

*Projet NUMOPT**Optimisation Numérique**Rhône-Alpes*

THÈME 4A



*R*apport
*d'**A*ctivité

2002

Table des matières

1. Composition de l'équipe	1
2. Présentation et objectifs généraux	1
3. Fondements scientifiques	1
4. Domaines d'application	2
5. Logiciels	2
5.1.1. Code M1QN3	2
5.1.2. Code M2QN1	2
5.1.3. Code N1CV2	2
5.1.4. Modulopt	3
6. Résultats nouveaux	3
6.1. Introduction	3
6.2. Relations entre \mathcal{U} -Newton, Riemann-Newton et SQP	3
6.3. Heuristique primale-duale en optimisation combinatoire	3
6.4. Plus grande coupe de niveau invariante d'une fonction de Lyapunov	3
6.5. Vers une méthode de ε -descente pour les problèmes de réalisabilité SDP	4
6.6. Génération de trajectoires optimales	4
6.7. Calcul de valeurs propres maximales	4
6.8. Robustesse d'un code de faisceaux	5
6.9. Maximisation d'entropie en robotique	5
6.10. Approche SDP pour le calcul d'une structure électronique	5
6.11. Reproduction « robotique » de mouvements humains	5
6.12. Actions d'applications : Production électrique	6
6.12.1. Résolution du dual	6
6.12.2. Heuristique primale	6
7. Contrats industriels	7
8. Actions régionales, nationales et internationales	7
8.1.1. Invitation de chercheurs étrangers	7
8.1.2. Organisation de colloques	7
9. Diffusion des résultats	7
9.1. Diffusion de logiciels	7
9.2. Enseignements	7
9.3. Participation à des colloques, séminaires, invitations	8
10. Bibliographie	8

1. Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Claude Lemaréchal [directeur de recherche]

Assistante de projet

Françoise de Coninck [commune avec IS2, Helix]

Personnel Inria

François Oustry [chargé de recherche (mis en disposition depuis le 1 VIII 2001)]

Pierre-Brice Wieber [chargé de recherche]

Chercheurs post-doctorants

Aris Daniilidis [jusqu'au 1 X]

Scott Miller [jusqu'au 15 X]

Stagiaires

Matthieu Guilbert [École des Mines de Douai]

Léonard Jaillet [DEA IVR]

Jérôme Malick [ENS Cachan-Rennes 4ème année]

2. Présentation et objectifs généraux

Numopt s'intéresse aux algorithmes d'optimisation numérique dans leurs divers aspects :

- *Recherche* de type fondamental, pouvant être motivée par des applications de pointe, ou concerner des sujets considérés comme importants par la communauté scientifique internationale
- *Développement* d'algorithmes d'optimisation, en vue non pas de problèmes particuliers mais de grandes classes de problèmes ;
- *Applications*, c'est-à-dire assistance à des partenaires industriels ou venant d'autres secteurs de la recherche, sur des problèmes spécifiques auxquels ils sont confrontés.

D'une façon générale, le contenu scientifique de nos travaux s'articule surtout autour des points privilégiés suivants : optimisation non différentiable, optimisation semi-définie positive, liens entre optimisation combinatoire et continue.

3. Fondements scientifiques

Mots clés : *optimisation, algorithme numérique, convexité, relaxation lagrangienne, relaxation SDP, optimisation semi-définie positive, contraintes quadratiques.*

Ce projet concerne la minimisation numérique d'une fonction f de n variables sur un domaine $D \subset \mathbb{R}^n$, soit

$$\min f(x), \quad \text{avec } x = \{x_1, \dots, x_n\} \in D. \quad (1)$$

Divers cas de figure relèvent plus particulièrement de nos compétences. Leur énumération ci-dessous suit l'ordre décroissant de niveau théorique.

1. Cas où les dérivées premières de f sont discontinues. Pour ces problèmes, des algorithmes existent (méthodes de *faisceaux*, méthode du centre analytique), et sont implémentés et appliqués à des problèmes d'origines de plus en plus diverses. Nos recherches portent sur les possibilités d'accélération de ces algorithmes, ce qui implique de généraliser convenablement la notion de *second ordre* en un point où les dérivées premières n'existent pas.

2. *Problèmes combinatoires*, où D est un ensemble fini, typiquement un sous-ensemble de $\{0, 1\}^n$. Nous n'avons pas de compétence particulière dans ce vaste domaine ; mais il se trouve que *l'analyse convexe* y joue un rôle utile, encore méconnu de la communauté scientifique (*relaxation lagrangienne, relaxation semi-définie positive*). Nous nous plaçons ici à la charnière entre les trois domaines : continu-combinatoire-convexité.
3. Problèmes de valeurs propres, ou encore optimisation *semi-définie positive* (SDP). Ici, R^n est en fait $R^{m(m+1)/2}$, l'espace des matrices symétriques. Typiquement, f est alors la valeur propre maximale (ou, de façon analogue, f est linéaire mais D est l'ensemble des matrices semi-définies positives). Nos travaux ont ici un double aspect ; applicatif d'une part (commande robuste, optimisation combinatoire - point 2. ci-dessus,...) concernant la *relaxation* SDP, et d'autre part méthodologique, résolvant les problèmes SDP par optimisation non différentiable (point 1.), qui vient ainsi compléter les méthodes de *points intérieurs*.
4. Problèmes plus « classiques » où D est soit l'espace R^n tout entier, soit défini par des *contraintes* $c_i(x) \leq 0$, f et les c_i étant régulières ; éventuellement, n est grand (10^5 et plus). Ici, nous jouons le plus souvent un rôle de conseillers, en diverses étapes : modélisation, choix d'une méthodologie, orientation vers les logiciels adaptés (*Modulopt*, projet Estime ou action Mocoa, ou encore bibliothèques externes).

4. Domaines d'application

L'optimisation se présente potentiellement dans tous les secteurs économiques. Dès qu'un outil de simulation est au point, il peut être utilisé pour optimiser le système qu'il simule. Un autre domaine est l'*identification* de paramètres (projets Idopt ou Estime), où l'on doit minimiser l'écart entre des mesures et des prédictions théoriques.

De ce fait, il est impossible de donner une liste exhaustive de domaines d'application. Citons pêle-mêle des applications auxquelles l'Inria a été mêlé dans le passé, éventuellement via le projet Promath¹ : gestion de la production, géophysique, finance, modélisation moléculaire, robotique, productique, réseaux, astrophysique, cristallographie, ...

5. Logiciels

D'une façon générale, nos logiciels sont distribués de deux façons différentes : d'une part des codes de bibliothèque (type Modulopt), mis à disposition libre ou payante suivant l'utilisation qui en est faite ; d'autre part des logiciels spécifiques, développés pour une application donnée.

Les codes d'optimisation ci-dessous, très utilisés, ont été développés dans le cadre de l'ex projet Promath.

5.1.1. Code M1QN3

Il s'agit d'un code d'optimisation sans contraintes pour problèmes à très grand nombre de variables ($n \geq 10^3$, a été utilisé pour $n = 10^6$). Techniquement, il utilise un algorithme de BFGS à mémoire limitée avec recherche linéaire de Wolfe (voir [1] ou [7] pour la terminologie).

Participants : Jean-Charles Gilbert [projet Estime – correspondant], Claude Lemaréchal [correspondant].

5.1.2. Code M2QNI

Code d'optimisation pour (petits) problèmes avec contraintes de bornes uniquement : D est un pavé de R^n . Il utilise la méthode de BFGS avec recherche de Wolfe et gestion de contraintes actives.

Participant : Claude Lemaréchal [correspondant].

5.1.3. Code NICV2

Minimisation sans contraintes d'une fonction convexe (non différentiable), par une méthode de faisceaux de type proximal ([1], [3]),

¹Rappelons que Numopt résulte d'un essaimage de l'ancien projet Promath.

Participants : Claude Lemaréchal [correspondant], Claudia Sagastizábal [correspondante].

5.1.4. Modulopt

Outre des codes d'optimisation tels que ceux ci-dessus, la bibliothèque Modulopt comporte des instances de problèmes d'application, réels ou académiques. Elle constitue ainsi un champ d'expérience fonctionnant dans les deux sens : expérimenter un nouvel algorithme sur une batterie de problèmes-tests, ou bien choisir parmi plusieurs codes celui qui s'adapte le mieux à un problème donné.

Participant : Claude Lemaréchal [correspondant].

6. Résultats nouveaux

6.1. Introduction

La présentation de nos activités ci-dessous est faite en procédant du plus théorique au plus appliqué.

6.2. Relations entre \mathcal{U} -Newton, Riemann-Newton et SQP

Participants : Scott Miller, Claude Lemaréchal.

Pour minimiser la plus grande valeur propre λ_{\max} d'une matrice symétrique, la méthode de \mathcal{U} -Newton de [5] utilise un modèle du second ordre provenant du \mathcal{U} -lagrangien [6]. Le \mathcal{U} -lagrangien n'est pas unique : il dépend d'un sous-gradient « de référence » \bar{g} , d'où une certaine ambiguïté pour l'algorithme résultant. Pour lever l'ambiguïté, on compare le \mathcal{U} -lagrangien à un modèle de Newton sur la variété riemannienne où λ_{\max} est différentiable. La courbure correcte est alors obtenue en choisissant un \bar{g} particulier ; bien que ce dernier puisse pas exister, on peut toujours définir un modèle de Newton dans la variété riemannienne. Il correspond au modèle de SQP utilisant les multiplicateurs de moindres carrés (voir [1] pour la terminologie).

6.3. Heuristique primale-duale en optimisation combinatoire

Participants : Aris Daniilidis, Claude Lemaréchal.

Ce travail est motivé par l'application mentionnée ci-dessous en § 6.12, où nous avons utilisé une méthode due à Bertsekas[12]. Supposons qu'un problème du type

$$\min f(x), \quad x \in X, \quad c(x) = 0$$

soit décomposable : il se prête bien à la relaxation lagrangienne mais cela conduit à un saut dual. Pour ajouter de la convexité, Bertsekas a proposé un algorithme proximal *primal* : x_{k+1} est obtenu en résolvant

$$\max_{u \in \mathbb{R}^m} \min_{x \in X} f(x) + u^\top c(x) + \frac{\rho}{2} \|x - x_k\|^2,$$

ce qui est facile par hypothèse puisque le lagrangien reste décomposé (alors que le lagrangien augmenté, correspondant à un algorithme proximal *dual*, tue la décomposition).

Compte tenu des excellents résultats obtenus sur la production électrique, nous avons étudié les propriétés théoriques de cette méthode. La réponse est assez décevante : aucune justification théorique ne semble l'étayer ; en particulier la méthode ne fournit pas nécessairement un point réalisable. L'article correspondant est soumis et a fait l'objet d'un rapport de recherche : [10].

6.4. Plus grande coupe de niveau invariante d'une fonction de Lyapunov

Participant : Pierre-Brice Wieber.

Les systèmes dynamiques asservis $\dot{x} = f(t, x, u)$ sont souvent soumis à des contraintes du type $g(t, x, \dot{x}, u) \geq 0$ qui pèsent fortement sur leur comportement. C'est notamment le cas des robots marcheurs, via les conditions régissant leur contact avec le sol.

Il n'est malheureusement pas évident de concevoir des lois de commande prenant en compte de telles contraintes dynamiques : elles ne sont souvent prises en compte qu'après coup, considérées comme des contraintes extérieures limitant la capacité à réaliser la commande désirée, limitant donc d'autant son bassin d'attraction.

Pour ce type de système dynamique contraint, nous proposons d'évaluer le bassin d'attraction d'une loi de commande en mesurant la plus grande coupe de niveau $\{x | V(t, x, \dot{x}) \leq \alpha(t)\}$ de la fonction de Lyapunov $V(t, x, \dot{x})$ associée qui soit invariante avec le temps. En d'autres termes, nous recherchons la plus grande coupe de niveau dans laquelle la loi de commande est toujours compatible avec les contraintes dynamiques.

Nous proposons alors un algorithme basé sur une séquence de sous-problèmes d'optimisation qui permet de calculer simplement cette plus grande coupe (un algorithme de type points intérieurs pourrait également être très efficace). Une limitation de cette méthode pour des problèmes non convexes est que des minima locaux induiront une évaluation trop optimiste de la stabilité de la loi de commande, question sur laquelle nous nous penchons actuellement.

6.5. Vers une méthode de ε -descente pour les problèmes de réalisabilité SDP

Participants : Scott Miller, Claude Lemaréchal.

Les méthodes de faisceaux remontent à la méthode dite de ε -descente [17], dans laquelle on cherche à diminuer l'objectif d'au moins un seuil $\varepsilon > 0$ choisi à chaque itération. Le choix de ε est un point faible de cette approche, mais cet argument disparaît dans le cas où l'on veut simplement trouver une matrice semi-définie négative $M(x)$: on cherche alors à minimiser $f(x) := \lambda_{\max} M(x)$ et on se contente de $f(x) \leq 0$; une valeur naturelle pour ε est alors une fraction de fois $f(x)$. On a donc défini une variante de l'algorithme de Helmborg-Rendl [13] dans laquelle le coefficient proximal primal μ est remplacé par le seuil dual ε . Les résultats obtenus sont parfois meilleurs, parfois pires ; l'algorithme résultant ne semble donc pas devoir être retenu, sachant que son implémentation est plus complexe que pour l'original.

6.6. Génération de trajectoires optimales

Participants : Pierre-Brice Wieber, Léonard Jaillet.

Le calcul de trajectoires optimales d'un système mécanique tel qu'un robot marcheur est un exemple typique de problème de commande optimale pour lequel la « méthode directe » s'impose. Le problème continu en temps a donc été discrétisé par le biais de splines cubiques pour obtenir un problème classique d'optimisation non-linéaire sous contraintes d'égalité et d'inégalité.

La convergence des algorithmes d'optimisation étant toujours difficile pour ce type particulier de problèmes, un schéma numérique en plusieurs étapes a été mis au point pour l'améliorer, intégrant au fur et à mesure les degrés de liberté (géométrie, statique, dynamique) et les contraintes associées.

La résolution de chacune de ces étapes est actuellement effectuée par un algorithme de type SQP à matrices pleines, qui ne valorise pas la structure spécifique de la hessienne. L'emploi d'algorithmes SQP à matrices creuses adaptés à cette structure, voire d'algorithmes de points intérieurs, est actuellement à l'étude.

6.7. Calcul de valeurs propres maximales

Participant : Scott Miller.

Dans les algorithmes d'optimisation SDP tels que [4] ou Helmborg-Rendl, le gros du temps de calcul est passé à calculer quelques-unes des plus grandes valeurs propres d'une matrice symétrique M . Sur les indications de R. Lehoucq (un des principaux artisans d'Arpack), la fonction `maxeig` a été écrite en Matlab pour les problèmes de grande taille, où une diagonalisation complète est impossible. Elle utilise la méthode avec redémarrages implicites d'Arnoldi-Lanczos ; M n'est donc utilisée que via le produit Mv , d'où exploitation

facile de sa structure (par exemple le creux de M). Pour permettre l'écriture de `maxeig`, trois fonctionnalités ont été ajoutées dans Arpack :

- identification automatique de la multiplicité approchée de la valeur propre maximale (suivant une tolérance donnée par l'utilisateur),
- adaptation de la base de redémarrage de Lanczos (`nev`),
- application d'une transformation spectrale polynomiale accélérant Lanczos.

Le but des deux derniers points est d'accélérer la convergence vers la valeur propre maximale.

6.8. Robustesse d'un code de faisceaux

Participant : Scott Miller.

Le code de faisceaux `N1CV2` est parfois - rarement - mis en échec sur des problèmes mal conditionnés (en particulier sur une série de problèmes SDP dus à U. Brännlund, bien connus dans la communauté non différentiable). Une cause importante est une mauvaise synchronisation entre le test de pas nul et le test d'arrêt du solveur quadratique[14] de K.C. Kiwiel ; ce défaut est maintenant éliminé. Dans le même but d'améliorer la robustesse, diverses réinitialisations de secours ont par ailleurs été apportées : allongement du pas lorsque la précision du QP devient insuffisante, refactorisation de la matrice de Gram en cas d'incohérence dans la base active, etc.

6.9. Maximisation d'entropie en robotique

Participants : Claude Lemaréchal, Emmanuel Mazer, Pierre Bessière.

Certains problèmes d'identification de l'environnement par un robot peuvent être formulés comme une maximisation d'entropie sous contraintes de moments. Dans son stage de DEA, M. Sdika a testé cette approche, laquelle est parfaitement viable si la dimension d de l'espace d'état est modérée (chaque itération consistant à calculer un certain nombre d'intégrales dans R^d). Voir le Rapport d'Activité du Projet Sharp.

6.10. Approche SDP pour le calcul d'une structure électronique

Participant : Scott Miller.

Éric Cancès et Claude le Bris au CERMICS (ENPC) ont développé une méthode - dite des contraintes relaxées - pour calculer la distribution des électrons d'une molécule dans l'état de base. Le problème est

$$\min\{\text{Tr}F(D)D : DSD = D, \text{Tr}SD = \mathbf{n}\}, \quad (2)$$

où F, S, D sont des matrices $n \times n$. Ils résolvent (2) à D fixé et utilisent une méthode de plus forte pente. Nous proposons de *relaxer* (2) en

$$\min\{\text{Tr}FD : DSD \leq D, \text{Tr}SD \leq \mathbf{n}\}, \quad (3)$$

qui peut être résolu par une méthode de points intérieurs. Le gros du travail dans une telle méthode est le calcul de la direction de Newton - un complexe système de grande taille - et nous proposons pour cela un algorithme de gradient conjugué avec préconditionnement automatique[16]. Un module spécial est utilisé pour calculer le produit Mv , où M est le hessien ; ce produit peut être calculé en $O(n)$ opérations par dérivation automatique en mode inverse - on suppose que le calcul de $\det(D - DSD)$ est $O(n)$. Suivant la qualité du préconditionneur, le temps total peut être en $O(n)$, ce qui est optimal.

6.11. Reproduction « robotique » de mouvements humains

Participants : Pierre-Brice Wieber, Matthieu Guilbert.

Travail mené en association avec les Moyens Robotiques. Il s'agit de calculer les mouvements d'un robot humanoïde qui reproduiront au mieux des mouvements réalisés par une personne. Disposant des coordonnées 3D de marqueurs positionnés sur la personne, on leur associe, par une méthode de moindres carrés non-linéaires, un modèle géométrique du robot dont les longueurs caractéristiques ne sont pas fixées (afin de s'adapter à la morphologie de la personne) ; on extrait ensuite directement du modèle les coordonnées articulaires du robot.

Nous avons mis au point pour cela un petit algorithme de type quasi-Newton qui a donné de très bons résultats, calculant chaque position du robot en moins de 1 ms sur des stations de travail banales, mettant ainsi les applications temps-réel à portée de main.

6.12. Actions d'applications : Production électrique

Participant : Claude Lemaréchal.

L'optimisation de la production électrique est un problème comme celui mentionné en § 6.3, où $x = (x_1, \dots, x_n)$ est la production de n centrales, les contraintes $c(x) = 0$ représentent la satisfaction de la demande à chaque instant et sont linéaires. Le problème est donc découplable par rapport aux centrales et se prête à la relaxation lagrangienne. Notre longue collaboration avec EDF sur ce problème s'est concrétisée cette année : le logiciel Apogée est opérationnel depuis octobre 2002. Ce logiciel, qui optimise chaque jour les centrales EDF, résout le problème dual par un code de faisceaux que nous avons produit.

Nous avons prolongé notre action cette année suivant différents points :

6.12.1. Résolution du dual

Plusieurs améliorations ont été apportées au code de faisceaux. Il peut maintenant être démarré à chaud pour traiter des variations de la demande, i.e. des seconds membres des contraintes dualisées. L'idée est extrêmement simple : modifier le second membre des contraintes dans le problème § 6.3 ne modifie en rien la minimisation du lagrangien. Tous les calculs effectués au cours d'une première exécution peuvent donc être réutilisés pour démarrer une deuxième exécution.

Par ailleurs, ce code ne traitait convenablement que des contraintes primales d'égalité. Les inégalités, qui induisent des contraintes de bornes sur les variables duales, impliquaient l'introduction de pénalités, au sévère détriment de l'efficacité. Cela se faisait surtout sentir pour les contraintes dites de réserve tertiaire, très peu actives. Nous avons donc incorporé au code de faisceaux un traitement convenable pour des variables duales bornées, grâce à l'utilisation d'un solveur quadratique de K.C. Kiwiel[15] acheté par EDF. De ce fait, le code peut maintenant traiter *toutes* les contraintes primales nécessaires.

6.12.2. Heuristique primale

La résolution du dual est insuffisante pour obtenir une solution primale : une heuristique est nécessaire. Celle implémentée dans Apogée ne donne pas entièrement satisfaction et le même contrat stipulait une amélioration. Notre proposition consiste en une deuxième exécution du code de faisceaux, dans laquelle le lagrangien comporte un terme supplémentaire pénalisant l'écart à la solution convexifiée obtenue par dualité - voir § 6.3. Les résultats obtenus sont remarquables. À titre d'exemple : optimisation sur deux jours, discrétisés en 96 demi-heures ; calculs effectués sur un Sun Blade 900MHz. Le dual est résolu en 11min de calcul, ce qui donne une borne inférieure du coût optimal ; les variables duales optimales donnent par ailleurs de bons indicateurs de prix marginaux. Ensuite, l'heuristique permet d'obtenir en 2min un planning coûtant 0.04% supplémentaires et satisfaisant la demande au degré d'approximation suivant :

	en excès	en défaillance
Max	31 MW (0.02%)	15 MW (0.03%)
Moyenne	4.0 MW	3.3 MW

(demande moyenne : 50 GW)

7. Contrats industriels

Participant : Claude Lemaréchal.

Les actions mentionnées en § 6.12 ont fait l'objet du contrat 1 01 G0453 01 71213 21 2, signé en juillet 2001 avec EDF R&D (Département Mos), et prolongé pour 6 mois en juillet 2002.

8. Actions régionales, nationales et internationales

8.1.1. Invitation de chercheurs étrangers

J.Ph. Vial (univ. Genève, 2 mois) ; R. Lehoucq (Sandia Labs, 1 semaine) ; A. Bogobowicz (univ. d'Acadie, 1 semaine).

8.1.2. Organisation de colloques

Optimization and Applications, Oberwolfach, janvier 02 (C. Lemaréchal, co-organisateur avec F. Jarre et J. Zowe).

9. Diffusion des résultats

9.1. Diffusion de logiciels

Diffusion de codes de la bibliothèque d'optimisation Modulopt (en collaboration avec le projet Estime ; la distribution se fait sur demande uniquement²).

- M1QN3 : Inra Avignon (F. Baret, suivi de ressources agricoles et forestières), Institut d'Aéronomie Spatiale de Belgique (J.-F. Muller, optimisation d'émissions de polluants atmosphériques), Institute for Marine and Atmospheric Research, Université d'Utrecht (J. van der Molen, équilibre entre marée et fond de mer), École Polytechnique Montréal (M. Chouteau, inversion de résistivité 3D), Institut Norvégien de Météorologie Oslo (A. Brattli, assimilation de données atmosphériques), Institut Français du Pétrole, Rueil-Malmaison (A. Ehinger, tomographie sismique), Institut Royal de Météorologie des Pays-Bas (H. Eskes, assimilation de données pour la détermination de la distribution verticale de l'ozone) ;
- M2QN1 : Inra Avignon (F. Baret, suivi de ressources agricoles et forestières), Institut de mécanique des fluides et des solides de Strasbourg (Ph. Ackerer, estimation de paramètres dans l'équation de diffusivité), Dept. of geography and environmental engineering, the Johns Hopkins univ. (JB. Kim, optimisation des pêcheries dans les Grands Lacs) ;
- N1CV2 : univ. de Florianópolis, Brésil (I.C. Decker, production hydro-électrique).

Par ailleurs, RobotDyn et RobotSimu - outils de modélisation et simulation de systèmes robotiques avec contraintes unilatérales - sont utilisés par les projets Bip et Demar (Sophia-Antipolis), par les Moyens Robotiques ainsi qu'au laboratoire de Mécanique des Solides de Poitiers et au laboratoire d'Informatique, Robotique et Micro-électronique de Montpellier.

9.2. Enseignements

- Ensimag 2e année « Optimisation » (C. Lemaréchal, J. Malick, 9h de cours, 9h de TP).
- École de Physique, Chimie, Électronique de Lyon « Optimisation numérique » (C. Lemaréchal, 16 heures de cours) ;
- Cours « post DEA » univ. de Bordeaux, décembre 2002 ; relaxation lagrangienne et génération de colonnes (C. Lemaréchal, 12 heures).

²<http://www-rocq.inria.fr/estime/modulopt>

- Cours « Dynamics and Control of Walking » à l'école d'été « Images et Robotique » organisé par le LAAS-CNRS, juillet 2002 (P-B. Wieber, 4 heures d'intervention).
- Cours Artelys « Combinatoire 2 », Paris, novembre 2002 (C. Lemaréchal, 3 heures d'intervention).
- Nombreuses actions de vulgarisation de la robotique :
 - rencontres avec des élèves de primaire,
 - supervision de travaux personnels de lycéens et d'étudiants en classes préparatoires scientifiques,
 - presse écrite, radio.

9.3. Participation à des colloques, séminaires, invitations

- Optimization and Applications, Oberwolfach, janvier 2002 (S. Miller, 1 exposé).
- 5th Workshop on Combinatorial Optimization, Aussois, janvier 2002.
- 10èmes Journées du Groupe Mode, Montpellier, mars 2002 (A. Daniilidis, 1 exposé).
- Séminaire d'optimisation France Telecom R&D avril 2002 (C. Lemaréchal, 1 exposé invité).
- Siam Conference on Optimization, Toronto, mai 2002.
- Séminaire de Calcul Scientifique du Cermics, juin 2002 (S. Miller, 1 exposé).
- École d'été « Modern Convex Optimization », Core, août 2002
- 11th FGT Conference in Optimization, Cottbus, septembre 2002 (A. Daniilidis, 1 exposé).
- 3rd Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics, Tsukuba, décembre 2002 (P-B. Wieber, 1 exposé).
- Séminaires aux universités de : Avignon, Chambéry, Klagenfurt, Limoges, Lyon.

10. Bibliographie

Bibliographie de référence

- [1] J. BONNANS, J. GILBERT, C. LEMARÉCHAL, C. SAGASTIZÁBAL. *Optimisation Numérique : aspects théoriques et pratiques*. Springer Verlag, Paris, 1997.
- [2] J.-B. HIRIART-URRUTY, C. LEMARÉCHAL. *Fundamentals of Convex Analysis*. Springer Verlag, Heidelberg, 2001.
- [3] J.-B. HIRIART-URRUTY, C. LEMARÉCHAL. *Convex Analysis and Minimization Algorithms*. Springer Verlag, Heidelberg, 1993, Deux volumes.
- [4] F. OUSTRY. *A second-order bundle method to minimize the maximum eigenvalue function*. in « Mathematical Programming », numéro 1, volume 89, 2000, pages 1-33.
- [5] F. OUSTRY. *The \mathcal{U} -Lagrangian of the maximum eigenvalue function*. in « Siam J. on Optimization », numéro 2, volume 9, 1999, pages 526-549.
- [6] C. LEMARÉCHAL, F. OUSTRY, C. SAGASTIZÁBAL. *The \mathcal{U} -Lagrangian of a convex function*. in « Transactions of the AMS », numéro 2, volume 352, 2000, pages 711-729.

Livres et monographies

- [7] J. BONNANS, J. GILBERT, C. LEMARÉCHAL, C. SAGASTIZÁBAL. *Numerical Optimization*. Springer Verlag, 2002.

Articles et chapitres de livre

- [8] C. LEMARÉCHAL. *Borner, convexifier, relaxer : l'omniprésence de Lagrange*. in « Bulletin de la RoadeF », volume 8, 2002, pages 6-9.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [9] P.-B. WIEBER. *On the stability of walking systems*. in « Proc. of the 3rd Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics, Tsukuba, 2002 ».

Rapports de recherche et publications internes

- [10] A. DANIILIDIS, C. LEMARÉCHAL. *Proximal convexification procedures in combinatorial optimization*. RR, numéro 4550, Inria, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4550.html>.

Divers

- [11] C. LEMARÉCHAL. *The omnipresence of Lagrange*. à paraître.

Bibliographie générale

- [12] D. BERTSEKAS. *Convexification procedures and decomposition methods for nonconvex optimization problems*. in « J. of Opt. Th. & Appl. », volume 29, 1979, pages 169-197.
- [13] C. HELMBERG, F. RENDL. *A spectral bundle method for semidefinite programming*. in « SIAM J. Opt. », numéro 3, volume 10, 2000, pages 673-696.
- [14] K. KIWIEL. *A method for solving certain quadratic programming problems arising in nonsmooth optimization*. in « IMA Journal of Numerical Analysis », volume 6, 1986, pages 137-152.
- [15] K. KIWIEL. *A Cholesky dual method for proximal piecewise linear programming*. in « Numerische Mathematik », volume 68, 1994.
- [16] J. L. MORALES, J. NOCEDAL. *Automatic preconditioning by limited memory quasi-Newton updating*. in « SIAM J. Optim. », numéro 4, volume 10, 2000, pages 1079-1096.
- [17] C. LEMARÉCHAL. *An algorithm for minimizing convex functions*. in « Information Processing '74 », North Holland, éditeurs J. ROSENFELD., pages 552-556, 1974.