots clés** : algorithme randomisé, algorithme adaptatif, triangulation, diagramme de Voronoï, triangulation de Delaunay, planification de trajectoires.

**Résumé** : *La géométrie algorithmique [4] a pour objet l'étude systématique des algorithmes géométriques, de leur conception et de leur analyse. C'est un domaine relativement récent né autour des années 1975. Le projet PRISME s'intéresse aux principales structures géométriques : triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï, étudie des techniques algorithmiques générales et efficaces et cherche à résoudre quelques problèmes clés, comme la planification de trajectoires de robots et la modélisation géométrique.*

### 3.1.1 Géométrie combinatoire

Élucider la combinatoire des objets géométriques est l'un des pré-requis indispensables à la conception d'algorithmes efficaces pour résoudre les problèmes de nature géométrique. L'un des apports majeurs de la géométrie algorithmique est d'avoir mis en évidence le rôle central joué par un petit nombre de structures fondamentales : polytopes, triangulations, arrangements et diagrammes de Voronoï. Dans ce domaine, les membres du projet PRISME ont notamment étudié la complexité des arrangements dans le plan, l'enveloppe convexe d'un ensemble de sphères en toutes dimensions ou encore différents diagrammes de Voronoï. Nous nous sommes également intéressés à des problèmes combinatoires liés à certains problèmes d'optimisation géométrique (percement et couverture).

### 3.1.2 Techniques algorithmiques

#### Glossaire :

**Algorithmes randomisés** Les algorithmes randomisés sont des algorithmes qui effectuent des choix aléatoires au cours de leur déroulement<sup>[MR95]</sup>.

Contrairement aux algorithmes probabilistes (dits de Monte Carlo) les algorithmes randomisés (encore appelés algorithmes de Las Vegas) fournissent la solution exacte d'un problème déterministe et ne font aucune hypothèse statistique sur les données traitées. Seule leur complexité dépend des choix aléatoires effectués et s'analyse en moyenne. En conférant aux situations défavorables un poids statistique négligeable, la randomisation conduit à des algorithmes simples et efficaces, notamment en géométrie<sup>[CS89]</sup>. La randomisation est aussi devenue une méthode de preuve permettant d'établir certains résultats combinatoires. Enfin, et ce n'est pas le moindre des paradoxes, la dérandomisation d'algorithmes randomisés permet, dans certains cas, d'établir des algorithmes déterministes optimaux.

Le projet PRISME s'est plus particulièrement spécialisé dans les algorithmes randomisés incrémentaux et a développé la méthode du graphe d'influence [4, 3, 10]. Le graphe d'influence est une structure de données qui retrace l'histoire de la construction d'un objet. L'utilisation d'une telle structure conduit à des algorithmes semi-dynamiques capables d'insérer en ligne des données qui ne sont pas connues au départ. Pour la plupart des problèmes fondamentaux, on peut même obtenir un algorithme dynamique traitant non seulement les insertions mais aussi les suppressions de données.

Une autre utilisation de techniques randomisées a récemment été développée pour la recherche de voisins dans des espaces de très grandes dimensions en algorithmique moléculaire.

#### Glossaire :

**Algorithmes adaptatifs** Algorithmes dont la complexité est fonction de la valeur effective de certains paramètres significatifs (la taille de l'objet calculé, par exemple) et non de la valeur de ces paramètres dans le pire des cas.

---

[MR95] R. MOTWANI, P. RAGHAVAN, *Randomized Algorithms*, Cambridge University Press, New York, NY, 1995.

[CS89] K. L. CLARKSON, P. W. SHOR, « Applications of random sampling in computational geometry, II », *Discrete Comput. Geom.* 4, 1989, p. 387–421.

Pour la plupart des problèmes géométriques, la taille du résultat est très variable, non seulement en fonction du nombre de données traitées mais aussi en fonction du jeu de données lui-même. Par exemple, l'enveloppe convexe d'un ensemble de  $n$  points en dimension  $d$  est un polytope dont le nombre de faces peut varier de  $(d+1)!$  (pour un  $(d+1)$ -simplexe) à  $\Omega(n^{\lfloor \frac{d+1}{2} \rfloor})$  (pour un polytope maximal à  $n$  sommets); le nombre d'intersections d'un ensemble de  $n$  segments du plan peut varier de 0 à  $\frac{n(n-1)}{2}$ . Pour ces exemples, il est donc particulièrement intéressant de disposer d'algorithmes adaptatifs dont la complexité dépend de la taille du résultat. Dans d'autres problèmes, ce sont d'autres paramètres qui peuvent jouer un rôle crucial. La contribution du projet PRISME dans ce domaine concerne essentiellement les problèmes d'enveloppes convexes d'objets plans et de percement (ou, par dualité, de couverture).

### 3.1.3 Triangulations et diagrammes de Voronoï

#### Glossaire :

**Diagramme de Voronoï** Soit  $\mathcal{S}$  un ensemble de  $n$  sites de l'espace euclidien  $\mathbf{E}^d$ . Pour chaque site  $p$  de  $\mathcal{S}$ , la cellule de Voronoï  $V(p)$  de  $p$  est l'ensemble des points de  $\mathbf{E}^d$  qui sont plus proches de  $p$  que de tous les autres sites de  $\mathcal{S}$ . Le diagramme de Voronoï de  $\mathcal{S}$  est la décomposition de  $\mathbf{E}^d$  formée par les cellules de Voronoï des sites. Voir la figure 1.

**Triangulation de Delaunay** Soit  $\mathcal{S}$  un ensemble de  $n$  points de  $\mathbf{E}^d$ . La triangulation de Delaunay de  $\mathcal{S}$  est le dual géométrique du diagramme de Voronoï de  $\mathcal{S}$  : deux points de  $\mathcal{S}$  sont reliés par une arête dans la triangulation de Delaunay si et seulement si leurs cellules sont adjacentes dans le diagramme de Voronoï de  $\mathcal{S}$ .

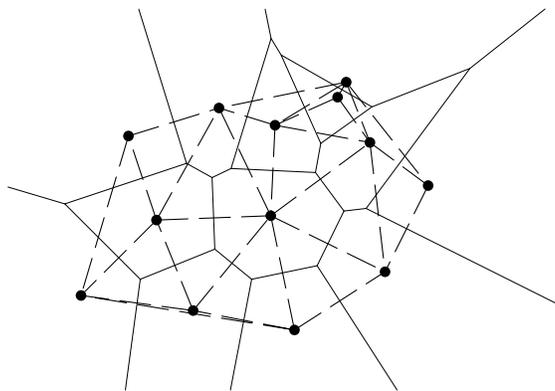


FIG. 1 – Diagramme de Voronoï (en traits pleins) et triangulation de Delaunay (en pointillés) d'un ensemble de points de  $\mathbf{E}^2$ .

Les diagrammes de Voronoï sont des structures très utiles, rencontrées fréquemment car elles permettent de représenter des relations de distance entre objets et des phénomènes de croissance : il n'est pas étonnant de les voir utilisés pour modéliser des cristaux ou les grandes structures de l'univers, et de les trouver souvent dans la nature, par exemple sur la carapace d'une tortue ou sur le cou d'une girafe réticulée. Les diagrammes de Voronoï sont aussi des structures de données permettant de résoudre de nombreux problèmes : recherche de plus

proches voisins et planification de mouvements notamment.

L'étude des diagrammes de Voronoï, de leurs propriétés mathématiques, de leur calcul et de leurs nombreuses variantes a été et reste un sujet d'importance majeure de la géométrie algorithmique [OBS92]. Les contributions du projet PRISME portent sur les aspects combinatoires et algorithmiques, l'extension à différentes métriques non euclidiennes et l'application aux problèmes de reconstruction de formes [5] (cf. section 4.2) et d'approximation de surfaces.

### 3.1.4 Planification de trajectoires

Une tâche fondamentale en robotique consiste à planifier des trajectoires sans collision dans un environnement encombré d'obstacles. Ce problème est très difficile puisque, même dans sa version la plus simple où les contraintes sur les déplacements du robot sont purement géométriques, sa complexité croît rapidement (de façon probablement exponentielle) avec le nombre de degrés de liberté du robot.

Dans les vingt dernières années, ce problème a suscité des recherches allant des mathématiques (géométrie algébrique, combinatoire, théorie de la complexité), à la programmation et l'implantation effective sur des robots en passant par la conception et l'analyse d'algorithmes performants. L'idée centrale de tous les algorithmes est néanmoins toujours la même : construire une représentation de l'ensemble des configurations du robot pour lesquelles il n'y a pas de collision, ce qu'on appelle l'espace libre du robot. On ramène ainsi le problème du déplacement du robot dans l'espace où celui-ci évolue au problème du déplacement d'un point dans l'espace des configurations dont la dimension est en général élevée (six pour un manipulateur à six degrés de liberté). Moyennant une structuration appropriée de cet espace, on peut alors construire un chemin qui correspond à un déplacement sans collision du robot.

Dans un premier temps, nous avons proposé des méthodes approchées générales qui ont conduit au logiciel industriel ACT. Nous avons ensuite étudié les aspects combinatoires et algorithmiques de cas particuliers importants en pratique : robot mobile évoluant sur un sol plan [1] ou sur un sol accidenté, robot à pattes. On peut obtenir dans ces cas particuliers des solutions analytiques exactes et des algorithmes de calcul efficaces.

Plus récemment, nous avons abordé la planification de trajectoires de robots mobiles soumis à des contraintes cinématiques : on parle dans ce cas de systèmes non holonomes [2]. La grande différence de ces systèmes par rapport aux systèmes holonomes réside dans le fait que tout chemin de l'espace libre n'est pas exécutable par le robot : c'est le problème du créneau qui nécessite de faire des manœuvres si la voiture ne peut pas se déplacer en crabe. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés au calcul de trajectoires de courbure bornée correspondant à une voiture dont le rayon de braquage est minoré. Le contrôle optimal permet de caractériser les plus courts chemins de courbure bornée en l'absence d'obstacle. Il est alors possible d'obtenir des algorithmes efficaces en présence d'obstacles.

Ces travaux ont conduit à plusieurs applications industrielles.

---

[OBS92] A. OKABE, B. BOOTS, K. SUGIHARA, *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1992.

## 3.2 Calcul géométrique

**Mots clés :** robustesse, dégénérescence, arithmétique, filtre, régularisation, programmation des algorithmes géométriques, recherche expérimentale.

**Résumé :** *Le calcul géométrique demande, au-delà de la conception et de l'analyse des algorithmes, de résoudre les questions délicates posées par leur programmation. Il s'agit tout d'abord de savoir représenter et organiser les structures géométriques de façon cohérente et efficace. Il s'agit également de garantir un calcul fiable, ce qui est particulièrement délicat avec les objets géométriques dont la représentation est à la fois symbolique et numérique. [Hof89] Ces problèmes sont un des principaux obstacles à l'utilisation des résultats de la géométrie algorithmique. [C+96] Nous détaillons dans la première section les problèmes posés par le calcul géométrique, puis nous décrivons un paradigme pour les résoudre. Finalement, nous présentons le projet CGAL, qui pose les fondements d'une bibliothèque d'algorithmes géométriques.*

### 3.2.1 Robustesse et dégénérescences

Les algorithmes sont généralement exprimés dans un modèle où chaque nombre réel est représentable de façon exacte. En pratique, la représentation des nombres réels en machine pose de gros problèmes qui sont très vite observables. Le résultat des opérations arithmétiques pouvant être tronqué, certaines propriétés géométriques du plan euclidien ne sont pas vérifiées dans l'implantation. Par ailleurs, le traitement des cas dégénérés, souvent ignorés dans les articles, est fastidieux, allonge considérablement les programmes et constitue une source d'erreurs.

Plusieurs approches ont été suivies pour tenter de résoudre ces problèmes. Une méthode de perturbation symbolique, qui permet de résoudre les cas dégénérés, a été développée et raffinée. Pour les algorithmes incrémentaux randomisés, nous avons montré comment perturber la définition du problème pour prendre en compte les cas dégénérés.

Pour ce qui concerne les problèmes de stabilité numérique, une approche prometteuse consiste à utiliser une arithmétique des prédicats exacte (voir la prochaine section). De façon complémentaire, on peut chercher à développer des algorithmes nécessitant une précision minimale. Le formalisme utilisé, basé sur la notion de *degré* d'un algorithme, permet d'analyser les algorithmes et les problèmes en fonction de leur degré et de chercher des compromis entre degré et complexité.

---

[Hof89] C. M. HOFFMANN, « The Problems of Accuracy and Robustness in Geometric Computation », *IEEE Computer* 22, 3, mars 1989, p. 31–41.

[C+96] B. CHAZELLE *et al.*, « Application Challenges to Computational Geometry: CG Impact Task Force Report », *Technical Report n° TR-521-96*, Princeton Univ., avril 1996.

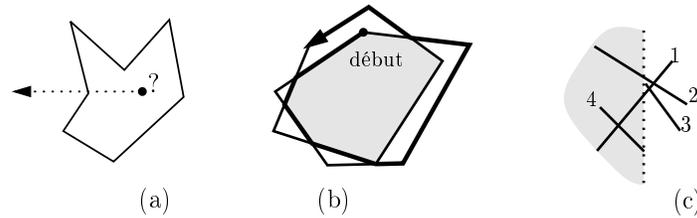


FIG. 2 – Différents problèmes de robustesse :

(a) Une méthode couramment utilisée pour localiser un point dans un polygone consiste à compter la parité du nombre d'intersections d'un rayon allant à l'infini. Ici, ce rayon passe par un sommet. Si les segments sont fermés, on compte deux intersections, aucune si les segments sont ouverts ; dans les deux cas, le point est placé incorrectement à l'extérieur du polygone.

(b) Une méthode couramment employée pour construire l'intersection de deux polygones consiste à parcourir, à partir d'un sommet, la frontière de chacun des polygones alternativement jusqu'au point de départ. Ici, on peut arranger les segments de façon à ce que la deuxième intersection ne soit pas détectée par un calcul en virgule flottante ; l'algorithme fournit alors une solution erronée.

(c) L'algorithme de Bentley-Ottmann, l'un des plus utilisés en géométrie algorithmique, calcule les intersections d'un ensemble de segments en balayant le plan et en s'arrêtant quand la droite passe par un sommet ou une intersection. Ici, on peut disposer les segments de façon à ce qu'un calcul flottant traite les événements dans le mauvais ordre. Si l'intersection entre 1 et 2 est considérée à gauche de l'extrémité de 3, alors l'intersection entre 1 et 3 n'est pas détectée.

### 3.2.2 Arithmétique et filtres

Les prédicats constituent l'interface entre les parties numérique et combinatoire des algorithmes géométriques. Le calcul exact de prédicats<sup>[YD95]</sup> garantit donc la stabilité numérique des algorithmes géométriques et permet à l'implantation de vérifier et d'utiliser les résultats du plan euclidien, plutôt que du plan des nombres flottants (qui en est une discrétisation). Une arithmétique exacte des prédicats ne nécessite pas nécessairement le recours à des types arithmétiques exacts. On peut, par exemple, montrer que certains prédicats comme le signe des déterminants peuvent s'évaluer en simple précision de manière fiable et efficace [6].

Une autre méthode consiste à utiliser des types arithmétiques exacts disponibles dans des bibliothèques telles que GMP ou Leda. Pour rester efficace, il faut avoir recours à des *filtres* qui permettent d'améliorer progressivement le résultat flottant jusqu'à atteindre la fiabilité requise [FvW96]. En moyenne, dans la grande majorité des cas, le calcul flottant suffit pour conclure et l'arithmétique exacte n'est que rarement invoquée. Globalement, la perte de performance est minime.

Nous avons produit, automatisé et intégré dans la bibliothèque CGAL des outils de filtrage [9]. Le but recherché est de libérer le programmeur de ces considérations de robustesse en lui procurant des prédicats exacts à coût très abordable. Des études préliminaires sur des algorithmes classiques ont montré que ce but est réaliste.

### 3.2.3 Régularisation

Si le calcul des prédicats est exact, l'algorithme retourne un résultat combinatoire correct (carte planaire, diagramme de Voronoï, etc). Reste le problème d'arrondir les coordonnées des objets géométriques sous une forme représentable en machine. Le calcul flottant ne garantit pas que la structure arrondie vérifie des propriétés comme la planarité ou la convexité. Bien que cela n'affecte pas le déroulement de l'algorithme lui-même, cela peut avoir des incidences sur les algorithmes qui utilisent ensuite ce résultat. Des méthodes ont été étudiées pour *régulariser* certaines constructions. Elles supposent toutes de savoir arrondir les constructions géométriques sur une grille.

Nous avons développé une méthode permettant d'arrondir correctement des constructions géométriques à un point entier le plus proche. Des outils d'automatisation pour la bibliothèque CGAL sont en cours d'étude. Il faudra aussi évaluer le coût de cette approche. Il reste sur ce sujet beaucoup de recherches à effectuer, en particulier pour des structures plus complexes comme les diagrammes de Voronoï de segments ou les arrangements tridimensionnels.

### 3.2.4 La bibliothèque CGAL

Comme on l'a vu, la programmation des algorithmes géométriques pose des problèmes difficiles qui ne relèvent pas seulement de l'ingénierie logicielle. Ces problèmes se posent à

---

[YD95] C. K. YAP, T. DUBÉ, « The exact computation paradigm », in : *Computing in Euclidean Geometry*, D.-Z. Du et F. K. Hwang (éditeurs), édition 2nd, *Lecture Notes Series on Computing*, 1, World Scientific Press, Singapore, 1995, p. 452–492.

[FvW96] S. FORTUNE, C. J. VAN WYK, « Static Analysis Yields Efficient Exact Integer Arithmetic for Computational Geometry », *ACM Trans. Graph.* 15, 3, juillet 1996, p. 223–248.

tous ceux qui utilisent des algorithmes géométriques et il n'existe pas actuellement de solution simple. C'est pourquoi une bibliothèque d'algorithmes géométriques, baptisée CGAL est développée en collaboration avec d'autres équipes européennes dans le cadre de projets européens Esprit : Freie Universität Berlin (Allemagne), Universität Halle (Allemagne), RISC Linz (Autriche), Max-Planck-Institut Saarbrücken (Allemagne), Tel Aviv University (Israël), Universiteit Utrecht (Pays-Bas), et ETH Zürich (Suisse).

Cette bibliothèque est écrite en C++ et veut permettre une programmation facile, fiable et efficace d'applications nécessitant la mise en œuvre d'algorithmes géométriques (voir aussi 5.1). La généricité est une des caractéristiques de cette bibliothèque. Les algorithmes peuvent utiliser différents types de données dès lors que certaines méthodes sont définies ce qui rend le code largement réutilisable. Cette approche contraste avec celle des « perles » utilisées par exemple en infographie qui doivent être adaptées à chaque nouveau besoin. La généricité doit aussi permettre de comparer les caractéristiques de différents algorithmes dans un même contexte et de conduire des recherches expérimentales.

## 4 Domaines d'applications

### 4.1 Panorama

**Mots clés** : ingénierie inverse, CAO, médical, géologie, satellite, placement, découpe, chimie, molécule.

*Une page décrivant des applications : <http://www.ics.uci.edu/~eppstein/geom.html>*

La géométrie algorithmique trouve des applications dans tous les domaines où l'on doit acquérir, modéliser, manipuler ou transformer des données géométriques en quantité importante.

Jusqu'à présent nous avons surtout abordé des applications en reconstruction de formes, en robotique et en modélisation moléculaire mais nos travaux peuvent trouver des applications dans d'autres domaines tels que la conception assistée par ordinateur, la synthèse d'image ou les systèmes d'information géographique.

### 4.2 Reconstruction de formes

**Mots clés** : modélisation géométrique, reconstruction de formes, imagerie médicale, géologie.

**Résumé** : *Reconstruire la forme d'un objet tridimensionnel [5] à partir d'un certain nombre de mesures effectuées sur cet objet est une opération de base dans de nombreux domaines applicatifs. Le projet PRISME s'est plus particulièrement intéressé aux problèmes de reconstruction tels qu'ils se posent dans les domaines de l'imagerie médicale et de la géologie. Dans ces deux domaines, des solutions originales, largement basées sur les concepts de diagrammes de Voronoï et triangulations de Delaunay, ont été proposées.*

### 4.2.1 Imagerie médicale

Dans le domaine médical, les données proviennent généralement d'un système d'imagerie comme la RMN qui permet d'acquérir plusieurs coupes parallèles de la région concernée. La première opération consiste alors à extraire de chaque coupe (de façon manuelle ou en utilisant un procédé automatique d'analyse d'image) un ensemble de contours polygonaux approximant les sections de l'organe à reconstruire. Le procédé de reconstruction considère alors successivement chaque paire de coupes consécutives et reconstruit, à l'aide de la triangulation de Delaunay, la tranche d'organe comprise entre ces deux coupes. On obtient ainsi une représentation volumique de l'objet, une triangulation tridimensionnelle, qui peut se prêter à divers traitements ultérieurs ; visualisation, simulation d'intervention ou planification de trajectoire pour guider une endoscopie (figure 3). Ces travaux [8] ont conduit au logiciel NUAGES commercialisé par plusieurs sociétés (voir 5.4).

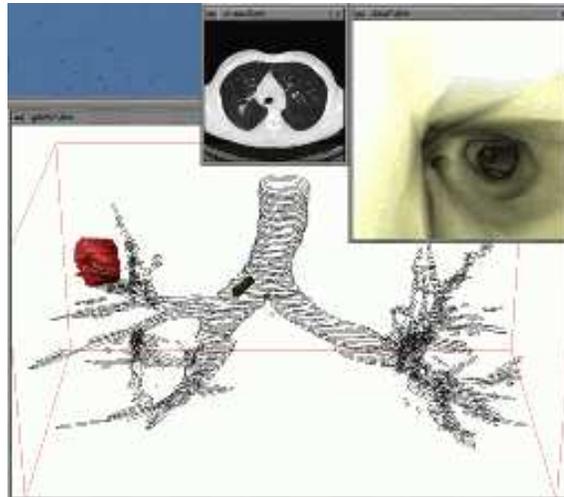


FIG. 3 – Simulation d'endoscopie.

### 4.2.2 Géologie

Parvenir à une bonne connaissance du sous-sol d'une région est un enjeu majeur dans l'exploitation des ressources minières, le génie civil ou la protection de l'environnement. Pour y parvenir le géologue dispose de plusieurs sources d'informations : sondages, études sismiques et relevés topographiques qui constituent généralement un ensemble de données hétérogènes, éparses et imprécises. Le projet PRISME développe actuellement une méthode de reconstruction automatique de formations géologiques. Cette méthode se distingue des approches plus traditionnelles d'interpolation de surfaces et construit directement une représentation volumique des formations. Entre autres avantages, cette approche permet de segmenter automatiquement les données et de s'affranchir dans une large mesure des problèmes d'instabilité numérique (figure 4, voir 5.6).

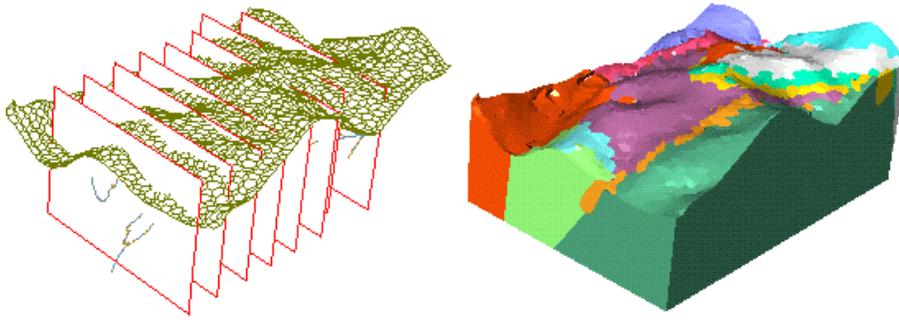


FIG. 4 – Reconstruction du sous-sol de Morges (Alpes).

### 4.3 Algorithmique moléculaire

**Mots clés :** molécule, chimie, docking.

L'émergence de méthodes algorithmiques en biologie moléculaire remonte sans doute aux années 80, mais le processus s'est accéléré depuis environ cinq ans comme en témoignent l'apparition de journaux et conférences spécifiques, ainsi que la publication d'articles relatifs au sujet dans les forums traditionnels comme le symposium ACM de géométrie algorithmique ou *Algorithmica*.

L'objectif de ces recherches est de trouver des médicaments plus efficaces, moins nocifs, et plus faciles à extraire ou à synthétiser. L'enjeu est donc considérable et ce d'autant plus que des méthodes telle que la synthèse combinatoire donnent accès à une diversité moléculaire gigantesque.

Parmi les problèmes algorithmiques bien identifiés, figurent l'étude des surfaces moléculaires (figure 5), l'investigation des conformations moléculaires stables, le docking ou étude de la complémentarité ligand-récepteur, ainsi que le clustering de grandes bases de données moléculaires. Dans le cadre d'une collaboration avec Sanofi Recherche, nous avons fait une contribution à ce dernier problème.

### 4.4 Placement de formes

**Mots clés :** placement géométrique, découpe industrielle, aménagement de satellites.

**Résumé :** *Le placement de formes rigides ou articulées est un champ d'application privilégié de la géométrie algorithmique. Il s'agit de savoir si un objet donné peut être placé parmi une collection d'objets. Nous avons plus particulièrement étudié deux applications d'origine industrielle : la découpe et l'aménagement de satellites.*

#### 4.4.1 Découpe

Il s'agit de découper sur un support plan (peau, tôle, tissu, etc) des formes géométriques données, souvent polygonales. Deux objectifs sont poursuivis : rapidité du placement des formes

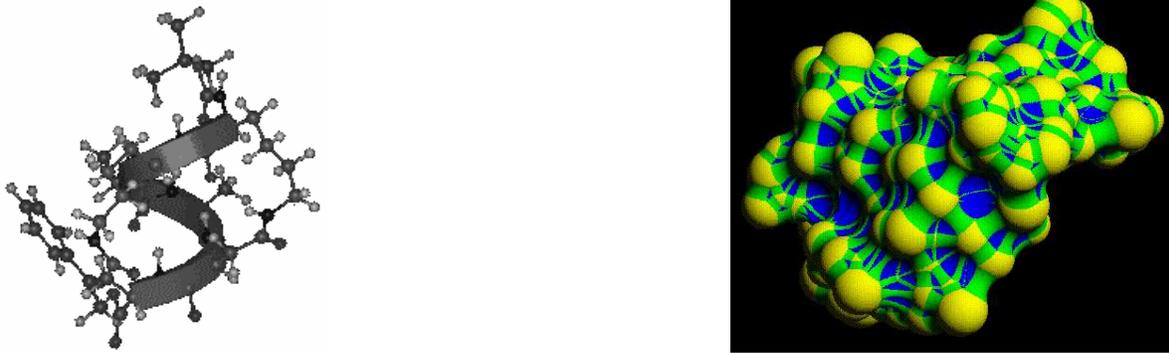


FIG. 5 – (a) Modèle moléculaire (b) Surface moléculaire

sur le support et minimisation des chutes.

Nous avons résolu les problèmes de placement et de déplacement dans le cas d'un polygone (resp. polyèdre) en translation dans un univers polygonal (resp. polyédrique) en proposant des algorithmes de complexité quasi-optimale. Ces algorithmes permettent de calculer un placement s'il en existe un, mais également l'ensemble des positions admissibles de l'objet à placer. Le placement simultané de deux polygones en translation dans un environnement polygonal, et de trois polygones dans un parallélogramme, a également été résolu. Le calcul de l'espace admissible pour un polygone en translation et rotation peut aussi être effectué avec une complexité presque optimale.

Ces algorithmes permettent d'exhiber rapidement une solution au problème de découpe, en plaçant l'une après l'autre les différentes formes sur le support. Ils sont à la base du logiciel PIAF (voir 5.8).

#### 4.4.2 Aménagement de satellites

L'aménagement d'un satellite consiste à positionner les équipements spécifiés par un schéma logique sur une plate-forme, en prenant en compte des contraintes physiques imposées par l'environnement (par exemple la protection contre les rayons solaires) et par les équipements entre eux (par exemple l'interférence électromagnétique et le respect du champ de vue d'un instrument d'observation). L'aménagement spatial d'un satellite s'inscrit dans un processus de conception complexe qui dure en général plusieurs mois et nécessite de nombreux allers-retours entre bureau d'études et équipes spécialisées en électro-magnétisme, thermique et mécanique. L'objectif de notre travail est de démontrer, en développant un prototype, qu'il est possible d'accélérer considérablement la phase de conception en assistant, voire en automatisant, l'aménagement avec des méthodes issues de la géométrie algorithmique. Un résultat est présenté sur la figure 6.

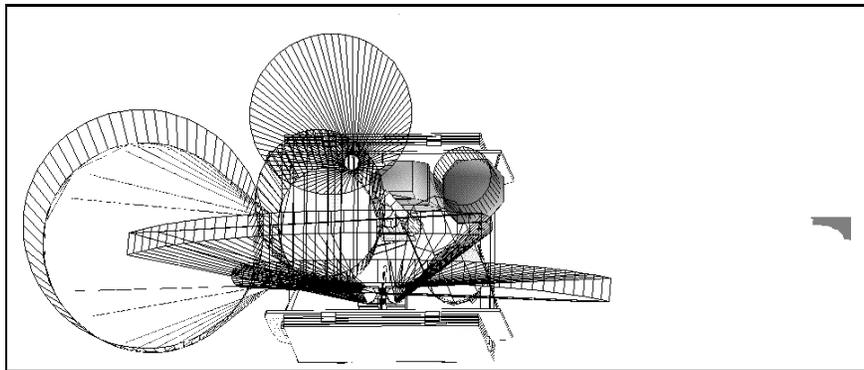


FIG. 6 – A droite : espace admissible pour l'instrument grisé.

## 5 Logiciels

### 5.1 Bibliothèque d'algorithmes géométriques CGAL

**Participants** : Jean-Daniel Boissonnat, Hervé Brönnimann, Frédéric Cazals, Frank Da, Olivier Devillers, Andreas Fabri, Sylvain Pion, François Rebufat, Monique Teillaud, Mariette Yvinec [correspondante].

*Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 6.1, 7.2.*

*Le site du projet : <http://www.cgal.org/>.*

CGAL est une bibliothèque de programmes géométriques développée dans le cadre de deux projets Européen successifs (projet ESPRIT IV LTR CGAL décembre 97 - juin 98, projet ESPRIT IV LTR GALIA novembre 99- août 00) par un consortium formé de huit équipes de recherches des organismes suivants : Université Utrecht, Max-Planck-Institut, INRIA Sophia Antipolis, ETH Zürich, Tel Aviv University, Freie Universität Berlin, Universität Halle, RISC Linz. CGAL a pour but de rendre accessibles au monde industriel et aux domaines applicatifs les solutions que propose la géométrie algorithmique.

La bibliothèque CGAL comprend un noyau, une bibliothèque de base et un certain nombre de modules support. Le noyau est formé de classes C++ qui représentent les objets géométriques élémentaires (points, vecteurs, directions, droites, rayons, plans, simplexes, boîtes isothétiques) ainsi que des transformations affines et un certain nombre de prédicats et constructions géométriques sur ces objets. Actuellement, ces classes existent en dimension 2 et 3 ; à terme elles seront disponibles en toutes dimensions. Par le mécanisme des classes génériques, chaque classe peut être instanciée selon plusieurs modes de représentation : on peut choisir entre coordonnées cartésiennes ou homogènes, ainsi qu'entre différentes arithmétiques.

La bibliothèque de base propose un certain nombre de structures de données géométriques ainsi que des algorithmes. Les structures de données comprennent polygones, polyèdres, triangulations, cartes planaires, arrangements et diverses structures de recherche (arbre de segments, arbres  $k$ -dimensionnels, etc.). Des algorithmes sont disponibles pour calculer des enveloppes convexes et résoudre des problèmes d'optimisation (linéaires, quadratiques, de type linéaires généralisés). Par le biais des classes et des fonctions génériques, ces algorithmes peuvent s'utiliser

soit avec les objets du noyau, soit avec des classes géométriques propres à l'utilisateur pourvu que celles-ci satisfassent un ensemble de requêtes spécifiées par une *classe d'implantation*.

Enfin, une bibliothèque support permet de générer des objets aléatoires, et d'interfacer CGAL avec plusieurs outils de visualisation (Fichier ascii, Leda windows, OpenGL, Open Inventor, Tcl/Tk, PostScript).

CGAL compte actuellement environ 500 000 lignes de code et supporte les plateformes suivantes : Mips Pro (CC, g++) , SUNOS(GNU C++, KAI C++), Linux((GNU C++), WindowsNT(Visual C++, Borland C++). La version 2.3 de CGAL est disponible sur le web depuis août 2001.

## 5.2 Évaluation exacte d'expressions numériques

**Participants :** Hervé Brönnimann, Olivier Devillers, Sylvain Pion [correspondant], Mariette Yvinec.

*<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/>*.

L'un des points cruciaux en géométrie, concernant la vitesse autant que la robustesse, est le calcul des prédicats, tels les signes de déterminants.

Pour ce faire, une bibliothèque d'arithmétique d'intervalles permet d'accélérer les calculs, tout en vérifiant leur exactitude : c'est un filtre arithmétique. La bibliothèque proposée ici est plus adaptée aux besoins des prédicats que d'autres bibliothèques disponibles, car elle permet de s'affranchir des changements répétitifs de modes d'arrondis, et est donc plus rapide.

En complément, pour effectuer les calculs exacts en cas d'échec d'un filtre, on peut utiliser la bibliothèque d'arithmétique modulaire, qui permet de calculer en particulier les signes de déterminants et d'expressions polynômiales plus générales, qui interviennent dans la quasi-totalité des algorithmes géométriques.

Nous proposons également des méthodes plus spécifiques pour le calcul de déterminants de petites dimensions sur des entiers.

## 5.3 Hiérarchie de Delaunay

**Participant :** Olivier Devillers [correspondant].

*Versions de démonstrations disponibles,*

*<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/del-hierarchy/fr.html>*

Nous proposons une nouvelle structure de données pour le calcul de la triangulation de Delaunay de points du plan permettant de combiner simultanément une bonne complexité théorique dans le cas le pire, un très bon comportement pratique et une occupation mémoire réduite. Cette structure permet également une mise à jour dynamique (insertions et suppressions).

Ce programme peut calculer la triangulation de 500 000 points aléatoires dans le plan en 22 secondes et de 150 000 points sur la surface d'un objet tridimensionnel en 40 secondes (sur SUN Ultra10) [7].

## 5.4 Reconstruction à partir de coupes.

**Participants** : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant], Bernhard Geiger.

*<http://www-sop.inria.fr/prisme/logiciel/nuages.html>*

NUAGES, logiciel de reconstruction 3D à partir de sections 2D (voir 4.2.1) développé par Bernhard Geiger, est utilisé notamment pour l'imagerie médicale, la microscopie électronique et la reconstruction de surface. Il est commercialisé par Noesis, Cril, Siemens, Leibinger. Le code source est désormais disponible gratuitement pour un usage non commercial. Plusieurs publications dans des domaines appliqués décrivent des résultats obtenus avec NUAGES [8].

## 5.5 Reconstruction de surface à partir de points 3D non structurés

**Participants** : Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals [correspondant], Olivier Devillers.

Il s'agit du logiciel de reconstruction de surface baptisé NUAGES-PC pour Nuages-PointCloud.

Ce logiciel a été intégré à CATIA, logiciel de CAO édité et commercialisé par Dassault Systèmes.

## 5.6 Modeleur géométrique pour la géologie

**Participant** : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

*<http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Geologie/>*

GEO3D (voir 4.2.2) permet de construire automatiquement un modèle volumique à partir de données hétérogènes et irrégulières. Ce logiciel est développé dans le cadre du programme national GÉOFrance3D de cartographie du sous-sol de la France. Une première version est utilisée au BRGM. Ce travail est le résultat de la thèse de Stéphane Nullans.

## 5.7 Aménagement de satellites

**Participants** : Jean-Daniel Boissonnat, Eelco de Lange, Monique Teillaud [correspondante].

*<http://www-sop.inria.fr/prisme/fiches/Satellite/>*

Le logiciel GÉOTOOLS pour l'aménagement d'un satellite permet le placement itératif d'instruments (antennes et autres équipements) sur une plate-forme plane. Le logiciel a été conçu dans le cadre de notre collaboration avec MATRA MARCONI SPACE.

## 5.8 Placement et déplacement

**Participant** : Jean-Daniel Boissonnat [correspondant].

Bernard Faverjon et le projet PRISME sont à l'origine du logiciel ACT permettant la planification de trajectoires pour des robots manipulateurs. Ce logiciel est commercialisé par Alma.

Francis Avnaim a développé un logiciel de placement de formes pour la découpe de pièces bidimensionnelle (tissus, métal, cuir...). Ce logiciel est commercialisé par la société Nakache.

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 CGAL

**Mots clés :** géométrie algorithmique, degré algébrique des algorithmes, triangulation, triangulation de Delaunay, reconstruction de formes, alpha-formes.

*Voir aussi les paragraphes 3.2.4, 5.1, 7.2.*

*Le site du projet : <http://www.cgal.org>*

**Résumé :** *Le développement de la bibliothèque de programmes géométriques CGAL (Computational Geometry Algorithms Library) s'est poursuivi. La version 2.3 [38] de CGAL, sortie en août 2001, offre de substantielles améliorations, notamment un nouveau noyau filtré et une interface unifiée entre les différents modules de bases et les noyaux. Au sein du consortium européen qui développe CGAL, le projet PRISME est plus particulièrement chargé du noyau cartésien, de certains modules arithmétiques et des modules de triangulations.*

#### 6.1.1 Noyau

**Participant :** Sylvain Pion.

En ce qui concerne les noyaux géométriques fournis dans CGAL, nous nous sommes plus particulièrement penchés sur la réalisation de noyaux filtrés : quand les noyaux existants fournissent soit du code rapide mais non robuste, soit du code robuste mais lent, les noyaux filtrés tentent de fournir une solution ayant les deux avantages. L'idée générale consiste à utiliser des filtres, c'est-à-dire qu'un calcul approché, mais rapide, est utilisé tant que possible avant d'avoir recours à une solution exacte classique et plus lente. Nous avons ainsi développé une classe **Filtered\_kernel** qui permet de facilement créer des prédicats robustes et efficaces, qui sont dorénavant disponibles pour l'ensemble des algorithmes géométriques de CGAL. Nous avons également développé des prédicats spécialisés pour certains algorithmes comme les triangulations de Delaunay, qui permettent de gagner environ un facteur 3 sur les meilleures méthodes précédemment disponibles dans CGAL.

D'autre part, nous avons travaillé sur la généralisation et l'adaptabilité des noyaux de CGAL, et fourni des méthodes permettant de les étendre facilement, pour mieux les adapter aux besoins des utilisateurs [22, 35].

#### 6.1.2 Triangulations

**Participants :** Andreas Fabri, Sylvain Pion, Monique Teillaud, Mariette Yvinec.

Les triangulations contraintes bidimensionnelles de CGAL permettent maintenant un traitement robuste et efficace des intersections entre contraintes en utilisant des prédicats exacts et des constructions approchées.

En dimension 3, l'effort a été concentré sur les temps de calcul. De très bonnes performances ont été obtenues grâce à

- une nouvelle classe qui implante une structure de données hiérarchique permettant la construction rapide d'une triangulation de Delaunay [7] en améliorant la phase de localisation d'un point,
- l'amélioration de la localisation par marche dans une triangulation (Section 6.2.1),
- une optimisation générale du code existant.

Par ailleurs, des résultats nouveaux concernant la suppression d'un sommet dans une triangulation de Delaunay 3D (Section 6.3.1) ont permis de rendre le code correspondant complètement robuste.

### 6.1.3 Coordonnées naturelles

**Participants** : Raphaëlle Chaine, Frank Da.

Grâce à une mesure des relations de proximité, le concept de coordonnées et de voisins naturels permet de localiser une position de l'espace relativement à un ensemble fini de points. Les coordonnées naturelles trouvent une application directe dans tous les problèmes d'interpolation. En particulier, les travaux décrits dans les sections 6.4.1 et 6.4.3 exploitent ces coordonnées pour apporter une réponse efficace au problème de la reconstruction de surfaces. Avec l'implantation des coordonnées de Laplace et de Sibson, CGAL offre désormais des primitives de calcul des voisins et des coordonnées naturelles en 2D et 3D.

## 6.2 Calcul géométrique

**Mots clés** : robustesse, perturbation, dégénérescence, vérification, balayage, enveloppe convexe.

### 6.2.1 Stratégies de marche dans une triangulation

**Participants** : Olivier Devillers, Sylvain Pion, Monique Teillaud.

Étant donné une triangulation dans le plan ou une tétraédrisation dans l'espace, il est fréquent de chercher à localiser un point dans cette triangulation par *marche*, c'est-à-dire en se promenant de simplexe en simplexe en utilisant les relations de voisinage dans la triangulation.

Il existe plusieurs stratégies de marche, notamment : la marche rectiligne où l'on parcourt les simplexes le long d'une droite, la marche par visibilité où l'on passe d'un simplexe à un de ses voisins en choisissant une direction dans laquelle on *voit* l'objectif.

Nous étudions [21] l'efficacité pratique et théorique de plusieurs stratégies de localisation par marche aussi bien dans le cas la triangulation de Delaunay que pour une triangulation quelconque.

La stratégie donnant les meilleurs résultats a été implantée dans CGAL (Section 6.1.2).

### 6.2.2 Constructions géométriques à précision fixée

**Participants** : Olivier Devillers, Philippe Guigue.

La solution émergente aux problèmes de robustesse en géométrie algorithmique est basée

sur le paradigme du calcul géométrique exact <sup>[YD95]</sup>. Cette approche donne de remarquables résultats si les données ont une représentation de taille fixée. Cependant, les données de certains algorithmes ne sont pas toujours disponibles sous cette forme, surtout s'il s'agit de résultats d'autres algorithmes. Ainsi, il faut être capable de définir une représentation à précision fixée de certaines constructions géométriques afin de pouvoir utiliser ces nouveaux objets en entrée d'autres programmes.

Nous proposons des méthodes pour le calcul efficace de l'arrondi de constructions géométrique élémentaires telles que le point d'intersection de segments de droite, le centre du cercle circonscrit à un triangle et le centre de la sphère circonscrite à un tétraèdre. Notre approche consiste à construire un résultat approché et à assurer par des techniques de filtrages numériques que celui-ci est conforme aux spécifications d'arrondi.

Par la spécification précise du résultat de ce type de constructions arrondies, nous permettons la conception de nouveaux algorithmes ainsi que la preuve de leur validité.

### 6.3 Triangulations et maillages

**Mots clés :** géométrie algorithmique, triangulation, triangulation de Delaunay, diagramme de Voronoï, randomisation, maillage.

#### 6.3.1 Suppression d'un sommet dans une triangulation de Delaunay 3D

**Participants :** Olivier Devillers, Monique Teillaud.

Si la suppression d'un sommet dans une triangulation du plan ne pose pas de problème particulier, il n'en est pas de même dans l'espace. Il est parfois impossible de retriangler le *trou* formé par la suppression d'un sommet dans une triangulation quelconque. En effet, il existe des polyèdres dont l'intérieur n'est pas triangulable, c'est le cas par exemple du fameux polyèdre de Schönhardt.

Cette impossibilité n'est pas présente dans une triangulation de Delaunay ; cependant, dans certains cas dégénérés, cette triangulation n'étant pas uniquement définie, la retriangulation du trou polyédrique doit être choisie soigneusement afin d'être compatible avec la triangulation extérieure au trou. Nous montrons que l'utilisation de perturbations symboliques permet de résoudre toutes les ambiguïtés causées par les cas dégénérés.

La solution proposée a été implantée dans la dernière release publique de CGAL (Section 6.1.2).

#### 6.3.2 Couper Delaunay en quatre

**Participants :** Olivier Devillers, Monique Teillaud.

*Ce travail est effectué en partie en collaboration avec Ferran Hurtado, Mercé Mora et Vera Sacristán (U. Politècnica de Catalunya) et Bernard Chazelle (Princeton).*

---

[YD95] C. K. YAP, T. DUBÉ, « The exact computation paradigm », in : *Computing in Euclidean Geometry*, D.-Z. Du et F. K. Hwang (éditeurs), édition 2nd, *Lecture Notes Series on Computing, 1*, World Scientific Press, Singapore, 1995, p. 452–492.

Nous avons poursuivi notre collaboration avec l'équipe Ferran Hurtado à l'université polytechnique de Barcelone sur la randomisation (voir 3.1.2).

Calculer la triangulation de Delaunay de  $n$  points du plan nécessite en général au minimum  $\Omega(n \log n)$  opérations, mais dans certains cas particuliers où l'on a une information complémentaire, on peut concevoir des algorithmes plus rapides.

Étant donné deux ensembles de points, nous montrons [17] que si la triangulation de Delaunay de l'union de ces deux ensembles de points est connue, alors il est possible de calculer la triangulation de chacun des deux ensembles par un algorithme randomisé de complexité linéaire.

### 6.3.3 Construction de triangulations de Delaunay conformes

**Participants :** David Cohen-Steiner, Mariette Yvinec.

*Ce travail est effectué en collaboration avec Éric Colin de Verdière, (Laboratoire d'Informatique de l'École Normale Supérieure)*

On donne un ensemble de polygones et d'arêtes plongées dans  $R^3$  que l'on appelle contraintes. Conformer ces contraintes consiste à construire un ensemble de points  $E$  tel que chaque contrainte puisse s'écrire comme l'union de simplexes de la triangulation de Delaunay de  $E$ . De telles triangulations fournissent des maillages volumiques de qualité, respectant de surcroît des surfaces choisies par l'utilisateur. Les applications incluent la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles, ou encore la simulation d'opérations chirurgicales. La principale difficulté dans la construction de telles triangulations provient de la présence éventuelle de petits angles entre contraintes adjacentes. Si une solution simple est connue dans le cas bidimensionnel, aucun algorithme utilisable en pratique n'existait en trois dimensions. Nous proposons [28] le premier algorithme capable de traiter tous les cas en trois dimensions avec une complexité raisonnable en pratique, notamment en terme du nombre de points construits.

### 6.3.4 Triangulations régulières et maillages orthogonaux contraints

**Participants :** Sophie Balaven, Jean Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec.

Un maillage orthogonal est un maillage à cellules convexes dont le dual admet un plongement tel que toute face soit orthogonale à sa face duale. Les maillages orthogonaux sont particulièrement utiles en mécanique des fluides, notamment pour la simulation numérique de réservoirs pétroliers car ils permettent d'estimer rapidement les flux. Tout maillage orthogonal est un diagramme de puissance. La génération de maillage de transition pour l'étude des réservoirs pétroliers revient à construire un diagramme de puissance respectant un ensemble de faces de contraintes. Nous avons montré [11] que, si les faces de contraintes forment un complexe simplicial de dimension  $d - 1$  il est possible de construire un diagramme de puissance respectant ces contraintes à partir d'une triangulation régulière respectant ces mêmes contraintes. La génération d'une telle triangulation se ramène à un problème de programmation linéaire.

### 6.3.5 Complexité de la triangulation de Delaunay de points distribués sur des surfaces polyédriques

**Participant** : Jean Daniel Boissonnat.

*Travail mené en collaboration avec Dominique Attali de l'IMAG.*

La complexité de la triangulation de Delaunay de  $n$  points de  $R^d$ , c'est-à-dire le nombre de ses faces, peut être  $\Omega(n^{\lceil \frac{d}{2} \rceil})$ . En particulier, dans  $R^3$ , le nombre de tétraèdres peut être quadratique. En revanche, si les points sont uniformément distribués dans un cube ou une boule, la complexité moyenne de la triangulation de Delaunay est linéaire. Le cas de points répartis sur une surface est d'un grand intérêt car la plupart des méthodes de reconstruction de surfaces utilisent la triangulation de Delaunay des points qui échantillonnent la surface.

Dans ce travail [24], nous bornons la complexité de la triangulation de Delaunay de points distribués sur le bord d'un polyèdre. Sous une hypothèse d'échantillonnage uniforme assez faible, nous majorons asymptotiquement la complexité de la triangulation de Delaunay tri-dimensionnelle quand la densité de l'échantillon augmente. Plus précisément, nous montrons que la complexité est  $O(n^{1.8})$  pour des surfaces polyédriques générales et  $O(n\sqrt{n})$  dans le cas convexe.

Notre preuve utilise un résultat géométrique intéressant en lui-même qui établit que le squelette d'une surface est bien approximé par un sous-ensemble des sommets de Voronoï du diagramme de Voronoï d'un échantillon de points sur la surface. La preuve s'étend sans difficulté aux dimensions supérieures, conduisant aux premières bornes non triviales pour le problème quand  $d > 3$ .

## 6.4 Reconstruction de surfaces

**Mots clés** : reconstruction, approximation, triangulation, triangulation de Delaunay, maillage.

### 6.4.1 Reconstruction incrémentale

**Participants** : Jean Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals.

La méthode de reconstruction Boissonnat-Cazals définissant la surface reconstruite comme le niveau zéro d'une fonction implicite (basée sur le diagramme de Voronoï) a été étendue aux très gros nuages de points. Plus précisément, étant donné un nuage de points et un nombre réel strictement positif  $\varepsilon$ , nous proposons un algorithme de reconstruction retournant une surface triangulée, utilisant un sous-ensemble des points donnés en entrée, et telle que les points non utilisés sont à une distance d'au plus  $\varepsilon$  de la surface reconstruite. L'intérêt de la méthode est de procéder de façon incrémentale, i.e. par adjonction de points, plutôt que par décimation d'un modèle reconstruit avec l'intégralité des données.

### 6.4.2 Reconstruction gloutonne

**Participants :** David Cohen-Steiner, Frank Da.

Un nouvel algorithme de reconstruction de surfaces, basé sur la triangulation de Delaunay, a été conçu et implémenté [27]. L'approche retenue est la croissance de zone : des facettes sont successivement adjointes à une facette germe bien choisie, tout en garantissant qu'à chaque itération on dispose d'une surface triangulée sans singularité. L'intérêt de cette approche est non seulement de contrôler -partiellement- la topologie de la reconstruction, mais également son temps de calcul, et de permettre de traiter des nuages de près d'un million de points. Son inconvénient est qu'une erreur est difficilement rattrapable, comme pour tout algorithme glouton. Cependant, les critères de sélection de facettes que nous avons retenus nous permettent d'obtenir de très bons résultats en pratique. Nous essayons actuellement de démontrer que la surface reconstruite est homéomorphe à la surface initiale moyennant des hypothèses convenables sur la densité de l'échantillonnage.

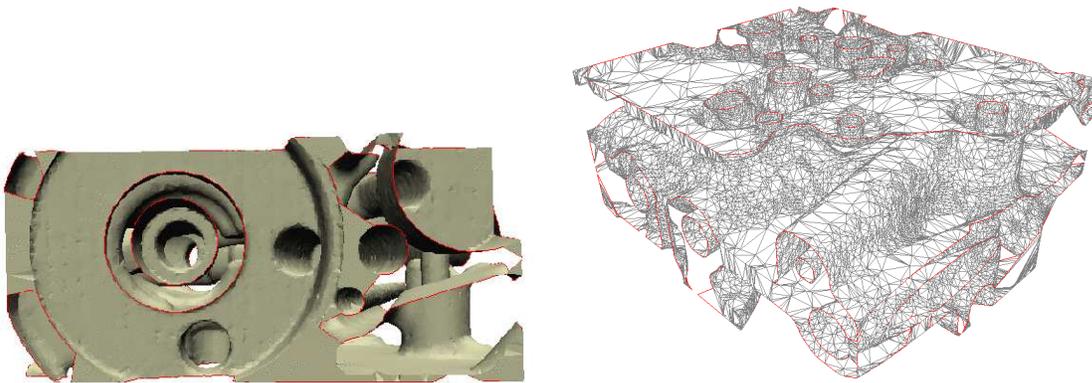


FIG. 7 – Reconstruction d'une pièce mécanique (données fournies par Dassault Systèmes).

### 6.4.3 Système de coordonnées locales sur une surface

**Participants :** Jean Daniel Boissonnat, Julia Flötotto.

Nous avons défini un système de coordonnées associé à un échantillon pris sur une variété de dimension  $k$  de  $\mathbb{R}^d$ . Ce problème est bien étudié si le domaine de définition du système de coordonnées est restreint à l'enveloppe convexe des points de l'échantillon. Notamment, Sibson a proposé les coordonnées naturelles. Boissonnat et Cazals ont montré que les coordonnées naturelles ont de bonnes propriétés si la densité de l'échantillonnage de la surface tend vers l'infini. Dans ce travail, on propose un système de coordonnées qui est défini partout sur la surface et presque partout dans  $\mathbb{R}^d$  à l'exception du squelette de la surface. Il est continu et local même si la densité de l'échantillonnage est finie. En plus, il est  $k$ -dimensionnel et pas  $d$ -dimensionnel comme les systèmes habituels. Nous appliquons ce système de coordonnées au

problème de la reconstruction de surface et à l'interpolation d'une fonction définie sur une surface [25].

#### 6.4.4 Membranes élastiques

**Participante** : Raphaëlle Chaine.

Une approche du problème de la reconstruction à partir d'ensembles de points non structurés consiste à voir la surface cherchée comme le résultat de la contraction d'une membrane élastique. Dans la littérature, on trouve des formalisations élégantes de ce type de déformation, avec la proposition de modèles variationnels. Les changements de topologie peuvent être gérés en étendant ce type de modèle à l'ensemble des surfaces de niveau d'une fonction potentiel. On se ramène alors à l'étude d'une EDP (Zhao, Osher et Fedkiw). La mise en œuvre d'une solution passe généralement par l'utilisation d'un schéma de discrétisation sur une grille et par la recherche de la surface de niveau 0 de la fonction potentiel.

Le travail en cours porte sur la construction géométrique d'approximations des solutions de ce type d'équation d'évolution surfacique vers un ensemble de points. On utilise pour cela un modèle de déformation géométrique et topologique d'une surface triangulée. Ce modèle s'affranchit de l'utilisation d'une grille mais la surface obtenue est un sous-complexe simplicial de la triangulation de Delaunay. Le travail réalisé offre d'ores et déjà la possibilité de reconstruire de nombreuses surfaces. Une amélioration du traitement des cavités de forte courbure interne est en cours.

### 6.5 Calcul du diamètre d'un ensemble fini de points

**Mots clés** : géométrie algorithmique, diamètre.

**Participant** : Jean Daniel Boissonnat.

*Travail mené en collaboration avec Grégoire Malandain du projet Epidauré.*

Etant donné un ensemble fini de points  $\mathcal{P}$  de  $R^d$ , le diamètre de  $\mathcal{P}$  est la distance maximale entre deux points de  $\mathcal{P}$ . Depuis l'an passé, on connaît une solution optimale en  $O(n \log n)$  dans  $R^3$ . Mais celle-ci, comme les autres solutions de complexité sous-quadratique s'avère trop difficile à programmer et trop lente en pratique. Nous proposons un algorithme très simple pour calculer le diamètre d'un ensemble fini de points [36]. Bien que l'algorithme ne soit pas optimal dans le cas le pire, il s'avère extrêmement rapide pour une grande variété de distributions de points.

### 6.6 Compression de structures géométriques

**Mots clés** : géométrie algorithmique, compression.

**Participants** : Olivier Devillers, Pierre-Marie Gandoin.

En quelques années, les maillages ont conquis une position prédominante parmi les différents modes de représentation informatique d'objets géométriques. Plus particulièrement, les maillages à base de simplexes — les triangles pour la représentation de surfaces plongées en

3D, les tétraèdres pour la représentation de volumes — semblent être actuellement les plus répandus. Le développement rapide des applications manipulant ces structures géométriques dans des domaines aussi divers que le calcul par éléments finis, la simulation chirurgicale, ou les jeux vidéo a très vite soulevé le problème d'un codage efficace et adapté au stockage, à la visualisation et à la transmission à travers le réseau. Ainsi, depuis 1995, de nombreux algorithmes ont été proposés pour la compression de maillages triangulaires, en utilisant le plus souvent l'approche suivante : les sommets du maillage sont codés dans un ordre établi pour contenir partiellement la topologie (ou connectivité) du maillage. Parallèlement, quelques règles simples permettent de prédire la position du sommet courant à partir des positions de ses voisins qui ont déjà été codés. Dans nos travaux [12], nous avons choisi de donner plutôt la priorité à la compression des positions des sommets. Nous avons développé un ensemble de méthodes de codage progressif, sans perte d'information, adaptées à une large classe de structures géométriques (non nécessairement triangulaires ni *manifold*, de genre quelconque), et généralisables à n'importe quelle dimension. Les taux de compression obtenus se positionnent avantageusement par rapport aux méthodes progressives actuelles les plus efficaces : par exemple, pour le cas particulier des maillages triangulaires surfaciques, des résidus moyens autour de 3,6 bits par sommet sont atteints sur des modèles usuels pour le codage de la connectivité.

## 6.7 Métrologie

**Mots clés** : géométrie algorithmique, metrologie.

**Participant** : Olivier Devillers.

*Travail en collaboration avec Franco Preparata (Brown U., Providence), Pedro Ramos (U. de Alcalá, Madrid) Bernard Mourrain et Philippe Trébuchet de l'action GALAAD.*

Pour le contrôle qualité de pièces manufacturées supposées avoir une forme particulière, par exemple cylindrique, on cherche à mesurer la déviation entre la pièce fabriquée et le modèle théorique. Le calcul du cylindre optimal contenant les points mesurés sur la pièce est une opération algorithmiquement coûteuse. Nous avons proposé un algorithme permettant de sélectionner un certain nombre de points judicieux afin de faciliter ces calculs de cylindres optimaux [33].

Pour résoudre ces problèmes, on est amené à chercher des cercles ou des anneaux passant par des points donnés ce qui est raisonnablement facile mais aussi des cylindres ou des zones cylindriques passant par des points donnés ce qui est plus délicat. Nous montrons qu'il y a en général 6 cylindres passant par 5 points, 12 cylindres passant par 4 points et ayant un rayon fixé et 18 passant par 4 points et ayant un rayon localement extrémal. Nous expliquons également comment calculer efficacement ces solutions [31].

Sur un plan plus théorique, nous montrons également que le meilleur algorithme pour calculer la zone cylindrique d'épaisseur minimale contenant un ensemble de points quelconques (sans aucune hypothèse sur la répartition de ces points) est de complexité  $O(n^4)$  et non  $O(n^5)$  [34].

## 6.8 Déformation de surface, lacets

**Participant** : Anne Verroust.

**Mots clés** : groupe fondamental d'une surface.

### 6.8.1 Calcul des lacets canoniques d'une surface polyédrique

**Participant** : Anne Verroust.

*Ce travail a été effectué en collaboration avec Francis Lazarus, chargé de recherche à l'IRCOM-SIC, Poitiers, Michel Pocchiola, maître de conférences au LIENS, Paris et Gert Vegter, associate professor à l'Université de Groningen, Pays Bas.*

Nous avons poursuivi et complété les algorithmes de calcul du schéma polygonal canonique d'une surface triangulée. Ces deux algorithmes sont optimaux (en  $O(gn)$  où  $g$  est le genre de la surface et  $n$  sa complexité) et des mesures de leur efficacité ont été effectuées [23]. Nous avons développé une méthode itérative déplaçant progressivement les lacets sur la surface pour réduire la longueur des lacets du schéma polygonal (cf. figure 8)

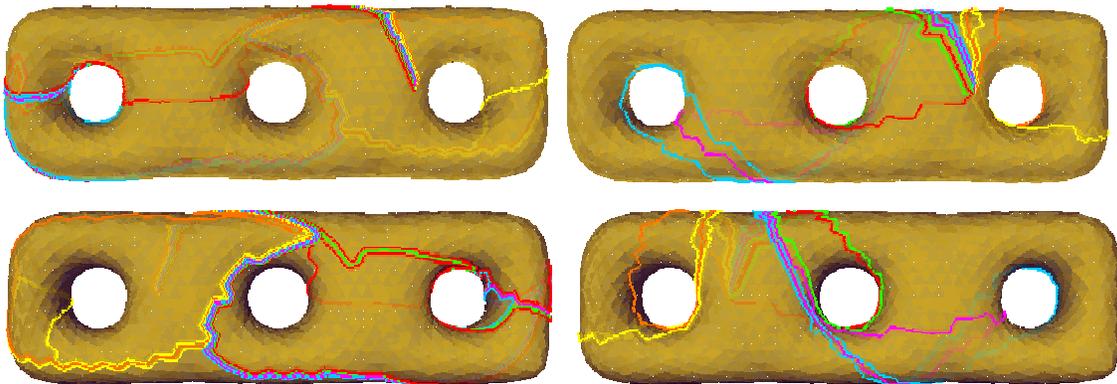


FIG. 8 – Schéma polygonal avant et après réduction de la longueur des lacets. En haut, vue de face et en bas, vue de dos.

Néanmoins, l'approche combinatoire prise dans ces deux algorithmes ne permet pas un contrôle suffisant du schéma polygonal obtenu pour spécifier finement des homéomorphismes entre surfaces de genre non nul en découpant les surfaces le long des lacets. Il faudrait, entre autres, assurer que les lacets construits entourent une seule fois des trous ou des anses de la surface et pouvoir contrôler l'ordre d'apparition des couples de lacets sur le schéma polygonal ce qui permettrait de mettre en correspondance les trous des surfaces.

### 6.8.2 Lacets adaptés à la déformation de polyèdre avec changement de topologie

**Participant** : Anne Verroust.

Lors du stage de DEA 2000 de Matthieu Finiasz, une méthode de modélisation du changement de genre d'une surface par déformation basée sur l'utilisation de courbes 3D et de lacets sur la surface a été développée. Dans cette approche, la disparition d'un trou s'effectue par un resserrement du maillage le long d'un lacet non homotope à un point. L'utilisateur donne explicitement le lacet où s'effectue le resserrement et un calcul local de courbe squelette est effectué au voisinage de ce lacet. Pour améliorer l'interaction, il faut pouvoir fournir à l'utilisateur un lacet entourant une anse ou un trou de la surface, puis éventuellement pouvoir le déformer en un lacet homotope sur la surface.

Cette année, nous avons étudié dans ce cadre un algorithme de calcul automatique d'un couple de lacets non homotopes à un point associés à un trou de la surface.

Le trou est repéré en désignant un point voisin sur la surface. Comme dans le premier algorithme de calcul d'un schéma polygonal canonique [23], un parcours de la surface est effectué à partir du point en examinant le comportement du bord de la surface visitée et un couple de lacets est créé lors de la détection d'un trou. Nous utilisons des plus courts chemins d'arêtes et un ordre de parcours des faces similaire à un ordre de plus court chemin sur le graphe des faces de la surface de façon à ce que l'un des lacets n'entoure qu'une seule fois le trou et que l'autre n'entoure qu'une seule fois une anse. (cf. figure 9).

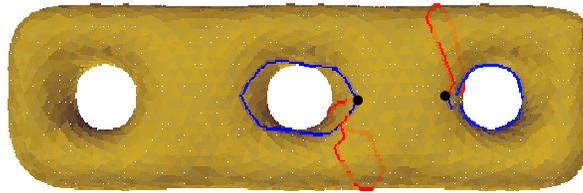


FIG. 9 – Deux couples de lacets calculés à partir de deux points différents

## 7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

### 7.1 IFP

**Participants** : Jean-Daniel Boissonnat, Sophie Balaven, Mariette Yvinec.

Il s'agit d'un contrat de conseil et d'encadrement d'une doctorante, Sophie Balaven, rémunérée par l'IFP.

Le travail est réalisé avec la bibliothèque CGAL et fait l'objet d'un dépôt de brevet (voir paragraphe 6.3.4

## 7.2 Geometry Factory

**Participants :** Andreas Fabri, Sylvain Pion, Radu Ursu.

La bibliothèque CGAL est développée par un consortium Européen. Pour assurer la diffusion de CGAL, nous travaillons à la création d'une start-up, nommée Geometry Factory <http://www.GeometryFactory.com>. Geometry Factory a le soutien du consortium et de l'incubateur INRIA Transfert.

Cette société a l'ambition de continuer le développement de la bibliothèque et d'offrir des services autour de CGAL ( maintenance, support, formation, conseils ). Geometry Factory devrait être un lien la communauté des chercheurs en géométrie algorithmique et les utilisateurs.

Nous menons une analyse de marché. Cette analyse doit nous permettre de mieux cibler les clients potentiels et de focaliser le futur développement des composantes géométriques.

Nous offrons déjà des licences d'évaluation aux sociétés intéressées, et un support minimal pendant la période d'évaluation. En ce moment il y a une quinzaine de licences d'évaluation dans des sociétés relevant du domaine de la CAO, des applications médicales, des SIG, de l'imagerie, de l'espace, etc.

En particulier, nous nous sommes aperçu, qu'il est très important d'offrir un meilleur support pour CGAL sur la plateforme Windows/Visual C++. Pour cela nous avons obtenu un poste d'ODL, sur lequel travaille Radu Ursu.

## 8 Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1 Actions régionales

#### 8.1.1 Coopérations locale de recherche (COLORS) TECH-MESH

**Participants :** Jean-Daniel Boissonnat, Mariette Yvinec.

*Color Tech-Mesh (Techniques de maillages) :*

<http://www-sop.inria.fr/COLOR/2001/tech-mesh.html>

Cette action regroupe trois équipes de l'UR Sophia : PRISME, CAIMAN et EPIDAURE.

L'objectif de cette action COLORS est de mettre au point, au sein du projet PRISME, des outils de construction de maillages volumiques (tétraèdrisations) permettant de répondre à des besoins exprimés par les projets CAIMAN et EPIDAURE.

### 8.2 Actions nationales

#### 8.2.1 Action de recherche coopérative INRIA VITESV

**Participants :** Jean-Daniel Boissonnat, Frank Da.

*Action VITESV (VIsualisation Tridimensionnelle et Exploration du Système Vasculaire) :*

<http://www-rocq.inria.fr/Marc.Thiriet/BMNFgp/Work/arc0102.html>

Les partenaires de cette ARC sont l'INRIA (projets CAIMAN, EPIDAURE, GAMMA, M3N, MACS et PRISME, l'université P. & M. Curie, l'université Montpellier II et le CERFACS.

L'ARC VitesV a pour but de mettre à la disposition du monde de la santé un outil de simulation basé sur la reconstruction de la géométrie tridimensionnelle des vaisseaux sanguins à partir de l'imagerie médicale. Cette reconstruction 3D sera associée aux simulations numériques de l'écoulement sanguin conçues comme aide à la planification thérapeutique.

### 8.2.2 Action de recherche coopérative INRIA COSTIC

**Participants** : François Anton, Jean-Daniel Boissonnat, Frédéric Cazals, Olivier Devillers, Monique Teillaud.

*Action COSTIC (Courbes et Surfaces : Traitement, Interprétation, Calcul) :*

*<http://www-sop.inria.fr/galaad/costic/>*

Cette action regroupe cinq équipes : GAMMA (UR-Rocquencourt), ISA (UR-Lorraine), PRISME (UR-Sophia), GALAAD (UR-Sophia) et le laboratoire J. Dieudonné de l'université de Nice-Sophia-Antipolis.

L'objectif est de regrouper les compétences de différents participants autour des objets tri-dimensionnels ; en particulier de développer des méthodes d'analyse, de manipulation et de représentation d'objets algébriques, ainsi que des possibilités de visualisation des propriétés de tels objets.

### 8.2.3 Action de recherche coopérative INRIA VISI3D

**Participants** : Frédéric Cazals, Olivier Devillers.

*Action Visi3D (Visibilité tridimensionnelle : théorie et applications) :*

*<http://www.loria.fr/~lazard/ARC-Visi3D/>*

Cette action regroupe quatre équipes : IMAGIS (UR-Rhône-Alpes), ISA (UR-Lorraine), PRISME (UR-Sophia), et GEOCAL (ENS Ulm). Sont également associés quelques participants étrangers : Frédéric Durand (MIT), Mark de Berg (université d'Utrecht) et Gert Vegter (université de Groningen).

L'objectif est de faire coopérer des personnes issues de la géométrie algorithmique avec d'autres plus proches de la synthèse d'images autour des problèmes de visibilité dans l'espace. L'action s'intéresse en particulier aux problèmes suivants :

- étude des prédicats géométriques requis pour le calcul du complexe de visibilité de polyèdres en 3D, en vue d'une implantation robuste d'un algorithme de calcul du complexe de visibilité ou du squelette de visibilité de polyèdres,
- problème du calcul du complexe ou du squelette de visibilité pour des objets courbes tridimensionnels (exemples des sphères),
- complexité des droites tangentes à 4 sphères,
- possibilité d'exprimer la complexité des droites tangentes à 4 polyèdres en fonction du nombre de polyèdres,

— étude des aspects dynamiques pour le calcul du complexe de visibilité d'objets courbes en 2D, calcul de radiosité dynamique.

### 8.2.4 Accueil de chercheurs

*Séminaire PRISME : <http://www-sop.inria.fr/prisme/seminaire/>*

Le séminaire PRISME, organisé par Agnès Clément-Bessière a donné la parole à plusieurs orateurs extérieurs ou d'autres projets INRIA :

Pierre Alliez (*U. South California*),  
Mathieu Desbrun (*U. South California*),  
Ferran Hurtado (*U. Politècnica de Catalunya*)  
Sylvain Lazard (*Inria-Isa*),  
Menelaos Karavelas (*Stanford*),  
Bruno Levy (*Inria-Isa*),  
Jean-Pierre Merlet (*Inria-Coprin*)  
Jean-Marie Morvan (*U. Claude Bernard*),  
Jarek Rossignac (*Georgia Institute of Technology*),  
Vera Sacristán Adolfi (*U. Politècnica de Catalunya*),  
Chee Yap (*Courant Institute*).

## 8.3 Actions européennes

### 8.3.1 ECG

L'INRIA (PRISME et GALAAD) assure la coordination du projet de recherche communautaire ci-dessous :

- Acronyme : ECG, numéro IST-2000-26473
- Titre : Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces.
- Programme spécifique du projet : IST
- Modalité du projet : RTD (FET Open)
- Date de début : 1er mai 2001 - Durée : 3 ans
- Mode de participation de l'Inria : Coordinateur
- Liste des partenaires :
  - ETH Zürich (Suisse),
  - Freie Universität Berlin (Allemagne),
  - Rijksuniversiteit Groningen (Pays-Bas),
  - MPI Sarrebruck (Allemagne),
  - Tel Aviv University (Israël)
- Résumé du projet : Traitement effectif des objets courbes en géométrie algorithmique. Algorithmes géométriques pour les courbes et les surfaces, questions algébriques, problèmes de robustesse, approximation.

Une présentation de ce projet est accessible :  
<http://www-sop.inria.fr/prisme/ECG/>.

## 8.4 Relations bilatérales

### 8.4.1 France-Espagne

Une proposition Picasso de collaboration avec *l'Universitat Polytechnica de Catalunya* se termine cette année. À ce titre, F. Hurtado, P. Ramos et V. Sacristán ont séjourné à l'INRIA. O. Devillers et M. Teillaud se sont rendus à Barcelone.

Plusieurs travaux en collaboration se sont poursuivis autour des triangulations et des problèmes de visibilité (voir 6.3.2) ou de la métrologie (voir 6.7)

### 8.4.2 France - Israël

La collaboration Franco-Israélienne *Prisme - université de Tel-Aviv* dans le cadre du programme *Factory for the future* (AFIRST) a été cloturée les 7 et 8 Février 2001 au Ministère de la Recherche à Paris. C'est dans le cadre de celle-ci qu'a été développé le logiciel Nuages-pc —voir 5.5.

### 8.4.3 France - USA

Le projet PRISME participe à un projet coopératif, intitulé *GEOMETRIC ALGORITHMS FOR ROBOTICS*, entre le CNRS et l'INRIA et l'université de l'Illinois UIUC. Dans le cadre de ce projet, PRISME a reçu la visite de Jeff Erickson de l'UIUC en novembre 2000 et David Cohen Steiner se rendra à Urbana Champaign en janvier 2002.

## 9 Diffusion de résultats

### 9.1 Animation de la communauté scientifique

#### 9.1.1 Comités de rédaction de revues scientifiques

– J-D. Boissonnat est membre du comité de rédaction de *Theoretical Computer Science, Algorithmica, International Journal of Computational Geometry and Applications* et *Computational Geometry : Theory and Applications*

– M. Yvinec est membre du comité de rédaction de *Journal of Discrete Algorithms*.

#### 9.1.2 Comités de sélection

– Jean-Daniel Boissonnat est membre de la commission de spécialistes de l'université de Nice Sophia-Antipolis et de celle de l'ENS (27<sup>ème</sup> section).

– Anne Verroust est membre de la commission de spécialistes de l'université de Lille 1 (27<sup>me</sup> section).

#### 9.1.3 Comités de programme de conférences

– Monique Teillaud a participé au comité de programme du *workshop on Algorithm Engineering*.

– Mariette Yvinec a participé au comité de programme de *ACM symposium on computational*

*geometry.*

#### 9.1.4 Autres comités

- Jean-Daniel Boissonnat est membre élu du *steering committee of Computational Geometry*.
- Jean-Daniel Boissonnat est membre du conseil d'administration de l'AFIT (Association Française d'Informatique Théorique).
- Anne Verroust est présidente de l'AFIG (Association Française d'Informatique Graphique)

#### 9.1.5 Serveur WWW

<http://www-sop.inria.fr/prisme/>

Le projet PRISME maintient sur son site *www* une collection de fiches explicatives sur les sujets présentés dans ce rapport, ainsi que les logiciels téléchargeables.

## 9.2 Formation

### 9.2.1 Enseignement universitaire

- J.-D. Boissonnat est responsable de la filière "Géométrie, formes et images" du DEA d'algorithmique de Paris.
- DEA Algorithmique, Paris, (2000-2001) "Diagrammes de Voronoï et triangulations", (20h) (J.-D. Boissonnat), "Calcul géométrique " (2h) (Marianne Yvinec)
- DEA Algorithmique, Paris, (2001-2002), "Géométrie Algorithmique" (20h) (J.-D. Boissonnat)
- Magistère de Mathématiques Fondamentales & Appliquées et d'Informatique de la Région Parisienne, Cours-Td CGAL (10h) (M. Yvinec)
- DEA SIC (Nice), de la géométrie algorithmique au calcul géométrique, 15 h (O. Devillers)
- École Polytechnique (Paris), Informatique, (O. Devillers, chargé d'enseignement à temps partiel, 96h)
- Maîtrise d'informatique (Nice) (O. Devillers et J. Flötotto 16h)
- DEA Imagerie Vision Robotique (Grenoble), Géométrie Algorithmique, 12h (F. Cazals)
- Indian Institute of Technology de Kanpur, Computational Geometry, 40h (F. Cazals)
- ISIA, Calcul Géométrique, 20h (J.D. Boissonnat et M. Yvinec)
- ESSI 3eme année, Calcul Géométrique, 30h (J.D. Boissonnat et M. Yvinec)
- ENSTA, 3ème année, cours de Géométrie Algorithmique, 6h (A. Verroust)
- Maîtrise, Licence, MIAGE, Deugs, Université de Nice, Traitement d'images, algorithmique et programmation, programmation objet, langages C et C++ (R.Chaine 236h)

### 9.2.2 Autres enseignements

- Cours CGAL pour des ingénieurs de Eurocontrol, 1 semaine, (A. Fabri).
- École Jeunes Chercheurs du GDR ALP en Algorithmique et Calcul Formel, Lyon, janvier 2000
- « Robustesse des algorithmes géométriques » (O. Devillers), « Diagrammes de Voronoï et

échantillonnage de surfaces » (J.-D. Boissonnat).

- Cours aux Journées de géométrie algorithmique, Limousin, octobre,
- « L'axe médian : état de l'art » (F. Cazals),
- « Notions de courbure » (J.-M. Morvan),
- « Diagrammes de Voronoï, triangulations et surfaces » (J.-D. Boissonnat).

### 9.2.3 Stages

*Les sujets de stage proposés peuvent être consultés <http://www-sop.inria.fr/prisme/Stages/>*

- Christophe Delage, *Calcul du diagramme de Voronoï de segments*, 1ère année de Magistère, ENS Lyon
- Christophe Demange, *Réflexions sur le calcul du diagramme de Voronoï de segments*, 2ème année, École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg
- Philippe de Montalembert, *Compression d'images et triangulations*
- Kamalika Chaudhuri et Siddhartha Saha, *Local Approximations of Triangulated Surfaces : An Experimental Study*, Stage de 3ème année (Indian Institute of Technology de Kanpur).
- Dominique Amar, *Triangulations et maillages de surfaces implicites.*, Stage de DEA
- Mihaela Constantinescu, *Triangulations contraintes et maillages en dimension 3*, École Polytechnique, stage de 2ième année
- Tharavy Douc, *Triangulations contraintes en dimension 3*

### 9.2.4 Thèses en cours

- Louai Adhami, *Planification et simulation de procédures robotiques en chirurgie*, université de Nice-Sophia Antipolis, en collaboration avec CHIR.
- David Cohen Steiner, *Approximation de surfaces*, École Polytechnique.
- Frank Da, *Interpolation de formes*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Julia Flötotto, *Dessin de graphes et similarités moléculaires*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Philippe Guigue, *Constructions géométriques à précision fixée*, université de Nice-Sophia Antipolis.
- Dominique Amar *Approximation de Surfaces*, université de Nice-Sophia Antipolis, thèse co-encadrée PRISME, GALAAD.

### 9.2.5 Thèses soutenues

- Pierre-Marie Gandoin, *Compression progressive sans perte de structures géométriques*, université de Nice-Sophia Antipolis (voir section 6.6). Cette thèse a obtenu un accessit au prix de thèse *Spécif*.
- Sophie Balaven, *Génération de maillages hybrides pour la simulation de réservoirs pétroliers*, Ecole des Mines, Paris. En collaboration avec l'IFP (voir section 6.3.4).

### 9.3 Participation à des colloques, séminaires, invitations

#### 9.3.1 Séjours

Frédéric Cazals, a séjourné deux mois à l' Indian Institute of Technology de Kanpur.

#### 9.3.2 Exposés à des colloques et séminaires

Les membres du projet ont présenté des articles lors de plusieurs conférences, on se reportera à la bibliographie pour en avoir la liste.

De plus, ils ont fait des présentations lors des manifestations suivantes :

- Journées COSTIC, Grasse, janvier.
- « Approximation de surfaces implicites » (M. Yvinec),
- « Courbes/surfaces deplacées et des médiatrices généralisées » (F. Anton).
- Congrès National de Mathématiques Appliquées et Industrielles, janvier, Pompadour.
- « Voronoï-based surface reconstruction algorithms » (F. Cazals).
- Math. Dpt. seminar, Indian Institute of Technology of Kanpur, « Computational Geometry at a glance » (F. Cazals).
- N. RAMA RAO Distinguished Lecture in CS and Engg., Indian Institute of Technology of Kanpur, février.
- « Voronoï-based surface reconstruction algorithms » (F. Cazals).
- Séminaire de géométrie algorithmique, Dagstuhl, mars.
- « Walking in a triangulation » (M. Teillaud),
- « The shuffling buffer » (O. Devillers).
- Journées COSTIC, Nancy, septembre.
- « Delaunay et l'implicite » (D. Amar).
- Journées de géométrie algorithmique, Limousin, octobre,
- « Utilisation de complexes orthogonaux contraints pour la génération de maillages dans le domaine pétrolier » (S. Balaven),
- « Couper Delaunay en quatre » (O. Devillers),
- « Construction de triangulations de Delaunay conformes en 3D » (D. Cohen-Steiner),
- « Sur le nombre de cylindres passant par des points fixés » (O. Devillers),
- « Constructions géométriques à précision fixée » (P. Guigue).
- Séminaire de *l'Universitat Politècnica de Catalunya*, « Problems about cylinders », Barcelone, novembre, (O. Devillers).
- Journée *qualité et sûreté du logiciel*, Nancy, novembre.
- « Algorithmes géométriques randomisés », (O. Devillers).
- Meshing Round Table, New Port Beach, octobre.
- "CGAL, Computational Geometry Algorithm Library" (A. Fabri).
- Minisymposium sur le calcul géométrique robuste, Sacramento, novembre.
- "Solutions to Robustness Problems in CGAL" (S. Pion).

### 9.3.3 Participation à des colloques

Outre les colloques précédemment cités, des membres du projet ont assisté à diverses manifestations :

— ACM Siggraph, Aout 2001, Los Angeles, USA (F. Cazals).

## 10 Bibliographie

### Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] F. AVNAIM, J.-D. BOISSONNAT, « Polygon placement under translation and rotation », *Informatique Théorique et Applications/Theoretical Informatics and Applications* 23, 1989, p. 5–28.
- [2] J.-D. BOISSONNAT, A. CÉRÉZO, J. LEBLOND, « Shortest paths of bounded curvature in the plane », *Journal of Intelligent Systems* 10, 1994, p. 1–16.
- [3] J.-D. BOISSONNAT, O. DEVILLERS, R. SCHOTT, M. TEILLAUD, M. YVINEC, « Applications of random sampling to on-line algorithms in computational geometry », *Discrete Comput. Geom.* 8, 1992, p. 51–71, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/bdsty-arsol-92.ps.gz>.
- [4] J.-D. BOISSONNAT, M. YVINEC, *Algorithmic geometry*, Cambridge University Press, UK, 1998, traduit de la version française (Ediscience international) par Hervé Brönnimann, <http://www-sop.inria.fr/prisme/personnel/yvinec/livre.html>.
- [5] J.-D. BOISSONNAT, « Shape reconstruction from planar cross-sections », *Comput. Vision Graph. Image Process.* 44, 1988, p. 1–29.
- [6] H. BRÖNNIMANN, M. YVINEC, « Efficient Exact Evaluation of Signs of Determinants », in : *Proc. 13th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 166–173, 1997.
- [7] O. DEVILLERS, « Improved incremental randomized Delaunay triangulation », in : *Proc. 14th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 106–115, 1998, <http://www-sop.inria.fr/prisme/publis/d-iirdt-98.ps.gz>.
- [8] B. GEIGER, *Three-dimensional modeling of human organs and its application to diagnosis and surgical planning*, Thèse de doctorat en sciences, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, 1993, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-2105.html>.
- [9] S. PION, *De la géométrie algorithmique au calcul géométrique*, Thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 1999, <http://www.inria.fr/rrrt/tu-0619.html>.
- [10] M. TEILLAUD, *Towards dynamic randomized algorithms in computational geometry*, *Lecture Notes in Computer Science*, 758, Springer-Verlag, 1993.

### Thèses et habilitations à diriger des recherches

- [11] S. BALAVEN, *Génération de maillages hybrides pour la simulation de réservoirs pétroliers*, Thèse de doctorat en sciences, Ecole des Mines, Paris, France, 2001, À paraître.
- [12] P.-M. GANDOIN, *Compression progressive sans perte de structures géométriques*, Thèse de doctorat en sciences, université de Nice-Sophia Antipolis, France, 2001.

### Articles et chapitres de livre

- [13] J.-D. BOISSONNAT, F. CAZALS, « Natural Coordinates of Points on a Surface », *Comp. Geometry Theory and Applications* 19, 2001, p. 155–173.

- [14] J.-D. BOISSONNAT, J. CZYZOWICZ, O. DEVILLERS, M. YVINEC, « Circular Separability of Polygons », *Algorithmica* 30, 2001, p. 67i–82, <http://link.springer.de/link/service/journals/00453/contents/00/10078/paper/10078.pdf>.
- [15] O. DEVILLERS, P. GUIGUE, « The shuffling buffer », *Internat. J. Comput. Geom. Appl.* 11, 2001.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [16] J.-D. BOISSONNAT, F. CAZALS, « Coarse-to-fine surface simplification with geometric guarantees », in : *Eurographics'01*, A. Chalmers, T.-M. Rhyne (éditeurs), Blackwell, Manchester, 2001.
- [17] B. CHAZELLE, O. DEVILLERS, F. HURTADO, M. MORA, V. SACRISTÁN, M. TEILLAUD, « Splitting a Delaunay Triangulation in Linear Time », in : *Proc. 9th. European Symposium on Algorithms, Lecture Notes in Computer Science, 2161*, Springer-Verlag, p. 312–320, 2001.
- [18] È. COSTE-MANIÈRE, L. ADHAMI, R. SEVERAC-BASTIDE, A. LOBONTIU, J. K. J. SALISBURY, J.-D. BOISSONNAT, N. SWARUP, G. GUTHART, E. MOUSSEUX, A. CARPENTIER, « Optimized Port Placement for the Totally Endoscopic Coronary Artery Bypass Grafting using the da Vinci Robotic System », in : *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Experimental Robotics VII*, D. Russ, S. Singh (éditeurs), 271, Springer, 2001, <ftp://ftp-sop.inria.fr/chir/publis/coste-maniere-adhami-et-al:01.pdf>.
- [19] O. DEVILLERS, P. GUIGUE, « The shuffling buffer », in : *Proc. 13th Canad. Conf. Comput. Geom.*, 2001, <http://compgeo.math.uwaterloo.ca/~cccg01/dates.php3>.
- [20] O. DEVILLERS, F. HURTADO, M. MORA, C. SEARA, « Separating Several Point Sets in the Plane », in : *Proc. 13th Canad. Conf. Comput. Geom.*, 2001, <http://compgeo.math.uwaterloo.ca/~cccg01/dates.php3>.
- [21] O. DEVILLERS, S. PION, M. TEILLAUD, « Walking in a triangulation », in : *Proc. 17th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom.*, p. 106–114, 2001.
- [22] S. HERT, M. HOFFMANN, L. KETTNER, S. PION, M. SEEL, « An Adaptable and Extensible Geometry Kernel », in : *Proc. Workshop on Algorithm Engineering, LNCS 2141*, p. 79–90, août 2001.
- [23] F. LAZARUS, M. POCCHIOLA, G. VEGTER, A. VERROUST, « Computing a Canonical Polygonal Schema of an Orientable Triangulated Surface », in : *Proc. 17th Annual ACM Symposium on Computational Geometry*, p. 80–89, juin 2001.

### Rapports de recherche et publications internes

- [24] D. ATTALI, J.-D. BOISSONNAT, « Complexity of the Delaunay triangulation of points on polyhedral surfaces », *Rapport de recherche n°4232*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4232.html>.
- [25] J. D. BOISSONNAT, J. FLÖTOTTO, « A Local Coordinate System on a Surface », *Rapport de recherche*, INRIA, 2001, à paraître.
- [26] B. CHAZELLE, O. DEVILLERS, F. HURTADO, M. MORA, V. SACRISTÁN, M. TEILLAUD, « Splitting a Delaunay Triangulation in Linear Time », *Rapport de recherche n°4160*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4160.html>.
- [27] D. COHEN-STEINER, F. DA, « Greedy Reconstruction », *Rapport de recherche*, INRIA, 2001, à paraître.

- [28] D. COHEN-STEINER, E. C. DE VERDIÈRE, M. YVINEC, « Conforming Delaunay Triangulations in 3D Space », *Rapport de recherche*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4345.html>.
- [29] O. DEVILLERS, R. ESTKOWSKI, P.-M. GANDOIN, F. HURTADO, P. RAMOS, V. SACRISTÁN, « Minimal Set of Constraints for 2D Constrained Delaunay Reconstruction », *Rapport de recherche n°4119*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4119.html>.
- [30] O. DEVILLERS, P.-M. GANDOIN, « Compression interactive de maillages triangulaires arbitraires », *Rapport de recherche n°4158*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4158.html>.
- [31] O. DEVILLERS, B. MOURRAIN, F. P. PREPARATA, P. TREBUCHET, « On circular Cylinders by Four or Five Points in Space », *Rapport de recherche n°4195*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4195.html>.
- [32] O. DEVILLERS, S. PION, M. TEILLAUD, « Walking in a triangulation », *Rapport de recherche n°4120*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4120.html>.
- [33] O. DEVILLERS, F. P. PREPARATA, « Culling a Set of Points for Roundness or Cylindricity Evaluations », *Rapport de recherche n°4159*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4159.html>.
- [34] O. DEVILLERS, « On the Number of Cylindrical Shells », *Rapport de recherche n°4234*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4234.html>.
- [35] S. HERT, M. HOFFMANN, L. KETTNER, S. PION, M. SEEL, « An Adaptable and Extensible Geometry Kernel », *Rapport de recherche n°4270*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4270.html>.
- [36] G. MALANDAIN, J.-D. BOISSONNAT, « Computing the diameter of a point set », *Rapport de recherche n°4233*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4233.html>.

## Divers

- [37] L. ADHAMI, È. COSTE-MANIÈRE, J.-D. BOISSONNAT, « Planning and Simulation of Minimally Invasive Surgery using Tele-Operated Manipulators », Workshop on Medical Robotics, 10th International Conference on Advanced Robotics, 2001, <ftp://ftp-sop.inria.fr/chir/publis/adhami-coste-maniere-boissonnat:01.pdf>.
- [38] « The CGAL Reference Manual », Aout 2001, Release 2.3, <http://www.cgal.org>.
- [39] J. FLÖTOTTO, « Order- $k$  Voronoi diagrams », 2001, 17th European Workshop Comput. Geom.