

Projet SMASH

*Simulation, modélisation et analyse de systèmes hétérogènes en
mécanique*

Sophia Antipolis

THÈME 4B



*Rapport
d'Activité*

2001

Table des matières

1	Composition de l'équipe	3
2	Présentation et objectifs généraux	3
3	Fondements scientifiques	4
3.1	Modélisation des milieux multifluides et multiphasiques	4
3.2	Méthodes d'approximation	6
3.3	Algorithmes de résolution	7
4	Domaines d'applications	8
4.1	Panorama	8
4.2	Industries du transport	8
4.3	Industries de l'énergie	8
4.4	Autres applications	9
5	Résultats nouveaux	9
5.1	Modélisation	9
5.1.1	Modélisation multiphasique avec transfert de masse	9
5.1.2	Méthodes et modèles eulériens pour les problèmes à interfaces entre fluides compressibles en présence de transfert de chaleur	10
5.1.3	Modèle pour les écoulements à bulles avec pulsation	10
5.1.4	Écoulements dilués	10
5.1.5	Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires	11
5.1.6	Acoustique dans les écoulements rapides	12
5.1.7	Écoulements multiphasiques en astrophysique	12
5.2	Approximation	13
5.2.1	Méthodes de relaxation des pressions	13
5.2.2	Développement d'un Solveur de Riemann approché pour un modèle diphase à sept équations	13
5.2.3	Approximation de modèles compressibles multi-matériaux sur maillages non-structurés	14
5.2.4	Écoulements à faible nombre de Mach	14
5.2.5	Adaptation de maillage en CFD	15
5.3	Méthodes multigrilles	15
5.3.1	Solveur multimaillages pour les équations de Stokes	16
5.3.2	Méthode multigrille volumes finis par correction des flux	16
5.4	Publications générales	16
6	Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)	17
6.1	Écoulement dans les conduites pétrolières	17
6.2	Écoulements multiphasiques à faible nombre de Mach	17
6.3	Action "avion supersonique" du MENRT	17
6.4	Dassault-SPAE Acoustique	17

6.5	Snecma Adaptation de maillage	17
7	Actions régionales, nationales et internationales	18
7.1	Actions nationales et régionales	18
7.2	Relations bilatérales internationales	18
8	Diffusion de résultats	18
8.1	Enseignement universitaire	18
8.2	Thèses et Stages	19
9	Bibliographie	19

1 Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Hervé Guillard [DR]

Assistante de projet

Montserrat Derrier

Personnel INRIA

Marie-Hélène Lallemand [CR]

Personnel Université de Provence

Eric Daniel [Maître de Conférences]

Thierry Gallouet [Professeur]

Raphaèle Herbin [Professeur]

Jacques Massoni [Ingénieur CNRS]

Richard Saurel [Professeur]

Chercheurs doctorants

Ashwin Chinayya [allocataire MESR]

Olivier LeMetayer [allocataire Renault]

Ales Janka [allocataire EGIDE]

Guillaume Perrigaud [boursier CIFRE/IFP]

Angelo Murrone [allocataire CEA/région PACA]

Conseillers scientifiques

Thierry Coupez [Maître Assistant, ENSMP]

Serguey Gavriluk [Professeur, Université Aix-Marseille III]

Stagiaires

Frédérique Drullion [DEA Math. Appli, Université de Provence, mai-Aout]

Cyril Gruau [DESS Math Appli, Toulouse, mai-Juillet]

Nicolas Zerbib [INSA, Toulouse, mai-juillet]

2 Présentation et objectifs généraux

SMASH est un projet commun INRIA et Université de Provence. Le projet travaille sur des problèmes liés à la modélisation mathématique et numérique d'écoulements très hétérogènes tels les milieux multiphasiques, les matériaux granulaires ou les écoulements réactifs avec transferts de masse. Les thèmes scientifiques concernent la mise au point de modèles pour ces écoulements, la construction et l'analyse de méthodes de discrétisation pour leur simulation numérique ainsi que l'implémentation algorithmique de ces méthodes notamment par des techniques multiniveaux ou multigrilles.

Les écoulements diphasiques constituent le domaine d'application principal du projet SMASH. Leur simulation est abordée au travers de modèles à deux vitesses et deux pressions, voire pour quelques cas simplifié par des modèles d'écoulements dilués.

Une originalité des recherches menées dans le projet consiste à traiter les problèmes à interfaces (écoulements multifluides) comme un écoulement diphasique, c'est à dire que les deux

milieux ne sont plus décrits par des modèles différents avec une représentation explicite de l'interface mais par un modèle Eulérien diphasique unique. Cette approche permet de s'affranchir de difficultés numériques sévères dues aux discontinuités des lois d'état à la traversée des interfaces.

Les domaines d'applications sont nombreux et concernent les industries du nucléaire ou du pétrole, l'automobile ou les feux de forêt. Certaines modélisations numériques développées dans le projet trouvent aussi des applications dans des domaines aussi divers que l'astrophysique ou la détonique.

3 Fondements scientifiques

3.1 Modélisation des milieux multifluides et multiphasiques

Mots clés : Modèles diphasiques, Principe de Hamilton, Modèles de mélange, Interfaces.

Résumé : *A un niveau de description microscopique, un milieu hétérogène est constitué par des matériaux ayant des propriétés physiques très différentes. Pour des raisons pratiques (un m^3 de brouillard contient de l'ordre de 10^8 à 10^{12} gouttelettes) ou numériques, il n'est pas possible de décrire ce milieu en représentant chacune de ces entités élémentaires individuellement. La démarche de modélisation consiste à remplacer ce milieu par un milieu mélangé qui aurait idéalement les mêmes propriétés moyennes.*

Les écoulements qui nous intéressent sont caractérisés par la présence, à l'échelle microscopique, d'interfaces entre deux milieux fluides bien distincts et identifiés. Deux manières de traiter ces milieux sont alors possibles.

Dans la première où l'on parlera d'écoulements *multifluides*, la description du fluide est réalisée à l'échelle des hétérogénéités. Le modèle mathématique pour ce type d'écoulement est en fait très simple : il est constitué des équations d'Euler, de Navier Stokes, ou celles des solides élastiques/plastiques qui décrivent chaque milieu. Le seul point délicat concerne la description des interfaces ainsi que les énormes discontinuités des paramètres physiques qui caractérisent les milieux en présence.

Cette description à l'échelle fine ne peut être adoptée lorsque les interfaces sont trop nombreuses pour être décrites individuellement. On adopte alors une description du milieu que l'on qualifie de *multiphasique*. Typiquement, un écoulement multiphasique contient 10^8 à 10^{12} particules ou autres entités élémentaires par mètre cube, et donc autant d'interfaces. C'est pourquoi on développe généralement des modèles spécifiques pour décrire ces milieux. Ces modèles s'éloignent fortement des modèles classiques d'Euler ou de Navier Stokes.

La mise au point de ces modèles multiphasiques peut reposer sur plusieurs techniques.

La première, décrite en détail dans [DP98] est très similaire aux techniques de moyennes utilisées en modélisation statistique de la turbulence. Comme ces dernières, elle se traduit par des systèmes d'équations ouverts (qui contiennent plus d'inconnues que d'équations). La fermeture de ces systèmes d'équations repose alors sur des hypothèses physiques concernant le comportement des petites échelles. Un bon exemple de ce type de modèle est le modèle à 7 équations (2 pressions, 2 vitesses en 1-D) utilisé dans le projet pour décrire des écoulements multiphasiques fortement compressibles [10].

Une autre technique de modélisation repose sur le principe de moindre action (ou principe de Hamilton). On sait en effet que les équations de la mécanique des fluides parfaits peuvent s'établir à partir d'un principe variationnel $\delta L = 0$ où L est le Lagrangien \int_0^T (énergie cinétique - énergie potentielle) dt [Ser93]. Ce type de démarche peut être étendue à la modélisation des écoulements multiphasiques en définissant *a priori* les énergies cinétiques et potentielles de l'écoulement. L'écriture du principe variationnel $\delta L = 0$ fournit alors les équations aux dérivées partielles du modèle. Un exemple de ce type de modélisation utilisé pour décrire des écoulements de bulles avec pulsation peut être trouvé dans [13].

Les modélisations précédentes conduisent à des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires qu'il faut ensuite approcher par une méthode numérique pour obtenir un système d'équations algébriques. C'est ce dernier système qui en dernier ressort fournit la solution. On a donc à faire face à deux difficultés : la première consiste à trouver un système d'EDP modélisant l'écoulement étudié. La deuxième à trouver une méthode numérique discrétisant les EDPs considérées. Une démarche possible de modélisation consiste à essayer d'arriver directement à un système algébrique sans passer par un système d'EDP. C'est la démarche suivie dans [1]. Contrairement à l'approche classique où les équations continues sont d'abord filtrées pour obtenir un autre modèle continu qui est lui discrétisé, ici, on discrétise d'abord les équations continues puis on filtre le système discret qui en résulte.

En ce qui concerne la simulation des écoulements avec interfaces (description à l'échelle microscopique) le projet développe principalement un traitement eulérien où l'interface n'est pas représentée explicitement mais apparaît à travers la valeur d'une certaine fonction. Si cette approche offre nombre d'avantages par rapport aux méthodes de tracking d'interfaces, elle s'accompagne inévitablement d'une certaine diffusion de l'interface («interface diffuse») qui a pour conséquence la création d'une zone de mélange numérique des deux milieux. Une originalité des approches développées dans le projet consiste à considérer cette zone de mélange numérique comme un véritable écoulement diphasique. Ce point de vue semble a priori artificiel mais il offre cependant l'avantage décisif de permettre de résoudre en tout point les mêmes équations avec la même méthode numérique et d'appliquer les lois d'état aux bonnes variables. Cette technique a montré sa capacité à traiter des problèmes à interfaces plus simplement que d'habitude [10] : l'égalité des pressions à l'interface est obtenue par une procédure de

[DP98] D. A. DREW, S. PASSMAN, *Theory of Multicomponent Fluids*, Springer, New-York, 1998.

[Ser93] D. SERRE, « Sur le principe variationnel des équations de la mécanique des fluides compressibles », *M2AN* 27, No 6, 1993, p. 739–758.

relaxation (itérative ou directe selon les équations d'état considérées) effectuée comme une étape de correction d'une solution prédite d'un écoulement multiphasique où les pressions sont a priori distinctes.

3.2 Méthodes d'approximation

Mots clés : éléments finis, volumes finis, problème de Riemann, produits non-conservatifs.

Résumé : *Les modèles considérés dans le projet SMASH sont sous la forme de systèmes d'équations aux dérivées partielles hyperboliques ou paraboliques. La démarche d'approximation consiste à remplacer ces systèmes par un équivalent algébrique. Ces techniques utilisées visent à respecter certaines caractéristiques fondamentales des modèles continus (conservativité, positivité de certaines variables, relations de saut, inégalité d'entropie,...). Elles font largement appel aux méthodes dites de volumes finis et sont souvent basées sur la résolution de problèmes élémentaires modélisant l'évolution d'un milieu continu défini par deux états constants séparé par une interface plane, que l'on appelle problèmes de Riemann^[Tor97]*

L'essentiel de nos travaux numériques se fait dans le cadre des méthodes de volumes finis [9]. Cette approche permet d'incorporer dans les méthodes de discrétisation une description fine de la physique des milieux considérés en résolvant les *problèmes de Riemann* qui modélisent l'évolution d'un milieu à partir d'une interface plane entre deux états. Le projet SMASH s'est spécialisé dans le développement de méthodes d'approximation utilisant des résolutions exactes ou approchées de ces *problèmes de Riemann*. Le caractère complexe des écoulements que nous considérons impose souvent l'utilisation de lois d'états différentes de la loi d'état des gaz parfaits. La résolution du problème de Riemann est alors réalisée à partir de solveurs approchés tels le solveur de Roe ou les méthodes VFROE [3].

Par ailleurs, les modèles que nous utilisons sont souvent sous une forme non conservative. Cette forme non conservative est une conséquence « mécanique » de l'obtention des équations à partir d'un processus de moyenne (ce type de difficultés apparaît aussi en modélisation de la turbulence). Ces termes non conservatifs soulèvent beaucoup de problèmes mathématiques (on sait depuis Schwartz qu'il n'y a pas de sens à attribuer à un produit de distributions ^[Sch54]) et les problèmes numériques que pose la discrétisation de ces termes sont très loin d'être totalement maîtrisés. L'approche suivie dans SMASH est basée sur le fait que les vitesses et pressions doivent rester constantes au travers d'une discontinuité de contact. Cette contrainte est intégrée dans les discrétisations. Cette approche s'est révélée robuste et efficace dans des situations où aucune autre méthode n'avait donné de résultats pour les problèmes à interfaces [10].

Une des difficultés rencontrées dans la simulation des écoulements diphasiques vient de la grande disparité entre les vitesses d'ondes dans les matériaux en présence. Très souvent, un

[Tor97] E. TORO, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.

[Sch54] L. SCHWARTZ, « Sur l'impossibilité de la multiplication des distributions », *C.R.A.S. Paris I-239*, 1954, p. 847-848.

des matériaux est proche de la limite incompressible. Le traitement numérique des équations dans la limite des faibles nombres de Mach est un problème très ouvert qui fait appel à des modifications non-triviales des schémas. Nos investigations dans ce sujet sont liées à l'étude de l'articulation entre acoustique et incompressible et font appel à l'analyse asymptotique des modèles continus mais aussi discrets [4].

3.3 Algorithmes de résolution

Mots clés : Méthodes multiniveaux, méthode multigrille.

Résumé : *La discrétisation des équations aux dérivées partielles du modèle mathématique conduit à la nécessité de résoudre de grands systèmes algébriques généralement non-linéaires. Les méthodes utilisées à cette fin sont presque exclusivement des méthodes itératives. Parmi celles-ci, nous nous intéressons en priorité aux techniques hiérarchiques (multiniveaux ou multigrille)*

Dans une méthode multigrille^{[Hac85]_[Wes92]}, on construit une *hiérarchie* de niveaux de grille, associés à des intervalles de fréquences différents. Une méthode itérative de type classique, dite « lisseur » est utilisée pour atténuer efficacement les modes de hautes fréquences de l'erreur associés à la discrétisation la plus fine ; le problème résiduel est ensuite reformulé sur une grille plus grossière, sur laquelle on lisse à nouveau avant de transférer le problème sur une grille encore plus grossière, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le problème devienne peu coûteux à résoudre par une méthode directe. On construit ensuite à l'inverse des approximations sur les différentes grilles de dimensions croissantes par prolongement (et éventuellement lissage). En procédant de la sorte, les phases de lissage associées aux différentes grilles éliminent efficacement les composantes de l'erreur itérative suivant les différentes fréquences, jusqu'à la plus basse qui est éliminée par résolution directe d'un système trivial. Dans le cas d'un problème modèle linéaire elliptique, la théorie permet d'établir que la *complexité* de la méthode multigrille est proportionnelle au nombre de degrés de liberté. Cela signifie que le coût de résolution du système à la précision fixée par l'erreur d'approximation est directement proportionnel au nombre d'inconnues du problème. On s'intéresse plus particulièrement à la construction des différents niveaux de grille à partir de la grille la plus fine supposée non-structurée (agglomération, reconstruction). Dans ce contexte, nous étudions, soit des approches géométriques basées sur la reconstruction d'un maillage de type éléments finis ou sur des maillages de type volumes finis très généraux, soit des approches algébriques fondées sur la seule connaissance des opérateurs discrets.

[Hac85] W. HACKBUSCH, *Multigrid Methods and Applications, Computational Mathematics, 4*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

[Wes92] P. WESSELING, *An Introduction to Multigrid Methods*, John Wiley & Sons, Chichester, 1992.

4 Domaines d'applications

4.1 Panorama

Spécialisé dans la Mécanique des Fluides Numérique, le projet mène des études sur les écoulements multiphasiques ou multifluides compressibles ; les applications visées concernent les industries du transport et de l'énergie : aéronautique, automobile, espace, industrie du pétrole, électricité, nucléaire. Certaines modélisations numériques développées dans le projet trouvent aussi des applications dans des domaines aussi divers que l'astrophysique ou la détonique.

4.2 Industries du transport

Aéronautique Les besoins des industries de l'Aéronautique restent très forts en aérodynamique externe où les calculs des écoulements turbulents autour de géométries complètes sont encore trop coûteux pour être inclus dans des boucles d'optimisation. Le projet SMASH s'intéresse à l'amélioration des performances des solveurs Navier-Stokes en développant des méthodes multigrilles adaptées aux calculs d'écoulement sur des maillages non-structurés. Par ailleurs, la prise en compte de l'instationnarité des écoulements turbulents devient de plus en plus nécessaire pour de multiples applications (vibrations et fatigue des matériaux, acoustique). Ces questions requièrent la mise au point de modèles de type LES (Simulation des grosses structures).

Le deuxième volet d'application concerne les moteurs des lanceurs spatiaux qui sont soit à carburant liquide, soit des propulseurs à poudre. Ces milieux sont très hétérogènes et nécessitent des modélisations diphasiques.

Automobile Les moteurs diesels ou les nouvelles générations de systèmes d'injection font appel à des techniques d'injection de spray à très haute pression. Les modélisations eulériennes développées dans le projet Smash peuvent être utilisées pour décrire les premières étapes de l'atomisation d'un spray. Ces phénomènes sont précédés par une transition de phase dynamique liquide-vapeur où le caractère compressible de l'écoulement s'avère fondamental.

4.3 Industries de l'énergie

Dans les secteurs d'activité des industries de l'énergie, les besoins de modélisation numérique concernent la thermohydraulique des centrales nucléaires (CEA, EDF), les industries pétrolières (extraction, transport et raffinage de pétrole), et pratiquement toutes les industries liées au domaine de l'énergétique et du génie chimique.

Dans ces domaines, turbines, chaudières ou tuyauteries sont le siège d'écoulements complexes souvent rapides et violents, ou au contraire lents et longs à se stabiliser. La description de ces phénomènes intrinsèquement diphasiques est fondamentale dans les études de sûreté (industrie du nucléaire, de la pétrochimie ou du génie chimique). La capacité des codes à traiter efficacement les différents régimes d'écoulements (écoulement de liquide, puis de bulles, puis de paquets, ou de films et gouttes etc...) est encore problématique. De plus, ces écoulements

sont très souvent caractérisés par de faibles nombres de Mach, ce qui augmente les difficultés numériques.

4.4 Autres applications

Les modélisations multiphasiques développées dans le projet peuvent aussi trouver des applications dans des domaines très divers. Ainsi, nous développons, en collaboration avec des astrophysiciens, une modélisation des écoulements kepleriens dans une nébuleuse proto-planétaire dans le but de valider un scénario de formation de planètes à partir d'un nuage original de gaz et de particules.

Une autre application des modèles que nous étudions concerne les milieux granulaires fortement énergétiques. Ces milieux sont multiphasiques par essence. Pourtant, nombre de codes actuels les décrivent par les équations d'Euler avec des lois d'état de mélange. Ceci suppose l'équilibre des températures entre phase, ou l'équilibre des densités... autant d'hypothèses absolument sans fondements. Les modèles que nous développons constituent donc un progrès certain dans une représentation plus exacte de la physique de tels milieux.

5 Résultats nouveaux

5.1 Modélisation

5.1.1 Modélisation multiphasique avec transfert de masse

Participants : Olivier LeMetayer, Richard Saurel.

Ce travail [16] est dédié à la généralisation à un nombre arbitraire de fluides du modèle présenté dans [10] et à l'extension de ce modèle pour tenir compte des transferts de masse et d'énergie. Ce modèle obtenu est capable de traiter le calcul d'ondes de détonation dans les matériaux énergétiques sans recourir à l'artifice d'une équation d'état de mélange. On montre qu'il est aussi capable avec la même formulation de simuler les phénomènes de cavitation et de créer dynamiquement des interfaces à partir d'un fluide pur. La méthode numérique est basée sur une généralisation de la méthode de Godunov présentée dans [10] et cette méthode est ici étendue au cas multidimensionnel.

Une formulation analogue a permis d'étudier certains phénomènes d'évaporation où l'interface peut être le siège d'une transition de phase. L'approche qui a été retenue consiste à résoudre un problème de Riemann réactif. En effet le front d'évaporation présente une forte analogie avec une déflagration forte de Chapman-Jouguet. Le problème de Riemann peut alors être fermé par une relation cinétique (celle de Chapman-Jouguet). Le front calculé sépare alors un liquide pur d'un mélange liquide-gaz à saturation. Les résultats ont été comparés à des expériences récentes sur la propagation d'ondes d'évaporation et sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. La méthode numérique est fondée sur une généralisation de la méthode de Godunov présentée dans [1].

5.1.2 Méthodes et modèles eulériens pour les problèmes à interfaces entre fluides compressibles en présence de transfert de chaleur

Participants : Rémi Abgrall [U. Bordeaux 1], Jacques Massoni, Boniface Nkonga [U. Bordeaux 1], Richard Saurel.

Dans [15] on a évalué différentes formulations euleriennes aptes au traitement de problèmes à interfaces entre fluides compressibles. La difficulté dans ce type de problème réside dans le calcul des variables thermodynamiques dans les zones de diffusion numériques produites aux interfaces. En effet, tout schéma eulérien diffuse artificiellement les discontinuités de contact (ou interfaces) et produit donc un mélange artificiel pour lequel la détermination de l'état thermodynamique est difficile. De plus, lorsque l'état thermodynamique est mal déterminé, les méthodes échouent très rapidement en raison de pressions négatives ou d'arguments négatifs dans le calcul de la vitesse du son. Les modèles et les méthodes de résolution qui sont évalués n'ont jamais été examinés pour le calcul de la température aux interfaces. L'examen des défauts et avantages de ces formulations nous conduit à en rejeter certaines et à en proposer une nouvelle, très efficace. Ce nouveau modèle est accompagné de son schéma numérique. On présente ensuite le traitement des transferts diffusifs aux interfaces, puis un exemple de résolution en deux dimensions d'espace. L'évaluation est effectuée sur une série de problèmes possédant des solutions exactes.

5.1.3 Modèle pour les écoulements à bulles avec pulsation

Participants : Serguey Gavriluk [Université Aix-Marseille III], Richard Saurel.

Dans ce travail [13], on propose un nouveau modèle pour les écoulements compressibles multiphasiques prenant en compte le couplage entre les micro et macro échelles. Les équations du mouvements sont établies en utilisant le principe variationnel de Hamilton. Dans le cas particulier des écoulements à bulles, le modèle contient 8 équations et est inconditionnellement hyperbolique. En conséquence, une adaptation simple de la méthode de Godunov permet sa résolution numérique. Le modèle et la méthode numérique associée ont été testés et validés sur plusieurs cas-tests. Le premier d'entre d'eux consiste dans le calcul de la propagation d'une onde de choc dans un liquide contenant des bulles. Les résultats s'accordent parfaitement aux mesures expérimentales sans recourir au moindre ajustement de paramètres. On montre ensuite que le modèle permet le calcul de problèmes d'interfaces entre matériaux compressibles. On compare ensuite les résultats de cette modélisation avec des calculs de simulation directe de l'interaction d'un choc avec une bulle. Ici encore, on observe un bon accord avec les calculs en simulation directe.

5.1.4 Ecoulements dilués

Participants : Eric Daniel, Nicolas Thevand [Université de Provence].

Dans cette série de travaux, [17, 19, 18] on s'intéresse à différents aspects des écoulements gaz-particules *dilués*, c'est à dire où la concentration des particules est suffisamment faible pour négliger la pression inter-particules.

Dans [17], on considère une couche de mélange compressible chargée en particules. Son développement temporel fait l'objet d'une étude de stabilité linéaire. L'évolution du mode le plus instable en fonction du nombre de Mach convectif, de l'inclinaison de la perturbation et du nombre d'onde est étudiée. On a conduit une investigation paramétrique sur l'influence de l'inertie des particules, la charge en particules de l'écoulement et leurs chaleurs spécifiques. Les résultats montrent l'importante influence des particules sur le développement tri-dimensionnel des perturbations ainsi que l'atténuation du taux d'amplification lorsque les effets de compressibilité augmentent.

Dans [19], on s'intéresse à un autre aspect des écoulements dilués qui concerne l'influence de la force de portance sur l'écoulement. En effet, si les modélisations diphasiques usuelles font intervenir les forces de traînées entre le fluide et les particules, la force de portance est, quant à elle, assez souvent négligée. Dans ce travail, on montre l'importance de la prise en compte de cet effet dans les problèmes d'interaction choc - couches limites diphasiques.

Le travail [18] s'intéresse au problème de la stabilité d'une onde acoustique se propageant dans un milieu diphasique dilué avec transfert de masse entre le gaz et les particules. Ce cas simple permet une étude analytique du phénomène qui est ici validée par une étude numérique. On montre en particulier que, sous certaines conditions, l'onde acoustique peut devenir instable, c'est à dire dire que son amplitude croît jusqu'à atteindre un seuil de saturation.

5.1.5 Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires

Participants : Ilya Abalakin [IMM-Moscou], Marianna Braza [IMF-Toulouse], Simone Camarri [U. Pise], Charbel Farhat [U Boulder], Alain Dervieux, Yannick Hoarau [IMF-Toulouse], Bruno Koobus [Montpellier2], Tatiana Kozubskaya [IMM-Moscou], Maria-Vittoria Salvetti [U. Pise].

La dernière décennie a été en CFD celle de l'émergence de méthodes et outils logiciels de prédiction d'écoulements moyens stationnaires autour d'objets aussi compliqués qu'un avion en configuration de décollage. Ainsi, les modèles industriels par moyenne de Reynolds ont vocation à produire des prédictions stationnaires, à cause de leur fort niveau de dissipation. Les aérodynamiciens veulent maintenant prédire des écoulements turbulents avec certaines de leur instationnarités, pour analyser par exemple les émissions acoustiques ou les vibrations des différents dispositifs externes et internes.

Or, les modèles plus expérimentaux de type Simulation des Grandes Structures (en anglais LES, Large Eddy Simulation) sont très loin de pouvoir prédire les écoulements à grands nombres de Reynolds rencontrés dans les applications. Par ailleurs, la théorie OES (Organised Eddy Simulation) initiée notamment par Ha Minh et Braza, ouvre l'accès à des modélisations instationnaires pour les grands Reynolds mais ne donne pas de méthode pour la mise au point de fermetures.

Les équipes coopérant à cette action travaillent à la mise au point de modèles LES à plus grand Reynolds et à l'exploitation d'une démarche nouvelle de fermeture en OES, la "moyenne

en temps”.

Ces études sont soutenues par une allocation de l'Institut Lyapunov (Moscou) ainsi qu'une participation, au programme “supersonique” du MENRT sous la houlette de J.P. Dussauge (CNRS-Marseille).

5.1.6 Acoustique dans les écoulements rapides

Participants : Ilya Abalakin [IMM-Moscou], Alain Dervieux, Tatiana Kozubskaya [IMM-Moscou].

L'émission et la propagation d'ondes acoustiques dans des écoulements rapides est un des sujets importants de la décennie, le bruit des moteurs avions (notamment au décollage) étant une des applications visées parmi les plus évidentes. Les méthodes numériques doivent reposer sur des modèles Euler linéarisés faute de quoi les erreurs de modélisation seront trop grandes. Cependant le modèle Euler linéarisé nécessite une grande précision, ce qui peut induire des coûts calculs prohibitifs ou des restrictions sur les géométries à analyser. Nous avons mis au point une nouvelle approximation qui est à la fois peu coûteuse, très précise sur les zones cartésiennes du maillage et encore assez précises sur les régions “non-structurées”. Après calcul de l'écoulement, nous utilisons l'écoulement moyen pour linéariser le modèle acoustique ainsi que les données de turbulence pour modéliser les sources de bruit.

Ces études sont soutenues par une allocation de l'Institut Lyapunov (Moscou).

5.1.7 Ecoulements multiphasiques en astrophysique

Participants : Pierre Barge [Laboratoire d'Astrophysique de Marseille], Eric Daniel, Hervé Guillard, Marie-Hélène Lallemand, Nicolas Zerbib.

Le scénario standard de formation des planètes se décompose en trois étapes principales : la première étape part de l'hypothèse d'existence d'un soleil issu du nuage interstellaire, constitué essentiellement de gaz (principalement hydrogène et hélium), et entouré du même nuage interstellaire d'où est né le soleil. Ce nuage interstellaire, concentré sur un disque entourant le soleil, est lui-même principalement composé de gaz et de particules en suspension. Le disque est appelé disque d'accrétion protoplanétaire, car c'est là que l'on suppose que les échanges de masse vers le soleil d'une part (phénomène d'accrétion) et que les créations de planétésimaux (petits astéroïdes) par agglomération des particules solides entre elles, d'autre part, ont lieu. Dans la deuxième étape, on suppose que les planétésimaux sont très nombreux et, essentiellement sous les effets des forces gravitationnelles et des collisions, s'accumulent entre eux. Dans la dernière étape, on suppose que les embryons s'organisent en un véritable système planétaire. On s'intéresse ici à la première étape. La nébuleuse protoplanétaire organisée en un disque autour du soleil peut en effet être assimilée dans cette étape à un milieu diphasique dilué.

En une première approximation, on suppose que le disque est plan et que les particules (que l'on suppose dans un premier temps être de diamètre constant en négligeant les échanges de masse) gravitent en orbites quasi-keplériennes autour du soleil. Le gaz est supposé être en équilibre hydrostatique dans une direction perpendiculaire au plan du disque et, dans le plan

du disque, en équilibre par rapport à la force centrifuge et la gravitation du soleil. L'écoulement formé par le gaz et les particules est supposé être à phase dispersée et dilué, i.e. on suppose que les phénomènes de collision, les forces et les pressions internes sont négligeables par rapport aux forces hydrodynamiques du gaz. Le but de ce travail est de simuler numériquement cette première étape de formation des planètes. Le travail effectué cette année, au cours du stage de Nicolas Zerbib a consisté à implémenter les termes de couplage de Stokes entre le gaz et les particules dans un modèle d'écoulement quasi-keplérien en présence de particules. Les résultats obtenus mettent en avant la très forte influence de ces termes de couplage sur l'écoulement.

5.2 Approximation

5.2.1 Méthodes de relaxation des pressions

Participants : Eric Daniel, Marie-Hélène Lallemand-Tenkès, Richard Saurel.

On s'intéresse aux problèmes diphasiques, où chacun des fluides est considéré comme étant compressible. L'approche retenue est celle de Saurel et Abgrall [10] qui conduit à un système à six équations, complété par une équation d'advection pour l'évolution de la fraction volumique. Le système obtenu est hyperbolique en raison de l'hypothèse de compressibilité et permet ainsi l'utilisation d'un seul solveur pour sa résolution numérique.

Cette résolution numérique se fait principalement en 3 étapes : une première étape consistant à résoudre le système par un solveur hyperbolique non conservatif adapté au cas multiphasique, une étape éventuelle de relaxation des vitesses pour les interfaces (si la vitesse est différente pour chacune des phases) et une étape de relaxation instantanée des pressions pour les conditions de pressions aux interfaces. C'est cette troisième étape très importante qui a fait l'objet du travail de cette année complétant ce qui avait déjà été fait l'année passée. On a mis l'accent cette fois sur la généralisation des processus de relaxation de pression. Cette généralisation s'entend par rapport aux lois d'état ainsi qu'aux écoulements multiphasiques faisant intervenir N fluides avec $N > 2$. Ceci fait l'objet d'un rapport sur le point d'être achevé [32].

5.2.2 Développement d'un Solveur de Riemann approché pour un modèle diphasique à sept équations

Participants : Nikolai Andrianov [Université de Magdebourg], Richard Saurel, Gerald Warnecke [Université de Magdebourg].

Nous développons un schéma de type Godunov pour un système hyperbolique non-conservatif modélisant des écoulements multiphasiques. Le modèle est composé d'un ensemble de sept équations aux dérivées partielles et il a la capacité de calculer des problèmes à interfaces entre des matériaux purs aussi bien que des problèmes de mélanges multiphasiques compressibles à deux vitesses et avec une thermodynamique en non-équilibre (deux pressions, deux températures, deux masses volumiques, etc...). Son approximation numérique pose plusieurs difficultés. Le modèle possède un grand nombre d'ondes acoustiques et convectives (sept ondes) et il n'est pas aisé de décentrer toutes ces ondes d'une manière simple et précise. De plus, le modèle est non-conservatif et une approximation numérique des termes non-conservatifs doit être développée. Dans ce travail, nous nous concentrons sur une méthode proposée par Massella et

Gallouet [3] fondée sur une décomposition caractéristique qui résout ces problèmes de façon simple et avec une bonne précision. La robustesse, précision et généralité de la méthode sont clairement démontrées sur plusieurs problèmes test dont la solution exacte est connue.

5.2.3 Approximation de modèles compressibles multi-matériaux sur maillages non-structurés

Participants : Rémi Abgrall [U. Bordeaux 1], Boniface Nkonga [U. Bordeaux 1], Richard Saurel.

Les modèles utilisés pour l'approximation des problèmes d'interfaces entre matériaux compressibles font apparaître des termes non-conservatifs dont l'approximation numérique est délicate. Une méthode apparemment efficace pour définir une approximation de ces termes consiste à imposer que la discrétisation vérifie les relations de saut à la traversée de l'interface (continuité des vitesses et des pressions en l'absence de transfert de masse). Jusqu'à présent, les méthodes numériques reposant sur cette méthode avaient été confinées à l'utilisation de maillages structurés. Dans ce travail [12], cette méthode est étendue à des maillages non-structurés généraux.

5.2.4 Écoulements à faible nombre de Mach

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Alain Dervieux [Projet Tropics], Eric Schall [Université de Pau], Cécile Viozat [CEA-Saclay].

La recherche de schémas efficaces et précis pour une large gamme de nombre de Mach est un sujet très actuel. À la suite du travail effectué sur les schémas de type Roe [4], nous nous sommes intéressés aux schémas de type Godunov ou VFRoe où le flux défini par deux états w_i et w_j s'écrit :

$$\Phi(w_i, w_j) = F(w(0; w_i, w_j))$$

où $w(x/t; w_i, w_j)$ désigne la solution exacte ou approchée du problème de Riemann sur la droite x/t . Le cas du schéma de Godunov est intéressant puisque la solution du problème de Riemann est exacte. Intuitivement, on a donc tendance à penser que la limite incompressible devrait pouvoir être calculée par ce schéma. En fait, les expériences numériques montrent que le schéma de Godunov ainsi que les schémas de type VFRoe souffrent des mêmes problèmes de précision que les schémas de type Roe. L'analyse asymptotique permet d'expliquer ce comportement et montre que le problème vient de ce que la pression à l'interface contient des termes proportionnels au nombre de Mach. Les techniques de préconditionnement permettent de pallier ce problème : en utilisant des préconditionnement de type Roe-Turkel pour définir des solveurs de Riemann préconditionnés, on montre que la pression varie proportionnellement au carré du nombre de Mach et que les schémas préconditionnés permettent de calculer une approximation précise de la limite incompressible [31].

Les investigations de Koobus, Viozat Schall et Dervieux se sont portées sur les écoulements à petits Mach avec la thermique, et instationnaires. Ce travail est entrepris en collaboration avec le laboratoire LARA commun entre l'université de Pau et Turbo-Meca. Une conférence

a été présentée à Swansea et un article est en cours de rédaction. En ce qui concerne le *schéma temporel*, l'option raisonnable dans ce contexte est l'avancement en temps implicite aussi bien pour des calculs de solutions stationnaires qu'en évolutif. Nous nous sommes en particulier intéressés à la question suivante : est-il raisonnable, si on veut une certaine précision, d'utiliser des schémas implicites avec des pas de temps très grands par rapport aux transitoires acoustiques ? La réponse affirmative est étayée par la mise au point d'un schéma implicite précis à l'ordre trois. Un article sur ce travail est en cours de rédaction.

5.2.5 Adaptation de maillage en CFD

Participants : Alain Dervieux [Projet Tropics], Paul-Louis George [projet GAMMA], David Leservoisier [Snecma], Olivier Penanhoat [Snecma], Yves Coudière [projet SINUS].

Depuis quelques années nous avons cherché à mettre en évidence le fait que les méthodes de maillage adaptatives (et seulement ces méthodes) permettent un calcul avec une précision d'ordre supérieur à l'unité de solutions singulières d'équations aux dérivées partielles. B. Palmerio (Université de Nice et Sophia-Antipolis) a aussi montré récemment que les méthodes adaptatives par division isotrope ne peuvent pas être précises à l'ordre deux en trois dimensions. Ce dernier résultat constitue une forte motivation supplémentaire à s'intéresser aux méthodes de remaillage anisotropes initiées par les équipes GAMMA et M3N de Rocquencourt. La nouvelle approche théorique de la "métrique continue" a permis la mise en place d'une détermination théorique du senseur d'adaptation, spécifiant la finesse locale du maillage. Un rapport de recherche concernant ce travail a été publié.

D'autre part, après avoir démontré les qualités spécifiques de convergence des méthodes adaptatives vers les solutions continues, nous avons commencé la mise en place de méthodes de certification de la convergence vers la solution continue. Un deuxième rapport de recherche est en cours de publication.

Ces divers travaux ont fait de conférences invitées à ECCOMAS2001 et à AMFLOW2001 et David Leservoisier a soutenu sa thèse à Paris VI le 26 septembre 2001.

5.3 Méthodes multigrilles

Participants : Thierry Coupez [CEMEF, Ecole des Mines], Hervé Guillard, Cyril Gruau, Ales Janka.

Résumé : *Les méthodes de résolution étudiées dans le SMASH sont principalement les méthodes multigrilles. Les études en cours portent sur l'adaptation du concept de multigrille par agglomération à la simulation numérique d'écoulements turbulents en maillages triangulaires et tétraédriques fortement étirés, la mise au point d'algorithmes multimaillages reposant sur l'utilisation d'une hiérarchie de grilles éléments ou volumes finis.*

Les techniques multigrilles actuellement considérées au sein du projet SMASH sont de deux types : les *multigrilles par agglomération* et notamment les extensions de ces techniques par le

concept d'aggrégation lissée et les *multigrilles multimaillages* qui ont été abordées plus récemment.

5.3.1 Solveur multimaillages pour les équations de Stokes

Au cours du stage de DESS de Cyril Gruau, nous nous sommes intéressés à la mise en place d'un solveur multigrille, multimaillages pour les équations de Stokes en dimension 3. La méthode de résolution utilise un lisseur de type résidu minimum et la méthode multigrille a été implémentée à partir de la bibliothèque PETSC. Les différents niveaux de maillages sont obtenus à partir d'un algorithme de déraffinement automatique de maillage qui utilise l'outil de manipulation de maillages MTC développé au CEMEF. Le code a été implémenté avec succès dans le code REM3D de simulation d'injection de polymères.

5.3.2 Méthode multigrille volumes finis par correction des flux

Les méthodes multigrilles par agglomération introduites par Dervieux et Lallemand [6], sont très bien adaptées aux équations hyperbolique et aux discrétisation de type volumes finis. Par contre, elles éprouvent des difficultés pour le traitement des termes elliptiques. Une manière de contourner ce problème est d'interpréter ces méthodes comme des méthodes de Galerkin et d'utiliser des techniques de type aggrégation lissée [JGV99] pour la construction des niveaux grossiers. Cette méthode bien que performante en terme de convergence a cependant pour inconvénient de ne pas garantir l'obtention de matrices définies par un stencil compact sur les niveaux grossiers. Cette année, une nouvelle approche basée sur une interprétation purement volumes finis de la méthode d'agglomération a été proposée. Cette approche se base sur une correction des flux obtenus par agglomération de façon à obtenir une consistance au sens volumes finis avec le problème continu. Cette nouvelle méthode conduit à des résultats sensiblement identiques en termes de convergence à ceux obtenus avec la méthode d'aggrégation lissée [JGV99]. Elle a cependant l'avantage de garantir des stencils compacts et en pratique elle conduit à des économies CPU et place mémoire de l'ordre de 30%.

5.4 Publications générales

Participants : Rémi Abgrall [université de Bordeaux I], Hervé Guillard.

Le livre «Modélisation numérique des fluides compressibles», consacré à la modélisation des écoulements de fluides compressibles et à l'approximation numérique de ces modèles a été publié chez Elsevier/Gauthier-Villars dans la série « Series in Applied Mathematics » P. G. Ciarlet et P.L. Lions, éditeurs.

[JGV99] A. JANKA, H. GUILLARD, P. VANEK, « Convergence of Algebraic Multigrid based on smoothed aggregation II : Extension to a Petrov-Galerkin Method », *rapport de recherche*, 1999, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3683.html>.

6 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

6.1 Ecoulement dans les conduites pétrolières

Participants : Hervé Guillard, Guillaume Perrigaud, Richard Saurel.

Cette convention CIFRE, avec l'IFP a pour objectif l'étude par simulation directe de certains phénomènes physiques de type instabilités de Kelvin Helmholtz intervenant dans les conduites pétrolières en particulier en cas de changement brusque de l'orientation de la conduite par rapport à l'horizontale. A terme, cette description fine des phénomènes physiques pourraient être intégrée dans des codes macroscopiques uni-dimensionnels.

6.2 Ecoulements multiphasiques à faible nombre de Mach

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Richard Saurel.

En liaison avec le département STH/LTA du CEA Cadarache, nous avons commencé une action pour la simulation des écoulements multiphasiques dans l'industrie nucléaire par des modèles à 6 ou 7 équations. Ces écoulements sont en général caractérisés par une faible vitesse, ce qui demande la mise au point de méthodes numériques adaptées.

6.3 Action "avion supersonique" du MENRT

Participants : Marianna Braza [IMF-Toulouse], Alain Dervieux, Bruno Koobus.

Action sur la modélisation d'écoulements tourbillonnaires produits par des interaction choc-couche limite, contrat du MENRT sous la responsabilité de Jean-Paul Dussauge à l'IRPHE (CNRS-Marseille).

6.4 Dassault-SPAE Acoustique

Participant : Alain Dervieux.

Cette étude s'inscrit dans un contrat faisant intervenir aussi le projet ONDES. Elle porte sur l'adaptation des schémas d'ordre élevé de Debiez-Dervieux aux équations d'Euler linéarisées.

6.5 Snecma Adaptation de maillage

Participants : Alain Dervieux, David Leservoisier.

Cette convention CIFRE, combinée avec une convention associant la SNECMA et le projet GAMMA, va apporter une forte impulsion dans l'emploi efficace de stratégies de maillage adaptatif pour le calculs d'écoulements internes (prédictions de perte de charge notamment) et externes (jet d'arrière-corps d'avions supersoniques) liés au design des moteurs d'avion.

7 Actions régionales, nationales et internationales

7.1 Actions nationales et régionales

Participants : Eric Daniel, Olivier LeMetayer, Hervé Guillard, Richard Saurel.

ARC Diphasique Dans le cadre de l'action de Recherche Concertée « ARC multiphasique » du CNRS, associé au CORIA, à l'ECL et à PARIS VI du coté universitaire et à Renault et Peugeot du coté industriel, le projet a entrepris une action de modélisation de la cavitation primaire des sprays Diesel à haute pression. Ce projet soutient une thèse qui a démarré en septembre 1999.

Action COLORS "Formation planétaire et écoulements diphasiques" Cette action interne au centre de Sophia-Antipolis associe SMASH au Laboratoire d'Astrophysique de Marseille http://www.astrsp-mrs.fr/index_lam.html. Il s'agit ici d'appliquer la connaissance en hydrodynamique multiphase de SMASH à des problèmes d'écoulements kepleriens dans le but d'étudier un scénario de formation planétaire. Voir : http://www-sop.inria.fr/sinus/personnel/Herve.Guillard/color_hg/index.html

7.2 Relations bilatérales internationales

Le projet est actuellement impliqué dans les actions suivantes :

Institut Russo-Français LIAPUNOV : Un projet sur " Turbulence and noise in viscous compressible gas flows", avec, du coté russe, T. Kozubskaya, I. Abalakin, A. Alexandrov, B. Chetveruskin, A. Zhokova, et du coté français, A. Dervieux, M. Braza, M. Mallet (expert industriel). Dans ce cadre, I. Abalakin nous a rendu visite pendant trois mois.

Accord NSF-INRIA : le projet coordonne la convention NSF-INRIA « Multiresolution and multiscale Algorithms on unstructured meshes for computational sciences » avec UCLA. Ce projet a financé les voyages de Rémi Abgrall à UCLA et à Nasa/Ames, et de Tim Barth à l'université de Bordeaux.

8 Diffusion de résultats

8.1 Enseignement universitaire

Les membres du projet ont participé aux activités d'enseignement suivantes :

Méthodes multigrilles : cours au DEA de mathématiques appliquées de l'Université de Provence, 20 h, (H. Guillard).

Modèles industriels en turbulence : cours au DEA de turbulence et systèmes dynamiques, UNSA, 12 h, (H. Guillard).

Mécanique des fluides compressibles : cours de Maîtrise d'Ingénierie Mathématique, université de Nice-Sophia Antipolis, 20 h (H. Guillard).

Mastère de Mécanique Numérique ; CEMEF-ENSMP : Contributions suivantes aux enseignements :

- Méthodes de Volumes Finis, 6h (J.-A. Désidéri et H. Guillard) ;
- Aérodynamique, combustion, 6h (H. Guillard).

8.2 Thèses et Stages

Cette année, le projet a assuré l'encadrement des doctorants suivants :

ASHWIN CHINAYYA , Université de Provence, « Elaboration de modèles et de méthodes numériques pour les écoulements multiphasiques à phases compressibles - Application à la simulation des ondes de détonation »

ALÈS JANKA, Université de Nice-Sophia Antipolis, « Développement de Méthodes multigrilles géométriques et algébriques pour l'accélération de la convergence des méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes sur maillages non-structurés ».

OLIVIER LE METAYER Université de Provence, « Modélisation et simulation de la transition de phase dynamique. Application aux injecteurs de carburant à haute pression. »

ANGELO MURRONE Université de Provence, « Modèles bifluïdes à 6 et 7 équations pour les écoulements diphasiques à faible nombre de Mach »

GUILLAUME PERRIGAUD, Université de Provence, « Simulation directe d'écoulement en conduite pétrolière »

Les stages suivants ont été encadrés par le projet :

FRÉDÉRIQUE DRULLION « Approximations décentrées dans la limite des faibles nombres de Mach » DEA de Mathématiques Appliquées de l'Université de Provence et ISTV

CYRIL GRUAU « Implémentation d'une méthode multigrille dans un solveur de Stokes » DESS Math Appli de Toulouse.

NICOLAS ZERBIB « Etude d'un scénario de formation planétaire » INSA de Toulouse.

9 Bibliographie

Ouvrages et articles de référence de l'équipe

- [1] R. ABGRALL, R. SAUREL, « Discrete equations for physical and numerical multiphase mixtures », *J. Compu. Phys.*, 2002, à paraître.
- [2] E. DANIEL, « Eulerian approach for unsteady two-phase reactive solid rocket motor flows loaded with Aluminum particles », *AIAA Journal of Propulsion and Power* 16 No 2, 2000, p. 309–317.
- [3] T. GALLOUET, J. MASELLA, « A rough Godunov scheme », *C.R.A.S. Paris I-323*, 1999, p. 77–84.
- [4] H. GUILLARD, C. VIOZAT, « On the behaviour of upwind schemes in the low Mach number limit », *Comput. Fluids* 28, 1999, p. 63–86.
- [5] B. KOOBUS, M.-H. LALLEMAND, A. DERVIEUX, « Agglomeration multigrid for two-dimensional viscous flows », *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 18, 1994, p. 27–42.
- [6] M.-H. LALLEMAND, H. STEVE, A. DERVIEUX, « Unstructured multigridding by volume agglomeration : current status », *Comput. Fluids* 21, 1992, p. 397–433.
- [7] R. MARTIN, H. GUILLARD, « A second order defect correction scheme for unsteady problems », *Comput. Fluids* 25, 1, 1996, p. 9–27.

- [8] B. N'KONGA, H. GUILLARD, « Godunov type method on non-structured meshes for three dimensional moving boundary problems », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng* 113, 1, 1994, p. 183–204.
- [9] R. H. R. EYMARD, T. GALLOUET, *Finite Volume Methods, Handbook for numerical analysis, Vol. VII*, Springer, 1999.
- [10] R. SAUREL, R. ABGRALL, « A Multiphase Godunov method for compressible Multifluid and Multiphase flows », *J. Compu. Phys.* 150, 1999, p. 1–43.

Livres et monographies

- [11] H. GUILLARD, R. ABGRALL, *Modélisation numérique des fluides compressibles, Series in Applied Mathematics, P.G. Ciarlet and P.L.Lions (Eds)*, Gauthier-Villars, Paris, 2001.

Articles et chapitres de livre

- [12] R. ABGRALL, B. NKONGA, R. SAUREL, « Efficient numerical approximation of compressible multi-material flow for unstrutured meshes », *Computers and Fluids*, à paraître.
- [13] S. GAVRILYUK, R. SAUREL, « A compressible multiphase flow model with microinertia », *Journal of Computational Physics*, à paraître.
- [14] B. KOOBUS, A. DERVIEUX, « Parallel solutions of three-dimensional flows », *ERCOFTAC Bulletin*, 50, 2001, p. 21–24.
- [15] J. MASSONI, R. SAUREL, B. NKONGA, R. ABGRALL, « Proposition de méthodes et modèles eulériens pour les problèmes à interfaces entre fluides compressibles en présence de transfert de chaleur », *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 No 6, 2001, p. 1287–1307, à paraître, aussi rapport inria No 4178, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4178.html>.
- [16] R. SAUREL, O. LEMETAYER, « A multiphase model for interfaces, shock, detonation waves and cavitation », *Journal of Fluid Mechanics* 431, 2001, p. 239 – 271.
- [17] N. THEVAND, E. DANIEL, « Linear instability of dilute particle-laden compressible mixing layers », *Physics of Fluids*, à paraître.
- [18] N. THEVAND, E. DANIEL, « Stability of an acoustic wave traveling in a two-phase dilute flow with mass transfer », *AIAA Journal*, à paraître.
- [19] N. THEVAND, E. DANIEL, « Numerical study of particle behaviour in laminar shock induced boundary layer flows », *International Journal of Shock Wave* 11, No 4, 2001.
- [20] C. VIOZAT, C. HELD, K. MER, A. DERVIEUX, « On vertex-centered unstructured finite-volume methods for stretched anisotropic triangulations », *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 190, 2001, p. 4733–4766.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [21] S. CAMARRI, M. SALVETTI, B. KOOBUS, A. DERVIEUX, « Numerical diffusion based on high-order derivatives in MUSCL schemes for LES on unstructured grids », in : *proceedings of DLES-4, Direct and Large-Eddy Simulation-IV, July 18-20,2001, Twente (Holland)*, 2001.
- [22] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, P. GEORGE, Y. COUDIÈRE, « About theoretical and practical impact of mesh adaptation on approximation of functions and of solutions of PDE », in : *Proceedings of ECCOMAS 2001, Swansea(UK)*, CIMNE, p. à paraître, 2001.

- [23] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, B. PALMERIO, Y. COUDIÈRE, « Isotropic and anisotropic adaptive meshes : models and convergence properties », in : *Computational Fluid Dynamics for the 21st century, Proceedings of a Symposium honoring Prof. Satofuka on the occasion of his 60th birthday, Kyoto, Japan, 15-17 july, 2000*, M. Hafez, K. Morinishi, J. Periaux Eds., *Notes in Numerical Fluid Mechanics*, 78, Springer, p. 33–39, 2001.
- [24] H. GUILLARD, A. MURRONE, E. DANIEL, « Compressible solvers for the computation of thermal - Hydraulic flows », in : *Xieme Journée Internationales de Thermique*, La Marsa, Tunisie, 2001.
- [25] H. GUILLARD, A. MURRONE, « Behavior of Godunov-type schemes in the low Mach number limit », in : *Trends in Numerical and Physical Modeling for Industrial Multiphase Flows*, Cargese, Corsica, France, 2001.
- [26] A. JANKA, « A volume agglomeration multigrid by flux correction for Navier-Stokes equation », in : *International Conference on Numerical Algorithms, Marrakech, Maroc, Octobre 2001. To appear in "Numerical Algorithms" and "Advances in Computational Mathematics"*, Marrakech, Maroc, 2001.
- [27] A. JANKA, « A volume agglomeration multigrid method using flux correction », in : *2nd IMACS International Conference on Modelling 2001, Pilsen, Czech Republic, Juin 2001. To appear in Elsevier/IMACS "Journal of Mathematics and Computers in Simulation"*, Pilsen, Czech Republic, 2001.
- [28] E. SCHALL, C. VIOZAT, B. KOOBUS, A. DERVIEUX, « On the computation of unsteady and steady low Mach flows with implicit upwind methods », in : *ECCOMAS 2001, Swansea(UK)*, 2001.

Rapports de recherche et publications internes

- [29] N. ANDRIANOV, R. SAUREL, G. WARNECKE, « A Simple Method for Compressible Multiphase Mixtures and Interfaces », *rapport de recherche n°4247*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4247.html>.
- [30] Y. COUDIÈRE, B. PALMERIO, A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, « Quelques barrières de précision en maillage adaptatif », *rapport de recherche n° à paraître*, INRIA, 2001.
- [31] H. GUILLARD, A. MURRONE, « On the behavior of upwind schemes in the low Mach number limit : II. Godunov type schemes. », *rapport de recherche n°4189*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4189.html>.
- [32] M.-H. LALLEMAND, R. SAUREL, « Pressure relaxation procedures for multiphase compressible flows. », *rapport de recherche*, 2002, à paraître.
- [33] D. LESERVOISIER, P. GEORGE, A. DERVIEUX, « Métrique continue et optimisation de maillage », *rapport de recherche n°4172*, INRIA, 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4172.html>.
- [34] D. LESERVOISIER, « Stratégies d'adaptation et de raffinement de maillages en Mécanique des Fluides Numérique », *Mémoire de thèse*, INRIA, 2001.