INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Projet Mathfi

Mathématiques Financières

Rocquencourt

THÈME 4B

Rapport d'Activité

2002

Table des matières

1. Composition de l'équipe

Responsable scientifique
Agnès Sulem [DR, Inria]

Assistante de projet
Martine Verneuille [SAR, Inria]

Personnel Inria
Vlad Bally [DR, Professeur en détachement de l'Université du Maine]
Jacques Printems [CR, Maître de conférences en délégation de l'Université Paris XII]

Ingénieur associé
Sophie Volle

Collaborateurs extérieurs
Emmanuelle Clément [Maître de conférences, Université de Marne la Vallée]
Thierry Jeanteau [Maître de conférences, Université de Marne la Vallée]

Personnel Université et ENPC
Valentine Genon-Catalot [Professeur, Université de Marne la Vallée, Paris 5 depuis Juin 2002]
Benjamin Jourdain [Enseignant Chercheur, Maître de conférences à l'ENPC]
Damien Lamberton [Professeur, Université de Marne la Vallée]
Bernard Lapeyre [Directeur du Cermics, Professeur à l'ENPC]
Marie-Claire Quenez [Maître de conférences, Université de Marne la Vallée]

Chercheurs invités
Paolo Baldi [Professeur, Université de Rome - Italie]
Lucia Caramellino [Enseignant Chercheur, Université de Rome - Italie]
Paul Malliavin [Professeur, Académie des sciences - Paris]
Antonino Zanette [Enseignant Chercheur, Université de Udine - Italie]

Chercheur post-doctorant
Jean-Marc Cognet [Post-doctorant industriel]

Ingénieurs experts
Patrick Pipolo
Emmanuel Temam

Doctorants
Bouarhi Arouna [Allocataire MENRT, Université de Marne la Vallée]
Marie-Pierre Bavouzet [Allocataire MENRT, Université Paris 9 Dauphine]
Youssef Elouerkhaoui [UBS Londres, Université Paris 9 Dauphine]
Etienne Chevalier [Allocataire MENRT, Université de Marne la Vallée]
Sandrine Hénon [Convention Cifre avec CAI, Université de Marne la Vallée]
Ahmed Kbaier [Allocataire MENRT, Université de Marne la Vallée]
Ralf Laviolette [élève ENS Cachan]
David Lefèvre [Bourse Inria, ATER Université Evry depuis 09/02]
Vincent Lemaire [Allocataire MENRT, Université de Marne la Vallée]
Marouen Messaoud [Bourse tunisienne, Université Paris 9 Dauphine]
Nicola Moreni [Allocataire MENRT, ENS]
Mohamed Mnif [Bourse Inria, ATER Université Paris 7 depuis 09/02]
Laurent Nguyen [Convention Cifre, CIC]
Samuel Njoh [Convention Cifre avec EDF, Université de Marne la Vallée]
Irmela Zentner [bourse ONERA]

Stagiaires

Z'hor Ai-Messaoud [DEA Université Marne la Vallée]
Vincent Barette [Ecole des Mines de Paris]
Nacim Belguenbour [DEA Université Marne la Vallée, ENPC]
Mouhcine Berrada [ENPC]
Maya Briani [Université Rome]
Maxime Brochard [ENS-Lyon]
Roy Cerqueti [Université Rome]
Stéphane Faure [PFE Institut Galilée, Université Paris 13]
Hassina Hadj-Henni [DEA Université Marne la Vallée]
Smail Nasrallah [DEA Université Marne la Vallée, ENPC]
Pierick Samklu [DEA Université Marne la Vallée, ENPC]
Colin Thiodet [ENS-Lyon]

2. Présentation et objectifs généraux

La pratique d'instruments financiers de plus en plus complexes (options, produits de taux d'intérêt ...) conduit à une utilisation de techniques avancées d'analyse stochastique et numérique dans les établissements financiers. Ces établissements sont demandeurs de contacts avec le monde de la recherche : c'est un élément réellement nouveau pour les mathématiques appliquées que l'on peut dater, en France, du milieu des années 80. Cet intérêt s'est traduit par des collaborations avec des universitaires renommés, la réalisation de contrats de recherche et le recrutement, au meilleur niveau, de mathématiciens appliqués dans les équipes de recherche et développement des banques.

Récemment, la dérégulation de secteurs comme celui du secteur d'électricité européen constitue un formidable enjeu financier pour les entreprises concernées et un défi mathématique et technique pour le recherche. La gestion du risque est au coeur de ces problématiques, tout comme dans les secteurs de l'assurance et de la réassurance.

La pratique financière pose aux mathématiciens des problèmes stimulants et une interaction fructueuse s'est ainsi établie entre mathématiciens et financiers. Le développement dans le monde académique de cette branche des mathématiques appliquées s'est concrétisé par l'organisation de congrès scientifiques internationaux, la création de plusieurs revues (« Mathematical Finance », « Finance and Stochastics », « International Journal of Theorical and Applied Finance », « Applied Mathematical Finance » ...), une explosion de l'offre de cours en troisième cycle et dans les écoles d'ingénieurs ainsi que par la soutenance de nombreuses thèses sur le sujet.

Le domaine de la finance mathématique est aujourd'hui tellement étendu qu'un seul projet ne peut le couvrir en totalité. Les axes de recherche du projet Mathfi peuvent se regrouper selon les principaux thèmes suivants : • modélisation des prix des actifs par des processus stochastiques, (prise en compte d'événements rares comme d'importantes variations de cours, incertitude structurelle sur les paramètres de la dynamique statistique des cours ...), • méthodes numériques pour l'évaluation et la couverture des options et leur mise en œuvre (méthodes de Monte-Carlo, méthodes d'arbres, calcul de Malliavin, analyse numérique d'équations aux dérivées partielles), • calibration des modèles d'actifs financiers, • optimisation dynamique de portefeuilles en marché imparfait par des techniques de contrôle stochastique et d'optimisation, couverture approchée de produits dérivés en marché incomplet (coûts de transaction, couverture en temps discret, contrainte de liquidité, observation incomplète,...).

Ces sujets concernent des domaines sur lesquels les membres de l'équipe contribuent de façon active tant sur les aspects théoriques qu'appliqués.

En collaboration avec un consortium de banques, nous développons le logiciel Premia consacré à l'évaluation et la couverture des options aisi qu'à la calibration de modèles. Site web : http://cermics.enpc.fr/~premia. Le but est de constituer une base de référence sur les algorithmes du domaine, ainsi qu'un environnement informatique facilitant l'implémentation et les tests numériques associés aux travaux de l'équipe et leur valorisation.

2.1.1. Relations internationales, universitaires et industrielles

- Collaborations internationales et universitaires :

  – Projet franco-russe de « Mathématiques financières » de l'Institut Liapunov à Moscou, site Web : http://www-direction.inria.fr/international/liapunov.html.
  – Collaborations avec l'Université de Bath, l'Université d'Oslo, et les Universités de Rome II et III.
  – Enseignement universitaire dans les DEA Paris I, Paris VI, Paris IX, Université de Marne la Vallée, Université d'Evry, École Polytechnique, ENPC.

- Contrats industriels :

  – Consortium PREMIA centré sur le développement d'un logiciel de calcul d'options. Le consortium est actuellement composé de : Caisse des Dépôts et Consignations, Crédit Lyonnais, Crédit Agricole-Indosuez, Crédit Industriel et Commercial, Natexis-Banques Populaires, EDF et GDF.
  – Conventions Cifre avec EDF (Couverture des options sur électricité), le Crédit Agricole-Indosuez (modèles de taux d'intérêt à volatilité stochastique), le Crédit Industriel et Commercial de France (Calibration de volatilités financières par méthodes de Monte-Carlo).

3. Fondements scientifiques

3.1. Méthodes numériques pour l'évaluation et la couverture des produits dérivés et la calibration des modèles

Mots clés : *méthodes numériques*, *Monte-Carlo*, *méthodes d'arbres*, *quantification*, *calcul de Malliavin*, *différences finies*, *calibration*.

Participants : P. Baldi, V. Bally, L. Caramellino, J.-M. Cognet, B. Jourdain, D. Lamberton, B. Lapeyre, P. Pipolo, J. Printems, A. Sulem, E. Temam, S. Volle, A. Zanette.

Les problèmes de calcul effectif des prix et des couvertures d'options sont un des enjeux essentiels des établissements financiers. Bien qu'une activité de recherche intense soit menée dans les banques et le monde universitaire depuis quinze ans, cette préoccupation reste entière en particulier pour le calcul d'options exotiques et sur taux d'intérêt et l'optimisation de portefeuille sous contraintes. Ce thème d'activité, tout en étant au coeur du développement du logiciel Premia, motive des recherches plus théoriques à la fois sur les méthodes de type Monte-Carlo et sur les schémas numériques pour les équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires (Kolmogorov, Hamilton-Jacobi-Bellman, Inéquations variationnelles et quasi-variationnelles). La calibration des modèles des actifs financiers à partir de l'observation des données du marché est un problème central qui motive une collaboration avec F. Bonnans du projet Sydoco.

3.1.1. Méthodes de Monte-Carlo.

Les problèmes d'évaluation et de couverture d'options sont liés à des équations de diffusion en dimension (parfois) grande (plus de 10), ou très dégénérées pour lesquelles les méthodes numériques sont délicates voire impossible à mettre en oeuvre. Les méthodes de Monte-Carlo sont aujourd'hui utilisées de façon massive en finance, très souvent en raison de la simplicité de leur implémentation. Cependant la mise en oeuvre efficace de ces techniques conduit à des problèmes mathématiques délicats : approximation précise de fonctionnelles du mouvement brownien (option sur moyenne ou maximum ...), justification de l'emploi de suites à discrépance faible pour des fonctions peu régulières comme celles utilisées lors de calculs d'options. Ce domaine de recherche est directement lié à des activités appliquées et des développements d'algorithmes pour le logiciel Premia.

3.1.2. Méthodes numériques probabilistes.

Les problèmes abordés concernent l'évaluation numérique de prix d'actifs complexes européens et américains, leur couverture, les calculs de sensibilité, en particulier par l'utilisation de méthodes d'arbres de quantification et de méthodes liées au calcul de Malliavin.

3.1.3. Méthodes numériques déterministes.

Nous étudions les schémas numériques pour des équations aux dérivées partielles paraboliques dégénérées, en particulier les équations en dimension élevée et les questions de stabilité des schémas aux différences finies. Nous menons aussi l'étude des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman, inéquations variationnelles et quasi-variationnelles.

3.1.4. Calibration de surfaces de volatilité pour les options financières.

Alors que la théorie des options traite de l'évaluation et de la couverture des produits dérivés à partir d'un processus stochastique donné pour la modélisation de l'actif sous-jacent, la problématique de la calibration de modèle concerne l'identification du processus stochastique (inconnu) modélisant l'actif sous-jacent à partir d'informations sur le prix des options. C'est un problème difficile de type problème inverse, en général mal posé conduisant à des problèmes d'optimisation sous contraintes. Nous nous intéressons aux aspects théoriques, numériques et empiriques des problèmes de calibration. Nous avons mis en place un groupe de travail hebdomadaire sur ce sujet auquel sont conviés des praticiens du consortium Premia et les membres du projet Sydoco.

3.2. Discrétisation d'équations différentielles stochastiques

Mots clés : *Schéma d'Euler*, *déviations modérées*.

Participant : E. Clément.

Dans les modèles de diffusion, la mise en œuvre des méthodes de Monte-Carlo nécessite le plus souvent la discrétisation d'une équation différentielle stochastique. Le schéma de discrétisation le plus utilisé dans la pratique est le schéma d'Euler. L'erreur que l'on commet lorsque l'on discrétise un processus de diffusion par un schéma d'Euler peut être contrôlée de différentes manières : norme L_P, contrôle des densités de transition .... L'approche considérée dans l'article [63] est différente et consiste à mettre en évidence un comportement exponentiel de la vitesse de convergence du processus d'erreur convenablement normalisé. Plus précisément, le processus d'erreur satisfait un pseudo-principe de déviations modérées lorsque le pas de discrétisation du schéma d'Euler tend vers zéro. Ces techniques de grandes déviations sont appliquées au calcul de la couverture approchée d'options à des instants régulièrement espacés. Nous poursuivons nos recherches sur les déviations modérées pour le processus d'erreur obtenu en approchant un processus de diffusion par un schéma d'Euler [20] et sur la vitesse de convergence des schémas d'approximation pour des équations différentielles stochastiques réfléchies.

3.3. Application du Calcul de Malliavin à la finance

Mots clés : *calcul de Malliavin*, *calcul des variations stochastiques*, *calcul de sensibilité*, *calcul des grecs*.

Participants : V. Bally, M.C. Bavouzet, L. Caramellino, B. Jourdain, D. Lamberton, B. Lapeyre, P. Malliavin, M. Messaoud, A. Sulem, E. Temam, A. Zanette.

Le Calcul des Variations Stochastique original, appelé à présent Calcul de Malliavin, fut développé par Paul Malliavin en 1976 [83]. Il fut conçu à l'origine pour étudier la régularité des densités des solutions des équations différentielles stochastiques. L'un des traits marquants de ce calcul est qu'il fournit une preuve probabiliste du célèbre théorème d'Hörmander qui donne une condition d'hypoellipticité pour les opérateurs aux dérivées partielles. Cela illustre la puissance de ce calcul. Dans les années qui ont suivi, de nombreux probabilistes ont travaillé sur ce sujet et la théorie fut développée soit dans le cadre de l'analyse sur l'espace de Wiener, soit dans le cadre du bruit blanc. Plusieurs applications en calcul stochastique apparurent. Il existe plusieurs ouvrages de référence sur le sujet, parmi lesquels D. Nualart [85], D. Bell [59], D. Ocone [87], B. Øksendal [88].

L'application du calcul de Malliavin en finance apparut au début des années 90 : en 1991 Karatzas and Ocone montrèrent comment le calcul de Malliavin peut être utilisé pour calculer des portefeuilles de couverture en marché complet [86].

Depuis, le calcul de Malliavin a suscité un intérêt croissant et beaucoup d'autres applications en finance ont été trouvées, comme la couverture par minimisation de la variance et les méthodes de Monte Carlo pour le pricing d'options et le calcul des sensibilités. Récemment, le calcul de Malliavin est aussi devenu un outil pour l'étude des modèles d'initiés ainsi que pour l'étude de marchés financiers gouvernés par des processus de Lévy ou des mouvements browniens fractionnaires.

Donnons à présent une idée de l'utilité du calcul de Malliavin pour les méthodes numériques probabilistes. Rappelons pour cela que la théorie est basée sur une intégration par parties de la forme $E(f'(X)) = E(f(X)Q)$, où X est une variable aléatoire « régulière » et non-dégénérée. Un exemple basique est $X = \sigma\Delta$ où Δ est une variable aléatoire standard normalement distribuée et σ est un réel strictement positif. Remarquons qu'une formule d'intégration par parties peut être obtenue simplement en utilisant la formule d'intégration par parties usuelle en présence d'une densité gaussienne. Mais on peut aller plus loin et prendre pour X un aggréga de variables aléatoires gaussiennes (pensons par exemple au schéma d'Euler pour l'approximation d'un processus de diffusion) ou bien la limite de telles fonctions simples.

Un des faits importants est que l'on a une expression relativement explicite pour le poids Q qui apparaît dans la formule d'intégration par parties, et cette expression s'exprime en fonction de dérivées de Malliavin.

Examinons l'une des principales conséquences de la formule d'intégration par parties. Si l'on considère la mesure de *Dirac* $\delta_x(y)$, alors $\delta_x(y) = H'(y-x)$ où H est la fonction de *Heaviside*. La formule d'intégration par parties s'exprime par $E(\delta_x(X)) = E(H(X-x)Q)$, où $E(\delta_x(X))$ peut s'interpréter comme la densité de la variable aléatoire X. On obtient ainsi une représentation intégrale de la densité de la loi de X. Ceci est le point de départ pour étudier la densité de la loi d'un processus de diffusion : cette représentation intégrale permet d'une part de prouver que sous certaines hypothèses, la densité de X est régulière et d'autre part d'en déduire des bornes. En ce qui concerne les simulations Monte Carlo, supposons que l'on souhaite calculer $E(\delta_x(y)) \sim \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\delta_x(X^i)$ où $X^1, ..., X^M$ est un échantillon de X. Comme la loi de X est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue, cela échouera car aucun X^i ne rencontre exactement x. Par contre, si l'on sait aussi simuler le poids Q (ce qui est le cas dans de nombreuses applications à cause de la forme explicite mentionnée précédemment) alors on peut essayer de calculer $E(\delta_x(X)) = E(H(X-x)Q) \sim \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} E(H(X^i - x)Q^i)$. Cette remarque de base conduit à des méthodes efficaces pour calculer par une méthode de Monte Carlo certaines quantités irrégulières comme les dérivées de prix d'options par rapport à certains paramètres (les *Grecs*) ou les espérances conditionnelles qui apparaissent dans le pricing des options américaines par la programmation dynamique, voir les articles de Fournié et al [70] et [69] ainsi que ceux de Bally et al, Benhamou, Bermin et al., Bernis et al., Cvitanic et al., Talay et Zheng et Temam dans [6].

Concernant les problèmes d'initiés, le calcul de Malliavin est utilisé pour obtenir des résultats généraux sur la faisabilité de la technique du « grossissement de filtratio » (voir l'article de P.Imkeller dans [6], et pour des calculs de gestion de portefeuilles avec maximisation d'utilité (voir l'article de J.A. León, R.Navarro and D. Nualart dans [6]).

3.4. Contrôle stochastique

Mots clés : *contrôle stochastique*, *contrôle singulier et impulsionnel*, *contrôle sensible au risque*, *frontière libre*, *Hamilton-Jacobi-Bellman*, *inéquation variationnelle et quasi-variationnelle*.

Participants : J.-Ph. Chancelier, D. Lefèvre, M. Mnif, M. Messaoud, B. Øksendal (Université d'Oslo), A. Sulem.

Le contrôle stochastique est l'étude des systèmes dynamiques perturbés par des événements aléatoires et que l'on peut contrôler dans le but d'optimiser un certain critère.

On considère des systèmes dynamiques dont l'état est modélisé par un processus de diffusion (éventuellement avec sauts), sur lequel on peut agir au moyen de variables de contrôle. Le contrôle peut être continu, singulier ou impulsionnel. Le but est d'optimiser un critère sur un horizon de gestion fini ou infini ou de type ergodique ou sensible au risque. Ces problèmes conduisent par l'approche de la programmation dynamique à des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) paraboliques, ergodiques ou sensibles au risque, avec des conditions aux limites dépendant du comportement du processus au bord du domaine : arrêté, réfléchi, etc ...

Dans le cas où la dynamique du système suit un processus de diffusion avec sauts, l'équation d'HJB est intégro-différentielle.

Les problèmes de temps d'arrêt optimal conduisent à des inéquations variationnelles de type obstacle : c'est le cas par exemple du problème du pricing des options américaines.

Dans le cas d'un contrôle singulier, le déplacement de l'état du système dû à l'application de la commande est non différentiable par rapport au temps et l'équation de la programmation dynamique est une inéquation variationnelle (I.V.), c'est à dire un système d'inéquations aux dérivées partielles. Les contrôles singuliers sont utilisés pour modéliser par exemple les problèmes de gestion de portefeuille avec coûts de transaction proportionnels.

Le contrôle peut être également de type impulsionnel, c'est-à-dire que l'état du système subit des sauts à certains instants, les instants d'impulsion et la taille des sauts étant des variables de décision. Dans ce cas, la fonction valeur vérifie une inéquation quasi-variationnelle (I.Q.V.). Ces modèles sont utilisés par exemple dans le cas de coûts fixes de transaction. Les I.V. et I.Q.V. correspondent à des problèmes de frontière libre.

La théorie des solutions de viscosité fournit un cadre rigoureux pour l'étude des équations de la programmation dynamique.

Une approche alternative à la programmation dynamique est l'étude des conditions d'optimalité. Cela conduit à des équations différentielles stochastiques rétrogrades pour l'état adjoint. (cf [102] pour un principe du maximum pour le contrôle optimal de processus de diffusion avec sauts exprimant des conditions suffisantes d'optimalité et des applications à des problèmes de portefeuille dans un marché financier gouverné par de tels processus).

Nous étudions également les problèmes de contrôle stochastique dans le cas où l'observation est incomplète [10].

L'étude théorique et numérique de ces problèmes est un de nos sujets de recherche de base. Les applications financières concernent les problèmes de gestion de portefeuille avec coûts de transaction, la couverture approchée d'options financières, les problèmes d'options américaines, les problèmes de maximisation d'utilité en marché incomplet, les problèmes d'assurance et de réassurance.

3.5. Equations différentielles stochastiques rétrogrades

Mots clés : *EDSR*.

Participants : M.C. Quenez, M. Kobylanski(Université de Marne la Vallée).

Les équations différentielles stochastiques rétrogrades sont liées au principe du maximum stochastique pour les problèmes de contrôle stochastique. Elles permettent également de fournir le prix d'actifs contingents dans le cas de marchés complets et incomplets.

La solution d'une équation différentielle stochastique rétrograde (EDSR) consiste en une paire de processus adaptés (Y, Z) satisfaisant

$$-dY_t = f(t, Y_t, Z_t)dt - Z_t' dW_t; \qquad Y_T = \xi, \tag{1}$$

où f est appelé le driver et ξ la condition terminale [91].

M.C. Quenez, N.El Karoui et S.Peng ont établi différentes propriétés de ces EDSRs, notamment leurs liens avec le contrôle stochastique (cf. [103], [33]). Ce type d'équations apparaît dans de nombreux problèmes en Finance. Par exemple, dans le cas d'un marché complet, le prix de l'actif contingent B peut être vu comme la solution d'une EDSR avec un driver f linéaire et une condition terminale égale à B. Soulignons le caractère *dynamique* de cette méthode de pricing qui donne le prix de B à tout instant (et pas seulement à l'instant initial). Dans le contexte de marché incomplet, le processus de prix défini par Föllmer et Schweizer (1990)[68] correspond aussi à la solution d'une EDSR linéaire. Le processus de prix de vente peut être approximé par des prix « pénalisés » qui sont solutions d'EDSRs non linéaires. D'autre part, des EDSRs non linéaires peuvent apparaître dans le cas de *contraintes* non linéaires comme le cas de taxes ou encore le cas du « gros » investisseur (dont la stratégie de portefeuille a une influence sur les prix du marché). Dans ces différents cas, le prix d'un actif contingent B est solution d'une EDSR avec un driver f non linéaire et une condition terminale égale à B. Un autre exemple d'EDSR en Finance est donné par les *utilités récursives* introduites par Duffie et Epstein (1992)[66]. Une telle fonction d'utilité associée à un taux de consommation $(c_t, 0 \leq t \leq T)$ correspond à la solution de l'EDSR (1) avec une condition terminale ξ s'interprétant comme un rendement terminal (qui peut être une fonction de la richesse terminale) et un driver $f(t, c_t, y)$ dépendant du taux de consommation c_t. Le cas d'une fonction d'utilité standard correspond à un driver f linéaire du type $f(t, c, y) = u(c) - \beta_t y$, où u est une fonction déterministe croissante et concave, et où β correspond au taux d'actualisation.

Si les EDSRs s'avèrent être un outil efficace en Finance, il en est de même pour les *EDSRs réfléchies* introduites dans [96]. Dans le cas d'une EDSR réfléchie, la solution Y est contrainte à rester supérieure à un processus donné appelé « obstacle ». Un processus croissant K est introduit dans l'équation de manière à pousser la solution au dessus de l'obstacle, et ceci de manière minimale, c'est à dire que Y satisfait une équation du type :

$$-dY_t = f(t, Y_t, Z_t)dt + dK_t - Z_t' dW_t; \qquad Y_T = \xi. \tag{2}$$

On peut montrer que le prix d'une option américaine (avec éventuellement des contraintes non linéaires) est solution d'une EDSR réfléchie où l'obstacle est donné par le payoff. Le temps d'arrêt optimal d'une telle option est égal au premier instant où le prix atteint le payoff ([97] et [100]).

4. Domaines d'application

4.1. Modélisation des actifs financiers

Nous tendons à nous rapprocher des conditions du marché par des modélisations réalistes des actifs financiers : modélisation aléatoire de la volatilité, modélisation des prix des actifs par des processus stables et des mouvements browniens fractionnaires.

Participants : V. Genon-Catalot, T. Jeantheau, A. Sulem.

Mots clés : *volatilité stochastique*, *lois stables*, *mouvement brownien fractionnaire*.

4.1.1. Statistique des modèles à volatilité stochastique.

On connaît les limites du modèle de Black-Scholes et les quelques incohérences qu'il entraîne entre les axiomes et les observations empiriques.

Pour pallier les insuffisances de ce modèle, de nombreux auteurs ont proposé une modélisation aléatoire de la volatilité. Ces modèles, dits à volatilité stochastique, peuvent être à temps discret (par exemple les modèles ARCH) ou à temps continu (tel que le proposent par exemple Hull and White [78]). Les formules de prix de produits dérivés qui en découlent dépendent des paramètres figurant dans les équations stochastiques associées.

Le problème de l'estimation de ces paramètres à partir de l'observation des prix d'actifs n'est pas standard et nécessite des méthodes spécifiques. Ce travail a déjà été effectué dans différents cadres asymptotiques, par exemple celui des données haute fréquence [73], [74], [72].

De nombreux problèmes statistiques sur ces modèles restent ouverts et les résultats obtenus peuvent certainement être améliorés afin de rendre les procédures d'estimation plus efficaces.

4.1.2. Application des lois stables en finance.

Des études statistiques semblent montrer que les prix d'actions ne suivent pas des modèles de diffusion mais plutôt des dynamiques discontinues. Ces modèles rendent mieux compte de certains phénomènes tels que les cracks boursiers, les irrégularités dues aux écarts entre offres d'achat et offres de vente, les interventions d'investisseurs institutionnels. Un modèle de pricing d'options dans le cadre de processus géométriques α-stables permet également d'apporter une correction significative sur le smile de volatilité.

L'étude statistique des cours de change permet de trouver une valeur de α de l'ordre de 1.65, ce qui donne en particulier une bonne estimation de fréquence de retour de « crack ».

A. Tisseyre a développé des méthodes numériques analytiques permettant d'évaluer la densité, la fonction de répartition et la transformée de Laplace partielle des lois α-stables. Ces résultats sont appliqués pour l'évaluation de prix d'options dans le cadre de modèles « stables » (voir [92]).

4.1.3. Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF).

A l'origine, le mouvement brownien fractionnaire $B_H(t)$ de paramètre de Hurst H a été introduit par Kolmogorov pour l'étude de la turbulence. Depuis, de nombreuses autres applications ont été trouvées.

Le procesus $B_H(t)$ est *auto-similaire*, ce qui signifie que $B_H(\alpha t)$ a la même loi que $\alpha^H B_H(t)$, pour tout $\alpha > 0$. Cependant, $B_H(t)$ n'est ni une semi-martingale ni un processus de Markov [76], [26][18][19], sauf dans le cas $H = \frac{1}{2}$ où $B_H(t)$ se réduit au mouvement brownien usuel, et nécessite donc une théorie de l'intégration stochastique spécifique.

Nous étudions des problèmes de gestion de portefeuille dans un marché financier gouverné par un mouvement brownien fractionnaire , en utilisant la méthode des martingales [76], [26] (le système n'étant pas Markovien, on ne peut pas utiliser des techniques de programmation dynamique). Nous avons démontré un principe du maximum stochastique pour le contrôle de processus gouverné par un mouvement brownien fractionnaire. Dans [18], nous appliquons ce résultat à un problème de couverture par minimisation de la variance pour des problèmes de contrôle dans un marché financier incomplet gouverné par un MBF.

4.2. Évaluation d'actifs contingents en marché incomplet

Mots clés : *marché incomplet*.

Participant : M.C. Quenez, D. Lamberton, S. Njoh.

Dans le cadre d'un marché *incomplet*, l'information disponible peut ne plus se limiter aux titres de référence ; d'autres informations intérieures ou extérieures au marché sont disponibles et peuvent avoir une influence sur les mouvements des titres du marché. La structure d'information n'est pas engendrée par des browniens et contrairement au cas des marchés complets, il existe alors des actifs contingents pour lesquels il n'existe pas de portefeuille réalisant une couverture parfaite. Par conséquent, le prix ne peut pas être a priori déterminé par un raisonnement d'arbitrage. De plus, il existe plusieurs probabilités équivalentes à la probabilité initiale (notée P) sous lesquelles les prix actualisés des titres de référence sont des martingales ; ces probabilités sont appelées *P-mesures martingales équivalentes*. A ces probabilités, nous faisons correspondre par dualité différents systèmes de prix. (cf.[98] et [99]). Nous étudions de manière *dynamique* la borne supérieure de ces prix possibles (associés à l'actif contingent B). Cette borne supérieure est caractérisée comme la plus petite surmartingale sous toutes les mesures martingales, égale à B à l'instant T. En utilisant cette propriété, nous montrons que cette Q-surmartingale admet une *décomposition de type Doob-Meyer*, mais *optionnelle* : plus précisément, elle s'écrit comme la différence d'une Q-martingale correspondant à la valeur actualisée d'un portefeuille (dit de *surcouverture*) et d'un processus croissant optionnel. Cette décomposition nous permet alors de conclure que cette borne supérieure correspond au *prix de vente* défini comme le plus petit des prix permettant au vendeur de se « surcouvrir » grâce à un portefeuille.

4.2.1. Couverture approchée des produits dérivés.

Les problèmes de couverture approchée apparaissent lorsqu'on ne peut pas se couvrir directement avec l'actif sous-jacent. La thèse de S. Njoh porte sur la couverture des options sur l'électricité. Le caractère non stockable de l'électricité rend inopérante toute stratégie de couverture avec le sous-jacent et on ne peut espérer réaliser qu'une couverture approchée à l'aide d'autres actifs.

4.3. Gestion de portefeuilles avec coûts de transaction

Mots clés : *optimisation de portefeuilles*, *coûts de transaction*.

Participants : M. Akian (projet MaxPlus), T. Bielecki (Northeastern Illinois University, Chicago), J.-Ph. Chancelier (Cermics/ENPC), B. Øksendal (Université d'Oslo), S. Pliska (University of Illinois at Chicago), A. Sulem, M. Taksar (Stony Brook University, New York).

On étudie la politique optimale de consommation et d'investissement d'un investisseur ayant un compte en banque et n comptes en actions modélisés par des mouvements browniens géométriques, pouvant dépendre éventuellement de facteurs économiques. Les transactions entre comptes entraînent des coûts et sont modélisées par des contrôles singuliers ou impulsionnels.

L'objectif est de maximiser le taux moyen de profit pour une fonction d'utilité de type HARA, ou l'espérance d'une fonction d'utilité de la richesse finale [56] ou encore une fonction d'utilité de la consommation [1]. Ces problèmes se modélisent comme des problèmes de contrôle stochastique singulier ou impulsionnel. Ils conduisent à des inéquations variationnelles ou quasi-variationnelles que l'on étudie théoriquement au moyen des solutions de viscosité, et numériquement par des algorithmes de type Howard.

Le cas ergodique (maximisation du taux moyen de profit) est étudié dans [57]. Le problème des coûts fixes de transaction est étudié dans [37] et [40]. Il se formule comme un problème combiné de contrôle stochastique et de contrôle impulsionnel qui conduit à une inéquation quasi variationnelle non linéaire. Nous développons également des méthodes de la théorie du contrôle impulsionnel sensible au risque pour résoudre des problèmes de gestion de portefeuilles avec coûts de transaction et taux d'intérêt stochastique (travail en cours de T.Bielecki , J.-Ph.Chancelier, S.Pliska, A.Sulem).

Dans le cas où les prix des actifs risqués sont modélisés par des processus de diffusion avec sauts, les équations d'HJB associées comportent un terme intégral. Le problème sans coût de transaction peut être résolu explicitement : la solution est de la même forme que dans le cas d'une pure diffusion [71]. En particulier, le portefeuille optimal consiste à conserver dans l'actif risqué une fraction constante de la richesse. Cette constante est plus petite que dans le cas d'une diffusion pure. En présence de coûts de transaction proportionnels, la solution a la même forme que dans le cas d'une diffusion pure traité par Davis and Norman [95] : il existe sous certaines hypothèses un cône de non transaction D où il est optimal de ne faire aucune transaction tant que la position de l'investisseur s'y trouve et d'acheter et de vendre selon des temps locaux sur la frontière de D. Dans [101], on a étudié l'inéquation variationnelle intégro-différentielle associée à ce problème que l'on étudie par la théorie des solutions de viscosité .

4.4. Optimisation stochastique et application en réassurance

Mots clés : *assurance*, *réassurance*.

Participants : M. Mnif, H. Pham (Université Paris 7), A. Sulem.

M. Mnif et Huyên Pham ont étudié un modèle d'optimisation stochastique général qui englobe les modèles de marché financiers avec contraintes de portefeuilles, de flux de revenus aléatoires, de grands investisseurs ainsi que des modèles de réassurance [84].

M.Mnif s'est ensuite intéressé plus précisément au contrôle du risque pour des compagnies d'assurance, qui réassurent une partie des sinistres qu'elles doivent couvrir par différents types de contrat [13] : contrats de réassurance proportionnelle et contrats de réassurrance avec limitation d'excès de perte (avec A. Sulem [49]). Le contrat de réassurance proportionnelle consiste à verser une partie des primes que l'assureur reçoit à une autre compagnie d'assurance en échange d'un engagement de celle-ci à payer une proportion des sinitres quand ils surviennent. Dans le cas du contrat de réassurrance avec limitation d'excès de perte, le réassureur s'engage à payer la différence entre la taille de chaque sinistre qui survient et un certain niveau de rétention à déterminer.

La modélisation de la réserve de la compagnie d'assurance utilise les processus de diffusion avec sauts. On impose une contrainte de non banqueroute pour la compagnie d'assurance. En théorie du risque, l'estimation de la probabilité de ruine est une question centrale. Bien que les assureurs soient neutres au risque, le critère de maximisation d'utilité peut être utile dans certains cas. Dans le contexte de syndicats d'assurance[1],les assureurs peuvent être assimilés à des individus dotés d'une fonction d'utilité.

Ces problèmes sont étudiés par les méthodes de contrôle stochastique pour les processus de diffusion avec sauts, au moyen des équations intégrodifférentielles de Bellman. L'étude théorique est basée sur des techniques de solutions de viscosité et l'étude numérique conduit à l'implémentation d'algorithmes de résolution numérique de ces équations.

5. Logiciels

5.1. Développement d'un logiciel de calcul pour les options financières : Premia

Mots clés : *pricer*, *options*, *évaluation*, *couverture*, *calibration*.

Participants : V. Bally, L. Caramellino, J.-M. Cognet, B. Jourdain, B. Lapeyre, P. Pipolo, A. Sulem, E. Temam, S. Volle, A. Zanette.

Le logiciel Premia est dédié à l'évaluation (pricing) à la couverture (hedging) de produits dérivés (options) sur actions ainsi qu'à la calibration de modèles financiers. Premia présente des implémentations rigoureuses et documentées des algorithmes les plus récents dans le domaine et vise à constituer une contrepartie numérique à l'explosion académique du domaine [82].

Ce logiciel peut être un outil pour les traders soucieux de maîtriser l'aspect numérique du pricing d'options, et pour les étudiants de 3ème cycle en mathématiques financières. L'objectif n'est pas de réaliser un produit commercial qui traite tous les contrats existants sur le marché mais plutôt de fournir, pour un éventail de cas suffisamment représentatif des difficultés numériques qui se présentent, des codes sources en C et une documentation hypertexte qui fasse le pont entre la formule théorique du prix et du ratio de couverture de l'option et l'algorithme effectif de calcul. Notre but est de traiter des cas concrets où des questions numériques se posent. Par rapport aux « packages » spécialisés en finance associés aux grands logiciels scientifiques, Premia est centré sur les produits dérivés et met l'accent sur l'aspectes numérique.

Premia est développé en collaboration avec un consortium de banques. Actuellement, le consortium est composé de : Caisse des Dépôts et Consignations, Crédit Lyonnais, Crédit Agricole-Indosuez, Crédit Industriel et Commercial, Natexis-Banques Populaires, EDF et GDF.

Le fonctionnement de ce consortium et le contenu actuel du projet peuvent être consultés sur la page Web : http://cermics.enpc.fr/~premia.

Le développement du logiciel Premia a débuté en 1999 et il existe à présent 5 versions de Premia.

Premia 1, 2 et 4 sont dédiés aux méthodes de différences finies, d'arbres et de Monte Carlo pour l'évaluation d'options dans le modèle de Black-Scholes en dimension 1 et 2.

Premia 3 est dédié aux méthodes de Monte Carlo pour les options américaines en dimension élevée et est interfacée avec le logiciel Scilab.

Cette année, pour Premia 5, nous avons étendu les méthodes numériques par l'introduction de méthodes de quantification pour les options américaines (J. Printems et V. Bally), des méthodes ENO pour les options asiatiques (T. Lelièvre), des méthodes de réduction de variance. Différents algorithmes pour les options asiatiques ont été implémentés (Glasserman, Heidelberg, Robbins-Monro...). Les modèles ont été élargis à

[1]Lloyds of London est un exemple de syndicat d'assurance.

certaines classes de diffusions avec sauts, de modèles à volatilité stochastique et à volatilité locale. Nous avons implémenté des algorithmes issus du calcul de Malliavin pour le calcul des Grecs pour les options européennes (Temam) et pour le calcul du prix et de la couverture pour les options américaines (Bally, Caramellino, Zanette). De plus, A. Zanette et J. Printems ont implémenté deux nouvelles méthodes pour évaluer et couvrir les options américaines multidimensionnelles : une méthode d'arbre par quantification [44][43] et une application du calcul de Malliavin [70][69]. Des tests numériques intensifs ont été menés pour valider ces méthodes. Une documentation mathématique des algorithmes ainsi qu'une description de leur implémentation ont été inclues. L'interface Scilab (version 2.6) a été implémentée pour que ces méthodes soient inclues dans le package « Multidimensional American Scilab package » créé par by Pierre Cohort [65]. Une telle interface nous permet d'utiliser des routines de pricing (écrites en C-ANSI) comme des fonctions Scilab. Enfin, quelques algorithmes de calibration ont été implémentés (Barette, Bonnans, Cognet, Pipolo, Volle).

L'interfaçage complète de Premia avec Excel et Scilab est en cours.

Les livraisons de Premia 1, Premia 2, Premia 3 et Premia 4 ont eu lieu respectivement en Mai et Décembre 1999, Février 2001 et Février 2002. La livraison de Premia 5 est prévue au début de l'année 2003.

Premia 2 est accessible sur le web.

6. Résultats nouveaux

6.1. Méthodes de Monte Carlo et algorithmes stochastiques

Participants : B. Arouna, B. Lapeyre.

6.1.1. Méthodes de réduction de variance adaptative.

L'objet de la thèse de B. Arouna est de proposer des méthodes de réduction de variance, dans une procédure Monte Carlo, assez simples à implémenter mais efficaces et applicables au calcul du prix et de la couverture d'une grande variété d'options.

B. Arouna propose un algorithme permettant d'évaluer le biaisage optimal et montre comment rendre la procédure adaptative tout en restant quasi optimal : en utilisant la transformation de Girsanov on introduit un vecteur de dérive (fini-dimensionnel) dans le calcul des espérances, à l'instar de [75], puis on met en œuvre un algorithme stochastique de type Robbins-Monro, tronqué par la méthode de Chen, pour détecter la direction optimale de dérive qui minimise la variance de l'estimateur Monte Carlo de la quantité recherchée.
En utilisant de manière adaptative cette version de l'algorithme de Robbins-Monro, directement à l'intérieur de la procédure Monte Carlo, on montre qu'il y a convergence vers l'espérance recherchée. De plus on obtient un théorème central limite pour cette estimation Monte Carlo non conventionnelle [41].

6.2. Applications du Calcul de Malliavin pour le calcul de l'espérance conditionnelle et des sensibilités en finance

Mots clés : *calcul de Malliavin*, *calcul des grecs*, *espérance conditionnelle*.

Participants : V. Bally, L. Caramellino, E. Temam, A. Zanette.

Nous travaillons à l'implémentation et à la comparaison de certains algorithmes basés sur le calcul de Malliavin pour le calcul numérique des espérances conditionnelles, le pricing des options américaines et le calcul des Grecs (sensibilités) pour ce type d'options. Ce travail est fait dans le cadre du contrat PREMIA.

On étudie des algorithmes d'ordre un, basés sur le calcul de Malliavin pour le calcul par simulations Monte Carlo d'espérances conditionnelles.

V. Bally, M.P. Bavouzet et A. Sulem commencent à travailler sur l'application du calcul de Malliavin au calcul des Grecs dans le cadre des processus à sauts.

6.3. Algorithmes de quantification pour les options américaines

Participants : V. Bally, S. Menozzi, J. Printems, G. Pagès.

V. Bally, S. Menozzi et J. Printems étudient une variante de l'algorithme de quantification appropriée pour traiter des problèmes d'EDP quasi-linéaires. Ils implémentent également dans PREMIA les algorithmes de quantification obtenus en collaboration avec G. Pagès.

V. Bally, J. Printems et G. Pagès ont obtenu des résultats sur le calcul de la couverture d'options américaines par la méthode de quantification, combinée avec des méthodes d'intégration par partie du calcul de Malliavin. Les mêmes techniques ont permi de produire des méthodes d'ordre un dans l'algorithme de quantification. Il s'agit de calculer certains correcteurs qui correspondent à un développement en série de Taylor d'ordre un - à la place d'une approximation obtenu par un développement d'ordre zéro.

V. Bally a obtenu un théorème limite centrale pour l'algorithme de quantification qui contrôle l'erreur statistique dans l'algorithme de quantification. On a donc une étude complète de l'erreur pour cet algorithme.

6.4. Algorithmes de quantification pour les problèmes de contrôle stochastique

Participants : H. Pham (Université Paris 7), G. Pagès (Université Paris 6), J. Printems.

6.4.1. Programmation dynamique.

Nous implémentons des méthodes numériques pour résoudre des problèmes d'optimisation de portefeuilles dans le cadre du contrôle stochastique. Nous nous intéressons en particulier aux stratégies de couverture en marché incomplet. Considérons pour illustrer ces situations deux types d'optimisation de portefeuille : le cas où l'investisseur peut seulement investir dans un actif parmi d actifs risqués, et le cas où l'actif risqué $\{S_t\}$ $(d = 1)$ ainsi que le processus de volatilité $\{\sigma_t\}$ suivent un modèle à volatilité stochastique (SVM). Dans les deux cas, on veut couvrir avec les actifs risqués disponibles selon un critère quadratique. Cela signifie que, pour un payoff de la forme $h(S_T)$ donné, on veut résoudre le problème suivant : (voir par exemple e.g. [94]) : calculer v tel que

$$v(t,s,x) \quad = \quad \inf_{\alpha_u \in A,\ t \le u \le T} E\left[(h(S_T) - X_T)^2 \middle| (S_t, X_t) = (s,x) \right], \tag{3}$$

où $(t,s,x) \in [0,T] \times \mathbf{R}^d \times \mathbf{R}$, $X_t = \int_0^t \alpha_u \, dS_u$ représente la richesse et A modélise les contraintes sur le portefeuille de l'investisseur (par exemple $A = \mathbf{R} \times \{0\}^{d-1}$ dans le 1er cas).

Comme le seul processus controlé est X_t, les méthodes de quantification permettent de calculer des espérances conditionnelles par rapport à S_t : il faut simuler le processus [89] et résoudre (3) par un principe de programmation dynamique.

6.4.2. Principe du maximum stochastique.

La résolution des problèmes d'optimisation à chaque noeud de discrétisation temps-espace de (3) peut être très coûteux. On peut l'éviter en utilisant le Principe du maximum stochastique. Ce point de vue associe à (3) un système caractéristique (similaire à l'équation d'Euler canonique)(voir par exemple e.g. [90]). Son intérêt réside dans le fait que l'on peut exprimer le contrôle optimal en fonction des dérivées premières d'un processus lié à v. Pour cette raison, cette approche semble numériquement plus stable que l'approche Bellman qui fait intervenir l'approximation des dérivées secondes de v.

6.5. Etude de l'algorithme du Bandit à deux bras

Participants : D. Lamberton, P. Tarrès, G. Pagès (Université Paris 6).

Ce travail, portant sur le comportement asymptotique d'un algorithme appelé « Linear Reward-Inaction schem » dans la littérature sur les algorithmes d'apprentissage, a initialement été mené en collaboration avec G. Pagès, puis avec P. Tarrès qui avait obtenu des résultats indépendamment dans sa thèse.

6.6. Problèmes de temps d'arrêt optimal avec temps d'arrêt multiples

Participants : M.C. Quenez, M. Kobylanski, E. Rouy.

Mots clés : *option américaine*, *arrêt multiple*.

M.C. Quenez, Magdalena Kobylanski et Elisabeth Rouy ont obtenu une caractérisation de la fonction valeur comme fonction valeur associée à un problème d'arrêt optimal classique [48]. Elles donnent une caractérisation des temps d'arrêt optimaux et montrent l'existence de tels temps d'arrêt sous des hypothèses de continuité. Dans le cas markovien, elles établissent le lien entre la fonction valeur et un système d'EDP. Notons que ce type de problème peut apparaître en finance lorsque l'on considère des options (par exemple des options digitales) portant sur un panier d'actifs.

6.7. Calibration de modèles d'actifs financiers

Mots clés : *calibration*, *EDP de Dupire*, *différences finies*, *problème inverse*, *optimisation*.

Participants : V. Bally, V. Barette, F. Bonnans, J.-M Cognet, B. Jourdain, L. Nguyen, P. Pipolo, E. Temam, S. Volle.

6.7.1. Estimation de la volatilité locale par une méthode d'inversion numérique.

Participants : Barette, Bonnans, Cognet, Volle.

Le modèle de Black-Scholes classique suppose une volatilité du sous-jacent constante. En réalité la volatilité implicite obtenue en inversant la formule de Black-Scholes à partir des prix du marché dépend de la maturité T et du strike K de l'option (phénomène de smile). Un modèle plus réaliste consiste alors à considérer un processus de diffusion où la volatilité est fonction déterministe du temps et du cours du sous-jacent. Or cette dernière apparait comme coefficient d'une EDP parabolique, dite de Dupire, vérifiée par le prix de l'option, fonction de T et K. On cherche donc à déterminer la surface de volatilité locale à partir des prix (en nombre fini) constatés sur le marché. Comme ce problème inverse (dont le problème direct est celui de l'évaluation des options) est sous-determiné et mal posé, on se ramène à un problème d'optimisation (résolu par une méthode de quasi-Newton) et de régularisation (par splines bicubiques) en adoptant une approche multiéchelle. Il s'agit alors d'implémenter numériquement l'algorithme d'optimisation, qui nécessite à chaque itération de résoudre l'EDP de Dupire. Le code de calibration, que nous avons développé en C, a permis d'obtenir des résultats numériques encourageants, sur données synthétiques et sur données réelles.

6.7.2. Calibration avec modélisation de type semi-groupe pour le sous-jacent.

Participants : Bally, Temam.

Le modèle de Black-Scholes nous donne le prix d'options en fonction de la volatilité (supposée constante) de l'actif sous-jacent. On peut inverser cette relation pour obtenir la volatilité implicite à partir des prix d'options observés sur le marché. Si le modèle était parfait, cette volatilité implicite serait la même pour tous les prix d'options sur un même sous-jacent, mais ce n'est pas le cas : la volatilité dépend de la maturité et du prix d'exercice de l'option. Pour remédier à cette contradiction, soit on introduit une volatilité dépendant du temps et du prix de l'actif sous-jacent soit on change complètement de modèle. Nous développons un algorithme de calibration fondé sur une recherche du semi-groupe du sous-jacent. Ce problème est lié à des méthodes de quantification et d'optimisation.

Notre algorithme a deux étapes. Dans un premier temps on suppose que la procédure de calibration vise juste le pricing des options. Dans ce cas-ci la spécification d'un modèle pour l'actif sous-jacent (de type Balck Scholes, Dupire, Merton ou autre ...) n'est pas crucial. On renonce donc à calibrer à proprement parler (i.e. à chercher une volatilité pour un modèle Dupire par exemple) et on cherche plutôt un semigroupe discret qui explique les prix du marché - on est donc dans le contexte tout à fait général d'une chaîne de Markov. Dans un deuxième temps on suppose qu'on veut calculer des couvertures ; on se place alors sous des hypothèses de modèle bien plus précises, notamment dans le modèle de Dupire et on calcule une volatilité locale qui ressort de notre semigroupe discret.

Nous souhaitons étendre notre méthode au cas multidimensionnel en vue d'applications dans le domaine des taux d'intérêts.

6.7.3. Calibration de modèles par minimisation d'entropie par les méthodes de Monte-Carlo.

Participants : L.Nguyen, B.Jourdain

Dans la problématique de la calibration de modèles, Avellaneda&al [58] ont proposé une approche de type Monte-Carlo pour obtenir à partir d'une probabilité a priori μ sur l'espace S des scenarii d'évolution possible du marché, une probabilité a posteriori compatible avec les prix de marché $C_1, \cdots, C_d$ de d actifs financiers définis par les fonctions de payoff $f_1, \cdots, f_d : S \longrightarrow \mathbb{R}$. Pour $(X_i)_{i\geq 1}$ une suite de v.a. i.i.d. suivant μ définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$, ces auteurs suggèrent de chercher la probabilité ν_n qui minimise l'entropie relative par rapport à la mesure empirique $\mu_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \delta_{X_i}$ sous la contrainte $\int_S f d\nu_n = C$.

Dans [79], nous avons obtenu une condition nécessaire et suffisante pour l'existence de ν_n à partir d'un certain rang N. Lorsque cette condition est vérifiée, p.s. $(\nu_n)_{n\geq N}$ converge étroitement vers une limite ν qui est caractérisée comme la solution généralisée du problème de minimisation de l'entropie relative $H(\nu||\mu)$ sous la contrainte $\int_S f d\nu = C$.

Ensuite, Laurent Nguyen a démontré le théorème de la limite centrale associé à la convergence de $\int_S \varphi d\nu_n$ vers $\int_S \varphi d\nu$ où φ est la fonction de payoff d'un actif dont on cherche le prix dans le modèle calibré. Puis il s'est intéressé au problème également introduit dans [58] de la minimisation de la somme $H(\nu_n^\gamma||\mu_n) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^d \frac{1}{\gamma_j}(C_j - \int_S f_j d\nu_n^\gamma)^2$ de l'entropie relative et d'une pénalisation de l'écart entre les prix de marché qui servent à calibrer et les prix donnés par le modèle.

Enfin, il a généralisé les résultats qui précèdent au cas où l'entropie relative $H(\nu||\mu) = \int_S \ln(\frac{d\nu}{d\mu})\frac{d\nu}{d\mu}d\mu$ d'une probabilité ν absolument continue par rapport à une probabilité μ est remplacée par $H_J(\nu||\mu) = \int_S J(\frac{d\nu}{d\mu})d\mu$ où $J : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ est strictement convexe, dérivable sur $]0, +\infty[$ et t.q. $J'(]0, +\infty[) = \mathbb{R}$.

Laurent Nguyen s'intéresse également à la calibration de la partie sauts d'un modèle de diffusion avec sauts par des techniques de contrôle stochastique.

6.7.4. Méthodes de calibration par mélanges.

P. Pipolo a développé un algorithme de calibration d'options suivant la méthode de décomposition log-normale de D. Brigo et F. Mercurio [60][61][62].

6.8. Méthodes numériques en contrôle stochastique impulsionnel - Application en gestion de portefeuilles avec coûts de transaction

Mots clés : *contrôle stochastique impulsionnel*, *problème min-max*, *risk sensitive*, *Howard*.

Participants : J.Ph. Chancelier, M. Messaoud, A. Sulem.

Nous poursuivons le développement d'algorithmes pour la résolution des inéquations variationnelles associées à des problèmes de contrôle impulsionnel. Dans le cas des inéquations quasi-variationnelles sensibles au risque, on interprète ces problèmes comme des équations d'Isaac-Hamilton-Jacobi ergodiques associées à des problèmes de min-max. L'an passé, on a mis en place des algorithmes de type Howard à deux niveaux combinés avec un algorithme développé par Stéphane Gaubert (projet Maxplus) et Jean Cochet-Terrasson [64]. On étudie la convergence de ces algorithmes et on étudie des extensions. On étudie également le contrôle impulsionnel des processus de diffusion avec sauts.

6.9. Calcul de Malliavin pour le mouvement brownien fractionnaire

Mots clés : *mouvement brownien fractionnaire*.

Participants : F. Biagini(Université de Bologne, Italie), Y. Hu (Univ. Kansas), B. Øksendal (Univ. d'Oslo), A. Sulem, N. Wallner (Oxford University).

Bien que le mouvement Brownien Fractionnaire ne soit pas une martingale, on peut construire un calcul intégral stochastique (de type Wick-Itô) basé sur la théorie du bruit blanc et un calcul différentiel de type Malliavin (cf [77][67]). On développe le calcul de Malliavin pour le mouvement Brownien Fractionnaire, en particulier un theorème fondamental du calcul stochastique fractionnaire et une intégration par parties [19].

6.10. Equations Différentielles Stochastiques Rétrogrades réfléchies de type quadratique

Participants : M.C. Quenez, M. Kobylanski, J.-P. Lepeltier(Université du Maine).

Mots clés : *EDSR reflechie*.

Nous avons montré l'existence d'une solution maximale et d'une solution minimale d'une EDSR réfléchie (EDSRR) sous des hypothèses assez faibles (voir [29]). Sous des hypothèses plus fortes, nous montrons que la solution de l'EDSRR correspond à la fonction valeur d'un problème de contrôle, d'où nous déduisons un théorème de comparaison et l'unicité de la solution. Dans le cas markovien, nous montrons (par une méthode directe) que la solution de l'EDSRR est solution de viscosité d'une EDP avec obstacle. Enfin, nous nous intéressons à l'application de ces EDSRRs au pricing d'options américaines : en effet, dans le cas d'un marché incomplet, N. El Karoui et R.Rouge (2001) ont montré que le prix d'une option européenne défini via une utilité exponentielle est solution d'une EDSR quadratique. D'après les résultats précédents, on en déduit que le prix d'une option américaine peut être caractérisé comme la solution d'une EDSR réfléchie quadratique. Notons qu'en ce qui concerne le problème de l'évaluation d'une option américaine en marché incomplet, ce prix apparait comme beaucoup plus simple à calculer que les autres prix, comme le prix de surréplication ou le prix obtenu par le critère de minimisation quadratique.

6.11. Interprétation probabiliste des équations aux dérivées partielles à l'aide des équations différentielles stochastiques rétrogrades

Participants : V. Bally, L. Stoica, E. Pardoux, M.E. Caballero, B. Fernandez, N. El-Karoui, B. Saussereau.

V. Bally, L. Stoica et E. Pardoux ont terminé un travail concernant l'interprétation probabiliste d'EDP à coefficients irréguliers (voire discontinus) à l'aide des processus de Markov symétriques [45].

V. Bally, M.E. Caballero, B. Fernandez et N. El-Karoui ont écrit un article concernant l'intérprétation probabilliste d'EDP avec obstacle, en formulation faible (inégalités variationnelles) [46].

V. Bally et B. Sausserau travaillent sur un critère de relative compacité dans l'espace de Wiener-Sobolev et des applications aux EDP stochastiques [53].

6.12. Problème de contrôle stochastique en observation partielle

Participant : D. Lefèvre.

Mots clés : *contrôle en observation incomplète*.

Considérons un problème de contrôle stochastique classique :

Maximiser sur tous les $u \in \mathcal{A}$

$$\Phi(y) = E^y \left[\int_0^T f(Y(t), u(t))dt + g(Y(T)) \right], \tag{4}$$

où

$$dY(t) = b(Y(t), u(t))dt + \sigma(Y(t), u(t))dB(t) \tag{5}$$

est un processus stochastique contrôlé de type d'Itô. Ici $u(t) = u(t, \omega)$ est notre processus de contrôle, supposé adapté à une filtration $\mathcal{G}_t \subset \mathcal{F}_t$, où $\mathcal{F}_t$ est la filtration de $\{B(t); s \leq t\}$ et $\mathcal{A}$ désigne la famille des processus de contrôle admissibles.

Nous reformulons la condition d'adaptitude à $\mathcal{G}_t$ comme suit :

$$E\left[\int_0^T u(t)(\phi(t) - E[\phi(t)|\mathcal{G}_t])\right] = 0, \forall \phi \in \mathcal{L}^2, \tag{6}$$

où $\mathcal{L}^2$ est l'ensemble de *tous* les processus mesurables $\phi(t,\omega) \in L^2([0,T] \times P)$. Alors le problème (4)-(6) peut être vu comme un *problème de contrôle non-adapté contraint* du type suivant :

Maximiser

$$E^y\left[\int_0^T f(Y(t), u(t))dt + g(Y(T)\right], \tag{7}$$

sur tous les processus mesurables $u(t,\omega) \in \mathcal{L}^2$ sous la contrainte

$$E\left[\int_0^T u(t)\psi(t)dt\right] = 0, \forall \psi \in S^\perp, \tag{8}$$

où

$$S^\perp = \{\psi \in \mathcal{L}^2; E[\psi(t)|\mathcal{G}_t] = 0 \quad \text{pour } badhbox. \tag{9}$$

Pour un contrôle général $u \in \mathcal{L}^2$, nous définissons le $Y^u(t)$ correspondant comme la solution de :

$$dY^u(t) = b(Y^u(t), u(t))dt + \sigma(Y^u(t), u(t))\delta B(t), \tag{10}$$

où δB indique que des intégrales de Skorohod sont utilisées (si $u(t)$ est $\mathcal{F}_t$-adapté alors cette interprétation coincide avec l'interprétation classique de l'intégrale d'Itô). Nous utilisons la méthode du multiplicateur de Lagrange pour résoudre le problème contraint (7)-(10) dans le cas où $\mathcal{G}_t = \mathcal{F}_t$ et pour des problèmes de contrôle adapté bien connus et comparons avec l'approche HJB. Nous utilisons aussi cette approche pour résoudre certains problèmes de contrôle en observation partielle qui ont été résolus par d'autres méthodes et comparons les résulats.

6.13. Modèle à probabilités a priori multiples

Participante : M.C. Quenez.

Mots clés : *probabilités a priori multiples.*

Le problème de maximisation de l'utilité de la richesse terminale par un investisseur a été largement étudié dans la littérature, par exemple par Karatzas et al. [80] dans le cas d'une filtration brownienne et plus récemment par Kramkov et Shachermayer [81]. Dans ces papiers, il est supposé que l'agent économique connait la probabilité réelle. Mais il est assez naturel de considérer que l'agent ne connait pas cette probabilité. Dans ce cas, les croyances sont représentées par un ensemble $\mathcal{P}$ de **probabilités dites a priori** et l'utilité de la richesse terminale est définie comme le minimum des utilités espérées, minimum pris sur l'ensemble $\mathcal{P}$ des probabilités a priori. On peut alors se poser le problème de maximisation de l'utilité de la richesse terminale dans le cas où le processus prix est une semimartingale quelquonque (voir [50]). Dans un premier temps, on peut montrer qu'il existe un point selle pour ce problème, c'est à dire que, avec les notations habituelles (x désigne la richesse initiale, π le portefeuille et X la richesse)

$$\max_\pi \inf_{Q\in\mathcal{P}} E_Q[U(X^{x,\pi})] = \min_{Q\in\mathcal{P}} u_Q(x),$$

où $u_Q(x) = \sup_\pi E_Q[U(X^{x,\pi})]$ désigne la fonction valeur du problème (dit « auxiliaire ») de maximisation de l'utilité de la richesse terminale dans le cas de l'utilité espérée évaluée sous Q. En d'autres termes, tout se passe comme si l'on travaillait sous la probabilité a priori la pire, c'est à dire sous $\hat{Q}$ où $\hat{Q}$ réalise le minimum sur $Q \in \mathcal{P}$ des fonctions valeurs $u_Q(x)$.

D'autre-part, ce problème avec probabilités a priori multiples peut être aussi résolu en passant par une approche duale, où la fonction valeur du problème dual est défini comme un infimum pris sur l'ensemble des probabilités a priori et sur l'ensemble des mesures martingales. Notons que cette fonction duale est tout naturellement donnée par l'infimum des fonctions valeurs associées aux problèmes auxiliaires.

Dans le cas d'une filtration brownienne, chaque probabilité a priori sera paramétrée par un noyau de Girsanov γ. Il est assez facile de voir que le fait de choisir un noyau γ revient à choisir une prime de risque modifiée $\theta + \gamma$ au lieu de θ. Dans le cas d'une fonction d'utilité logarithmique ou dans le cas de coefficients déterministes, on peut montrer que le $\hat{\gamma}$ optimal est celui qui minimise $|\theta + \gamma|$.

6.14. Optimisation stochastique et application en réassurance

Participants : M. Mnif, A. Sulem.

L'activité d'une compagnie d'assurance consiste à collecter des primes qui couvrent les assurés contre les sinistres. Cette activité risquée nécessite de gérer son risque. Cette gestion de risque ne demande pas des couvertures dynamiques comme le cas d'un vendeur d'options mais consiste à céder une partie du risque : ceci est l'objet de l'activité de réassurance. Dans le cas d'un contrat de réassurance proportionnelle, l'assureur reverse une partie des primes qu'il reçoit à une autre compagnie d'assurance en échange d'un engagement de celle-ci à payer une proportion des sinistres quand ils surviennent. Højgard et Taksar [93] se sont intéressés à ce contrat. Ils ont maximisé le profit de la compagnie d'assurance dans le cas où le processus de réserve est modélisé par un processus d'Itô. Schmidli (2001) a obtenu la politique optimale de réassurance qui minimise la probabilité de ruine de l'assureur. On s'intéresse ici au problème de maximisation de l'espérance de l'utilité du processus de réserve X à la date T sous contrainte de positivité du processus X pour tout $t \in [0, T]$. L'existence et l'unicité de la solution de ce problème d'optimisation avec contraintes sur les proportions et la positivité du processus de réserve est une conséquence directe d'un travail joint avec Huyên Pham (voir [84]) dans lequel on caractérise la solution de ce problème en utilisant la formulation duale.

6.14.1. Le modèle.

On considère une mesure aléatoire de Poisson $\mu(dt, dz)$ définie sur $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, associée au processus ponctuel $(N, \{Z_n, n \in \mathbf{N}\})$. Ici, $\{N_t, t \geq 0\}$ est un processus de comptage correspondant à la suite $\{T_n, n \in \mathbf{N}\}$ indiquant les instants des sinistres et $\{Z_n, n \in \mathbf{N}\}$ est une suite de variables aléatoires à valeurs dans $C \subset \boldsymbol{R}_+$ et bornées. On suppose que la mesure aléatoire $\mu(dt, dz)$ a une intensité $q(dt, dz) = \pi(dz)dt$ avec $\int_C \pi(dz) < \infty$.

Soit $\alpha > 0$ le taux de prime reçu par l'assureur et $\beta \geq \alpha$ le taux de prime payé au réassureur. Une stratégie de réassurance est un processus $\theta = (\theta_t)_{t\geq 0}$ prévisible : Ici $1 - \theta_t$ représente la fraction de réassurance. Soit $x \geq 0$ la réserve initiale et θ une stratégie de réassurance, alors le processus de réserve de l'assureur est donné par :

$$X_t^{x,\theta} \quad = \quad x + \int_0^t (\alpha - \beta(1-\theta_u))\, du - \int_0^t \int_C \theta_u z \mu(du, dz).$$

Une stratégie θ est admissible si $\theta_t \in [0, 1]$ pour tout $0 \leq s \leq T$ et $X_t^{x,\theta} \geq 0$ pour tout $0 \leq t \leq T$. On note par $\mathcal{A}(x)$ l'ensemble des stratégies admissibles On définit la fonction valeur par :

$$v(x) := \sup_{\theta \in \mathcal{A}(x)} E(U(X_T^{x,\theta})). \tag{11}$$

Contrairement au problème d'optimisation primal qui conduit à une équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman avec conditions aux limites du type Neumann à cause de la délicate contrainte de positivité du processus de réserve à chaque instant, le problème dual est un problème sans contrainte. Afin de l'étudier par des méthodes de contrôle stochastique, on considère sa version dynamique qui conduit à une inéquation variationnelle :

$$\begin{aligned} \min\{\tfrac{\partial\tilde v}{\partial t}(t,y) + \min_{\rho>0}\{A^\rho(t,y,\tilde v,\tfrac{\partial\tilde v}{\partial y}) &\;+\; y(\alpha-\beta+(\beta-\textstyle\int_C\rho(z)\;z\;\pi_t(dz))_+)\}, \\ &\;-\; \tfrac{\partial\tilde v}{\partial y}(t,y)\} = 0,\;(t,y)\in[0,T)\times\mathbb{R}_+^*, \end{aligned} \tag{12}$$

avec

$$A^\rho(t,y,\tilde v,\tfrac{\partial\tilde v}{\partial y}) = \textstyle\int_C(\tilde v(t,\rho(z)y)-\tilde v(t,y)-(\rho(z)-1)y\tfrac{\partial\tilde v}{\partial y}(t,y))\pi(dz).$$

M. Mnif a démontré un théorème de vérification pour cette équation et a également caractérisé la fonction valeur duale $\tilde v$ comme solution de viscosité de l'inéquation variationnelle (12). Il a résolu numériquement l'inéquation variationnelle en utilisant un algorithme basé sur l'algorithme d'Howard et déterminé la stratégie optimale de réassurance [34].

6.15. Statistique des modèles à volatilité stochastique

Participants : V. Genon-Catalot, T. Jeantheau, C. Larédo.

Nous travaillons sur l'estimation des paramètres intervenant dans les équations stochastiques associées à des modèles de volatilité stochastique. Nous étudions le cas où la volatilité est gouvernée par une équation différentielle stochastique, ainsi que le cas où celle-ci dépend d'un passé infini du processus considéré. Cette année, nous avons étudié en particulier les sujets suivants :

- Consistance d'estimateurs de vraisemblance conditionnelle pour les modèles de Markov cachés [24],[74].
- Estimation paramétrique pour les modèles de Markov cachés et les modèles à volatilité stochastique [72].
- Les filtres non linéaires explicites. Nous étudions un modèle à temps discret de Markov cachés (ou de filtre non linéaire) pour lequel tous les calculs du filtre optimal sont très simples et complètement explicites comme dans le filtre de Kalman avec pourtant un modèle non linéaire et non gaussien.
- Etude probabiliste et statistique d'un schéma d'approximation en temps discret du modèle à volatilité stochastique « complet », liens avec les modèles ARCH [27],
- Etude des équations différentielles stochastiques avec retard en relation avec le modèle à volatilité stochastique d'Hobson et Rogers.

7. Contrats industriels

7.1. Consortium Premia

Participants : V. Bally, V. Barette, L. Caramellino, J.-M. Cognet, B. Jourdain, B. Lapeyre, P. Pipolo, A. Sulem, E. Temam, S. Volle, A. Zanette.

Un consortium de banques est en place autour du pricer Premia. En contrepartie d'une participation financière, les membres du consortium disposent régulièrement des nouvelles versions du logiciel et du droit d'intégrer les routines dans leur chaîne de production.

Actuellement, le consortium est composé de : Caisse des Dépôts et Consignations, Crédit Lyonnais, Crédit Agricole-Indosuez, Crédit Industriel et Commercial, Natexis-Banques Populaires, EDF et GDF.

Le fonctionnement de ce consortium et le contenu actuel du projet peuvent être consultés sur la page Web : http://cermics.enpc.fr/~premia

7.2. EDF : Couverture des options sur électricité

Participants : S. Njoh, D. Lamberton.

Il s'agit d'une étude menée dans le cadre d'une convention Cifre Université de Marne la Vallée- EDF.

7.3. CIC : Calibration de modèles par méthodes de Monte-Carlo

Participants : L. Nguyen, B. Jourdain, B. Lapeyre.

Il s'agit d'une étude menée dans le cadre d'une convention Cifre ENPC-CIC.

7.4. CAI : Modèles de taux d'intérêt à volatilité stochastique

Participants : S. Hénon, D. Lamberton, M.C. Quenez.

Il s'agit d'une étude menée dans le cadre d'une convention Cifre Université de Marne la Vallée-CAI.

8. Actions régionales, nationales et internationales

8.1. Actions nationales

- Participation de membres de Mathfi au GDR FIQUAM « Méthodes quantitatives en finance » du CNRS. Ce GDR fait partie du Programme Risques et Complexité des systèmes financiers du CNRS.

8.2. Relations internationales

Projet « Mathématiques financières » de l'Institut franco-russe Liapunov. Responsable français : A Sulem, responsable russe : A. Shiryaev (prolongé jusqu'en juin 2003).
Site Web : http://www-direction.inria.fr/international/liapunov.html

9. Diffusion des résultats

9.1. Animation de la communauté scientifique

- V. Bally : Organisation du groupe de travail « Introduction aux Math Fi » pour les doctorants du projet Mathfi, à l'INRIA.
- B. Jourdain : organisation à l'ENPC jusqu'en juin 2002 d'un groupe de travail consacré aux méthodes de pricing d'options dans les modèles d'actifs comportant des sauts.
- J. Printems, E. Temam : organisation à l'INRIA jusqu'en décembre 2002 d'un groupe de travail consacré à la calibration des modèles d'actifs financiers
- M.C. Quenez : responsable du groupe de travail « méthodes stochastiques et finance » de Marne-La-Vallée- INRIA-ENPC et organisation du séminaire probabilités-statistiques de Marne-La-Vallée.
- V. Bally, E. Gobet, B. Jourdain, B. Lapeyre : cours de formation continue au Collège de l'École Polytechnique : « Méthodes de Monte-Carlo en finance », 6 et 7 mai 2002

9.2. Enseignement universitaire

- B. Arouna :
  - Monitorat de TD en deug Science éco (66h 30min) à l'Université de Marne La Vallée (UMLV).
  - Monitorat de TD en deug Sciences (57 h) à l'UMLV. Octobre 2002 à Janvier 2003
  - TP Langage C (Monte Carlo et EDP) au DEA *Analyse et Systèmes aléatoires* de l'UMLV (14 h). Décembre 2002 à Février 2003.
- V. Bally, J.F. Delmas, B. Jourdain, B. Lapeyre :
  cours de « Méthodes mathématiques pour la finance » à l'ENPC.
- B. Jourdain :
  - cours de « Probabilités et Applications », 1ère année de l'ENPC
  - cours d'« Initiation aux mathématiques pour la finance » à l'ENPC
- B. Jourdain, A. Sulem :
  Cours du DEA de probabilités de l'Université Paris VI, option finance : « Méthodes numériques en finance ».
- B. Jourdain, L. Marsalle et F. Pacard :
  cours de « Méthodes particulaires et équations de Burgers », DEA Analyse et Systèmes Aléatoires, Université de Marne-la-Vallée
- J.F. Delmas, B. Jourdain : cours de « Modèles aléatoires » à l'ENPC.
- M. Delasnerie, B. Jourdain, H. Regnier : cours de « Méthodes de Monte-Carlo en finance », DEA de Probabilités et Applications, Université Paris VI.
- D. Lamberton :
  -Cours en DEUG et Licence d'économie, licence de mathématiques. Université de Marne-la-Vallée.
  -Cours de DEA « Calcul stochastique et applications en finance », Université de Marne-la-Vallée.
- B. Lapeyre
  - Cours « Modéliser, Programmer, Simuler » (partie consacrée aux processus) de l'ENPC.
  - Cours et travaux dirigés (partie Méthodes de Monte-Carlo), Cours « Processus et Estimation », Majeure de Mathématiques Appliquées, École Polytechnique.
  - Enseignement d'approfondissement en « Finance », Majeure de Mathématiques Appliquées, École Polytechnique.
  - Méthodes de Monte-Carlo et Applications en Finance, cours du DEA Analyse et Système Aléatoires de l'Université de Marne La Vallée.
- D. Lefèvre
  - Chargé de TD en Mathématiques Financières (12H) pour le cours de Benjamin Jourdain, Jean-François Delmas et Bernard Lapeyre, 2ème semestre 2001-2002, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
  - Chargé de TD en Calcul Stochastique (40H) pour le cours de Monique Jeanblanc, 1er semestre 2002-2003, DESS Ingénierie Mathématique, Université d'Evry Val d'Essonne.
  - Chargé de TP en Probabilités et Statistiques (25H) pour le cours de Shiqi Song, Maîtrise de Mathématiques, 1er semestre 2002-2003, Université d'Evry Val d'Essonne.
- M. Mnif
  TD de microéconomie, niveau maîtrise MASS, Université Paris7.
- M.C. Quenez
  - Travaux dirigés en DEUG de sciences : Mathématiques générales en 1ère année.
  - Travaux dirigés en licence de mathématiques : Intégration.
  - Cours en DEUG de sciences : mathématiques générales en Deug 2ème année.
  - Cours de DEA à l'Université de Marne-La-Vallée sur les développements mathématiques récents en finance

- A. Sulem
  - Cours de DEA, Université Paris 9 Dauphine, DEA Mase, 21 heures de cours. *Titre* : « Méthodes numériques en gestion de portefeuilles ».
- A. Sulem et J. Ph Chancelier
  - Cours de DEA, Université Paris 1, DEA MME, 21 h. de cours, « Méthodes numériques en Finance ».
- E. Temam
  - TD de « Probabilités et Applications », 1ère année de l'ENSTA
  - Cours de « Méthodes numériques pour la finance » à l'ENSTA

9.3. Encadrement de stages

- V. Bally
  -M.P. Bavouzet : Calcul de Malliavin en Finance. (mémoire de DEA, Université Paris Dauphine)
- B. Jourdain
  - Mouhcine Berrada, « Pricing d'option par formule fermée, méthode de Monte-Carlo et transformée de Fourier dans le modèle de Merton », stage scientifique ENPC (avril à juin)
  - Stéphane Faure, »Calibration d'un arbre trinomial, d'après Dupire », PFE Institut Galilée, Université Paris 13 (octobre à décembre)
- B. Lapeyre
  - Ahmed Kbaier (avec Vlad Bally)) : Calcul de Malliavin et Réduction de variance pour les diffusions, mémoire de DEA, Université Marne la Vallée.
  - Pierick Samklu (avec Tony Lelievre, projet MICMAC) : Schémas ENO pour le calcul d'options asiatiques, mémoire de DEA, Université Marne la Vallée.
  - Nacim Belguenbour : Simulations récursives et calculs d'options, mémoire de DEA, Université Marne la Vallée.
  - Smail Nasrallah : Modélisation de risque de défaut, mémoire de DEA, Université Marne la Vallée.
  - Maxime Brochard : Etude mathématique des marchés incomplets (2ième année ENS-Lyon)
  - Colin Thiodet : Une introduction aux mathématiques financières (1ère année ENS-Lyon)
- M.C. Quenez
  - Hassina Hadj-Henni, mémoire de DEA : prix de surréplication dans des modèles avec sauts, d'après un article de Bellamy et Jeanblanc (2000).
  - Z'hor Ai Messaoud, mémoire de DEA : couplage dans un modèle avec sauts, d'après un article de Henderson et Hobson (2001).
- A. Sulem
  - Marouen Messaoud : Algorithmes d'Howard pour le contrôle impulsionnel.

9.4. Habilitation

- B. Jourdain
  « Interprétation probabiliste d'équations d'évolution non linéaires et applications », Habilitation à diriger des recherches , soutenue le 20 mars 2002 à l'université de Paris VI

9.5. Encadrement de thèses

- V. Bally
  - Stephane Menozzi, inscrit à l'Université Paris VI. Sujet : Approche numérique probabiliste des problèmes d'EDPs avec bord
- V. Bally et D. Lamberton
  -Ahmed Kbaier (depuis septembre 2002) co-encadrée avec Vlad Bally. Allocataire à l'université de Marne-la-Vallée.
  Sujet : méthodes de Monte-Carlo et Calcul de Malliavin
- V. Bally et A. Sulem
  - M.P. Bavouzet (depuis octobre 2002), Allocataire Paris Dauphine et INRIA. Sujet : calcul de Malliavin en Finance.
- B. Jourdain
  - Laurent Nguyen, convention CIFRE avec le CIC. Sujet : « Méthode de Monte-Carlo pour la calibration de modèles ».
- D. Lamberton
  - Samuel Njoh (en quatrième année), convention Cifre avec EDF. Sujet : Couverture d'options sur électricité
  - Etienne Chevalier (depuis novembre 2001). Allocataire-moniteur à l'Université de Marne-la-Vallée. Sujet : Frontière d'exercice des options américaines.
- D. Lamberton et M.C. Quenez
  - Sandrine Hénon (depuis septembre 2001) convention Cifre avec Crédit Agricole Indosuez, Sujet : modélisation de la courbe des taux en marché incomplet et calibration.
- D. Lamberton et Gilles Pagès
  - Vincent Lemaire (depuis septembre 2001) Allocataire-moniteur à l'Université de Marne-la-Vallée. Approximation de la mesure invariante d'une diffusion par un schéma d'Euler à pas décroissants.
- B. Lapeyre
  - Bouhari Arouna, à l'ENPC : « Algorithmes stochastiques, réduction de variance ». (2ème année)
  - Nicola Moreni (1ère année) : Intégrales de chemin et méthodes de Monte-Carlo en finance
  - Irmela Zentner (1ère année) : (co-encadrement avec F. Poirion de l'ONERA) Etude de la stabilité aéroélastique des avions soumis à la turbulence.
  - Ralf Laviolette (1ère année) : Vitesse de convergence de schémas de discrétisation d'EDS pour des fonctionnelles de la trajectoire, élève ENS Cachan.
- A. Sulem
  - Direction de la thèse de David Lefèvre sur les problèmes de gestion de portefeuille en observation incomplète. (fin 3ème année)
  - Co-Direction de la thèse de Mohamed Mnif (avec Huyen Pham , Université Paris 7) sur des problèmes de contrôle stochastique avec contraintes et application en assurance. (fin 3ème année, soutenance prévue le 6 Janvier 2003)
  - Marouen Messaoud (1ère année) Optimisation conjointe d'un portefeuille d'actifs de production d'électricité et d'actifs financiers - Application à la valorisation d'options exotiques.
  - Youssef Elouerkhaoui : (UBS Londres) Etude des problèmes d'incomplétude dans les marchés de crédit, débutée en Janvier 2002.

9.6. Participation à des colloques, séminaires, invitations

- B. Arouna
  - Bachelier Finance Society second world congress (BFS2002 12-15 Juin 2002 en Crete) : *Variance reduction and Robbins-Monro algorithms.*
  - Séminaire Bachelier à l'IHP à Paris : *Réduction de variance en finance et algorithmes stochastiques*.
  - Séminaire de l'équipe « Calcul Scientifique du CERMICS » : *Competitive Variance Reduction Technique.*
- V. Bally
  - Exposé : « Introduction aux méthodes numériques pour les mathématiques financières ». Colloquium INRIA - Février 2002.
  - Exposé : « Construction of higher order schemes in the numerical quantization algorithm using Malliavin calculus ». Congrès d'Ascona « Stochastic Analysis, Random Fields and Application » - Mai 2002.
  - Invitation par le Professeur L. Caramellino à l'Université de Rome I Tor Vergata. Exposé sur « Algorithme de Monte Carlo pour le pricing et hedging des options Américaines » - Mai 2002.
  - Exposé : « The quantization algorithm for pricing and hedging American options ». Colloque « Mathematical Finance », Pescara, Italie - Juin 2002.
  - Exposé : « On the relation between RBSDE's, Snell envelope and Variational inequalities ». Colloque « The third colloquim on Backward Stochastic Differential Equations, Finance and Applications » Waichai, China - Août 2002.
  - exposé au groupe de travail sur la calibration - organisé à l'INRIA par E. Temam et J. Printems.
  - exposé au groupe de travail sur les approches numériques analytiques et probabilistes des problèmes d'arrêt optimal - organisé par D. Lamberton à l'Université Marne la Vallée.
  - exposé au groupe de travail du projet Mathfi - organisé par B. Jourdain et M.C. Quenez à l'Université Marne la Vallée.
- J. M. Cognet
  -« Estimation de la volatilité locale par une méthode d'inversion numérique. Partie 2 : résultats numériques de calibration », Exposé à l'INRIA, groupe de travail du projet MATHFI, septembre 2002.
- B. Jourdain
  - « Introduction à la Calibration », groupe de travail Probabilités Numériques, Statistique des Processus et Finance, Universités de Paris VI et VII, 7 novembre et 21 novembre
  - « Panorama des différents travaux concernant la calibration », Groupe de travail Mathfi, INRIA, 3 octobre.
  - « Applications en finance d'un résultat de Gyongy sur les marginales d'un processeur d'Ito », 12 décembre - Groupe de travail du projet Mathfi.
- D. Lamberton
  - Convergence d'une méthode de Monte-Carlo pour le problème d'arrêt optimal. Exposé à Toulouse, janvier 2002.
  - An analysis of the Longstaff-Schwartz algorithm, Séminaire de l'Instituto per le Applicazioni del Calcolo, CNR, Rome, janvier 2002.
  - Recursive approximation of the invariant measure of a diffusion, Séminaire de probabilités, Université La Sapienza, Rome, janvier 2002.
  - Exposé dans le Groupe de travail MATHFI à l'ENPC, Options américaines dans des modèles avec sauts, Mars 2002

- D. Lefèvre
  - »Hedging contingent claims with incomplete information », Séminaire d'Analyse Stochastique de l'Université d'Oslo, Mars 2002.
  - Invité par Bernt Øksendal en tant que « research visitor » à l'Université d'Oslo du 3 au 18 mars 2002.
  - « A Lagrange multiplier approach to stochastic control with partial observation », Groupe de Travail en Mathématiques Financières, Université d'Evry Val d'Essonne, 21 Novembre 2002.
- M. Mnif
  - Exposé dans le Groupe de travail MATHFI à l'ENPC : « Stratégies optimales pour des problèmes de réassurance dans des modèles avec sauts » , Mars 2002
  - Optimal risk control under excess of loss reinsurance (poster), Colloque de Bachelier Finance Society, Crète 2002
  - « Optimal strategies for insurance companies », Interplay between Mathematical Finance and Insurance, Aarhus, juin 2002.
- P. Pipolo
  « Méthode de Brigo et Mercurio pour la Calibration », Exposé à l'INRIA, groupe de travail du projet MATHFI, octobre 2002.
- M.C. Quenez
  - conférence sur les EDS rétrogrades et leurs applications au pricing en marché incomplet, congrès à Berlin (18-19 février 2002) sur « Weather derivatives and incomplete markets« ,
  - conférence sur le problème d'optimisation en marché incomplet avec probabilités a priori multiples, congrès d'Ascona sur les mathématiques financières , Mai 2002,
  - conférence sur les EDS rétrogrades quadratiques réfléchies et application aux options américaines en marché incomplet, congrès sur les EDS rétrogrades (fin août 2002), Waichai, Chine.
  - Exposé à l'Ecole des Ponts, groupe de travail du projet MATHFI en février 2002 sur le prix de surréplication en marché incomplet dans des modèles avec sauts.
  - Exposé en avril 2002 à Paris 6 sur les EDS rétrogrades quadratiques réfléchies et application aux options américaines en marché incomplet.
- A. Sulem
  - conférence sur « Risk sensitive potfolio optimisation with transaction costs », congrès d'Ascona sur les mathématiques financières , Mai 2002.
  - Invitée comme conférencière principale à la conférence « Stochastic Economic Dynamics », Helsingor, Danemark, Août 2002.
  - Conférencière invitée au « Symposium on Stochastic Analysis », Laugarvatn, Islande, Août 2002 , exposé sur : « Optimal risk control under excess of loss reinsurance »
  - Conférencière invitée à l'Ecole d'hiver GO++ sur les méthodes numériques dédiées aux équations d'HJB, INRIA-Rocquencourt Dec 2002.
  - Gestion de portefeuilles dans des modèles avec sauts, exposé à l'ENPC, groupe de travail du projet MATHFI, Avril 2002.
- E. Temam
  - Bachelier Finance Society, 2nd World Congress, Crête, 12-15 juin 2002 : Closed Formulae for Super-Replication prices with discrete time strategy.
  - Séminaire de l'Institut Galilée, Université Paris XII I, 4 avril 2002 : Formules fermées pour les prix de surréplication en temps discret.
- S. Volle
  - « Estimation de la volatilité locale par une méthode d'inversion numérique. Partie 1 : pricing et algorithme de calibration. » Exposé à l'INRIA, groupe de travail du projet MATHFI, Septembre 2002.

9.7. Divers

- V. Genon-Catalot
  - Editeur associé de la revue Bernoulli.
- D. Lamberton
  - « Associate Editor » de la revue *Mathematical Finance*.
  - Responsable du DEA « Analyse et Systèmes Aléatoires »(Universités de Marne-la-Vallée, de Créteil et d'Evry et Ecole des Ponts).

10. Bibliographie

Bibliographie de référence

[1] M. AKIAN, J.L. MENALDI, A. SULEM. *On an Investment-Consumption model with transaction costs.* in « SIAM J. Control and Optim. », numéro 1, volume 34, Janvier, 1996, pages 329-364.

[2] V. BALLY, G. PAGES, J. PRINTEMS. *A stochastic quantization method for nonlinear problems.* in « Monte Carlo methods and applications », numéro 1-2, volume 7, 2001, pages 21-34.

[3] B. JOURDAIN, C. MARTINI. *American prices embedded in European prices.* in « Annales de l'IHP, analyse non linéaire », numéro 1, volume 18, 2001, pages 1-17.

[4] D. LAMBERTON. *Error Estimates for the Binomial Approximation of American Put Options.* in « Annals of Applied Probability », numéro 1, volume 8, 1998, pages 206-233.

[5] D. LAMBERTON, B. LAPEYRE. *Une introduction au calcul stochastique appliqué à la finance.* édition Collection Mathématiques et Applications, Ellipses, 1992, traduction anglaise : *An introduction to stochastic calculus applied to finance*, Chapman and Hall, 1996.

[6] *Applications of Malliavin Calculus in Finance.* éditeurs D. LAMBERTON, B. LAPEYRE, A. SULEM., Mathematical Finance, Janvier 2003, Proc. International Workshop on Applications of Malliavin Calculus in Finance, Inria Rocquencourt Dec 2001.

[7] D. LAMBERTON, L.C.G. ROGERS. *Optimal stopping and embedding.* in « Journal of Applied Probability », volume 37, 2000, pages 1143-1148.

[8] B. LAPEYRE, E. PARDOUX, R. SENTIS. *Introduction to Monte Carlo methods for transport and diffusion equation.* Oxford University Press, 2003.

[9] B. LAPEYRE, E. TEMAM. *Competitive Monte-Carlo Methods for the Pricing of Asian Options.* in « Journal of Computational Finance », numéro 1, volume 5, 2001, pages 39-57.

[10] D. LEFÈVRE. *An introduction to Utility Maximization with Partial Observation.* in « Finance », volume 23, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4183.html.

[11] E. GOBET, E. TEMAM. *Discrete time hedging errors for options with irregular payoffs.* in « Finance and Stochastics », numéro 3, volume 5, 2001, pages 357-367.

Livres et monographies

[12] B. LAPEYRE, A. SULEM, D. TALAY. *Understanding Numerical Analysis for Option Pricing.* Cambridge University Press, à paraître.

Thèses et habilitations à diriger des recherche

[13] M. MNIF. *Quelques applications du contrôle stochastique en finance et en assurance.* thèse de doctorat, Université Paris 7, 2003.

Articles et chapitres de livre

[14] V. BALLY, G. PAGÈS. *A quantization algorithm for solving multi - dimensional Optimal Stoppingproblems.* in « Bernoulli », à paraître.

[15] V. BALLY, G. PAGÈS, J. PRINTEMS. *Error analysis of the quantization algorithm for obstacle problems.* in « SPA », à paraître.

[16] V. BALLY, B. SAUSSEREAU. *Approximation of the Snell enveloppe and computation of the American options prices in dimension one.* in « ESSAIM », 2002.

[17] A. BAR-ILAN, A. SULEM, A. ZANELLO. *Time to build and Capacity choice.* in « Journal of Economic Dynamics and Control », numéro 1, volume 26, 2002, pages 69-98.

[18] F. BIAGINI, Y. HU, B. OKSENDAL, A. SULEM. *A stochastic maximum principle for processes driven by fractional Brownian motion.* in « Stochastic Processes and their applications », volume 100, 2002, pages 233 - 253, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/2000/24-00.html.

[19] F. BIAGINI, B. OKSENDAL, A. SULEM, N. WALLNER. *An Introduction to white noise theory and Malliavin Calculus for Fractional Brownian Motion.* in « Proc. Royal Society », special issue on stochastic analysis and applications.

[20] E. CLÉMENT. *Pseudo-moderate deviations in the Euler method for real diffusion processes.* in « Stochastics and Stochastics Reports », numéro 1-2, volume 72, 2002, pages 109-127.

[21] E. CLÉMENT, D. LAMBERTON, P. PROTTER. *An Analysis of a Least Squares Regression Method for American Option Pricing.* in « Finance and Stochastics », volume 6, 2002, pages 449-471.

[22] J. CVITANIC, A. LAZRAK, M.C. QUENEZ, F. ZAPARETO. *Incomplete Information with recursive preferences.* in « International Journal of Theoretical and Applied Finance », à paraître.

[23] V. GENON-CATALOT. *A non-linear explicit filter.* in « Stat and Prob Letters », à paraître.

[24] V. GENON-CATALOT, T. JEANTHEAU, C. LAREDO. *Conditional likelihood estimators for Hidden Markov models and stochastic volatility models.* in « Scand. J. Stat », à paraître.

[25] V. GENON-CATALOT, C. LAREDO, M. NUSSBAUM. *Asymptotic equivalence of estimating a Poisson intensity and a positive diffusion drift.* in « Annals of Stat », numéro 3, volume 30, 2002, pages 731-753.

[26] Y. HU, B. OKSENDAL, A. SULEM. *Optimal consumption and portfolio in a Black-Scholes market driven by fractional Brownian motion.* in « Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics », http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/2000/23-00.html, à paraître.

[27] T. JEANTHEAU. *A link between complete models with stochastic volatility and ARCH models.* in « Finance and stochastics », à paraître.

[28] B. JOURDAIN, C. MARTINI. *Approximation of American put prices by European prices via an embedding method.* in « Annals of Applied Probability », numéro 1, volume 12, 2002, pages 196-223.

[29] M. KOBYLANSKI, J.P. LEPELTIER, M.C. QUENEZ, S. TORRES. *Reflected BSDE with super-linear quadratic coefficient.* in « Probability and Mathematical Statistics », numéro 1, volume 22, 2002, pages 51-83.

[30] D. LAMBERTON. *Brownian Optimal Stopping and Random Walks.* in « Applied Mathematics and Optimization », numéro 45, 2002, pages 283-324.

[31] D. LAMBERTON, G. PAGÈS. *Recursive computation of the invariant distribution of a diffusion.* in « Bernoulli », volume 8, 2002, pages 367-405.

[32] D. LAMBERTON, S. VILLENEUVE. *Critical price near maturity for an American option on a dividend paying stock.* in « Annals of Applied Probability », à paraître.

[33] A. LAZRAK, M.C.QUENEZ. *Generalized Stochastic Differential Utility.* in « Math. and oper. research », 2002, à paraître.

[34] M. MNIF. *Optimal risk control under proportional reinsurance contract : a dynamic programming duality approach.* soumis à JEDC.

[35] L. SHEPP, A. SHIRYAEV, A. SULEM. *A barrier version of the Russian option.* éditeurs SANDMANN, SCHÖNBUCHER., in « Advances in Finance and Stochastics. Essays in Honour of Dieter Sondermann », Springer, 2002, pages 271-284.

[36] E. TEMAM. *Analysis of error with Malliavin Calculus : application to hedging.* in « Mathematical Finance », 2003.

[37] B. OKSENDAL, A. SULEM. *Optimal Consumption and Portfolio with both fixed and proportional transaction costs : A Combined Stochastic Control and Impulse Control Mode.* in « SIAM J. Control and Optim », http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/1999/19-99.html, à paraître.

[38] N. EL KAROUI, S. PENG, M.C. QUENEZ. *A dynamic maximum principle for the optimization of recursive utilities under constraints.* in « Annals of Applied Probability », à paraître.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[39] C. MARTINI. *Cheapest superstrategies without the optional decomposition.* in « Stochastic Financial Mathematics », volume 237, Steklov Math. Inst., éditeurs A. SHIRYAEV., Moscou, 2002.

[40] J-PH. CHANCELIER, B. OKSENDAL, A. SULEM. *Combined stochastic control and optimal stopping, and application to numerical approximation of combined stochastic and impulse control.* in « Stochastic Financial Mathematics », volume 237, Steklov Math. Inst., éditeurs A. SHIRYAEV., pages 149 -173, Moscou, 2002, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/2000/16-00.html.

Rapports de recherche et publications internes

[41] B. AROUNA. *Variance reduction and Robbins-Monro algorithms.* rapport technique, ENPC, 2002.

[42] V. BALLY. *The Central Limit Theorem for a non linear algorithm based on quantization.* Rapport de Recherche, numéro 4629, Inria, Rocquencourt, novembre, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4629.html.

[43] V. BALLY, G. PAGÈS, J. PRINTEMS. *A quantization tree method for pricing and hedging multidimensional American options.* Rapport de Recherche, numéro 4465, Inria, Rocquencourt, may, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4465.html.

[44] V. BALLY, G. PAGÈS, J. PRINTEMS. *First order schemes in the numerical quantization method.* Rapport de Recherche, numéro 4424, Inria, Rocquencourt, avril, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4424.html.

[45] V. BALLY, E. PARDOUX, L. STOICA. *Backward stochastic differential equations associated to symmetric Markov processes.* Rapport de Recherche, numéro 4425, Inria, Rocquencourt, avril, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4425.html.

[46] V. BALLY, M.E. CABALLERO, B. FERNANDEZ, N. EL KAROUI. *Reflected BSDE's , PDE's and Variational Inequalities.* Rapport de Recherche, numéro 4455, Inria, Rocquencourt, may, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4455.html.

[47] F. BONNANS, S. VOLLE, J.-M. COGNET. *Estimation de la volatilité locale par une méthode d'inversion numérique.* Rapport de recherche, numéro R-4648, INRIA, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4648.html.

[48] M. KOBYLANSKI, M.C. QUENEZ, E. ROUY. *Mutiple stopping time problems.* preprint, UMLV, 2002.

[49] M. MNIF, A. SULEM. *Optimal risk control under Excess of loss reinsurance.* Rapport de Recherche, numéro 4317, Inria, Rocquencourt, 2002, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4317.html.

[50] M. QUENEZ. *Maximization of utility of terminal wealth in a multiple-priors model : the general case.* preprint, UMLV, 2002.

Divers

[51] V. BALLY, L. CARAMELLINO, A. ZANETTE. *Pricing American options by a Monte Carlo method using a Malliavin calculus approach.* manuscript.

[52] V. Bally, S. Menozzi, J. Printems. *A stochastic finite element method based on quantization.*

[53] V. Bally, B. Saussereau. *A compactness criterion on the Sobolev-Wiener space and application to stochastic PDE's.* manuscript.

[54] V. Bally, E. Temam. *Empirical Black Sholes calculus and calibration.* manuscript.

[55] D. Lamberton, G. Pagès, P. Tarrès. *When can the two-armed Bandit algorithm be trusted ?.* manuscript.

Bibliographie générale

[56] M. Akian, A. Sulem, P. Séquier. *A finite horizon multidimensional portfolio selection problem with singular transactions.* in « Proceedings CDC », pages 2193-2198, News Orleans, Décembre, 1995, Vol.3.

[57] M. Akian, A. Sulem, M. Taksar. *Dynamic optimisation of long term growth rate for a portfolio with transaction costs - The logarithmic utility case.* in « Mathematical Finance », numéro 2, volume 11, Avril, 2001, pages 153-188.

[58] M. Avellaneda, R. Buff, C. Friedman, N. Grandchamp, L. Kruk, J. Newman. *Weighted Monte-Carlo : a new technique for calibrating asset-opricing models.* in « Int. J. Theor. and Appl. Finance », numéro 1, volume 4, 2001, pages 91-119.

[59] D. Bell. *The Malliavin Calculus.* série Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Math., numéro 34, Longman and Wiley, 1987.

[60] D. Brigo, F. Mercurio. *Fitting volatility smiles with analytically tractable asset-price models.* in « International Journal of Theoretical and Applied Finance », à paraître.

[61] D. Brigo, F. Mercurio. *Lognormal-mixture dynamics and calibration to market volatility smiles.* working paper.

[62] D. Brigo, F. Mercurio, G. Sartorelli. *The general mixture-diffusion dynamics for stochastic differential equations with a result on the volatility asset covariance.* working paper.

[63] E. Clément. *Inequalities of moderate deviation type in the Euler method for S.D.E. : the example of the geometric Brownian motion.* in « Stochastics and Stochastics Reports », volume 67, 1999, pages 287-307.

[64] J. Cochet-Terrasson. *Algorithmes d'tération sur les politiques pour les applications monotones contractantes.* Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, Décembre, 2001.

[65] P. Cohort. *Monte-Carlo methods for Pricing American Style Options.* rapport technique, 2001, part of the documentation of Premia 3.

[66] D. Duffie, L.G. Epstein. *Stochastic differential utility and asset pricing.* in « Econometrica », volume 60, 1992, pages 353-394.

[67] R. ELLIOT, J. V. DER HOEK. *A general fractional white noise theory and applications to finance.* Manuscript.

[68] H. FÖLLMER, M. SCHWEIZER. *Hedging of contingent claims under incomplete information. Applied Stochastic Analysis.* in « Stochastic Monographs », numéro 5, 1991, pages 389-414, (M.H.A. Davis and R.J. Elliott, eds), Gordon and Beach.

[69] E. FOURNIÉ, J.-M. LASRY, J. LEBUCHOUX, P.-L. LIONS. *Applications of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in Finance, II.* in « Finance & Stochastics », numéro 5, volume 2, 2001, pages 201-236.

[70] E. FOURNIÉ, J-M. LASRY, J. LEBUCHOUX, P-L. LIONS, N. TOUZI. *An application of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in Finance.* in « Finance & Stochastics », numéro 3, volume 4, 1999, pages 391-412.

[71] N. FRAMSTAD, B. OKSENDAL, A. SULEM. *Optimal Consumption and Portfolio in a Jump Diffusion Market.* in « proceedings du Workshop on Mathematical Finance », Inria, Paris, 1998, http://www.nhh.no/for/dp/1999/index.htm.

[72] V. GENON-CATALOT, T. JEANTHEAU, C. LAREDO. *Stochastic volatility models as hidden Markov models and statistical applications.* in « Bernoulli », numéro 6, volume 6, 2000, pages 1051-1079.

[73] V. GENON-CATALOT, T. JEANTHEAU, C. LAREDO. *Limit Theorems for Discretely Observed Stochastic Volatility Models.* in « Bernoulli », numéro 3, volume 4, 1998, pages 283-303.

[74] V. GENON-CATALOT, T. JEANTHEAU, C. LAREDO. *Parameter Estimation for Discretely Observed Stochastic Volatility Models.* in « Bernoulli », numéro 5, volume 5, 1999, pages 858-872.

[75] P. GLASSERMAN, P. HEIDELBERGER, P. SHAHABUDDIN. *Asymptotically optimal importance sampling and stratification for pricing path-dependent options.* in « Math. Finance », volume 2, 1999, pages 117-152.

[76] Y. HU, B. OKSENDAL, A. SULEM. éditeurs S. ET AL., *Mathematical Physics and Stochastic Analysis.* World Scientific, 2000, chapitre Optimal portfolio in a fractional Black & Scholes market, pages 267-279, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/1999/13-99.html, Essays in Honour of Ludwig Streit.

[77] Y. HU, B. OKSENDAL. *Fractional white noise calculus and applications to finance.* Preprint series, University of Oslo, Department of Mathematics, October, 1999, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/1999/pure_1999.html.

[78] J. HULL, A. WHITE. *Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options.* in « Journal of Derivatives », volume 1, 1993, pages 21-31.

[79] B. JOURDAIN, L. NGUYEN. *Minimisation de l'entropie relative par méthode de Monte-CCarlo.* in « C.R.Acad. Sci. », numéro 4, volume 332, 2001, pages 245-350.

[80] I. KARATZAS, J.P. LEHOCZKY, S.E. SHREVE, G. XU. *Martingale and duality methods for utility maximization in an incomplete market.* in « Siam J. Cont. Optim. », volume 29, 1991, pages 702-730.

[81] D. KRAMKOV, W. SCHACHERMAYER. *The Asymptotic Elasticity of Utility Functions and Optimal Investment in Incomplete Markets.* in « Annals of Applied Probability », numéro 9, 1999, pages 904-950.

[82] B. LAPEYRE, C. MARTINI. *The Premia project.* in « ERCIM news », 2000.

[83] P. MALLIAVIN. *Stochastic calculus of variations and hypoelliptic operators.* in « Proc.Inter.Symp. on Stoch.Diff. Equations », Wiley 1978, pages 195-263, Kyoto, 1976.

[84] M. MNIF, H. PHAM. *Stochastic optimization under constraints.* in « Stochastic Processes and their Applications », volume 93, 2001, pages 149-180.

[85] D. NUALART. *The Malliavin Calculus and Related Topics.* Springer-Verlag, 1995.

[86] D. OCONE, I. KARATZAS. *A generalized representation formula with application to optimal portfolios.* in « Stochastics and Stochastic Reports », volume 34, 1991, pages 187-220.

[87] D. OCONE. *A guide to the stochastic calculus of variations.* in « Stochastic Analysis and Related Topics », Lecture Notes in Math.1316, éditeurs H. KOERZLIOGLU, S. ÜSTÜNEL., pages 1-79, 1987.

[88] B. OKSENDAL. *An Introduction to Malliavin Calculus with Applications to Economics.* in « Lecture Notes from a course given 1996 at the Norwegian School of Economics and Business Administration (NHH) », September, 1996, NHH Preprint Series.

[89] G. PAGÈS, H. PHAM. *A quantization algorithm for multidimensional stochastic control problem.* Laboratoire de Probabilité et Modèles Aléatoires, numéro Preprint PMA-697, Université de Paris 6, 2001.

[90] S. PENG. *A general stochastic maximum principle for optimal control problems.* in « SIAM J. Control & Opt. », 1991, pages 966-979.

[91] M. C. QUENEZ, N.EL KAROUI, L. MAZLIAK. *Stochastic control and BSDE's.* série Reasearch Notes in Mathematics Series, volume 364, Longman, éditeurs C. PITMAN., 1997.

[92] A. TISSEYRE. *Stabilité et Finance.* thèse de doctorat, Université Paris Dauphine, 1999.

[93] B HØJGAARD, M. TAKSAR. *Optimal proportional reinsurance policies for diffusion models with transaction costs.* in « Insurance Mathematics and Economics », volume 22, 1998, pages 41-51.

[94] J.-P. LAURENT, H. PHAM. *Dynamic programming and mean-variance hedging.* in « Finance Stoch. », numéro 1, volume 3, 1999, pages 83-110.

[95] M.H.A. DAVIS, A. NORMAN. *Portfolio selection with transaction costs.* in « Mathematics of Operation Research », volume 15, 1990, pages 676-713.

[96] N. EL KAROUI, C. KAPOUDJIAN, E. PARDOUX, S. P. S., M.C.QUENEZ. *Reflected solutions of Backward SDE's and related obstacle problems for PDE's".* in « The Annals of Probability », numéro 2, volume 25, 1997, pages 702-737.

[97] N. EL KAROUI, E. PARDOUX, M-C.QUENEZ . éditeurs L. ROGERS, D. TALAY., *Numerical methods in Finance.* Cambridge University Press, 1997, chapitre Reflected BSDE's and American options, pages 215-

231.

[98] N. EL KAROUI, M.C. QUENEZ. *Programmation dynamique et évaluation des actifs contingents en marché incomplet.* in « C.R.Acad.Sci.Paris », volume 331, 1991, pages 851-854.

[99] N. EL KAROUI, M.C. QUENEZ. *Dynamic programming and pricing of a contingent claim in an incomplete market.* in « SIAM Journal on Control and optimization », numéro 1, volume 33, 1995, pages 29-66.

[100] N. EL KAROUI, M.C. QUENEZ. *Non-linear Pricing Theory and Backward Stochastic Differential Equations.* in « Financial Mathematics », série Lectures Notes in Mathematics, volume 1656, Springer, éditeurs W.J. RUNGGALDIER., 1997, Bressanone,1996.

[101] N.C. FRAMSTAD, B. OKSENDAL, A. SULEM. *Optimal Consumption and Portfolio in a Jump Diffusion Market with Proportional Transaction Costs.* in « Journal of Mathematical Economics », volume 35, 2001, pages 233-257, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/2000/26-00.html.

[102] N.C. FRAMSTAD, B. OKSENDAL, A. SULEM. *Stochastic Maximum Principle for Optimal Control of Jump Diffusions and Applications to Finance.* Preprint, numéro 22, University of Oslo, 2001, http://www.math.uio.no/eprint/pure_math/2001/pure_2001.html.

[103] N.EL KAROUI, S. PENG, M.C. QUENEZ. *Backward Stochastic Differential Equations in Finance.* in « Mathematical Finance », numéro 1, volume 7, January, 1997, pages 1-71.