

*Action SYDOCO**SYstèmes Dynamiques, Optimisation et Commande Optimale**Rocquencourt*

THÈME 4A



*R*apport  
*A*ctivité

2001



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Présentation et objectifs généraux</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Fondements scientifiques</b>	<b>4</b>
3.1	Optimisation dynamique . . . . .	4
3.2	Algorithme de tir . . . . .	4
3.3	Equation de Hamilton-Jacobi-Bellman . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Domaines d'applications</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Logiciels</b>	<b>6</b>
5.1	Optimisation non linéaire de grande taille . . . . .	6
5.2	Commande optimale . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Résultats nouveaux</b>	<b>7</b>
6.1	Vue d'ensemble . . . . .	7
6.2	Commande optimale . . . . .	7
6.2.1	Commande optimale des équations de Saint-Venant . . . . .	7
6.2.2	Approche HJB pour la Commande Optimale d'équations aux dérivées partielles . . . . .	8
6.2.3	Méthodes directes . . . . .	9
6.2.4	Méthodes de tir . . . . .	9
6.2.5	Méthodes numériques de résolution de l'équation HJB . . . . .	9
6.2.6	Méthodes numériques de résolution de l'équation HJB stochastique . . . . .	10
6.3	Outils d'optimisation linéaire et non linéaire . . . . .	10
6.3.1	Décomposition spatiale $\mathcal{VU}$ . . . . .	10
6.3.2	Variante de méthodes de faisceaux . . . . .	11
6.3.3	Analyse convexe appliquée à la programmation linéaire 0–1 mixte . . . . .	11
6.3.4	Optimisation en parallèle . . . . .	11
6.4	Détection et résolution de conflit pour le contrôle aérien . . . . .	11
6.5	Calibration d'options financières . . . . .	12
<b>7</b>	<b>Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)</b>	<b>12</b>
<b>8</b>	<b>Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>12</b>
8.1	Collaborations internationales . . . . .	12
8.2	Responsabilités scientifiques hors Inria . . . . .	13
8.3	Visites et invitations de chercheurs . . . . .	13
8.4	Séjours scientifiques . . . . .	13

<b>9</b>	<b>Diffusion de résultats</b>	<b>13</b>
9.1	Animation de la communauté scientifique . . . . .	13
9.2	Enseignement . . . . .	13
9.3	Participation à des colloques, congrès . . . . .	14
9.4	Séminaires . . . . .	15
9.5	Organisation de conférences et séminaires . . . . .	15
9.6	Divers . . . . .	15
<b>10</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>15</b>

## 1 Composition de l'équipe

### Responsable scientifique

Frédéric Bonnans [DR Inria]

### Assistante de projet

Martine Verneuille [SAR Inria]

### Personnel Inria

Philippe Chartier [CR, à temps partiel]

Claudia Sagastizábal [CR, détachée à l'IMPA, Rio de Janeiro]

### Ingénieur associé

Sophie Volle [en collaboration avec Mathfi]

### Collaborateurs extérieurs

Mounir Haddou [Maître de conférence, Université d'Orléans]

Housnaa Zidani [Maître de conférence, Université d'Orléans]

### Personnel CNRS

Sady Maurin [IR]

### Chercheurs invités

Thierry Champion [Université Montpellier II]

Henda El Fekih [Enit, Tunis]

Laurent El Ghaoui [U.C. Berkeley]

Jacek Gondzio [Université d'Edinburgh]

Robert Mifflin [Washington State University]

Mikhail Solodov [IMPA, Rio de Janeiro]

### Doctorants

Sandrine Avril [bourse Onera, à partir de décembre 01]

Karine Blin [bourse Inria]

Thérèse Guilbaud [bourse MENRT, Université de Paris VI]

Christophe Jeanbrun [bourse Cifre, Sagem]

Elisabeth Ottenwaelter [IUT Paris]

### Doctorants associés

Sophie Gombao [UPS, Toulouse]

Hassen Arfaoui [Université de Tunis]

### Stagiaires

Arturo Prat [Université du Chili]

David Nicolay [Ensta, 2ème année]

Jaffra Khelil [Maîtrise - Université d'Orléans]

## 2 Présentation et objectifs généraux

Le projet a pour but la conception, le développement et l'application d'algorithmes pour l'optimisation continue, statique et dynamique.

### 3 Fondements scientifiques

#### 3.1 Optimisation dynamique

Les problèmes de commande optimale connaissent actuellement une importance accrue liée à l'introduction de nouvelles technologies dans les domaines suivants : trafic aérien, pollution automobile, biodégradation de déchets. Il sont toujours importants pour les applications « classiques » concernant les engins guidés, les avions spatiaux, et le génie des processus.

Le problème modèle a la structure suivante

$$\begin{cases} \text{Min}_{y,u} J(y, u) := \int_s^T L(y(t), u(t)) dt; \\ \dot{y}(t) = f(y(t), u(t)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = y_0, \\ C(y(t), u(t)) \leq 0, \quad t \in [s, T]. \end{cases} \quad (1)$$

Ici  $L$  est le coût distribué,  $f$  la dynamique,  $C$  la contrainte,  $y$  est l'état,  $u$  est la commande,  $s$  l'instant initial, et  $T$  l'instant final. L'équation différentielle régit la dynamique du système, alors que les contraintes d'inégalités imposent à la trajectoire solution de rester dans un domaine donné. La résolution de (1) consiste donc en la détermination de  $u$  et  $x$ , de telle sorte que  $J$  soit minimum.

#### 3.2 Algorithme de tir

Posons  $H(y, u, p) := L(y, u) + p \cdot f(y, u)$ . Dans le cas où la contrainte n'est pas active, le système d'optimalité s'écrit

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = H_p(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = x, \\ \dot{p}(t) = -H_y(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad p(T) = 0, \\ 0 = H_u(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]. \end{cases} \quad (P_{s,x})$$

Ce système algébrico différentiel généralise en un certain sens les systèmes hamiltoniens issus de la mécanique. Si  $H_{uu}$  est inversible, le théorème des fonctions implicites permet la réécriture de la contrainte algébrique  $H_u = 0$  comme  $u = \Psi(y, p)$ , où  $\Psi$  est telle que  $H_u(y, \Psi(y, p), p) = 0$ . Posant

$$\mathcal{H}(\dagger, \surd) := \mathcal{H}(\dagger, \ominus(\dagger, \surd), \surd) = \iota,$$

on peut réécrire le système algébrico différentiel en  $(y, p, u)$  sous la forme hamiltonienne

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = \mathcal{H}_{\surd}(\dagger(\sqcup), \surd(\sqcup)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = y_0, \\ \dot{p}(t) = -\mathcal{H}_{\dagger}(\dagger(\sqcup), \surd(\sqcup)), \quad t \in [s, T]; \quad p(T) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

La méthode de tir résout ce système différentiel en appliquant une variante de la méthode de Newton à l'équation  $F(p_0) = 0$ , où  $F$  est l'application qui à l'état adjoint initial  $p_0$  associe, après intégration numérique du système

$$\dot{y}(t) = \mathcal{H}_{\surd}(\dagger(\sqcup), \surd(\sqcup)), \quad \dot{\surd}(\sqcup) = -\mathcal{H}_{\dagger}(\dagger(\sqcup), \surd(\sqcup)), \quad \sqcup \in [s, T],$$

l'état adjoint final  $p(T)$ . Les points délicats de la méthode concernent

- La précision numérique quand l'horizon final  $T$  est « grand »,
- Le cas singulier  $H_{uu} = 0$ , qui se produit quand le critère et la dynamique sont fonction affines de la commande, et pour lequel le système algébrique différentiel est d'indice 3,
- Le traitement des contraintes, soit par pénalisation, soit par découpage de  $[s, T]$  en arcs sur lesquels les contraintes actives sont fixées.

### 3.3 Equation de Hamilton-Jacobi-Bellman

On peut aussi résoudre le problème de commande optimale en s'appuyant sur un principe de programmation dynamique, ou (ce qui est très proche en pratique) en résolvant l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)

$$v_t(x, t) + \bar{\mathcal{H}}(x, v_x(x, t)) = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad v(x, T) = 0, \quad (HJB)$$

où

$$\bar{\mathcal{H}}(x, v_x(x)) := \inf_u H(x, u, p) \quad (3)$$

coïncide avec  $\mathcal{H}$  si  $H_{uu}$  est inversible. On sait que la solution (en un sens généralisé, dit de viscosité) de cette équation n'est autre que la valeur du problème  $(P_{s,x})$ , et la commande optimale est obtenue en calculant en chaque point de la trajectoire l'argument du minimum dans (3), avec  $p = v_x$ . On obtient ainsi un algorithme calculant la solution globale, dont on sait évaluer la complexité. Les points délicats de la méthode, hormis l'inévitable limitation de dimension, concernent en particulier :

- Le calcul d'une solution précise au voisinage de la trajectoire nominale.
- Le traitement des contraintes sur l'état,
- La prise en compte de réduction de la dimension de l'état par perturbation singulière.

Enfin il est possible de résoudre numériquement le problème de commande optimale par la méthode dite directe, de discrétisation temporelle a priori, puis en appliquant au problème en temps discret ainsi obtenu un algorithme d'optimisation non linéaire. Ce procédé a l'avantage de permettre aisément la prise en compte de contraintes variées, et l'inconvénient d'un manque de précision d'une méthode qui reste locale.

Les références classiques sur la méthode de tir en commande optimale datent des années 70-80 [AY75,SB80]. Leurs avantages et inconvénients par rapport à l'approche directe (voir par exemple [JW92,JL98]) est discutée en détail dans [Bet98]. ces méthodes ont été appliquées au calcul de commande en boucle fermée [Pes98].

- 
- [AY75] A.E. BRYSON, Y.C. HO, *Applied optimal control*, Hemisphere, New York, 1975.
- [SB80] J. STOER, R. BURLISCH, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer Verlag, New York, 1980.
- [JW92] J.T. BET, W.P. HUFFMAN, « Application of sparse nonlinear programming to trajectory optimization », *J. of Guidance, Control and Dynamics* 15-1, 1992, p. 198–206.
- [JL98] J.F. BONNANS, G. LAUNAY, « Large scale direct optimal control applied to the re-entry problem », *AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics* 21, 6, 1998, p. 996–1000.
- [Bet98] J. BETTS, « Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization », *J. of Guidance, Control and Dynamics* 21, 2, 1998.
- [Pes98] H. PESCH, « Real-time computation of feedback controls for constrained optimal control problems. Part 2: a correction method based on multiple shooting », *Optimal Control, applications and methods* 10, 1998, p. 147–171.

Les problèmes avec arc singulier sont présentés dans [AY75]. On trouvera d'intéressantes études de cas particuliers dans [TH91].

Les méthodes de tir sont restées largement employées dans les dernières années, sauf en France où elles sont ignorées pour l'essentiel. Cependant elles n'ont pas fait l'objet d'investigations approfondies depuis environ une dizaine d'années.

Par ailleurs on trouvera une synthèse récente sur l'approche par l'équation de Hamilton-Jacobi dans [BCD97].

## 4 Domaines d'applications

La commande optimale est utilisée pour le calcul de trajectoires aériennes (rentrées spatiales, manoeuvres d'avions), la commande de réacteurs chimiques, de processus biologiques (dégradation de déchets), le trafic aérien, la conception et la commande de voitures automobiles.

## 5 Logiciels

### 5.1 Optimisation non linéaire de grande taille

**Mots clés :** algorithmes d'optimisation, commande optimale, programmation non linéaire, analyse de sensibilité, points intérieurs, méthodes de tir, programmation dynamique.

Le logiciel OPSYC (Optimisation de systèmes creux) est une implémentation de la méthode de programmation quadratique successive pour les problèmes de programmation non linéaire. Écrit en fortran 77, il utilise un module fourni par l'utilisateur qui calcule le critère et les contraintes au point courant, ainsi que leurs dérivés creux et le produit du hessien du lagrangien par un vecteur. Le sous-problème quadratique est résolu par un algorithme de gradient réduit conjugué.

Cet outil est utilisé par EDF pour la minimisation des pertes d'un réseau électrique de haute tension par compensation réactive. Dans le cadre de la thèse de R. Rebaï, le solveur quadratique a été utilisé (avec succès) pour l'optimisation de réseaux de télécommunications avec sécurisation. Nous l'avons appliqué en 2001 au problème de dimensionnement de transmission moteur, dans le cadre de la thèse de Th. Guilbaud.

Le logiciel comporte des routines de programmation linéaire quadratique qui sont accessibles directement par l'utilisateur. Les factorisations LU utilisent le code LA05A de J. Reid, qui fait partie de la bibliothèque Harwell.

Les logiciels QNBD et GCBQ constituent une implémentation de méthodes de quasi-Newton (à mémoire limitée et de grande taille dans le second cas) pour les problèmes avec contraintes de bornes. Ils sont diffusés à travers SCILAB (commande optim).

---

[AY75] A.E. BRYSON, Y.C. HO, *Applied optimal control*, Hemisphere, New York, 1975.

[TH91] P. TSOTRAS, H.J. KELLEY, *Drag-law effects in the Goddard problem*, 27-3, 1991.

[BCD97] M. BARDI, I. CAPUZZO-DOLCETTA, *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, Systems and Control: Foundations and Applications*, Birkhäuser, Boston, 1997.



Par ailleurs signalons la bibliothèque de logiciels de programmation non linéaire MODULOPT, pour laquelle nous renvoyons au rapport d'activité de l'action NUMOPT.

## 5.2 Commande optimale

Le logiciel DOC (Direct Optimal Control), écrit en fortran 77, est une implémentation de la méthode de discrétisation directe pour résoudre les problèmes de commande optimale. Il est basé sur un intégrateur d'équations différentielles de type Runge-Kutta et sur le logiciel de programmation non linéaire OPSYC (voir ci-dessus).

Le logiciel OCS (Optimal Control Software) met en oeuvre un algorithme de tir pour la résolution d'un problème de commande optimale. Les fonctions non linéaires (dynamique, coût final, contraintes) sont décrites en Maple, ce qui permet la génération de codes fortran évaluant ces fonctions et leurs dérivées d'ordre un et deux. L'intégration numérique des équations différentielles se fait en utilisant le logiciel scilab. Un rapport latex décrivant le problème et le résultat de l'optimisation (état et commande optimaux) est généré automatiquement. Ce logiciel est disponible sur la page web de l'équipe <http://www-rocq.inria.fr/sydoco>.

## 6 Résultats nouveaux

### 6.1 Vue d'ensemble

Les axes se répartissent en deux thèmes : la commande optimale, et les outils d'optimisation linéaire et non linéaire.

Par ailleurs, nous commençons à développer deux outils nouveaux :

- Un noyau numérique pour la résolution de programmes non linéaires utilisant la méthode de points intérieurs. Ce noyau exploitera la structure bande typique des problèmes d'optimisation dynamique.
- Un noyau de résolution de l'équation HJB en dimension 2 ou 3.

### 6.2 Commande optimale

#### 6.2.1 Commande optimale des équations de Saint-Venant

**Participants** : H. Arfaoui, H. Zidani, H El Fekhi (Lamsin, Enit, Tunis), J.P. Raymond (U. Paul Sabatier, Toulouse).

La première année de thèse a été consacrée à l'étude théorique et numérique de quelques lois de conservation linéaire et non linéaire ( Burgers ), et à l'étude d'un problème de contrôle optimal d'une équation d'advection-diffusion (1D). Plus précisément, on s'est intéressé à l'étude du problème de contrôle optimal frontière de l'équation de Burgers avec terme de viscosité :

$$(P) \begin{cases} y_t + yy_x - \nu y_{xx} = f, & \text{dans } (0, 1) \times (0, T) \\ y(., 0) = y_0(.), & \text{sur } (0, 1) \\ y(0, .) = a(.), \quad y(1, .) = b(.), & \text{sur } (0, T). \end{cases}$$

Un code de calcul a été mis en oeuvre pour la résolution de ce système en utilisant la méthode de «*Splitting*» : on a utilisé le schéma de Godunov pour la partie hyperbolique, et un schéma d'Euler implicite en temps pour la partie parabolique. On a par la suite étudié le problème de contrôle optimal associé à cette équation :

$$\min\{J(y, a, b), \quad a, b \in L^2(0, T) \text{ et } y \text{ solution de } (P)\}$$

où le critère  $J$  est donné par :

$$J(y, a, b) = \frac{1}{2} \int_0^1 (y(x, T) - y_T(x))^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^T (a(t))^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^T (b(t))^2 dt.$$

Un code de calcul a été mis en oeuvre pour la résolution de ce problème. La méthode d'optimisation utilisée est la méthode *BFGS*.

D'autres essais numériques sont en cours de traitement en utilisant le schéma de Preissmann (pour la partie hyperbolique). Ce schéma sera utilisé pour les équations de Saint-Venant, dont une étude numérique a été entamée, utilisant le schéma de Godunov. L'intérêt du schéma de Preissmann est qu'il est inconditionnellement stable.

On s'intéressera par la suite à l'étude du problème de contrôle en boucle fermée (feedback). Cette technique consiste à déterminer une relation directe entre le contrôle et l'état. Cette méthode est basée sur les équations différentielles de *Riccati* qui découlent du système d'optimalité : équation d'état, équation d'état adjoint et condition d'optimalité.

### 6.2.2 Approche HJB pour la Commande Optimale d'équations aux dérivées partielles

**Participants** : F. Bonnans, H. Zidani, J.P. Raymond (U. Paul Sabatier, Toulouse), S. Gombao (U. Paul Sabatier, Toulouse).

Etude théorique Nous étudions un problème de commande optimale d'une équation parabolique semi-linéaire avec contrôle frontière et non linéarité distribuée. Plus précisément :

$$\min_{\gamma \in \tilde{U}} \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \|y(t) - y_d(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \|\gamma(t) - \gamma_d(t)\|_{L^2(\partial\Omega)}^2 dt + \frac{1}{2} \|y(T) - y_T\|_{L^2(\Omega)}^2 \quad (P_{t_0, x_0})$$

où  $y(t) = y(t; t_0, x_0, \gamma)$  solution de l'équation aux dérivées partielles :

$$\begin{cases} y_t - \Delta y + |y|^3 y = f \text{ dans } ]t_0, T[ \times \Omega = Q_{t_0} \\ \frac{\partial y}{\partial n} = \gamma \text{ sur } \Sigma_{t_0} = ]t_0, T[ \times \Gamma \\ y(t_0) = x_0 \text{ dans } \Omega. \end{cases}$$

$\gamma \in \tilde{U} = \left\{ u \in L^\infty(\partial\Omega) \mid \|u\|_{L^\infty(\partial\Omega)} \leq M \right\} \subset U = L^2(\partial\Omega)$ ,  $\tilde{U}$  est un fermé borné de  $U$ . Nous déterminons des conditions d'optimalité sur la fonction valeur du problème :  $v$ , et nous montrons que  $v$  est solution de viscosité (au sens de Cannarsa et Tessitore), de l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman du second ordre. Le but est maintenant de généraliser cette étude lorsque la non-linéarité est sur la frontière.

Etude numérique Il s'agit de déterminer une approximation de la solution optimale du problème précédent, en 1D dans un premier temps, en 2D dans un deuxième temps. Pour cela, nous discrétisons l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman, via une technique de réduction de modèle : le POD (Proper Orthogonal Decomposition) introduite par Kunisch et Volkwein. Nous avons obtenus des premiers résultats en 1D qui sont encore à améliorer, étant donné les problèmes d'instabilité numériques qui apparaissent.

### 6.2.3 Méthodes directes

**Participants :** F. Bonnans, M. Haddou, S. Maurin.

Le logiciel DOC (méthode directe pour la commande optimale) a fait l'objet des améliorations suivantes :

- Modification des programmes de DOC en vue d'introduire des pas de temps variables.
- Ecriture des makefiles pour la compilation, l'édition de liens et l'exécution des différents programmes de DOC.
- Changement de paramètres des programmes de DOC en commun.
- Introduction de plusieurs méthodes de Runge et Kutta dans les programmes de DOC.
- Ecriture d'un cshell permettant dans le directory test de tester la précision des quatre méthodes de Runge-Kutta.

Par ailleurs ailleurs, à l'occasion des travaux menés par Th. Guilbaud, diverses améliorations techniques ont été apportées au code OPSYC (Programmation quadratique séquentielle de grande taille).

### 6.2.4 Méthodes de tir

**Participants :** F. Bonnans, Th. Guilbaud, S. Maurin.

- Le code OCS a servi aux essais numériques concernant la partie numérique de l'étude sur la pénalisation logarithmique et les méthodes de Tir (travail en cours de rédaction).
- Nous avons combiné la méthode de réduction de modèles POD avec la méthode de Tir pour la résolution d'un problème de contrôle des équations paraboliques linéaires ou semilinéaires.

### 6.2.5 Méthodes numériques de résolution de l'équation HJB

**Participants :** F. Bonnans, Th. Guilbaud, C. Sagastizábal, H. Zidani.

- Nous étudions les schémas d'approximation et l'analyse d'erreur de discrétisation de l'équation HJB pour un problème de contrôle des équations algébriques-différentielles. Ce travail a abouti à l'élaboration d'un code de résolution numérique (F. Bonnans, Ph. Chartier, H. Zidani).
- Nous analysons les estimation d'erreur d'approximation de la trajectoire optimale obtenue par synthèse (H. Zidani, M. Falcone). Travail en cours.
- Dans le cadre d'un contrat Inria-RENAULT-IMPA pour l'optimisation paramétrique d'une architecture de véhicule hybride, nous menons une étude théorique sur l'analyse

de sensibilité des problèmes de contrôle optimal perturbés (par approche HJB) et nous analysons le développement des solutions par rapport aux paramètres de perturbations (6.3.4).

### 6.2.6 Méthodes numériques de résolution de l'équation HJB stochastique

**Participants** : F. Bonnans, O. Ottenwaelter, H. Zidani.

Nous avons commencé une étude systématique des conditions de consistance des schémas aux différences pour l'équation de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) de la commande optimale stochastique. Notre premier résultat est une caractérisation de la consistance pour les schémas faisant intervenir les points immédiatement voisins (sur une grille régulière), en dimension 3 et 4.

## 6.3 Outils d'optimisation linéaire et non linéaire

### 6.3.1 Décomposition spatiale $\mathcal{VU}$

**Participants** : C. Sagastizábal, R. Mifflin (WSU, Pullman).

**Algorithmes  $\mathcal{VU}$**  Dans la suite des travaux <sup>[MS00a]</sup>, [2] nous avons établi des liens entre l'opérateur proximal et les trajectoires lisses générées par nos algorithmes. Dans [3] nous étudions des hypothèses minimales pour la conception de ce type d'algorithmes.

**$\mathcal{U}$ -Hessiens** Dans [19] nous analysons des objets de second ordre obtenus utilisant les notions de *epi*-convergence développés par R.T. Rockafellar. Nous montrons que, pour le cas d'une fonction convexe définie comme le maximum d'un nombre fini de fonctions  $C^2$ , les *epi*-dérivées secondes coïncident avec notre  $\mathcal{U}$ -Hessien. Nous montrons également le lien avec les dérivées de paraboliques de second ordre étudiées par Ben Tal et Zowe.

**Fonctions pdg non convexes** Dans la suite de <sup>[MS00b]</sup>, nous étendons la classe des fonctions avec structure pdg (« primal dual gradient structure ») à des fonctions Lipschitz continues. Nous montrons que, moyennant certaines hypothèses de transversalité, les fonctions dans cette classe ont un  $\mathcal{U}$ -Hessien. Nous établissons aussi le lien entre cette classe de fonctions et les fonctions « partially smooth » introduites par A. Lewis. Travail en cours de rédaction.

---

[MS00a] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, « Functions with primal-dual gradient structure and  $\mathcal{U}$ -Hessians », in: *Nonlinear Optimization and Related Topics*, G. D. Pillo, F. Giannessi (éditeurs), *Applied Optimization*, 36, Kluwer Academic Publishers B.V., p. 219–233, 2000.

[MS00b] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, « On  $\mathcal{VU}$ -theory for functions with primal-dual gradient structure », *SIAM Journal on Optimization* 11, 2, 2000, p. 547–571.

### 6.3.2 Variantes de méthodes de faisceaux

**Problèmes non convexes avec contraintes de borne :** **Participants :** F. Bonnans, T. Guilbaud, C. Sagastizábal, D. Von Wissel (Renault-France).

Nous avons conclu notre travail joint avec Renault concernant le développement d'une méthode de faisceaux pour minimiser une fonction nondifférentiable et non convexe avec contraintes de borne, voir [16].

### 6.3.3 Analyse convexe appliquée à la programmation linéaire 0–1 mixte

**Génération des coupes disjonctives :** **Participants :** C. Sagastizábal, P. Rey (PUC-Rio).

Nous avons conclu l'étude théorique unifiant la génération des coupes dans les méthodes de *lift-and-project*, [20]. Nous passons maintenant à la phase d'implémentation. Travail en cours.

### 6.3.4 Optimisation en parallèle

**Participants :** C. Sagastizábal, M. Solodov (IMPA, Rio de Janeiro).

Nous avons développé et implémenté des versions parallèles (distribution de variables) de la méthode de programmation quadratique successive, voir [4].

## 6.4 Détection et résolution de conflit pour le contrôle aérien

**Participants :** K. Blin, F. Bonnans, E. Hoffman (Eurocontrol), T. Louteiro (Université de Lisbonne, Eurocontrol), K. Zeghal (Eurocontrol).

- Nous avons fini une première série de validation sur trafic réel, du modèle de détection. Les résultats de cette validation ont été présentés lors d'une conférence internationale.
- A partir des ces premiers résultats de validation, de nouveaux tests ont été définis et une deuxième série de validation sur trafic réel est en cours.
- Nous avons développé un algorithme de résolution de conflit basé sur la programmation dynamique et la résolution de l'équation de HJB. Deux cas ont été codés. Le premier cas est déterministe : toutes les trajectoires des avions sont parfaitement connues à l'avance. Le second cas est « semi-stochastique » : les trajectoires des avions peuvent changer à tout instant sans préavis.
- Cet algorithme a permis de tester de nouveaux concepts, notamment en ce qui concerne l'élaboration de la fonction coût. Les résultats ont été présentés lors d'une conférence internationale.
- Pour compléter cette étude sur la résolution de conflit, nous allons modéliser le problème dans le cas où les trajectoires des avions sont bruitées.

## 6.5 Calibration d'options financières

**Participante :** S. Volle.

Depuis octobre 2001, dans le cadre du poste d'accueil de Sophie Volle, nous nous intéressons à la calibration d'options à partir de données du marché.

Le modèle de Black-Scholes nous donne le prix d'options en fonction de la volatilité (supposée constante) de l'actif sous-jacent. On peut inverser cette relation pour obtenir la volatilité implicite à partir des prix d'options observés sur le marché. Si le modèle était parfait, cette volatilité implicite serait la même pour tous les prix d'options sur un même sous-jacent, mais ce n'est pas le cas : la volatilité dépend de la maturité et du prix d'exercice de l'option. Pour remédier à cette contradiction, on introduit une volatilité dépendant du temps et du prix  $S$  de l'actif sous-jacent, de telle sorte que le prix de l'actif suit le processus de diffusion

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma(S, t)dZ.$$

Le problème de calibration consiste à calculer la nappe de volatilité  $\sigma(S, t)$  à partir des prix observés sur le marché. Ceci se ramène à l'identification de coefficients dans une équation aux dérivées partielles (équation de Dupré). Nous étudions des méthodes basées sur la représentation par spline de ces coefficients.

## 7 Contrats industriels (nationaux, européens et internationaux)

Les activités de l'équipe liées à des contrats industriels ont concerné :

- Eurocontrol, dont le contrat, qui porte sur la détection et la résolution de conflits, finance la thèse de K. Blin (voir 6.4).
- Renault, pour lequel nous avons réalisé des travaux sur la faisabilité d'une approche d'optimisation à deux niveaux en conception optimale.
- L'Onera, avec lequel commencé en décembre une collaboration sur le thème du transfert d'orbite de satellites à poussées faibles.
- Johnson Control (qui a racheté la branche automobile de Sagem) dans le cadre de la bourse Cifre de Ch. Jeanbrun.

## 8 Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1 Collaborations internationales

- Coopération avec le Brésil.  
Cette coopération a porté sur les méthodes non différentiables non convexes, et leur application à la commande optimale (6.2.4).
- Coopération avec l'Italie.  
Nous avons entamé une collaboration sur le thème du calcul d'erreurs d'approximation par HJB de la trajectoire optimale (H. Zidani et M. Falcone).

- Coopération avec la Tunisie.  
Cette coopération s'inscrit dans le cadre d'un accord entre l'Inria et l'Université de Tunis. Le projet STIC 2000-2, dont le thème est « Méthode numériques pour des problèmes de contrôle », associe le projet Sydoco et le laboratoire Lamsin. Ses responsables sont F. Bonnans et H. Zidani (Inria), et H. El Fekih (Lamsin). Les axes principaux de cette collaboration sont :
  - La commande optimale des équations de Saint Venant, dans le cadre de la thèse d'H. Arfaoui (Lamsin).
  - L'étude des erreurs de discrétisation des équations paraboliques semilinéaires.

## 8.2 Responsabilités scientifiques hors Inria

- J.F. Bonnans :
  - Comité de lecture de la série « Mathématiques et Applications », publiée par Springer.
  - Comité éditorial du SIAM J. Control Optimization.

## 8.3 Visites et invitations de chercheurs

1. L. El Ghaoui (U.C. Berkeley, 2 semaines). Collaboration avec F. Bonnans sur le thème des algorithmes pour la commande optimale.
2. R. Mifflin (Washington State University, 1 semaine). Collaboration sur le thème des algorithmes de faisceaux.
3. C. Sagastizábal et M. Solodov (IMPA, Rio, 1 mois chacun). Collaboration dans le cadre de la coopération Franco-Brésilienne, sous-projet PARAOPT.
4. H. Arfaoui et H. El Fekih (U. Tunis, 1 mois et 1 semaine respectivement). Collaboration dans le cadre de la coopération Franco-Tunisienne.

## 8.4 Séjours scientifiques

- H. Zidani a été invitée 1 semaine par le laboratoire Lamsin, Enit, Tunis.

# 9 Diffusion de résultats

## 9.1 Animation de la communauté scientifique

- J.F. Bonnans : Conseil d'Administration de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles.

## 9.2 Enseignement

1. F. Bonnans :
  - Professeur Chargé de Cours à temps partiel en « Analyse Numérique et Optimisation », Ecole Polytechnique.

- Cours « Optimisation continue : théorie et algorithmes », DEA « OJME : Optimisation, Jeux et Modélisation en Économie », Universités de Paris VI et Paris X et École Polytechnique (20 h).
  - Mini-cours à Cortona -Italie (6 h).
  - Mini-cours à Lima « Shooting methods and arc conditions for solving optimal control problems », (3 h).
2. F. Bonnans, H. Zidani :
    - Cours et projet « Commande optimale », Mastère d'Ingénierie Mathématique, École Polytechnique et EPFL (Lausanne) (10 et 12h).
  3. Th. Guilbaud :
    - TD en deux cours « Calcul différentiel et Optimisation » (26h) et « Calcul différentiel, Convexité et Optimisation » (20h), Ensaе.
  4. M. Haddou :
    - Maître de Conférence à l'Université d'Orléans.
  5. H. Zidani :
    - Maître de Conférence à l'Université d'Orléans.
    - Cours et TD de « Commande optimale appliquée », 3ème année, Ensta, Paris (20 h).

### 9.3 Participation à des colloques, congrès

1. K. Blin - F. Bonnans - E. Hoffman - K. Zeghal, *Conflict resolution in presence of uncertainty : a case study of decision making with dynamic programming*, AIAA Guidance, Navigation and Control, Montreal - Canada, 6-9 août.
2. F. Bonnans, *Finite difference schemes for the stochastic HJB equation*. Miniworkshop Stabilität und Sensitivität stetiger Steuerungsprobleme, Burg, 30 Avril - 2 mai.
3. F. Bonnans, *Conditions de consistance des schémas aux différences finies pour l'équation HJB de la commande optimale stochastique*, Workshop Contrôle optimal à Roscoff, 21-23 mai.
4. F. Bonnans, *Numerical methods for nonlinear problems in optimization and control*, Workshop on Numerical Methods for Nonlinear Problems in Optimization and Control, Cortona, 18-23 juin.
5. F. Bonnans, *Shooting methods and arc conditions for solving optimal control problems*, V Seminario Internacional en Optimizacion y Areas Afines (organisé par l'IMCA et l'UNI), Lima - Pérou, 1-5 octobre.
6. F. Bonnans, *Techniques d'optimisation continue*, Journée Scientifique ONERA (JSO), Chatillon, 23 novembre.
7. Th. Guilbaud, *Contrôle paramétrique et optimisation à deux niveaux*, SMAI 2001, 1er Congrès National de Mathématiques Appliquées et Industrielle, Pompadour, Corrèze, 28 mai - 1 juin.
8. Th. Guilbaud, *Bilevel optimization for parametric optimal control*, SIAM Annual Meeting, San Diego - USA, juillet.



9. C. Sagastizábal, III Brazilian Workshop on Continuous Optimization (mars, Florianópolis, Brésil),
10. C. Sagastizábal, Workshop on Smooth and Nonsmooth Optimization : Theory and Applications (juillet, Rotterdam, Pays Bas),
11. C. Sagastizábal, Optimization 2001 (juillet, Aveiro, Portugal).
12. H. Zidani, *Consistency of some schemes for the stochastic HJB equation*, Cortona, 18-23 juin.
13. H. Zidani, *Consistency of some schemes for the stochastic HJB equation*, SIAM Annual Meeting, San Diego - USA, juillet.

#### 9.4 Séminaires

1. K. Blin, *Trafic aérien : modélisation anti-collision*. Colloquium Junior, Inria-Rocquencourt, 11 octobre.
2. F. Bonnans, *Un point sur les aspects théoriques de la commande optimale liés aux algorithmes de tir*. Séminaire d'Automatique de Paris au CNAM, 21 novembre.

#### 9.5 Organisation de conférences et séminaires

F. Bonnans : Membre du Comité International, Conference on « Analysis and Optimization of Differential Systems » 10-14 September 2001, Constanta - Roumanie.

#### 9.6 Divers

Le site <http://www-rocq.inria.fr/sydoco> participe à la diffusion des résultats en particulier par les notes de cours qui s'y trouvent.

Autres travaux publiés, non cités ci-dessus : [1], [8], [9], [17].

## 10 Bibliographie

### Articles et chapitres de livre

- [1] L. BACAUD, C. LEMARÉCHAL, A. RENAUD, C.A. SAGASTIZÁBAL, « Bundle methods in stochastic optimal power management : a disaggregated approach using preconditioners », *Computational Optimization and Applications* 20, 3, 2001, p. 227–244.
- [2] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, « Proximal Points are on the Fast Track », *Journal of Convex Analysis*, 2000, Submitted.
- [3] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, « A  $VU$ -proximal point algorithm for minimization », *Mathematics of Operations Research*, 2001, Submitted.
- [4] C. SAGASTIZÁBAL, M.V. SOLODOV, « Parallel Variable Distribution for Constrained Optimization », *Computational Optimization and Applications*, 2001, Accepted for publication.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [5] K. BLIN, J.F. BONNANS, E. HOFFMAN, K. ZEGHAL, « Conflict resolution in presence of uncertainty : A case study of decision making with dynamic programming », *in : AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Montreal, August 2001.
- [6] F. BONNANS, « Numerical method for the optimal control of ordinary differential equations », *in : V Seminario Internacional de Optimización y Areas Afines, Monographías del IMCA*, Lima - Pérou, 1-5 octobre 2001.
- [7] T. LOUREIRO, K. BLIN, E. HOFFMAN, K. ZEGHAL, « Development of a tool for comparing conflict detection algorithms for air traffic management », *in : AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Montreal, August 2001.
- [8] C. SAGASTIZÁBAL, M.V. SOLODOV, « On the relation between bundle methods for maximal monotone inclusions and hybrid proximal point algorithms », *in : Inherently Parallel Algorithms in Feasibility and Optimization and their Applications*, D. Butnariu, Y. Censor, S. Reich (éditeurs), *Studies in Computational Mathematics*, 8, Elsevier Sciences B.V., p. 441–455, 2001.
- [9] C. SAGASTIZÁBAL, « Convex Max-functions », *in : Encyclopedia of Optimization*, Kluwer Academic Publishers, 2001.

### Rapports de recherche et publications internes

- [10] J.F. BONNANS, PH. CHARTIER, H. ZIDANI, « Discrete approximation of the Hamilton-Jacobi equation for an optimal control problem of a differential-algebraic system », *Rapport de recherche n° 4265*, Inria-Rocquencourt, Le Chesnay, Septembre 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4265.html>.
- [11] J.F. BONNANS, TH. GUILBAUD, « Using logarithmic penalties in the shooting algorithm for optimal control problems », *Rapport de recherche n° 4237*, Inria-Rocquencourt, Le Chesnay, Septembre 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4237.html>.
- [12] J.F. BONNANS, H. ZIDANI, « Consistency of generalized finite difference schemes for the stochastic HJB equation », *Rapport de recherche n° 4162*, Inria-Rocquencourt, Le Chesnay, Avril 2001, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4162.html>.
- [13] J. KHELIL, « Schémas numériques pour l'équation HJB du contrôle stochastique », *Rapport de stage*, Inria-Rocquencourt, 2001.
- [14] D. NICOLAY, « Approximation du gradient par la méthode des différences finies, et application en programmation non linéaire », *Rapport de stage*, Inria-Rocquencourt, 2001.
- [15] A. PRAT, *Rapport de stage*, Inria-Rocquencourt, 2001.
- [16] C. SAGASTIZÁBAL, « Optimisation paramétrique d'une architecture de véhicule hybride », *Relatório*, IMPA, 2001, Rapport Final du Contrat IMPA/2000/001.
- [17] C. SAGASTIZÁBAL, « Tratamento da Dependência Temporal das Afluências no modelo NE-WAVE », *Relatório para Cepel/ONS*, IMPA, 2001.

### Divers

- [18] F. BONNANS, T. GUILBAUD, H. ZIDANI, « Dimensionnement d'un véhicule hybride », Rapport de fin de contrat Inria-Renault, Décembre 2001.
- [19] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL, « On the relation between  $\mathcal{U}$ -Hessians and second-order epiderivatives », Submitted, 2001.

- [20] P.A. REY, C.A. SAGASTIZÁBAL, « Convex Analysis and Lift-and-Project Methods for 0-1 Programming », Submitted, 2000.