

*Projet Ondes**Modélisation et Simulation de Phénomènes
de Propagation d'Ondes**Rocquencourt*

THÈME 4B

 *R* **apport
d'Activité**

2002

Table des matières

1. Composition de l'équipe	1
2. Présentation et objectifs généraux	2
3. Fondements scientifiques	3
3.1. Introduction	3
3.2. Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes	4
3.3. Problèmes en géométrie complexe	4
3.4. Résolution de Problèmes en milieux non bornés	5
3.5. Modèles asymptotiques ou approchés	5
3.6. Hautes fréquences	6
3.7. Milieux complexes	6
3.8. Le guidage des ondes	6
3.9. Résonances	7
3.10. Ondes non linéaires	7
3.11. Calcul parallèle	8
4. Domaines d'application	8
4.1. Introduction	8
4.2. Ondes acoustiques	8
4.2.1. Acoustique musicale	8
4.2.2. Acoustique sous-marine	8
4.3. Ondes élastiques	9
4.3.1. Géophysique	9
4.3.2. Contrôle non destructif	9
4.4. Ondes électromagnétiques	9
4.4.1. Furtivité radar	9
4.4.2. Antennes	9
4.4.3. Optique	9
4.5. Ondes de gravité	9
4.6. Ondes et corpuscules	10
5. Logiciels	10
5.1. Le Code de calcul MELINA	10
5.1.1. Présentation	10
6. Résultats nouveaux	11
6.1. Développements récents du code MELINA	11
6.2. Modèles asymptotiques pour la simulation de la propagation d'ondes dans des milieux comportant des fentes	11
6.3. Éléments finis mixtes quadrilatéraux et hexaédraux avec condensation de masse pour les équations de Maxwell	12
6.4. Equations de Vlasov-Maxwell transitoires	12
6.5. Modélisation numérique en acoustique musicale : étude de la guitare	14
6.5.1. Amélioration du modèle de guitare numérique :	14
6.6. Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile	14
6.7. Etude de la propagation des ondes acoustiques dans un instrument à vent	16
6.8. Propagation acoustique en présence d'écoulement	16
6.8.1. Cas d'un écoulement autour d'une plaque.	17
6.8.2. Equations de Galbrun et technique de régularisation.	17
6.8.3. Propagation en milieu non borné.	18
6.9. Retournement temporel	18

6.10.	Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques	19
6.11.	Résolution de l'équation d' Helmholtz par une méthode d'éléments finis mixtes spectraux	20
6.12.	Modélisation de filtres optiques par éléments finis et équations intégrales	21
6.13.	La méthode des domaines fictifs pour l'élastodynamique	22
6.14.	Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré avec condition de contact unilatéral	23
6.15.	Modélisation de la propagation d'ondes viscoélastiques.	25
6.16.	Raffinement de maillage local spatio-temporel pour les équations de l'élastodynamique	25
6.17.	Modélisation numérique en couplage fluide-structure transitoire.	27
6.18.	Interaction onde élastique - dislocation	29
6.19.	Méthodes de couches absorbantes parfaitement adaptées.	30
6.19.1.	Le problème des coins en acoustique anisotrope.	32
6.20.	Résonances d'une plaque élastique dans un conduit	32
6.21.	Résonances en hydrodynamique navale	34
6.22.	Technique multimodale pour les guides d'ondes non uniformes	34
6.23.	Méthodes de raccordement modal généralisé	34
6.24.	Simulation de pots d'échappement	35
6.25.	Problèmes inverses : la Linear Sampling Method	37
6.26.	Identification de fissures planes par des ondes électromagnétiques	39
6.27.	Programmation dynamique et factorisation de problèmes aux limites	40
6.28.	Étude de l'équation de Riccati pour la factorisation dans un cadre d'opérateurs de Hilbert-Schmidt	40
6.29.	Factorisation de l'équation de Helmholtz dans un guide d'ondes	41
6.30.	Préconditionnement par factorisation incomplète	41
6.31.	Factorisation de type QR	42
6.32.	Utilisation de la méthode de factorisation pour le problème inverse en EEG-MEG	42
7.	Contrats industriels	43
7.1.	Contrat INRIA-IFP	43
7.2.	Contrat INRIA-ONERA	43
7.3.	Contrat INRIA-ONERA	43
7.4.	Contrat INRIA-EADS	43
7.5.	Contrat INRIA-ONERA-IEA-CEG	43
7.6.	Contrat INRIA-EDF	43
7.7.	Contrat INRIA-EDF	44
7.8.	Contrat INRIA-IFREMER	44
7.9.	Contrat INRIA-ATMEL	44
8.	Actions régionales, nationales et internationales	44
8.1.	Actions nationales	44
8.2.	Relations bilatérales internationales	44
8.3.	Accueils de chercheurs étrangers	44
9.	Diffusion des résultats	45
9.1.	Animation de la communauté scientifique	45
9.2.	Enseignement universitaire	45
9.3.	Participation à des séminaires, colloques, invitations	46
9.4.	Réalisation de vidéos scientifiques	49
10.	Bibliographie	49

1. Composition de l'équipe

Responsables scientifiques

Patrick Joly [DR]

Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia [DR-CNRS]

Responsable permanent

Eliane Bécache [CR]

Assistantes de projet (avec le projet Estime)

Hélène Kutniak [CDD du 01/01 au 01/09]

Sandrine Boute [TR (depuis le 01/10)]

Annie Marchal [Secrétaire ENSTA]

Personnel INRIA

Gary Cohen [CR]

Houssem Haddar [CR]

Jacques Henry [DR]

Collaborateurs extérieurs

Daniel Martin [MC de l'Université de Rennes]

Christine Poirier [MC de l'Université de Versailles-Saint Quentin]

Personnel CNRS

Marc Lenoir [DR]

Christophe Hazard [CR]

Jean-François Mercier [CR]

Colin Chambeyron [Ingénieur d'Etudes depuis le 1/09]

Personnel ENSTA

Patrick Ciarlet [Enseignant-Chercheur ENSTA]

Eric Lunéville [Enseignant-Chercheur ENSTA]

Chercheurs invités

Dolores Pedreira [Université Saint Jacques de Compostelle]

Angel Ramos [Université Complutense Madrid]

Chercheur Post-Doctorant

Stéphane Job [post doct. à l'ENSTA, depuis le 01/12/01]

Chercheurs Doctorants

Choukri Ben Amar [cotutelle, Ecole Polytechnique]

Kamel Berriri [boursier tunisien, Université Paris 9]

Isabelle Champagne [Personnel DGA, Ecole Polytechnique]

Grégoire Derveaux [boursier, Ecole Polytechnique]

Fabrice Delbary [boursier MENRT, Paris 6]

Julien Diaz [boursier MENRT, Paris 6]

Dorra Drissi [ENIT, Tunisie]

Marc Duruflé [boursier Inria, Université Paris 9]

Abdelaâziz Ezziani [boursier MENRT, Paris 9]

Sandrine Fauqueux [boursière CIFRE IFP]

Emmanuelle Garcia [boursière CEA, Paris VI]

Pascal Grob [boursier CIFRE EADS]

Erell Jamelot [boursier DGA, Ecole Polytechnique]

Guillaume Legendre [boursier ONERA]

François Loret [boursier MENRT, Ecole Centrale de Paris]

Sébastien Pernet [boursier ONERA]
Jerónimo Rodríguez Garcéa [boursier Inria, Université Paris 9]
Gilles Scarella [boursier Inria, Université Paris 9]
Maria do Céu Soares [Université nouvelle de Lisbonne (co-tutelle)]
Sébastien Tordeux [boursier DGA, Université Paris 9]

Stagiaires

Colin Chambeyron [DESS Paris VI]
Fabrice Delbary [DEA Université Versailles-Saint Quentin]
Marc Duruflé [DEA Lyon I]
Fidel Kpan [DEA MN2MC de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan]
Pascal Grob [DEA Paris IX]
Nina Khvoenkova [Ecole Polytechnique]

2. Présentation et objectifs généraux

La propagation d'ondes de toutes natures est l'un des phénomènes physiques les plus simples et les plus usuels auquel nous soyons confrontés. Depuis la vie courante (sons, vibrations, vagues, télécommunications, radar) jusqu'à l'échelle de l'univers (ondes électromagnétiques, de gravité) et à celle de l'atome (émission spontanée ou stimulée, interférences entre particules), ce sont l'émission et la réception des ondes qui constituent notre moyen privilégié de connaissance du monde qui nous entoure.

L'étude et la simulation numérique des phénomènes de propagation constituent donc une activité très répandue dans les divers domaines de la physique et de l'art de l'ingénieur.

La variété et la complexité des problèmes posés, leur intérêt scientifique et industriel, la prise de conscience d'une structure mathématique commune à des problèmes issus de domaines différents justifient qu'un projet de recherche en Calcul Scientifique soit entièrement dédié à ce thème. Ce projet est un projet commun INRIA-CNRS-ENSTA.

De façon générale, l'activité du projet est orientée vers la conception, l'analyse, l'approximation numérique et le contrôle de modèles mathématiques pour la description des phénomènes de propagation d'ondes intervenant en mécanique et en physique et dans les sciences de l'ingénieur.

Au-delà de l'objectif général de progression de la connaissance scientifique, trois buts peuvent être assignés au projet :

- Le développement d'une expertise des problèmes relatifs aux quatre types d'ondes étudiées : acoustique, ondes de gravité, élastodynamique et électromagnétique, ainsi que des diverses méthodes de résolution numérique.
- Le traitement des problèmes complexes, c'est-à-dire dont la modélisation soit suffisamment proche des situations concrètes.
- Le développement des méthodes numériques originales.

L'étude de tels problèmes conduit naturellement à des applications importantes sur le plan industriel. Pour s'attaquer à ces problèmes, notre démarche scientifique repose sur une approche selon les trois angles suivants :

- La modélisation des problèmes physiques, leur mise en équations et la conception de modèles approchés à l'aide de méthodes asymptotiques.
- L'étude théorique des modèles mathématiques relativement à l'existence, l'unicité et aux propriétés qualitatives essentielles des modèles.
- La conception, l'analyse et la mise en oeuvre de méthodes numériques, l'étude de la précision et de la stabilité des méthodes, la mise au point d'algorithmes, leur parallélisation et leur vectorisation.

3. Fondements scientifiques

3.1. Introduction

Notre activité repose avant tout sur l'existence de modèles mathématiques issus de la physique. Il s'agit d'équations ou de systèmes d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique (pour reprendre la terminologie mathématique). Les modèles de base, qui s'appuient sur une physique simplifiée, sont linéaires. Le prototype en est l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \Delta u = 0,$$

qui s'applique directement aux ondes acoustiques mais constitue un modèle scalaire simplifié pour les autres types d'onde. C'est pourquoi le développement de nouvelles méthodes numériques passe souvent par son application à l'équation des ondes. Une physique plus réaliste vient en général enrichir ces modèles de base et en accroître la complexité : conditions aux limites, termes non linéaires, termes intégral-différentiels, couplages de modèles, ...

Il est commun de distinguer deux types de problèmes associés à ces modèles : les problèmes en temps (ou problèmes transitoires) et les problèmes en fréquence (ou problèmes harmoniques). Dans le premier cas, le temps fait explicitement partie des variables de l'inconnue du problème et on s'intéresse alors à un problème d'évolution. Dans le second cas, la dépendance en temps est imposée *a priori*, par l'intermédiaire de la source par exemple. Elle est supposée périodique en temps, et même harmonique : on cherche une solution proportionnelle à $e^{i\omega t}$, où $\omega > 0$ désigne la pulsation (on parle aussi de fréquence). Le temps n'intervient alors plus que par l'intermédiaire de cette fréquence, qui joue le rôle de paramètre, et l'inconnue recherchée est une fonction des seules variables spatiales. Ainsi, l'équation des ondes donne naissance à l'équation de Helmholtz :

$$-c^2 \Delta u - \omega^2 u = 0.$$

Il convient de souligner que ces deux types de problèmes, bien qu'issus d'une même modélisation physique, ont des propriétés mathématiques radicalement différentes et nécessitent le développement de méthodes numériques adaptées. En outre, la justification mathématique précise du passage de l'un à l'autre s'avère souvent délicate. Enfin, signalons que les problèmes harmoniques n'ont, du moins en toute rigueur, plus d'objet dès que le modèle mathématique devient non linéaire.

Toutefois, il est un point commun entre ces problèmes : l'existence d'une dimension caractéristique qu'on appelle la longueur d'onde. Très intuitivement, cette dimension est la longueur sur laquelle la solution recherchée varie substantiellement (typiquement la période d'une solution périodique). Dans le cas d'une propagation en milieu hétérogène, il conviendra de parler de plusieurs longueurs d'onde, celle-ci pouvant varier d'une région de l'espace à l'autre. Sa connaissance a bien entendu une influence fondamentale sur les propriétés de la solution et donc sur le choix d'une méthode numérique. Un problème sera considéré comme de grande taille si le rapport entre la taille de ce problème (à savoir la taille du domaine de calcul dans le cas d'un problème harmonique ou la distance parcourue par l'onde pendant le temps d'intégration dans le cas d'un problème transitoire) et la longueur d'onde est grand.

Actuellement, on maîtrise bien les méthodes numériques pour résoudre les problèmes académiques ou industriels de base. Beaucoup de compagnies possèdent des codes de calcul s'appuyant sur des méthodes de nature diverse et de précision peu élevée (typiquement du second ordre par rapport aux paramètres de discrétisation). Ces méthodes sont fiables et leurs limites en général bien cernées. En revanche les problèmes plus complexes et plus proches des applications restent largement ouverts et constituent un champ d'investigation très fertile pour les mathématiques appliquées. Les recherches en Mathématiques Appliquées s'orientent maintenant dans les directions suivantes :

- La conception de nouvelles méthodes plus précises et plus performantes
- Le traitement des modélisations de plus en plus complexes : modèles non locaux, modèles non linéaires, systèmes couplés,...
- L'étude de phénomènes spécifiques : ondes guidées, résonances, singularités de solutions
- Le développement de modèles approchés.

C'est dans ce cadre que s'inscrivent les problématiques abordées par le projet Ondes.

3.2. Simulation précise et rapide pour la propagation d'ondes

Les problèmes auxquels on est souvent confronté sont de grande taille au sens où le rapport entre la taille du domaine de calcul (ou la distance parcourue par l'onde pendant la durée de la simulation en régime transitoire) et la longueur d'onde peut être grande. Dans ce cas, les méthodes évoquées plus haut tombent en défaut et des phénomènes parasites, tels que la dispersion numérique pour n'en citer qu'un, viennent gravement entacher la fiabilité des résultats. Par ailleurs, la grande taille des problèmes conduit à des calculs sur ordinateur à la fois longs et gourmands en place mémoire. Il est alors naturel de chercher à améliorer les méthodes numériques en termes de précision et d'efficacité, les deux allant d'ailleurs parfois de paire.

C'est dans cette perspective que se situent les travaux que nous menons sur les méthodes d'ordre élevé en régime transitoire, tant en ce qui concerne les différences finies que les éléments finis. L'utilisation de cette deuxième classe de méthodes pose le problème pratique de la condensation de masse, opération préliminaire indispensable pour aboutir à des schémas numériques explicites, propriété essentielle pour préserver l'efficacité de la méthode résultante. Le fondement mathématique de cette opération de condensation repose sur l'utilisation de formules de quadrature numérique. Celle-ci doit bien sûr se faire sans nuire à la précision et à la stabilité des calculs, ce qui pose des problèmes théoriques intéressants (dont la nature varie avec le modèle de propagation étudié) et conduit à des méthodes originales.

Des questions analogues se posent en régime fréquentiel, le problème étant alors de diminuer la taille ou d'améliorer le conditionnement des problèmes à traiter. C'est dans cet esprit que se situent nos travaux sur les méthodes de décomposition de domaine, évoqués plus en détail dans le paragraphe Calcul parallèle.

Enfin, on peut être dans une situation où on ne s'intéresse qu'à une partie de la solution d'un problème, auquel cas on doit s'attacher à concevoir des méthodes adaptées à ce cas de figure, plus efficaces qu'une méthode générale. C'est le cas des équations paraxiales qui ont été conçues pour calculer de façon approchée la propagation d'une onde dans une direction privilégiée. De tels modèles sont abondamment utilisés en géophysique (la direction privilégiée est la verticale) ou en acoustique sous-marine (la direction privilégiée est horizontale). L'analyse et l'approximation numérique de ces modèles correspondent à une problématique proche de celle du traitement des conditions aux limites absorbantes (voir paragraphe 3.3).

3.3. Problèmes en géométrie complexe

Les géométries des domaines de calcul rencontrés dans les applications réalistes sont souvent complexes et ne peuvent se contenter de l'usage de maillages réguliers de type différences finies. Les méthodes d'éléments finis sont en principe conçues pour pallier ce genre d'inconvénient mais ne constituent pas nécessairement la panacée pour toutes les applications, notamment à cause de leur relative complexité en ce qui concerne l'implémentation et la gestion informatique. C'est pourquoi nous nous sommes lancés dans la recherche et l'étude de méthodes alternatives.

- **Les méthodes de domaines fictifs** : Ces méthodes ont été popularisées en France par R. Glowinski initialement pour la résolution de problèmes statiques de type elliptique. Leur adaptation aux modèles d'évolution de nature hyperbolique se révèle particulièrement fructueuse. La philosophie de ces méthodes consiste, dans un premier temps, à plonger la géométrie complexe à traiter dans une géométrie simple (typiquement un carré ou un cube), puis à oublier la présence de la frontière réelle. Dans un second temps, on introduit une inconnue de calcul auxiliaire définie uniquement sur cette frontière afin de tenir compte si possible de la condition aux limites qui y est imposée.

Ceci permet alors de travailler avec deux maillages de calcul quasiment indépendant, un maillage régulier pour le volume et un maillage conforme pour la frontière. Ceci permet en particulier de s'affranchir de la majeure partie des difficultés pratiques liées aux méthodes d'éléments finis. D'un point de vue théorique, l'analyse de ces méthodes pose des questions délicates liées à la théorie des problèmes de point selle. Signalons que ces méthodes semblent particulièrement bien adaptées pour le traitement de fissures, pour les problèmes de diffraction par des obstacles mobiles ou encore pour les problèmes d'optimisation ou d'identification de formes.

- **Les méthodes de raffinement de maillages** : Ces méthodes présentent surtout un intérêt dans le contexte de l'utilisation de méthodes de différences finies. La question majeure qui se pose est la suivante : comment raccorder deux maillages de tailles différentes de façon stable et précise ? Dans le cas des problèmes elliptiques statiques (ou pour les problèmes dans le domaine fréquentiel), les méthodes dites d'éléments joints, notamment développées en France par Y. Maday, apportent une solution élégante à cette question. Cette solution n'est pas suffisante pour les problèmes de propagation d'ondes où l'utilisation d'un pas de temps local est souhaitable : on diminue le pas de discrétisation en temps là où on raffine le maillage en espace. Dans ce cas, le problème reste largement ouvert et les solutions heuristiques développées par les ingénieurs manquent de fondements scientifiques. Leur étude requiert des techniques d'analyse relativement peu standard et pose des questions de stabilité qui sont nouvelles.

3.4. Résolution de Problèmes en milieux non bornés

De nombreux problèmes de propagation d'onde se posent en milieu non borné ou du moins très grand par rapport à la zone d'intérêt : nous pensons par exemple au problème de la diffraction d'une onde électromagnétique par un avion ou à la propagation d'une onde élastique dans le sous-sol. Pour des raisons pratiques évidentes, on est amené à réduire les calculs effectifs à un domaine borné en espace. Se pose alors le problème du traitement de la frontière artificielle ainsi introduite afin de simuler le fait que le milieu de propagation réel est infini. C'est ce qui amène à introduire les notions de conditions aux limites transparentes (i.e., qui n'ont pas d'influence sur la solution), de conditions aux limites absorbantes (conditions aux limites qui sont censées « laisser sortir » les ondes du domaine de calcul en minimisant les réflexions parasites) ou de couches absorbantes (des petites bandes qui sont rajoutées autour du domaine de calcul dans lesquelles on travaille avec un modèle mathématique qui permet de laisser rentrer les ondes dans la couche puis les absorber).

Il s'agit d'un thème à la fois important et délicat qui passionne les mathématiciens appliqués depuis près de vingt ans, et auquel les chercheurs du projet contribuent de façon substantielle. Ce sujet est étroitement lié sur le plan théorique aux notions d'opérateurs pseudo différentiels et de leur approximation ainsi qu'à la théorie des problèmes hyperboliques mixtes.

3.5. Modèles asymptotiques ou approchés

Dans de nombreux problèmes, on doit faire face à un ou à plusieurs petits paramètres, souvent de nature géométrique : nous pensons par exemple à l'épaisseur du revêtement absorbant d'un obstacle réfléchissant que l'on cherche à rendre furtif, à celle d'une couche de colle entre deux solides, au rayon d'une structure filaire intervenant comme élément d'une antenne ou à la période de variation d'un milieu hétérogène. Cette dimension caractéristique liée au problème considéré peut être petite devant la longueur d'onde, auquel cas sa prise en compte par des techniques de discrétisation classique est déraisonnable et coûteuse, mais néanmoins avoir une grande influence sur la solution du problème, ce qui rend nécessaire d'en tenir compte. Une idée relativement naturelle consiste alors à développer des modèles approchés fondés sur un développement asymptotique de la solution par rapport au petit paramètre : on aboutira alors selon les cas à une condition aux limites dite équivalente ou effective pour le revêtement absorbant, à une condition de transmission équivalente pour la couche mince, à une équation intégrale filaire dans le cas de l'antenne ou à un modèle homogénéisé dans le dernier cas. Dans chaque cas, la résolution numérique du nouveau problème se révèle plus simple (gain d'une ou plusieurs dimensions d'espace, coefficients localement constants, ...). La justification

mathématique de ces modèles approchés passe par l'attirail classique en analyse numérique : caractère bien posé des problèmes approchés, stabilité par rapport au petit paramètre, estimations d'erreur. Dans le cas des couches minces, on est confronté à des difficultés proches de celles rencontrées avec les conditions aux limites absorbantes.

Signalons que des techniques analogues peuvent être développées dans des cas où le petit paramètre n'est pas nécessairement de nature géométrique. Nous pensons aux problèmes basse fréquence, ou aux problèmes non linéaires avec données petites.

3.6. Hautes fréquences

Cette problématique aurait pu figurer dans la rubrique méthodes asymptotiques : en effet, il s'agit de s'intéresser à des problèmes de propagation dans lesquels la longueur d'onde générée se révèle très petite vis-à-vis des dimensions du domaine de calcul, ce qui fournit donc un petit paramètre naturel pour un développement asymptotique. Toutefois, la nature des phénomènes engendrés par ce petit paramètre est tellement spécifique qu'elle nécessite un traitement totalement à part : il s'agit d'imaginer une méthode permettant le calcul d'une solution très oscillante en espace. L'idée, maintenant ancienne, consiste à séparer le calcul de la phase et celui de l'amplitude à partir de l'ansatz dit de l'optique géométrique qui consiste à postuler que la solution s'écrit comme le produit d'une exponentielle complexe à phase réelle par une amplitude qu'on développe suivant les puissances inverses de la fréquence. On aboutit alors à une équation pour la phase, appelée équation Eikonale, et à une équation pour le premier terme du développement de l'amplitude, l'équation de transport. C'est la résolution de ces équations qui a donné la méthode connue sous le nom de lancer de rayons, méthode répandue dont les limites dépassent toutefois le simple cadre des hautes fréquences : coefficients variables non réguliers, problème des caustiques, zones d'ombre, ...

Depuis quelques années, un nouveau courant est né dans le monde de l'analyse numérique, qui consiste à s'intéresser directement à l'équation Eikonale en tant qu'équation aux dérivées partielles. Il s'agit d'une équation non linéaire de type Hamilton-Jacobi pour laquelle il est naturel de chercher à exploiter la récente théorie des solutions de viscosité de P.L. Lions. C'est dans ce cadre que nous axons nos recherches dans ce domaine.

Une deuxième idée a récemment vu le jour. Elle consiste à exploiter la théorie dite des limites semi-classiques fondée sur l'usage de la transformée de Wigner. Appliquée à l'équation des ondes, cette technique permet d'une part de retrouver le modèle asymptotique des rayons et d'autre part de dériver une équation de type Liouville pour une densité liée à la solution de l'équation de Helmholtz. Ceci permet d'espérer la mise au point d'une méthode particulière consistante à la limite en fréquence avec le lancer de rayons et exacte à fréquence finie.

3.7. Milieux complexes

Pour traiter des milieux réels, on est inévitablement amené à traiter ce que nous appellerons des milieux complexes. Par ce terme, nous entendons des milieux qui se révéleront être hétérogènes (coefficients variables, éventuellement discontinus - présence de fissures) ou obéir à une loi de comportement (mécanique ou électromagnétique) complexe : loi non locale en temps ou en espace, loi non linéaire. De telles propriétés induisent des phénomènes spécifiques de nature variée (singularités, absorption intrinsèque, dispersion intrinsèque...) qui correspondent à des difficultés nouvelles sur un plan mathématique ou numérique. Dans ce cas de figure, il est difficile de dégager une méthode générale. On a affaire à des problèmes dont la théorie est inexistante ou mal connue, pour lesquels les méthodes numériques sont balbutiantes. Il faut alors trouver la solution *ad hoc* pour chaque cas de figure.

3.8. Le guidage des ondes

Les ondes guidées sont des solutions très particulières des modèles de propagation d'ondes : ce sont des ondes qui se propagent dans une direction privilégiée et dont l'énergie reste confinée dans une région bornée dans les directions orthogonales à cette direction privilégiée (directions transverses). Ceci n'est en

général rigoureusement possible que si le milieu de propagation a une structure cylindrique (on parle alors de guide d'ondes). Toutefois, les ondes guidées décrivent bien les phénomènes que l'on observe dans des structures « presque cylindriques », situation qui se rencontre fréquemment dans les applications. Une des caractéristiques de ces ondes est d'être généralement dispersives (la vitesse de propagation dépend de la longueur d'onde) et ce même lorsque le modèle de propagation ne l'est pas intrinsèquement. On a l'habitude de distinguer les guides d'ondes fermés qui correspondent au cas où le confinement de l'énergie transverse est simplement dû au fait que le milieu de propagation est borné dans les directions transverses, des guides d'ondes ouverts qui correspondent au cas où, le milieu de propagation étant non borné dans les directions transverses, le confinement de l'énergie est dû à un mécanisme physique qui dépend des propriétés du modèle de propagation. Ce sont bien entendu les guides ouverts qui posent les questions les plus intéressantes (mais aussi les plus difficiles) d'un point de vue scientifique, tant au plan physique que mathématique et numérique.

L'analyse de ces phénomènes revêt une importance fondamentale soit parce qu'il y a dans la nature des ondes guidées auxquelles l'homme se trouve directement confronté (ondes de surface lors des tremblements de terre, ondes de gravité captées par la côte, ...) soit parce que l'homme va chercher à maîtriser et exploiter de telles ondes, notamment dans le domaine des télécommunications (fibres optiques, ...). Mathématiquement, l'étude des guides d'ondes nécessite une parfaite maîtrise de la théorie spectrale des opérateurs auto adjoints et numériquement elle fait appel à beaucoup d'ingrédients utilisés par ailleurs (conditions aux limites artificielles, équations intégrales, éléments finis, ...) mais aussi à des outils plus spécifiques (algorithmes de calcul de valeurs propres, résolution d'équations non linéaires, ...), autant d'aspects sur lesquels le projet a acquis une expertise internationalement reconnue.

Enfin, au delà de l'étude intrinsèque des guides d'ondes, il est fondamental, notamment pour les applications technologiques, d'être capable d'étudier leur interaction avec d'autres milieux de propagation (guides d'ondes débouchant sur des milieux ouverts, couplage de guides...), voire d'optimiser ces guides.

3.9. Résonances

Les fréquences de résonance constituent une notion qui est facilement accessible à l'intuition, mais délicate à définir proprement sur le plan mathématique surtout lorsqu'elles sont associées à des problèmes de propagation en milieu non borné (ce qui constitue le cas intéressant scientifiquement). Ces fréquences sont intimement liées au développement de la théorie du « scattering » (travaux de Lax et Phillips) : ce sont des nombres complexes qui apparaissent comme les pôles du prolongement méromorphe d'une famille d'opérateurs dépendant de la fréquence réelle ω (ces opérateurs sont encore appelés matrices de Scattering).

Physiquement, on appelle souvent fréquences de résonance, les fréquences pour lesquelles la réponse d'un milieu ou d'un objet soumis à une excitation périodique en temps présente brutalement un maximum : on dit alors que le milieu (ou l'objet) rentre en résonance, phénomène auquel chacun est un jour ou l'autre confronté dans la vie courante. Le lien avec les pôles de résonance introduits plus haut est le suivant : ces fréquences physiques correspondent aux parties réelles des pôles, l'amplitude de la réponse étant, elle, directement reliée à la partie imaginaire des pôles (plus grande est celle-ci, plus faible est la réponse). On comprend alors l'importance pour les applications de la connaissance de ces pôles (détection radar, stabilité d'un navire soumis à la houle, instruments de musique, ...). En outre, les fréquences de résonance complexes permettent de décrire (à l'aide d'exponentielles complexes) le comportement aux temps longs de problèmes de propagation en milieu ouvert : elles sont donc potentiellement exploitables pour un calcul en transitoire.

Méthodologiquement, l'approche numérique des problèmes de résonances n'est pas sans point commun avec celle des problèmes d'ondes guidées mais présente des aspects très spécifiques, qui demandent de bien connaître la théorie des fonctions de la variable complexe, et des difficultés nouvelles (opérateurs non auto-adjoints, recherche de zéros dans le plan complexe, ...)

3.10. Ondes non linéaires

Si depuis toujours, les phénomènes non linéaires ont intéressé mathématiciens, physiciens et chimistes, ce n'est qu'assez récemment que des outils puissants d'analyse ont vu le jour et ont permis d'en mieux comprendre

les effets. Dans le domaine des ondes, les non linéarités se rencontrent fréquemment. Citons par exemple, les solitons qui se propagent dans les canaux peu profonds sans se déformer sur des distances considérables ou encore les oscillations étranges de la concentration chimique dans les mélanges de bergobenzine de palladium. Les problèmes non linéaires jouent également un rôle important en Physique fondamentale et devraient être à la base des théories du futur. La construction de modèles numériques fiables et bien maîtrisés peut s'avérer très intéressante et contribuer à enrichir notre compréhension de leur comportement si souvent difficiles à appréhender par manque de solutions analytiques. Le modèle numérique devient alors un instrument de laboratoire virtuel qui permet d'expérimenter et d'explorer les potentialités des systèmes d'équations et de voir leur adéquation à la réalité. Ils peuvent également servir à l'inspiration des théoriciens en les guidant quant aux types de résultats susceptibles d'être démontrés.

3.11. Calcul parallèle

Comme dans beaucoup d'autres disciplines du Calcul Scientifique, il est naturel de chercher à exploiter pour la résolution des problèmes d'ondes les possibilités offertes par les outils du calcul parallèle. Dans certains cas, la parallélisation se fait de façon naturelle (parallélisation sur les fréquences, sur les sources, ...). Dans d'autres cas, nous pensons surtout aux schémas explicites pour les simulations transitoires, cette parallélisation ne pose pas de problème conceptuel mais nécessite une utilisation optimale et astucieuse de l'outil informatique. Dans d'autres cas enfin, nous pensons ici notamment aux problèmes de grande taille posés dans le domaine fréquentiel, il faut développer de nouvelles techniques de Calcul Scientifique. Parmi ces techniques, les méthodes de décomposition de domaine, déjà largement utilisées dans d'autres domaines de la physique, occupent une place privilégiée. Toutefois, les méthodes classiques, qui s'appliquent essentiellement aux problèmes dits coercifs, ne s'appliquent pas directement aux modèles de propagation en fréquence type Helmholtz. C'est la raison pour laquelle le développement de méthodes de décomposition de domaine pour de tels modèles constitue un champ de recherches à part entière.

4. Domaines d'application

4.1. Introduction

Nous avons choisi de regrouper les différents domaines d'application de nos travaux suivant les principaux types d'onde concernés.

4.2. Ondes acoustiques

Ces ondes se propagent en milieu fluide et sont le support de la propagation du son. On cherche à calculer une distribution de pression.

4.2.1. Acoustique musicale

Une application particulièrement séduisante des modèles numériques de propagation d'ondes est la simulation sur ordinateur d'instruments de musique. Le but poursuivi est alors double : aider à une meilleure compréhension du fonctionnement de ces instruments mais aussi aider à la facture d'instruments nouveaux. Dans la pratique, une modélisation réaliste de ces instruments conduit à étudier en fait des problèmes d'interaction fluide-structure, c'est-à-dire l'interaction entre une onde acoustique et une structure vibrante telle une membrane, une plaque ou une coque.

4.2.2. Acoustique sous-marine

L'acoustique sous-marine a pour objet l'étude et l'utilisation de modèles mathématiques décrivant la propagation des ondes acoustiques dans la mer. La propagation des ondes dépend des caractéristiques physiques locales du milieu pouvant évoluer au cours du temps. Les résultats des recherches dans ce domaine ont des applications directes en océanographie, biologie marine, géophysique.

4.3. Ondes élastiques

Ces ondes se propagent dans les solides. L'inconnue est la distribution du champ des déplacements dans le solide.

4.3.1. Géophysique

La géophysique s'intéresse à la propagation des ondes dans le sous-sol (éventuellement en milieu marin). Ces ondes interviennent bien sûr dans des phénomènes naturels comme les séismes mais elles sont aussi utilisées à des fins industrielles essentiellement par l'industrie du pétrole qui a développé les méthodes de prospection pétrolière par la sismique. Ces méthodes constituent un vaste champ d'application pour les méthodes numériques. Se posent également des problèmes de modélisation fine destinée à prendre en compte l'influence d'éléments tels que la présence de puits, d'outils d'acquisition des données, modélisation des sources, ...

Bien entendu, les outils de modélisation sont surtout dans ce contexte un outil nécessaire pour mener à bien l'identification du sous-sol (problème inverse), raison pour laquelle la géophysique est notre principal thème de collaboration avec le projet Estime.

4.3.2. Contrôle non destructif

Une autre application très répandue des ondes élastiques est le contrôle non destructif : le but est par exemple de détecter la présence d'un défaut dans une pièce métallique (typiquement une fissure) sans avoir à casser celle-ci. On utilise alors des ondes ultra-sonores dont on mesure l'écho à la surface de la pièce. Un champ d'applications privilégié de telles méthodes est le contrôle des centrales nucléaires.

4.4. Ondes électromagnétiques

Ces ondes n'ont pas besoin de support matériel pour se propager. Les inconnues du problèmes sont essentiellement le champ électrique et le champ magnétique.

4.4.1. Furtivité radar

Les ondes électromagnétiques sont très utilisées pour la détection d'objets volants, le plus souvent pour des applications militaires. Les problèmes de calcul numérique qui se posent sont de deux natures :

- Comment calculer la réponse d'un objet à une onde incidente ?
- Comment rendre cet objet furtif ?

Le thème furtivité fait notamment appel à la modélisation de nouveaux matériaux absorbants (anisotropes, chiraux, non linéaires, ...)

4.4.2. Antennes

Les antennes sont une des technologies de base pour la communication à longue distance par ondes électromagnétiques. Elles sont utilisées pour émettre, diriger, réfléchir les ondes. Le calcul des antennes pose notamment des difficultés liées à leur géométrie très complexe (antennes plaquées, éléments filaires, ...)

4.4.3. Optique

Les ondes électromagnétiques sont également largement utilisées en télécommunications pour transmettre de l'information par support optique (fibres optiques, optique intégrée). La technologie pour la conception de guides d'ondes optiques est très pointue et fait très largement appel à des matériaux nouveaux tels que les supraconducteurs. Le besoin en méthodes numériques dans ce domaine est croissant.

4.5. Ondes de gravité

Il s'agit des ondes liées à la propagation de la houle. Les modèles utilisés sont dérivés de la mécanique des fluides. Les applications concernent prioritairement l'industrie maritime notamment pour tout ce qui concerne les problèmes de stabilité des navires, de tenue à la mer, de résistance de vagues, ...

4.6. Ondes et corpuscules

On s'intéresse ici à des questions de base sur la nature ondulatoire et corpusculaire de la matière en Physique fondamentale. Il s'agit de concevoir des modèles d'ondes non linéaires et d'étudier le comportement asymptotique aux temps longs de leurs solutions. L'idée est d'interpréter les états limites ou stationnaires comme des particules. Dans ce cadre, la nature corpusculaire de la matière apparaît comme un horizon asymptotiquement atteint loin de toute interaction. L'état asymptotique est alors défini par les quantités classiques en mécanique quantique (énergie, moment cinétique et spin). La nature ondulatoire est quant-à-elle fondamentale pour décrire la phénoménologie des chocs et des interactions entre particules.

5. Logiciels

5.1. Le Code de calcul MELINA

Participants : Marc Lenoir, Daniel Martin, Eric Lunéville, Colin Chambeyron.

Mots clés : *diffraction, élément fini, équation intégrale.*

Le code MELINA

L'approximation numérique d'équations aux dérivées partielles issues de la mécanique fait, depuis toujours, partie des objectifs du projet. L'expérience des premières années a permis d'appréhender la difficulté à mettre en œuvre les algorithmes issus de nos travaux : gaspillage de temps pour des chercheurs plus à l'aise avec les études théoriques, duplication des travaux et des programmes, perte d'information lors du départ du chercheur, qualité logicielle douteuse qui rend problématique le transfert de programmes vers l'industrie. Les méthodes développées au sein du projet présentant de plus des spécificités tout à fait originales, il est apparu nécessaire de créer un outil logiciel efficace qui puisse servir de cadre à la plupart de nos futurs développements informatiques.

C'est ainsi qu'est né le code MELINA, destiné à la mise en œuvre de la méthode des éléments finis et à la résolution des problèmes de diffraction. Il ne s'agit pas de rivaliser avec l'ergonomie des meilleurs codes industriels, mais d'obtenir une souplesse d'utilisation qui ne présume ni du problème à résoudre ni de l'algorithme utilisé.

Le code MELINA et les applications qui en découlent permettent maintenant de résoudre un nombre important de problèmes de propagation d'ondes, en particulier dans les domaines de l'hydrodynamique navale, de l'acoustique et l'électromagnétisme. Des perspectives nouvelles s'ouvrent dans le cadre du projet commun, des méthodes numériques complémentaires ou alternatives ayant été développées par les deux partenaires ; promouvoir la synergie, rassembler le savoir-faire des deux équipes constitue une remarquable opportunité de mettre au point et de diffuser des codes de calcul efficaces témoignant de la qualité et de l'originalité de nos travaux dans le domaine numérique.

5.1.1. Présentation

- Le code MELINA est une bibliothèque de procédures pour la résolution de problèmes aux limites par la méthode des éléments finis. Il comporte des modules adaptés à la résolution de problèmes extérieurs, dont la modélisation reste l'un des objectifs majeurs du laboratoire. Il s'agit essentiellement d'un code de recherche qui fournit un ensemble d'outils aisément manipulables pour écrire rapidement des applications destinées au traitement numérique de problèmes aux limites ou à la mise au point d'algorithmes.
- La résolution d'un nouveau problème aux limites ou la mise en œuvre d'un nouvel algorithme de résolution peut, en général, être implémentée en rédigeant un programme principal à partir de la formulation variationnelle et de quelques procédures spécifiques. Les aspects informatiques les plus délicats, qui sont liés à l'occupation de la mémoire centrale, à l'assemblage des divers termes et à leur mode de rangement, sont pris en compte de façon automatique par le programme et ne sont donc plus à la charge du concepteur de l'application.

- Tous les '*objets*' (il s'agit par exemple des domaines sur lesquels sont calculées les intégrales apparaissant dans la formulation variationnelle, ou des termes matriciels ou vectoriels représentant ces intégrales, ou encore des constantes, etc ...) manipulés par les procédures constituant le programme principal, sont définis par des *noms*. Ces noms sont le lien entre les structures de données du code et l'utilisateur qui n'a donc pas à se soucier de leur représentation interne (en particulier, la gestion des types et des adresses est assurée de manière transparente par la librairie d'allocation dynamique).
- Les données du code, qui permettent la description simple des *objets* manipulés par le code, sont introduites sous forme de '*phrases*'. Ces phrases sont construites en utilisant un vocabulaire de mots-clés restreint et les mnémoniques (noms propres) définis par le développeur de l'application pour désigner les *objets* qui apparaissent dans la formulation du problème.
- Les opérations à effectuer sur ces *objets* sont des macro-opérations réalisées à l'aide de procédures dites de *haut niveau*, telles le calcul des termes matriciels, leur assemblage, la prise en compte de conditions essentielles, la résolution d'un système linéaire, etc...
- Le code contient des procédures pour la résolution de problèmes aux limites extérieures (c'est-à-dire posés sur un domaine non borné), par exemple les phénomènes de propagation d'ondes (de gravité en hydrodynamique navale, acoustiques ou électromagnétiques, etc...) Les méthodes de résolution accessibles dans le code pour de tels problèmes sont la méthode de *couplage entre éléments finis et représentation intégrale* et la méthode des *éléments finis localisés*.

6. Résultats nouveaux

6.1. Développements récents du code MELINA

Participants : Daniel Martin, Marc Lenoir, Eric Lunéville, Colin Chambeyron, Christophe Hazard.

L'une des originalités du code MELINA est sa capacité à résoudre des problèmes posés en domaines non bornés, par des méthodes couplant des éléments finis avec des représentations intégrales ou spectrales. Dans le second cas, on parle d'une méthode « d'éléments finis localisés » (EFL). La méthode des EFL, qui est pourtant utilisée dans plusieurs des études décrites ci-dessus, n'est pas programmée actuellement de façon satisfaisante. Une réflexion a été engagée, en particulier lors du mini workshop organisé par le SMP au LAMSIN, à Tunis, pour repenser sa programmation. Cela s'est concrétisé par un travail de mise en œuvre réalisé par Colin Chambeyron. Ceci s'accompagne d'un travail théorique sur l'extension de la méthode aux problèmes vectoriels (élasticité, électromagnétisme, acoustique en écoulement) qui soulève des questions conceptuelles délicates, sur lesquelles travaille actuellement Eric Lunéville.

En ce qui concerne la méthode de discrétisation tensorielle utilisée pour les guides à section variable (discrétisation modale dans les directions transverses et éléments finis dans la direction longitudinale), elle semble ne pas pouvoir être envisagée dans la version actuelle du code qui souffre d'une conception en Fortran 77, montrant aujourd'hui ses limites. Ceci a conduit Christophe Hazard et Eric Lunéville à s'interroger sur la refonte, partielle ou totale, du code MELINA dans un langage tel que C++ qui faciliterait grandement la manipulation des objets définis dans le code, et pourrait permettre l'implémentation des méthodes de discrétisation tensorielle. Intégrer du C++ dans MELINA tout en conservant des procédures écrites en FORTRAN ? Pourquoi pas, mais jusqu'à quel niveau ? C'est dans tous les cas un énorme travail qu'on ne peut envisager sans une large réflexion préalable sur les objectifs poursuivis et les moyens à mettre en œuvre.

6.2. Modèles asymptotiques pour la simulation de la propagation d'ondes dans des milieux comportant des fentes

Participants : Patrick Joly, Marc Lenoir, Sébastien Tordeux.

Mots clés : *analyse asymptotique, équation de Helmholtz, domaine avec fente, modèles équivalents.*

Rappelons qu'on s'intéresse ici à la propagation d'une onde (acoustique ou électromagnétique) dans un milieu comportant une fente dont l'ouverture (c'est à dire la dimension transverse) est petite par rapport à la longueur d'onde. Le but poursuivi est l'établissement d'un modèle approché ou « équivalent » permettant, pour l'approximation numérique, d'éviter le maillage de la fente dans sa dimension transverse. Ainsi en dimension 2, le modèle « équivalent » couple un modèle 2D à un modèle 1D. Sur le plan théorique, il s'agit également d'estimer l'erreur ainsi commise.

L'an dernier, nous avons proposé un tel modèle équivalent dans le cas d'une fissure rectiligne en dimension 2 et en avons entamé l'étude théorique. Nous avons cette année achevé cette étude qui montre que, si ε désigne la largeur de la fente (ramenée à la longueur d'onde) l'erreur absolue commise sur le champ « diffracté » (c'est à dire le champ acoustique dû à la présence de la fente) est en $\varepsilon^2 \sqrt{\text{Log} \varepsilon}$ alors que l'amplitude de ce champ diffracté est elle même en $\varepsilon \sqrt{\text{Log} \varepsilon}$ (l'erreur relative est donc $O(\varepsilon)$). Nous avons également démontré que ces estimations étaient optimales. La démonstration, techniquement délicate, repose sur des arguments de stabilité (obtenus via une preuve par l'absurde), des estimations fines de consistance et des techniques de dualité. Par ailleurs, nous avons étendu le modèle approché au cas d'une fissure courbe. La rédaction d'un rapport INRIA est en cours.

Pour les aspects numériques, nous avons développé un premier code basé sur une méthode d'éléments finis volumiques qui nous avait permis de faire une première validation du modèle approché. Afin d'affiner cette étude, nous avons entrepris de développer sur un problème modèle de géométrie simplifiée, une méthode d'équation intégrale de type spectral. L'inconnue du calcul vit seulement sur la frontière séparant la fente du domaine volumique. Le code de calcul reste à finaliser. Nous espérons par cette méthode obtenir une validation plus précise des résultats théoriques et analyser la singularité de la solution en « fin de fente ».

6.3. Éléments finis mixtes quadrilatéraux et hexaédraux avec condensation de masse pour les équations de Maxwell

Participants : Gary Cohen, Xavier Ferrières, Peter Monk, Sébastien Pernet.

Mots clés : *équations de Maxwell, éléments finis mixtes, condensation de masse.*

Résolution des équations de Maxwell avec pertes électriques par une méthode d'éléments finis mixtes $H(\text{rot}) - L^2$ avec condensation de masse. La méthode d'éléments finis mixtes $H(\text{rot}) - L^2$, développée par Gary Cohen et Peter Monk pour les équations de Maxwell, a fait l'objet d'une étude développée dans le cadre d'un contrat avec la DEMR de l'ONERA de Toulouse. Cette étude, qui a permis une comparaison de la méthode avec un schéma de Yee pour des exemples de diffraction par un obstacle semi-réfléchissant avec pertes électriques, a abouti à des résultats très encourageants qui ont conduit à l'initialisation de la thèse de Sébastien Pernet, en Octobre 2001, sur l'extension de cette méthode à la dimension 3. Durant sa première année de thèse, Sébastien Pernet a comparé les performances d'un code d'éléments finis avec celles d'un code de différences finies d'ordre 2 développé par l'ONERA. Devant les résultats encourageants (les gains en temps de calcul pouvant atteindre un rapport 10 en faveur des éléments finis), il a programmé et testé la méthode en dimension 3, pour des maillages structurés dans un premier temps. L'extension de cette méthode à des maillages quelconques est en cours d'étude. Cette étude est menée sous la direction de G. Cohen, Xavier Ferrières de la DEMR et Peter Monk.

6.4. Equations de Vlasov-Maxwell transitoires

Participants : Franck Assous, Patrick Ciarlet, Emmanuelle Garcia, Simon Labrunie.

Ce travail a fait l'objet de la thèse d'Emmanuelle Garcia, soutenue le 24 juin 2002, ainsi que d'une collaboration avec Franck Assous et Jacques Segré du CEA, Simon Labrunie de l'Université de Nancy et Jun Zou de la Chinese University of Hong Kong ; le thème principal en est la résolution du système couplé des équations de Maxwell-Vlasov transitoires, qui modélise les interactions champ électromagnétique - particules chargées, dans un domaine borné non convexe bidimensionnel ou tridimensionnel. L'effort porte sur le calcul du champ électromagnétique, qui doit respecter certaines contraintes liées au couplage avec

Vlasov. Entre autres, le champ calculé doit être continu pour éviter les instabilités numériques, ce qui interdit l'usage des éléments finis d'arête. Par ailleurs, les phénomènes régis par les équations de Vlasov nécessitent habituellement de petits pas en temps. Il est alors possible d'utiliser un schéma explicite en temps (malgré la condition de Courant-Friedrichs-Lévy limitant la valeur maximale du pas en temps). Ceci étant, pour obtenir une CFL homogène, il faut disposer d'un maillage régulier, ce qui amène à utiliser une technique d'approximation particulière pour la partie singulière du champ.

De façon plus mathématique, nous résolvons les équations de Maxwell avec une condition aux limites de type conducteur parfait, ou d'onde entrante, dans un domaine borné à bord lipschitzien. Nous démontrons que, sous des hypothèses classiques sur les données, le problème admet une solution et une seule qui se décompose selon

$$E(t) = E_R(t) + E_S(t), \quad B(t) = B_R(t) + B_S(t),$$

avec E_R la partie régulière, et E_S la partie singulière. Les décompositions $E = (E_R, E_S)$ et $B = (B_R, B_S)$ sont continues. La caractérisation fine des parties singulières a été déterminée dans le cas général.

Lorsque le domaine est bidimensionnel (cartésien ou axisymétrique), nous construisons une méthode de calcul d'une base de champs singuliers, à l'aide d'une méthode de relèvement de la partie principale. On écrit

$$E_S(t) = c_1(t).v_{S^1} + \dots + c_m(t).v_{S^m}, \quad B_S(t) = c'_1(t).w_{S^1} + \dots + c'_{m'}(t).w_{S^{m'}}.$$

La méthode résultante est appelée Méthode du Complément Singulier. Nous avons mis en oeuvre la MCS sur un certain nombre d'exemples physiques réalistes, dans un domaine en forme de L (cartésien ou axisymétrique), ou présentant plusieurs coins rentrants, avec ou sans particules. Voir ci-dessous un exemple dans un domaine présentant deux coins rentrants.

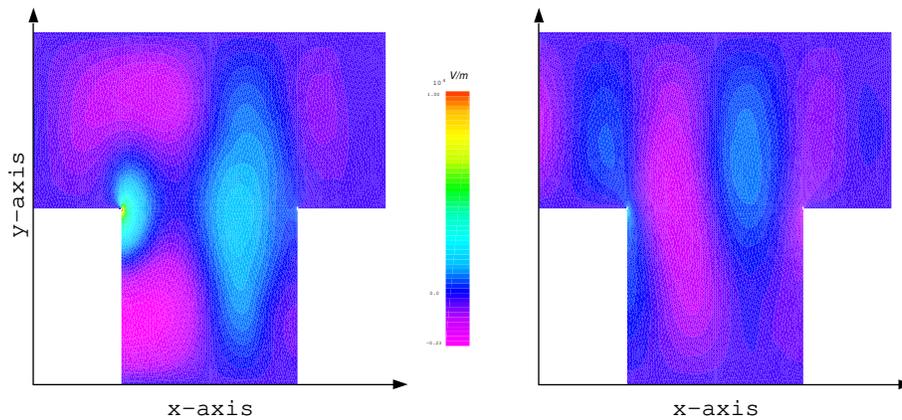


Figure 1. Champ électrique calculé, avec ou sans la MCS.

On considère une onde guidée qui se propage dans une géométrie singulière, que l'on peut retrouver par exemple dans des dispositifs hyperfréquences. Une onde incidente entre par la gauche, et sort par la droite. A l'instant initial, le champ électromagnétique est nul dans le domaine. La figure 1 représente les isovaleurs de la première composante du champ électrique, après 1000 pas en temps. La MCS permet de calculer une solution qui est précise, notamment au voisinage des singularités géométriques. Par contre, sans complément singulier, on obtient une solution numérique fautive, comme on s'y attendait.

Des travaux sont en cours pour étendre la MCS au cas de domaines axisymétriques ou prismatiques en 3D.

Une alternative à cette méthode, qui ne requiert plus la prise en compte explicite de la partie singulière, est le sujet de la thèse d'Erell Jamelot, débutée en septembre 2002.

6.5. Modélisation numérique en acoustique musicale : étude de la guitare

Participants : Eliane Bécache, Grégoire Derveaux, Patrick Joly, Fabrice Delbary.

Mots clés : *modèle de Kirchhoff-Love, interaction fluide-structure, phénomènes d'amortissement, éléments finis mixtes, condensation de masse, dispersion numérique, méthode de domaines fictifs, méthode spectrale, méthodes énergétiques, stabilité.*

Le propos de cette étude est la modélisation numérique de la guitare acoustique dans le domaine temporel. La méthode consiste en l'élaboration d'un modèle qui s'attache à décrire les phénomènes vibratoires et acoustiques mis en jeu depuis le pincer de corde jusqu'au rayonnement 3D du son. La corde est modélisée par une équation des ondes amortie 1D. Elle est couplée à la table d'harmonie via le chevalet. Le mouvement de la table est régi par le modèle de plaque mince amortie de Kirchhoff-Love pour un matériau orthotrope et hétérogène, percée d'un trou et encastrée sur son bord externe. Le reste du corps de la guitare (fond, bords, manche...) est supposé rigide. La table rayonne à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité. *La modélisation complète du champ acoustique rayonné est une approche originale comparativement aux études antérieures portant sur la guitare.*

On obtient un système d'équations aux dérivées partielles que l'on résout numériquement dans le domaine temporel. *On utilise une méthode spectrale spécifique pour la résolution de l'équation de plaque dynamique de Kirchhoff-Love.* Pour l'équation de corde et l'équation des ondes acoustiques, on utilise une méthode mixte standard pour l'approximation spatiale et des différences finies centrées en temps. *Le problème d'interaction fluide-structure est résolu par une méthode de domaines fictifs* qui permet d'approcher finement la géométrie de la guitare tout en utilisant un maillage cubique régulier pour le calcul du champ sonore 3D. *L'originalité du schéma de résolution du modèle est un couplage stable entre une méthode de résolution exacte en temps et une méthode discrète.* Un nombre important de simulations numériques est réalisé, montrant la validité de la méthode et les très riches potentialités de cette approche.

Cette thèse a été soutenue le 4 juin 2002 à l'École Polytechnique.

6.5.1. Amélioration du modèle de guitare numérique :

L'objet du stage de Fabrice Delbary était d'ajouter au modèle de guitare développé par Grégoire Derveaux les mouvements de la corde dans le plan de la table d'harmonie. Dans le cadre de ce nouveau modèle, les mouvements de la table d'harmonie ne sont plus décrits seulement par le champ de déplacement en flexion, on est naturellement amené à considérer les mouvements membranaires de la table.

Le modèle de guitare est ainsi complété par deux équations supplémentaires : l'une modélisant les déplacements membranaires de la plaque et l'autre modélisant la deuxième polarisation de la corde. La résolution numérique du système d'équations décrivant le nouveau modèle n'introduit pas de difficulté supplémentaire si ce n'est un surcoût évident de calcul. D'une part, les discrétisations spatiale et temporelle de la deuxième équation de corde vibrante sont identiques à celles effectuées dans le cas d'une seule polarisation de corde. D'autre part, l'équation du mouvement membranaire de la table est résolue à l'aide d'une méthode spectrale, comme pour l'équation du mouvement de flexion. Les conditions de stabilité du nouveau schéma numérique ainsi obtenu sont identiques à celles du schéma initial. Les résultats obtenus sont encourageants dans la mesure où on obtient un couplage non négligeable entre les deux polarisations de la corde induit par le chevalet. Néanmoins celui-ci semble moins efficace qu'il n'est en réalité. Ceci suggère de revoir le modèle de couplage au niveau du chevalet qui est assez frustré à ce jour.

6.6. Diffraction d'une onde acoustique par un obstacle mobile

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly.

Nous avons poursuivi nos travaux sur la diffraction d'ondes par un obstacle mobile. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à un problème avec un obstacle en rotation uniforme, sur la frontière duquel on considère une condition aux limites de Dirichlet. Pour cette application particulière, nous avons développé un code de calcul basé sur l'utilisation de la méthode des domaines fictifs. Cette méthode paraît en effet

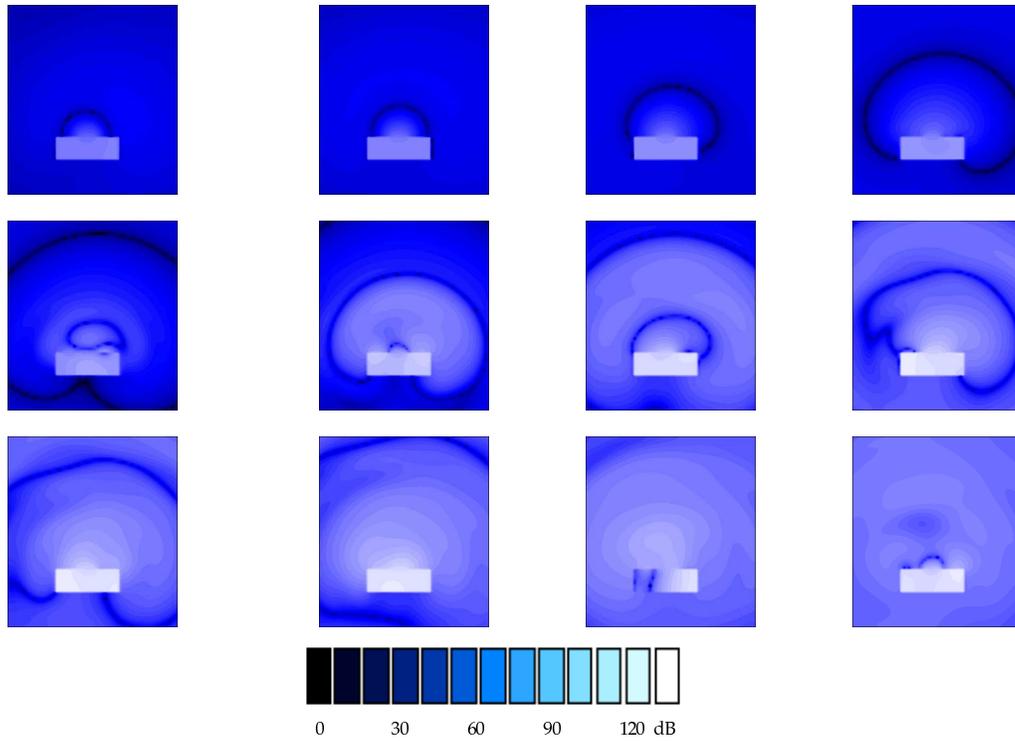


Figure 2. coupe de pression transverse passant par le trou représentée en décibels (dB), immédiatement après le pincer de corde. Les clichés sont espacés de 0,75 ms.

particulièrement adaptée à ce problème, car elle ne nécessite pas de refaire un maillage de l'extérieur de l'obstacle à chaque itération, mais seulement de recalculer un terme de couplage.

Il existe une foule de questions ouvertes sur ce problème aussi bien sur le plan de l'analyse théorique que sur celui de l'analyse numérique. En ce qui concerne l'obstacle en rotation uniforme, nous avons émis deux conjectures. La première concerne l'énergie associée au problème de Cauchy. Il existe des résultats de Cooper et Strauss, pour un obstacle en mouvement quelconque, montrant que sous des hypothèses restrictives (et difficiles à interpréter) l'énergie est bornée, et il existe également des contre-exemples (Popov et Rangelov) d'obstacles en mouvement qui conduisent à une énergie exponentiellement croissante en temps. Nous pensons que pour un solide en rotation uniforme, l'énergie reste toujours bornée. Cette conjecture est confirmée par de nombreux résultats numériques. Une deuxième conjecture concerne le comportement aux temps longs de la solution dûe à une source harmonique. Ce comportement diffère selon que le rapport entre la fréquence de rotation de l'obstacle et celle de la source est rationnel ou non : dans le premier cas, la solution devient périodique, les fréquences excitées étant des combinaisons linéaires des deux fréquences caractéristiques ; dans le second cas, aucun régime périodique ne s'établit. Nous avons là encore pu confirmer cette conjecture par des expériences numériques.

Enfin, afin de valider la méthode des domaines fictifs, nous avons mené une étude en 1D (pour un obstacle en translation), cas où on dispose d'une condition exacte. Les résultats sont pour l'instant assez surprenant... Lorsque le schéma est stable, la méthode converge. Cependant la condition de stabilité semble dépendre de la vitesse de l'obstacle, d'une façon qui nous reste à éclaircir...

Ces résultats ont été présentés à la NSF-CBMS conference on 'Numerical Methods in Forward and Inverse Electromagnetic Scattering' à Golden (Colorado) en Juin.

6.7. Etude de la propagation des ondes acoustiques dans un instrument à vent

Participants : Houssem Haddar, Denis Matignon.

La propagation des ondes acoustiques dans un instrument à vent est modélisée par l'équation de Lokshin. Cette propagation s'accompagne de phénomènes de pertes de nature visqueuse et thermique aux parois du tube, perturbation non négligeable en pratique. La prise en compte de cette dissipation se traduit par l'introduction de termes supplémentaires dans les équations du modèle sous forme de dérivées fractionnaires en temps de la solution. L'interaction de l'onde sortante du tube avec le reste de l'espace est modélisée par une impédance de rayonnement dissipative.

Nous avons mené l'étude théorique du système global pour le cas général des pavillons de forme quelconque, sachant que l'on possède des solutions analytiques dans le cas de tubes cylindriques uniquement ; la formulation forte de ce problème couplé a été obtenue, ainsi que la formulation faible. Notre objectif est de faire une étude numérique de ces modèles dans un cadre acoustique réaliste. Cette étude s'intéressera à :

- l'approximation rationnelle de l'impédance de rayonnement terminale, en respectant le caractère dissipatif du système obtenu ;
- la conception d'un schéma d'approximation numérique (éléments finis, ou différences finis) du système couplé global ;
- la comparaison entre les résultats numériques obtenus et des mesures expérimentales de la littérature.

6.8. Propagation acoustique en présence d'écoulement

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Stéphane Job, Eric Lunéville, Jean-François Mercier, Guillaume Legendre, Eliane Bécache, Patrick Joly, Julien Diaz.

Dans de nombreuses applications industrielles (aéronautique, ventilation, pots d'échappement...), des questions se posent relatives à l'interaction entre le son et un écoulement. Il s'agit de savoir comment un écoulement fait du bruit et comment le son se propage dans un milieu en écoulement.

6.8.1. Cas d'un écoulement autour d'une plaque.

Nous avons tout d'abord abordé cette question sur le cas d'un problème académique, en collaboration avec V. Pagneux, du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans.

La géométrie bidimensionnelle considérée est la suivante : une plaque rigide plane de longueur finie est placée dans un conduit parallèlement aux plaques de celui-ci. Le fluide présent dans le conduit est en écoulement uniforme subsonique. On cherche alors à modéliser la diffraction d'une perturbation acoustique par la plaque, en régime périodique établi.

Bien qu'il s'agisse du cas simple où l'écoulement est uniforme, la présence d'un sillage tourbillonnaire dans le prolongement amont de la plaque est déjà une manifestation intéressante de l'influence de l'écoulement sur l'acoustique.

Pour ce problème, nous avons établi une formulation pour le potentiel des vitesses. Cette formulation couple une partie variationnelle au voisinage de la plaque avec des représentations spectrales, au voisinage des extrémités de la plaque d'une part, et dans les deux parties infinies du conduit d'autre part. Ceci nous a permis de prouver, sauf pour une éventuelle suite de fréquences de résonance, l'existence d'une solution vérifiant une condition de type Kutta au bord de fuite de la plaque. Le modèle a été justifié mathématiquement par l'obtention d'un principe d'absorption limite. La formulation retenue, discrétisée par éléments finis, a été mise en oeuvre dans le code MELINA et a fourni des résultats satisfaisants. Elle présente néanmoins des inconvénients pour les faibles Mach (inférieurs à 0.3), car le sillage devient alors très fin et très oscillant.

Stéphane Job, post-doctorant au laboratoire depuis décembre 2001, a mis en oeuvre une nouvelle formulation du problème qui permet de traiter des écoulements à faible Mach. Les résultats restent satisfaisants jusqu'à des nombres de Mach de l'ordre de 0,1. Ils permettent d'observer la décroissance régulière de l'amplitude du sillage en fonction du nombre de Mach, en accord avec les résultats analytiques établis dans le cas d'une plaque semi-infinie. Nous travaillons également à des extensions géométriques plus compliquées, par exemple le cas où il y a deux plaques alignées et donc une interaction de sillages.

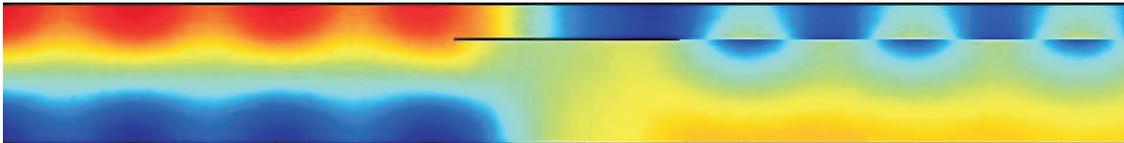


Figure 3. Potentiel des vitesses pour $k=0.8$ et $M=0.6$

6.8.2. Equations de Galbrun et technique de régularisation.

Afin d'aborder des situations plus réalistes, incluant des écoulements non uniformes, nous nous sommes intéressés à la résolution de l'équation vectorielle de Galbrun. Il s'agit d'une équation linéaire qui décrit la propagation d'ondes acoustiques dans un écoulement quelconque. Elle utilise comme variable le déplacement Lagrangien, qui représente le déplacement d'une particule fluide dans un écoulement perturbé par rapport à sa position dans l'écoulement non perturbé, et s'exprime en fonctions des coordonnées Eulériennes. Cette équation constitue une alternative séduisante aux équations d'Euler linéarisées qui sont utilisées classiquement. En effet, l'équation de Galbrun présente de nombreuses analogies avec d'autres modèles de propagation d'ondes (en particulier avec les équations de Maxwell) : elle est d'ordre 2 en temps et en espace et permet de tenir compte sous forme variationnelle de conditions aux limites usuelles. Cependant, elle présente des difficultés nouvelles, comparativement aux modèles de propagation classiques, liés aux phénomènes de convection.

Les tentatives d'autres équipes, à l'ONERA ou à l'UTC, pour résoudre cette équation par des éléments finis usuels de Lagrange avaient mis en évidence des instabilités numériques analogues à celles que l'on observe lorsque l'on résout les équations de Maxwell par des éléments finis nodaux. Le remède appliqué aux équations de Maxwell est l'utilisation d'éléments d'arête, « conformes $H(\text{rot})$ » : autrement dit, seules les composantes tangentielles du champ discret se raccordent entre les éléments. Une recette équivalente existe pour les équations de Galbrun si le milieu est au repos. On parle alors d'éléments « conformes $H(\text{div})$ » et l'on

raccorde cette fois les composantes normales de la vitesse acoustique. En revanche, il n'existe pas, à notre connaissance, d'élément fini adapté aux équations de Galbrun en présence d'un écoulement.

En nous inspirant des travaux déjà réalisés sur les équations de Maxwell, nous avons proposé une méthode alternative qui consiste à écrire une formulation régularisée des équations de Galbrun harmoniques en écoulement cisailé. Sur un problème académique posé dans un domaine rectangulaire borné (une portion de conduit bidimensionnel), nous avons montré que la formulation régularisée est bien posée (sauf pour des fréquences exceptionnelles) et que l'on peut l'approcher par des éléments finis nodaux usuels. La méthode a été mise en oeuvre dans le code MELINA pour un écoulement uniforme ou constant par morceaux. Les résultats numériques obtenus, avec ou sans régularisation, illustrent de façon très convaincante le rôle essentiel de cette dernière. La première partie de ce travail a fait l'objet d'un Compte-Rendu à l'Académie des Sciences. Des difficultés théoriques subsistent dans le cas où le domaine présente des coins rentrants ou dans le cas où l'on veut imposer sur la frontière des conditions d'impédance.

Nous abordons actuellement l'extension de ce type de méthode au cas transitoire dans le cadre de la thèse de K. Berriri qui a débuté en Octobre 2002.

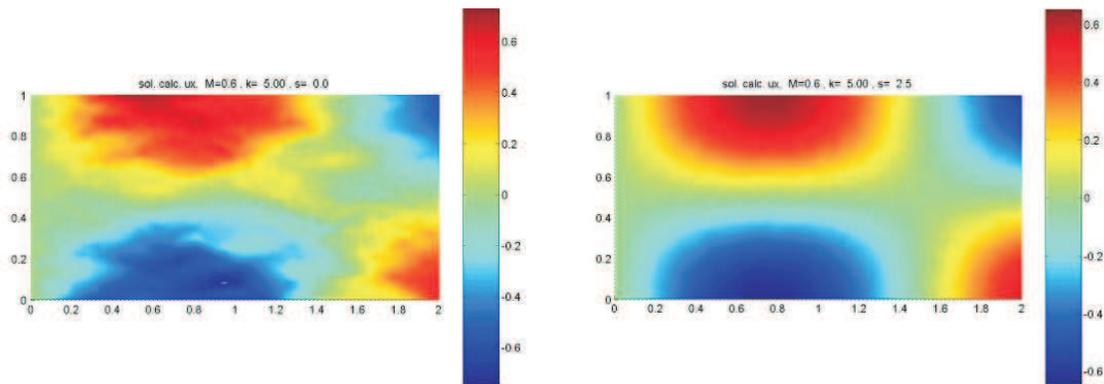


Figure 4. Calcul du mode 1. Gauche : sans régularisation. Droite : avec régularisation

6.8.3. Propagation en milieu non borné.

Pour traiter numériquement la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu non borné, nous nous sommes tournés vers l'adaptation des méthodes dites de couches absorbantes parfaitement adaptées ou PML. Nous avons abordé cette question en régime harmonique, mais aussi en régime transitoire. Nous renvoyons le lecteur à la section 6.19 pour les détails.

6.9. Retournement temporel

Participants : Chokri Ben Amar, Christophe Hazard.

Le retournement temporel d'ondes acoustiques a connu ces dernières années un regain d'intérêt considérable dans des domaines d'application très variés, qui vont de l'imagerie médicale ultrasonique au contrôle non destructif, en passant par l'acoustique sous-marine. L'idée centrale de ce phénomène est d'utiliser la *réversibilité* de l'équation des ondes dans un milieu non dissipatif pour ré-émettre « à l'envers » un signal acoustique émis par une source : on parle alors de « miroir à retournement temporel ».

A la suite d'un Projet Personnel en Laboratoire (stage de 2ème année à l'ENSTA), nous nous sommes intéressés aux techniques de *retournement temporel* développées notamment dans le laboratoire Ondes et Acoustique de l'ESPCI, et plus particulièrement à la méthode dite de Diagonalisation de l'Opérateur de Retournement Temporel (D.O.R.T.). Cette méthode possède des applications médicales, par exemple pour détecter puis « casser » des calculs rénaux. L'objectif est de *focaliser* l'onde émise par un réseau de transducteurs ultra-soniques sur l'un des calculs. Ceci est réalisé grâce à un dispositif électronique permettant

de ré-émettre « en verlan » un signal acoustique reçu par le réseau, c'est-à-dire en renversant le sens de l'écoulement du temps : en régime périodique établi, il s'agit d'une simple opération de conjugaison. En particulier, lorsqu'on itère ce procédé, le signal se focalisera vers l'obstacle le plus visible. Nous avons développé une simulation numérique de ce phénomène dans le cadre d'un cours de 3ème année à l'ENSTA sur les méthodes numériques pour la propagation d'ondes (travaux pratiques sur le code MELINA).

Ce phénomène de focalisation a été expliqué pour un modèle simpliste où les obstacles diffractants sont supposés ponctuels, et leurs interactions sont négligées : lorsque leurs coefficients de réflectivité sont tous différents, l'opérateur de retournement temporel possède autant de valeurs propres non nulles qu'il y a d'obstacles, et les vecteurs propres associés permettent de focaliser sur chacun d'eux. Il semble qu'aucune étude théorique n'ait été réalisée pour un modèle plus réaliste. C'est la question que nous creusons conjointement avec Karim Ramdani (IECN, INRIA, Nancy) dans le cadre d'une collaboration récente. Le point de départ de cette étude concerne le cas où le miroir à retournement temporel est repoussé à l'infini, c'est-à-dire qu'il mesure le champ lointain d'une onde diffractée, sans perturber cette onde. Les résultats obtenus dans ce cadre confirment ceux de l'approche simpliste. Par une étude du comportement asymptotique de l'amplitude de diffusion associée à une famille (finie) d'obstacles sphériques, nous avons montré que lorsque leurs rayons sont petits devant la longueur d'onde ainsi que devant les distances qui les séparent, les éléments propres de l'opérateur de retournement temporel permettent de focaliser de façon sélective sur chacun d'eux.

La question semble plus délicate pour un miroir réel qui mesure un champ acoustique à distance finie des obstacles. Chokri Ben Amar vient de débiter une thèse sur ce sujet dans le cadre d'une cotutelle entre l'ENSTA et le LAMSIN (Tunis). En dehors de l'aspect qui vient d'être décrit, les objectifs visés concernent d'une part la compréhension des liens entre les points de vue transitoire et périodique du retournement temporel, d'autre part la simulation numérique du phénomène.

6.10. Éléments finis mixtes d'ordre élevé en maillage hexaédrique pour les ondes acoustiques et élastiques

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Mots clés : *3D, éléments finis mixtes spectraux, élastodynamique, couches absorbantes parfaitement adaptées, fluide-structure, performances algorithmiques.*

Construction, étude et implémentation d'éléments finis mixtes d'ordre élevé avec condensation de masse pour les équations de l'élastodynamique.

Ce thème fait l'objet de la thèse de Sandrine Fauqueux qui sera soutenue le 4 Février 2003. Nous décrivons ci-dessous les derniers développements du travail.

Élastodynamique : Nous avons mentionné, dans le précédent rapport d'activité, la possible non-inversibilité en dimension 3 des matrices élémentaires A_{ij} , matrices définissant les propriétés physiques du milieu élastique. L'inverse de ces matrices intervient dans la formulation $H(\text{div}) - L^2$ du système de l'élastodynamique. Ce problème a été résolu par l'introduction de nouvelles variables vectorielles. Le système obtenu après discrétisation par la méthode des éléments finis mixtes spectraux peut se ramener au problème matriciel obtenu avec la formulation précédente.

Une nouvelle formulation des PMLs en élastodynamique a été mise en place. Le système obtenu permet, en faisant intervenir les dérivées des coefficients d'élasticité, de diminuer le nombre d'inconnues du système. Un exemple 3D est donné dans la figure 5.

Fluide-structure : Nous avons mis en place une méthode de couplage fluide-structure en dimension 2 lors d'un échange de 6 semaines au sein du laboratoire de séismologie de Caltech (California Institute of Technology). Ce couplage est basé sur les formulations sous forme $H(\text{div}) - L^2$ des systèmes de l'acoustique et d'élastodynamique. Le système obtenu est discrétisé par la méthode des éléments finis mixtes spectraux. Un couplage des PMLs fluide et des PMLs solide a été intégré. Nous avons implémenté et validé le schéma obtenu. Un exemple de propagation d'onde dans un domaine infini fluide-solide où l'interface entre les deux milieux est sinusoïdale est représenté dans la figure 6.

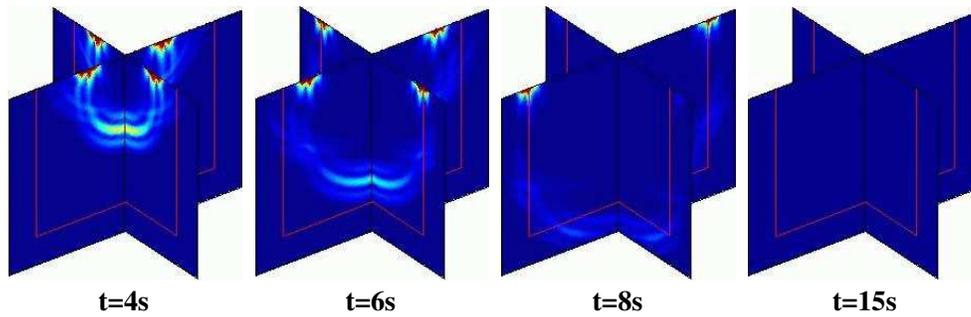


Figure 5. Une expérience élastique 3D en milieu orthotrope avec PMLs.

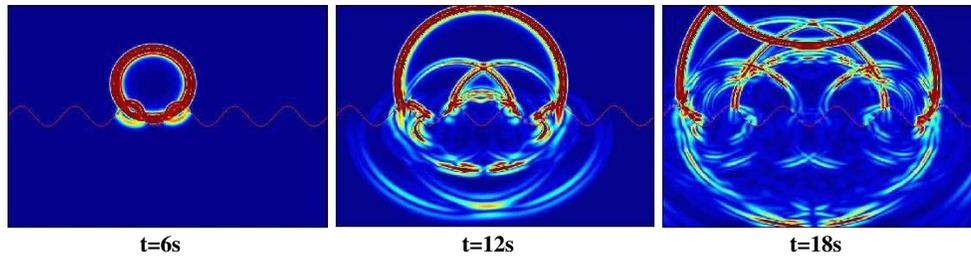


Figure 6. Module du champ de déplacement obtenu par la méthode de couplage fluide-structure 2D avec une interface sinusoïdale.

Comparaison algorithmique : Nous avons estimé le nombre d'opérations (multiplications et divisions) ainsi que le stockage nécessaires pour la résolution du système de l'élastodynamique par la méthode des éléments finis mixtes spectraux et par l'algorithme optimal de la méthode des éléments finis spectraux mis en place par Y. Maday, E.M. Ronquist et A.T. Patera. Après comparaison des résultats obtenus, nous en concluons que la méthode mixte est plus performante au niveau temps de calcul mais nécessite plus de stockage que cet algorithme. Toutefois, les estimations ne tenant pas compte de l'accès mémoire, qui peut être non-négligeable sur certaines machines, ces résultats sont partiels.

6.11. Résolution de l'équation d' Helmholtz par une méthode d'éléments finis mixtes spectraux

Participants : Gary Cohen, Marc Duruflé.

Mots clés : équation d' Helmholtz, éléments finis.

Présentation du travail de DEA de Marc Duruflé, qui a abouti sur une thèse

Les méthodes d'éléments finis mixtes quadrilatéraux ou hexaédriques avec condensation de masse (ou éléments finis mixtes spectraux) ont été utilisées avec succès pour les équations des ondes en régime transitoire

En régime harmonique, la condensation de masse est un apport négligeable du fait que la résolution des modèles obtenus exige une inversion de la matrice totale, obtenue par une combinaison linéaire de la matrice de masse et de rigidité. Toutefois, une telle approche numérique conduit aussi à une factorisation de la matrice de rigidité qui permet de réaliser un important gain de stockage ainsi qu'un substantiel gain de temps pour le calcul de la matrice et pour réaliser un produit matrice vecteur.

Toutes ces raisons font qu'une telle méthode peut être efficacement utilisée pour résoudre les équations des ondes en régime harmonique par des algorithmes itératifs de résolution de grands systèmes linéaires creux, tels que le gradient conjugué, GMRES ou QMR. Ce type d'algorithme peut devenir une alternative efficace aux méthodes directes d'inversion de matrices pour des problèmes de grande taille couramment rencontrés dans les

modèles industriels. D'autre part, l'utilisation de méthodes d'ordre élevé constitue un apport non-négligeable pour la performance des algorithmes de résolution directe.

Dans le cadre de son stage de DEA, Marc Duruflé a développé et testé une méthode d'éléments finis mixtes spectraux pour l'équation des ondes en régime harmonique, en milieu hétérogène en dimension 2. Cette méthode, utilisée pour des approximations polynomiales allant de l'ordre 1 à 8 a largement confirmé l'intérêt de la montée en ordre. D'autre part, différents algorithmes itératifs de résolution ont été comparés sur ce modèle. La montée en ordre se traduit par un gain de temps et de stockage sensible dans le cas d'une résolution directe, ou d'une résolution itérative.

La thèse de Marc Duruflé consistera donc en l'extension de cette approche aux équations de Maxwell. Pour cela, il utilisera des éléments finis mixtes quadrilatéraux ou hexaédriques $H(\text{rot}) - L^2$, construit à partir de la seconde famille d'éléments finis $H(\text{rot})$ de Nédélec avec condensation de masse pour la résolution des équations de Maxwell en régime harmonique. On étudiera dans un premier temps différentes techniques de préconditionnement afin d'obtenir un solveur itératif efficace. On effectuera ensuite des comparaisons de performances de la méthode avec des méthodes de différences finies ou d'éléments finis d'arête triangulaires d'ordre inférieur en dimension 2. Une extension de ces méthodes à la dimension 3 est prévue ultérieurement dans la thèse.

6.12. Modélisation de filtres optiques par éléments finis et équations intégrales

Participants : Francis Collino, Marc Duruflé, Housseem Haddar, Patrick Joly.

Mots clés : *optique, équation d'Helmholtz, équations de Maxwell, régime harmonique, éléments finis, équations intégrales.*

Simulation d'un filtre optique très sélectif, difficultés.

Les filtres optiques sont constitués d'un empilement de couches de diélectriques intercalées avec des couches d'air. Les inconnues sont le champ électrique et le champ magnétique régis par les équations de Maxwell. L'étude a été faite sur un filtre à hyper-fréquence de Fabry-Perrot. Le filtre étudié ne laisse passer qu'une bande très étroite de fréquences, c'est un filtre passe-bande très sélectif. En optique, le filtre est utilisé en envoyant un faisceau gaussien avec une certaine largeur spectrale, en entrée du dispositif. En sortie du filtre, on obtient un faisceau gaussien avec une largeur spectrale plus étroite qu'en entrée. L'objet de l'étude est de définir une méthode qui soit performante et opérationnelle pour la simulation du cas 2-D et qui soit généralisable au cas 3-D.

Une étude 1-D préliminaire, en considérant les couches de longueur infinie, a permis de mettre en évidence l'extrême sensibilité de la solution du problème par rapport aux paramètres du modèle et à la précision de calcul, du fait de la proximité d'une résonance. L'utilisation de méthodes numériques à haute précision s'est donc avérée nécessaire. On peut alors soit utiliser une approche temporelle et obtenir par transformée de Fourier la réponse spectrale du filtre. L'approche fréquentielle, résout le problème en fixant la fréquence. On doit alors effectuer un balayage en fréquence. Parmi les deux approches, approche fréquentielle et approche temporelle, cette dernière s'est révélée inopérante : elle est pénalisée par le fait que l'on est obligé de calculer la solution sur des temps très longs. Cette contrainte rend le coût de calcul 2-D assez prohibitif ; les calculs effectués pour des temps moins longs que nécessaires ont donné des résultats médiocres.

On a réalisé, sur un cas réaliste de filtre optique, des calculs 2-D à l'aide de deux méthodes concurrentes : la méthode équations intégrales développée par Francis Collino et la méthode d'éléments finis mixtes spectraux développée par Gary Cohen et Marc Duruflé. On a également modélisé les faisceaux gaussiens 2-D qui sont des sources couramment utilisées en optique. Les conclusions de ces calculs vont dans le même sens que pour le cas 1-D, à savoir l'extrême sensibilité du dispositif aux petites perturbations de la fréquence. Par exemple, une modification de 0.15 nm de la longueur d'onde nominale de $1.55 \mu\text{m}$ entraîne une variation de l'ordre de 13% sur le maximum du faisceau transmis !

La confrontation des résultats données par les deux méthodes montre une assez bonne concordance compte tenu de la sensibilité du système. Cependant la comparaison des performances tourne à l'avantage de la

méthode volumique en terme de temps de calcul (coefficient de l'ordre de 5). La raison est que le milieu contient beaucoup d'interfaces, ce qui pénalise les méthodes intégrales.

6.13. La méthode des domaines fictifs pour l'élastodynamique

Participants : Eliane Bécache, Jerónimo Rodríguez Garcéa, Chrysoula Tsogka.

Mots clés : *élastodynamique, domaines fictifs, fissure.*

Différents choix d'éléments finis pour une méthode de domaines fictifs pour les équations de l'élastodynamique. Nous poursuivons nos travaux sur la méthode de domaines fictifs appliquée au problème de diffraction d'ondes élastiques par une fissure ou un obstacle. Nous considérons ici le cas où la condition aux limites est modélisée par une condition de surface libre. Rappelons que notre motivation pour utiliser la méthode des domaines fictifs est :

- D'une part d'utiliser un maillage régulier pour pouvoir économiser de la mémoire.
- D'autre part d'éviter les oscillations parasites produites par l'approximation de la géométrie en marches d'escalier.

Le principe de cette méthode est d'étendre le champ de contraintes σ et le champ de vitesses v à un domaine de géométrie simple et d'imposer les conditions aux limites de façon faible à l'aide d'un multiplicateur de Lagrange λ introduit sur la frontière. Ceci nous permet de construire un maillage régulier de pas h pour les inconnues principales du problème et un maillage surfacique de pas H pour le multiplicateur. Les résultats de convergence qui existent dans la littérature reposent sur une condition de compatibilité entre les pas des deux maillages du type

$$R = \frac{H}{h} > \mathcal{C} \quad (1)$$

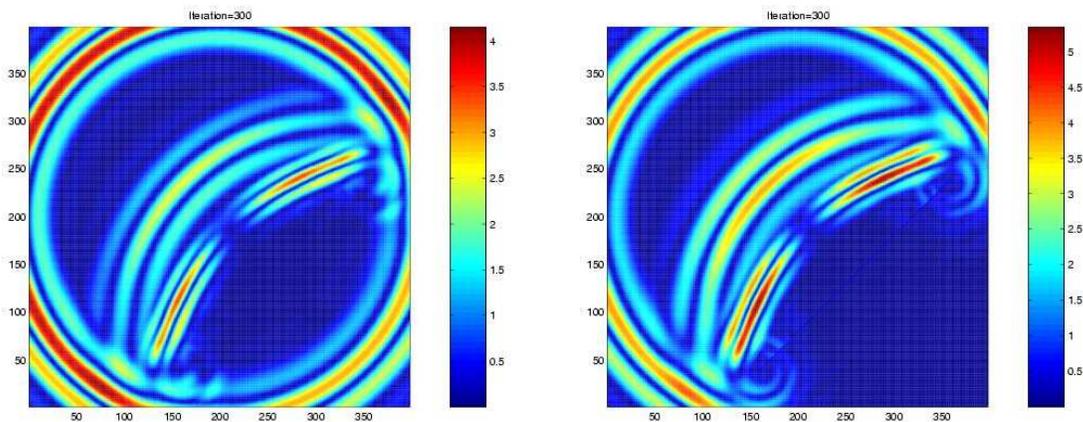


Figure 7. Comparaison entre $Q_1^{div} \times Q_0$ et $Q_1^{div} \times P_1^{disc}$ - $R = 1.8$.

Dans ses travaux C. Tsogka avait proposé, dans un premier temps, une méthode d'éléments finis mixte dite $Q_1^{div} \times Q_0$ pour les variables volumiques (σ, v) et des éléments finis " P_1 - continu" pour la variable surfacique λ . Même si la méthode semble converger pour certaines géométries, il apparaît que ce n'est pas le cas pour des géométries quelconques. Pour résoudre ce problème, on a enrichi l'espace d'approximation des vitesses en utilisant " P_1 - discontinu" (P_1^{disc}) au lieu de Q_0 . Cette fois-ci les résultats numériques ont montré que la méthode converge sous une condition du type (1). Dans la figure 7, on représente le module de

la vitesse obtenu avec $Q_1^{\text{div}} \times Q_0$ (à gauche) et $Q_1^{\text{div}} \times P_1^{\text{disc}}$ (à droite) avec $R = 1.8$ pour le cas d'une fissure diagonale.

L'enrichissement de l'espace d'approximation des vitesses consiste à introduire de nouvelles inconnues, ce qui génère des modes parasites qui, bien que petits, peuvent augmenter au cours du temps et polluer la solution (voir la figure 8 à gauche). Il est toutefois possible d'atténuer ces modes parasites en introduisant un terme d'amortissement (voir la figure 8 à droite).

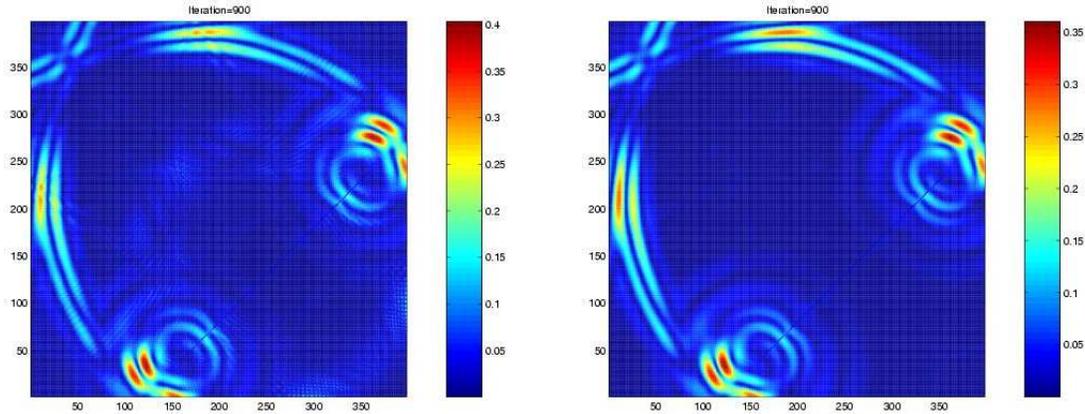


Figure 8. Comparaison entre $Q_1^{\text{div}} \times P_1^{\text{disc}}$ sans et avec amortissement. $R = 1.8$.

Du point de vue théorique, on a fait l'étude de dispersion de l'élément $Q_1^{\text{div}} \times P_1^{\text{disc}}$ qui nous montre en l'absence de fissures des résultats similaires à ceux qu'on avait pour $Q_1^{\text{div}} \times Q_0$. L'étude de la convergence de la méthode des domaines fictifs est actuellement en cours.

6.14. Modélisation numérique de la propagation d'ondes en milieu élastique fissuré avec condition de contact unilatéral

Participants : Eliane Bécache, Marius Cocou, Jean-Charles Gilbert, Patrick Joly, Gilles Scarella.

Mots clés : *élément fini mixte, élastodynamique, fissure, contact unilatéral.*

La thèse de Gilles Scarella est financée par la Division Recherche Développement d'EDF Clamart et fait l'objet d'une collaboration avec le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille. Le but de cette thèse est l'analyse mathématique et numérique des équations de l'élastodynamique en présence de contact unilatéral. Lors des premiers mois de la thèse de Gilles, des résultats numériques ont été obtenus dans le cas 1D. Ensuite, pendant environ un an, une étude théorique du problème dynamique de contact unilatéral en viscoélasticité a été menée lors d'un séjour au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille. Depuis le retour de Gilles dans le projet ONDES en Mars 2002, l'étude numérique a repris et des résultats numériques ont été obtenus dans le cas 2D.

Pour la résolution numérique du problème, on utilise la méthode des domaines fictifs, employée par E. Bécache, P. Joly et C. Tsogka. Rappelons le principe de la méthode : on considère deux maillages : un maillage régulier du domaine incluant la fissure, et un maillage surfacique de la fissure. On adopte une formulation mixte (déplacements, contraintes) pour les équations de l'élastodynamique auxquelles on ajoute les conditions aux limites de contact unilatéral sur la fissure : (σ désigne le tenseur des contraintes, u le champ de déplacement, u^+ et u^- les traces de ce champ sur les deux lèvres de la fissure et n le vecteur unitaire normal à la fissure)

$$\begin{aligned} \sigma_T &= 0, & 0 &\leq [u_N], & \sigma_N &\leq 0, & \sigma_N [u_N] &= 0, \\ \sigma_N &= \sigma n \cdot n, & \sigma_T &= \sigma n - \sigma_N n, & u_N &= u \cdot n, & [u] &= u^+ - u^-. \end{aligned}$$

Les conditions aux limites sont prises en compte par l'intermédiaire de multiplicateurs de Lagrange définis sur la fissure qui correspondent aux parties normale et tangentielle du saut de déplacement à travers la fissure. On obtient alors une inéquation variationnelle d'évolution portant sur la composante normale du multiplicateur. Numériquement, cela conduit à résoudre un problème d'optimisation quadratique avec contraintes de bornes, à chaque itération en temps. Une collaboration avec Jean-Charles Gilbert (projet ESTIME) entamée fin 2000 a permis la création d'un code résolvant ce type de problèmes. Cette collaboration a repris depuis peu, en vue de rendre plus robuste le code de résolution, car il a été constaté que, pour certains exemples, le code était inefficace.

A l'aide de cette routine d'optimisation, plusieurs exemples numériques ont été simulés par le code de propagation d'ondes 2D. En vue de valider le code 2D, l'exemple d'une fissure circulaire fermée a été considéré, avec une condition initiale invariante par rotation (symétrie radiale). Ce problème simple peut être simulé par une équation 1D. La comparaison des deux résultats est relativement satisfaisante. L'exemple d'une fissure verticale a été étudié et les résultats obtenus (voir Figs. 9) mettent bien en évidence l'influence de la condition de contact unilatéral sur la propagation de l'onde (existence d'une onde transmise à travers la fissure contrairement au cas de la surface libre : voir Figs. 9). D'autres essais numériques se poursuivent.

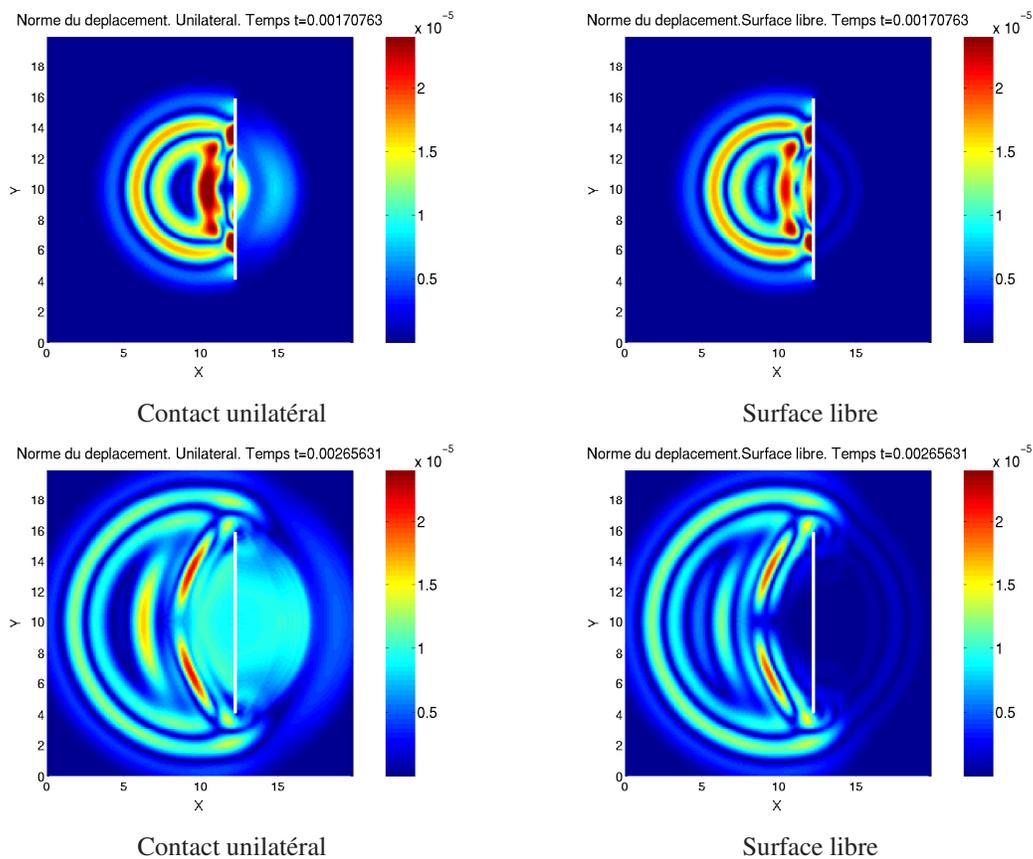


Figure 9.

D'autre part, pour améliorer la prise en compte de la fissure, les éléments P_1 discontinus implémentés par J. Rodríguez Garcéa (projet ONDES) ont été utilisés pour le déplacement et conduisent à de meilleurs

résultats que les éléments Q_0 , initialement utilisés. Pour les contraintes, on conserve l'espace d'approximation correspondant de l'élément fini $Q_1^{\text{div}} - Q_0$ créé par E. Bécache, P. Joly, C. Tsogka dans [10].

Au niveau théorique, la rédaction d'un article sur l'existence d'une solution au problème dynamique de contact unilatéral avec frottement non local sur une fissure en viscoélasticité est prévue, en collaboration avec Marius Cocou (du LMA, CNRS).

6.15. Modélisation de la propagation d'ondes viscoélastiques.

Participants : Eliane Bécache, Abdelaâziz Ezziani, Patrick Joly.

Mots clés : *Différences finies, éléments finis, Condensation de masse, PML, viscoélasticité.*

Etude théorique et numérique de la propagation d'ondes dans les milieux viscoélastiques linéaires. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à la modélisation mathématique et numérique de la propagation d'ondes à haute fréquence dans le sous-sol et le fond marin. Ces milieux dissipent de l'énergie lorsqu'ils sont soumis à des déformations. Pour bien simuler les expériences physiques, il est important de tenir compte de l'absorption des ondes, ce phénomène d'absorption est dû à une propriété viscoélastique du milieu de propagation.

Pour bien comprendre les propriétés de ce type d'ondes, nous avons commencé dans le cadre d'un Stage du DEA par un modèle monodimensionnel : le modèle de Zener (ou modèle $\tau_0 - \tau_1$) en étudiant les principales propriétés de la solution : existence et unicité de la solution, décroissance de l'énergie, propagation à vitesse finie et dispersion des ondes (voir Ra'2001).

Dans nos récents travaux, nous avons généralisé ce modèle dans le cas tri-dimensionnel en considérant l'extension :

$$\begin{cases} \rho(x) \ddot{u} & = \operatorname{div} \sigma \\ \sigma + \tau_0(x) \dot{\sigma} & = C(x) \varepsilon(u) + D(x) \varepsilon(\dot{u}) \\ + C.I & \end{cases}$$

et nous avons étudié ce problème en deux phases.

Analyse mathématique. Nous avons montré l'existence et l'unicité de la solution forte du problème général et nous avons prouvé le résultat de la décroissance d'énergie ce qui assure l'absorption du modèle.

Analyse numérique. Pour la résolution numérique nous nous sommes limités au cas 2D en considérant une formulation mixte (déplacement-contrainte) qui nous a permis d'adapter, au problème de la viscoélasticité, les éléments finis mixtes de Tsogka [10] compatibles avec la condensation de masse dans le cas de l'élasticité. Pour la discrétisation en temps, nous avons établi un schéma aux différences finies centré, d'ordre 2 et totalement explicite auquel nous avons associé une quantité d'énergie discrète dissipative et une condition suffisante de stabilité. Concernant la modélisation des milieux non bornés, nous avons adapté la méthode des couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) au problème de la viscoélasticité.

6.16. Raffinement de maillage local spatio-temporel pour les équations de l'élastodynamique

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Jerónimo Rodríguez Garcéa.

Mots clés : *raffinement de maillage, stabilité, convergence.*

Étude théorique et numérique du raffinement de maillage local spatio-temporel pour la résolution du système de l'élastodynamique. On s'intéresse à la résolution numérique des équations de l'élastodynamique en régime temporel à l'aide d'une méthode explicite du type éléments finis qui s'appuie sur un maillage régulier (Voir les travaux de C. Tsogka). Pour de nombreuses raisons (singularités de la solution, géométrie complexe, voir figure 11) il peut être intéressant de raffiner localement dans une certaine région. Si on prend le même pas de temps sur tout le domaine de calcul, il sera contraint par le plus petit pas d'espace.

On aura alors un schéma coûteux et dispersif. Pour cette raison, on a choisi de raffiner également en temps en gardant toujours la stabilité de la méthode sous la condition CFL habituelle. Ce travail est développé dans

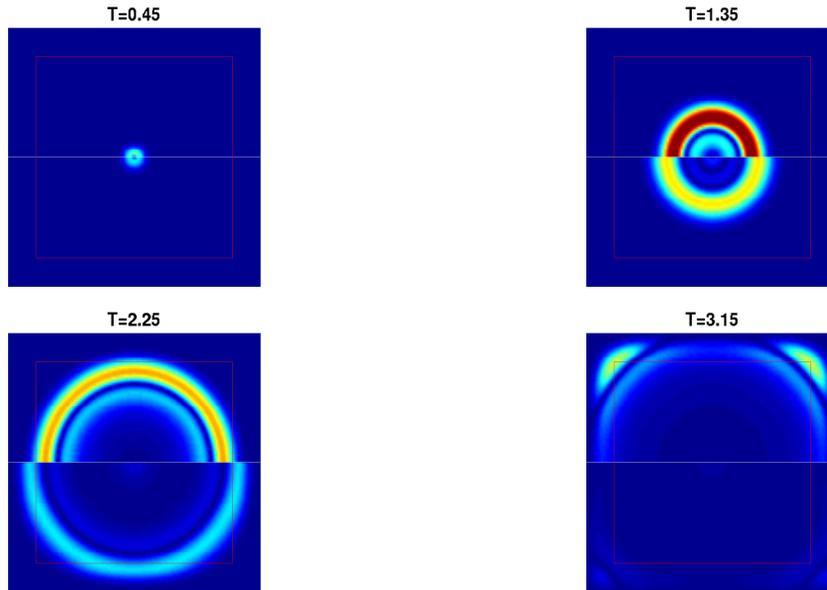


Figure 10. Comparaison entre la propagation d'onde dans un milieu élastique (en haut) et dans un milieu viscoélastique (en bas)

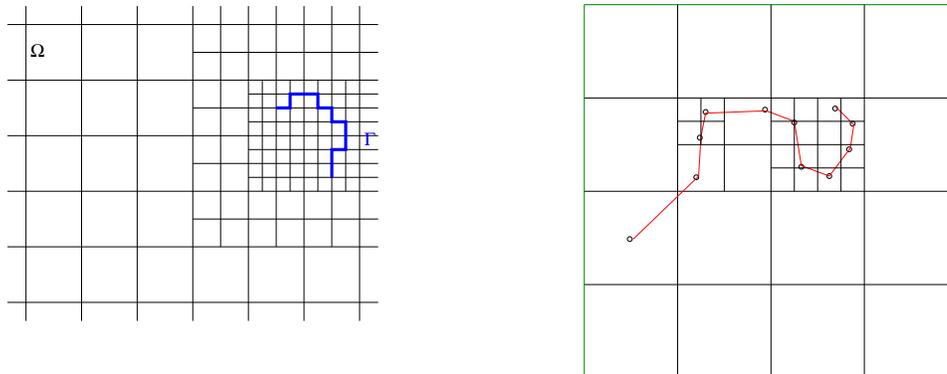


Figure 11. Exemples de raffinement de maillage.

le cadre de la thèse de Jerónimo Rodríguez et est l'extension à l'élastodynamique des techniques introduites par T. Fouquet pour les équations de Maxwell.

La première technique qu'on utilise se base sur l'introduction d'un multiplicateur de Lagrange sur l'interface entre les deux grilles. Ceci nous permet d'obtenir une méthode de raffinement de maillage local spatio-temporel stable sous la condition de stabilité habituelle grâce à la conservation d'une énergie discrète (Voir les travaux de T. Fouquet). Rappelons que nous avons montré que cette méthode converge en norme ℓ^2 , en dimension 1, à l'ordre $\Delta x^{\frac{3}{2}-\epsilon}$ (Voir rapport d'activité 2001). Cette année nous avons implémenté un code récursif en Fortran 90 pour le cas 2D. La figure 12 nous montre l'efficacité de la méthode qui nous permet de résoudre avec 20 points par longueur d'onde dans la région plus grossière tandis qu'on a 160 points par longueur d'onde sur le maillage le plus fin.

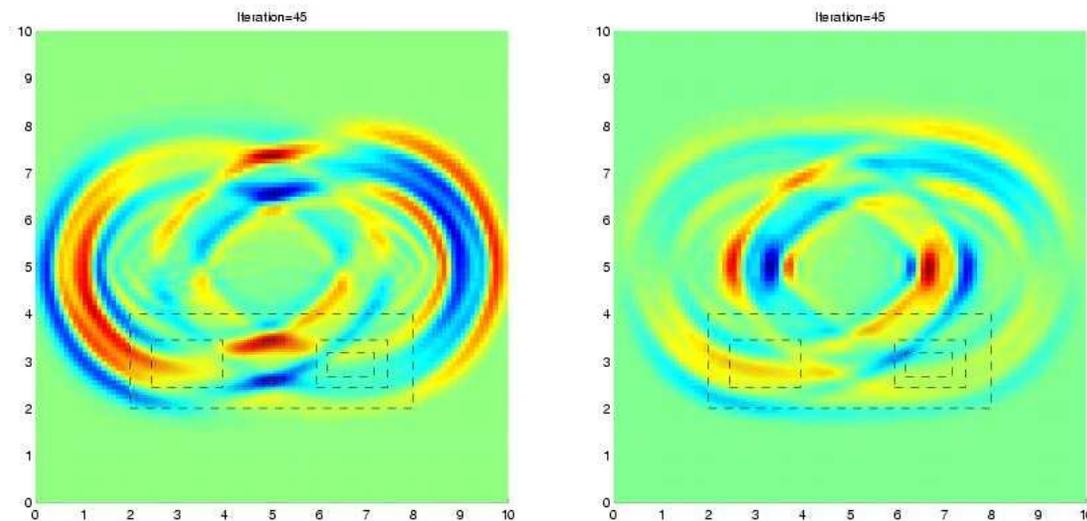


Figure 12. Les deux composantes de la vitesse.

Notre objectif est de généraliser la démonstration de convergence aux dimensions supérieures et également coupler cette technique de raffinement avec la méthode de domaines fictifs, utilisée pour prendre en compte des fissures ou des topographies de géométrie complexe (voir le paragraphe 6.13).

Nous avons aussi étudié une deuxième méthode de raffinement de maillage conservative sans multiplicateur. La caractéristique principale de la méthode repose sur l'utilisation d'une formulation différente sur chaque sous-domaine ce qui nous amène à utiliser des éléments finis différents dans chaque grille (voir aussi le paragraphe 6.17). Des résultats de convergence similaires à ceux qu'on a présenté pour la méthode avec multiplicateur ont été obtenus.

6.17. Modélisation numérique en couplage fluide-structure transitoire.

Participants : Eliane Bécache, Gary Cohen, Julien Diaz, Pascal Grob, Patrick Joly.

Mots clés : *éléments finis, maillages, non conformes, élastodynamique, acoustique.*

Etude théorique et numérique de la propagation d'une onde en interaction fluide-structure Nous nous intéressons à la modélisation numérique de la propagation d'une onde en interaction fluide-structure. Ce type de problème a notamment des applications en imagerie médicale (simulation de propagation d'une onde acoustique dans l'os, en collaboration avec le Laboratoire d'Imagerie Paramétrique de Paris VI) et en sismique haute-résolution (détermination de la structure des fonds sous-marins, contrat avec l'IFREMER).

Il est bien connu que la technique qui consiste à faire dégénérer les équations de l'élasticité discrétisées en un modèle acoustique n'est pas satisfaisante (présence d'ondes de cisaillement parasites dans le fluide, absence de coercivité H^1 dans le fluide ...).

Il est alors souhaitable de travailler avec la pression dans le fluide (et non plus le champ de déplacement). Toute la difficulté réside dans le traitement de l'interface fluide-structure (interface os/muscle ou mer/sous-sol pour les applications qui nous intéressent). On cherche à satisfaire les propriétés suivantes :

- La méthode doit être capable de traiter un raccord non-conforme entre le fluide et le solide, afin de pouvoir adapter les pas d'espace aux propriétés de leur milieu respectif.
- Le schéma reste explicite en dehors de l'interface fluide-structure.
- La stabilité est garantie par la conservation d'une énergie discrète.
- La condition de stabilité n'est pas affectée par la présence de l'interface fluide-structure.

Dans cet esprit une première classe de méthodes consiste à introduire un multiplicateur de Lagrange sur l'interface fluide-solide, selon la philosophie des éléments joints. Cette démarche, déjà validée dans le cas d'une interface entre deux fluides par les travaux de Bamberger, Glowinski et Tran, a été adoptée par V. Duwig dans le cadre d'un stage à EDF.

Nous proposons une stratégie alternative qui évite le recours à des multiplicateurs de Lagrange grâce à l'utilisation de ce que nous appelons une formulation primale-duale du problème de couplage : typiquement, si le champ des vitesses est calculé dans un espace de fonctions régulière (H^1) dans le fluide, dans le solide c'est le champ des contraintes qui sera cherché dans un espace de fonctions régulières. On est alors dans le cadre de méthodes conformes dont l'analyse mathématique est plus simple.

La première méthode que nous avons étudiée, s'appuie sur :

- un calcul en vitesses L^2 - contraintes H_{div} (on utilise les éléments finis mixtes développés par C.Tsogka) dans le solide.
- un calcul en vitesses H_{div} - pression L^2 (on utilise les éléments de Raviart-Thomas) dans le fluide.

Le cadre fonctionnel adapté à la formulation primale-duale correspondante amène à modifier les éléments finis de C.Tsogka au voisinage de l'interface. Suivant la discrétisation en temps choisie, cette méthode peut conduire à un schéma explicite ou implicite sur l'interface. Le schéma explicite a l'inconvénient de diminuer (parfois fortement) la condition de stabilité, nous avons donc privilégié le schéma implicite.

Un premier code a été développé, dans le cadre d'un contrat avec l'IFREMER, en dimension 2 avec une interface plane inclinée. Cette méthode, utilisant des éléments finis carrés, n'est pas adaptée à la modélisation d'interfaces courbes, et nous avons commencé à étudier une deuxième méthode, « duale » de la première : on cherche la pression et le champ des vitesses du solide dans un espace de fonctions régulières. Cette méthode utilise, dans le milieu acoustique comme dans le milieu élastique, les éléments finis de S. Fauqueux (voir section (6.10)) et s'appuie sur :

- un calcul en vitesses H^1 - contraintes L^2 dans le solide.
- un calcul en vitesses L^2 - pression H^1 dans le fluide.

Une première expérience a été réalisée à partir d'un code mis au point par S. Fauqueux : la figure 13 représente la propagation d'une onde acoustique ultra-sonore dans un domaine composé d'un disque solide (ayant les caractéristiques physiques d'un os trabéculaire) entouré d'eau. Ce code utilise pour le moment des maillages conformes, nous travaillons actuellement sur son adaptation à des maillages non conformes.

Dans le même axe de recherche, Pascal Grob a commencé une thèse à l'EADS, sous la direction de Gary Cohen, sur la propagation d'ondes acoustiques dans un cockpit d'avion. Dans les premiers mois de sa thèse, qui a débuté en octobre 2002, il s'est intéressé à la modélisation de ce phénomène par des méthodes intégrales.

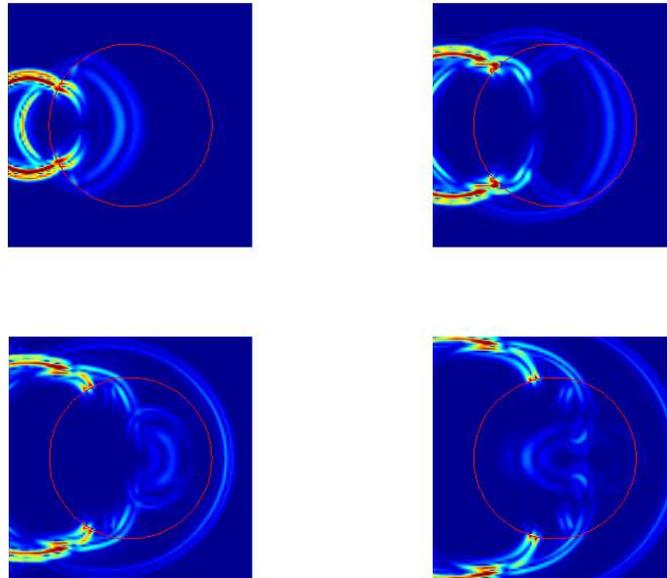


Figure 13.

6.18. Interaction onde élastique - dislocation

Participant : Jean-François Mercier.

Jean-François Mercier a engagé en 2001, avec Agnès Maurel du Laboratoire Ondes et Acoustiques de l'ESPCI, une collaboration internationale avec Fernando Lund, du Département de Physique de l'Université du Chili à Santiago. Le thème est l'interaction onde élastique - dislocation. Il s'agit d'un projet de recherche sur conventions internationales du CNRS qui s'est traduit par deux séjours de l'équipe française à l'Université du Chili (du 22 juillet au 1 Octobre 2001 et du 12 au 17 mars 2002).

Les travaux de recherche effectués pendant ce séjour ont porté sur la propagation d'ondes élastiques dans un solide en présence de nombreux diffuseurs répartis aléatoirement. Les diffuseurs considérés sont des dislocations. Ce sont des défauts du réseau cristallin, de forme linéique, qui induisent localement de fortes contraintes dans le solide. En régime harmonique, lorsqu'on envoie une onde plane sur des dislocations, le phénomène de diffusion multiple donne naissance à une onde effective, toujours plane mais évanescence. Nous avons déterminé les nombres d'onde effectifs dans le milieu disloqué. Ceux-ci sont complexes, la partie réelle donne la vitesse effective de propagation et la partie imaginaire renseigne sur l'atténuation. Cette étude s'inscrit dans le cadre de la mise au point de méthodes non intrusives pour mesurer la densité de dislocations dans un matériau (un taux élevé de dislocations conduit à un solide résistant).

La modélisation de l'interaction onde-dislocation est directement issue du mécanisme de diffusion suivant : sous l'action d'une onde élastique, la dislocation se met à osciller et rayonne en retour une nouvelle onde. Ce mécanisme se traduit par l'introduction dans l'équation des ondes élastiques d'un terme source. Pour déterminer les caractéristiques du milieu effectif, la méthode adoptée consiste à calculer la fonction de Green du milieu disloqué. Les nombres d'onde effectifs sont alors les pôles de la fonction de Green dans l'espace de Fourier. Ce calcul n'est possible que lorsque le terme source de l'équation d'onde peut être considéré comme une perturbation. Ceci correspond à une faible densité de dislocation. La particularité de la diffusion multiple par des dislocations est qu'elle nécessite un calcul perturbatif jusqu'à l'ordre 2 afin d'accéder à l'atténuation (dans les cas plus classiques de la diffusion par des inclusions ou des hétérogénéités, l'ordre 1 suffit à caractériser l'onde effective).

Les dislocations considérées sont droites et infinies, afin de se ramener à un problème 2-D. Suivant la nature de la dislocation, la diffusion diffère beaucoup. Une dislocation dite « vis » (Fig. 14) n'interagit qu'avec l'onde SH (le problème est alors scalaire) tandis qu'une dislocation « coin » (Fig. 15) couple les ondes P et SV incidentes (problème vectoriel plus complexe).

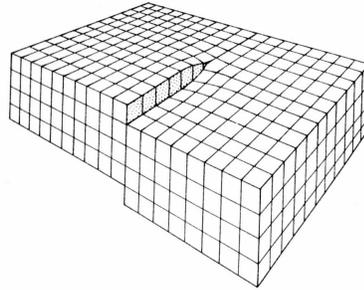


Figure 14. Dislocation vis

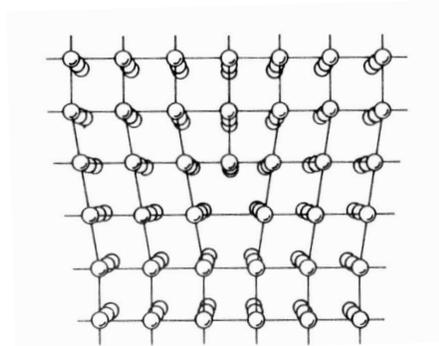


Figure 15. Dislocation coin vue du dessus

Les résultats indiquent qu'une mesure de la vitesse de l'onde effective et de sa longueur d'atténuation permet de déterminer la densité de dislocations.

6.19. Méthodes de couches absorbantes parfaitement adaptées.

Participants : Eliane Bécache, Anne-Sophie Bonnet, Gary Cohen, Julien Diaz, Aïssatou Diop, Sandrine Fauqueux, Patrick Joly, Guillaume Legendre.

Rappelons que ces techniques, appelées PML (pour Perfectly Matched Layers) ont été introduites récemment en électromagnétisme (travaux de J. P. Bérenger) comme outil numérique pour borner artificiellement un domaine de calcul. Ce type d'outil s'avère particulièrement efficace pour bon nombre des applications que nous développons en régime transitoire et c'est pourquoi nous avons choisi d'intensifier nos recherches dans cette direction pour le traitement de frontières artificielles.

Etude des PML pour les ondes élastiques. E. Bécache, S. Fauqueux et P. Joly ont finalisé la rédaction d'un article sur leurs travaux sur les PML pour les ondes élastiques. À l'origine, ces travaux avaient pour but de comprendre certains phénomènes d'instabilités qui avaient été observés numériquement en utilisant les PML avec certains matériaux anisotropes mais pas avec tous. En étudiant un modèle PML pour un système hyperbolique général, nous avons établi une condition nécessaire de stabilité pour ce système. Cette condition peut être interprétée en terme de propriétés géométriques des surfaces de lenteur : une couche absorbante parallèle à l'axe des x (c'est-à-dire, absorbant les ondes provenant du demi-plan $y < 0$) sera instable si la

projection du vecteur lenteur $S(K)$ et la projection du vecteur vitesse de groupe $V(K)$ sur l'axe des y sont de sens opposés.

Cette condition a permis d'expliquer les instabilités observées non seulement avec les ondes élastiques mais également avec d'autres modèles comme les équations de Maxwell anisotropes et les équations d'Euler linéarisées.

Comportement des PML aux temps longs en électromagnétisme. E. Bécache, P. G. Petropoulos (NJIT) et de S. Gedeney (Univ. Kentucky), ont proposé et étudié de nouvelles PMLs pour les ondes électromagnétiques. Dans ce cas, il a été montré dans des travaux antérieurs [9] que les PML « classiques » sont stables dans le sens que la solution ne peut pas avoir de comportement exponentiellement croissant en temps. Les estimations obtenues n'excluent cependant pas une croissance linéaire en temps de la solution, et c'est ce qui a été observé numériquement après un temps très long de simulation dans un article récent de Abarbanel, Gottlieb et Hesthaven. Rappelons que les PML peuvent être interprétées comme un changement de variables, dans le domaine fréquentiel. Dans un article précédent (SIAM J. of Appl. Math., 2000), P. G. Petropoulos avait étudié d'autres modèles PML basés sur des changements de variables modifiés. Nous avons repris ces idées dans l'optique d'étudier les comportements aux temps longs des solutions générées par ces nouveaux modèles. Nous avons pu montrer, à l'aide d'estimations d'énergie, que les solutions n'admettent plus de comportements linéaires en temps mais sont uniformément bornées en temps. Ces travaux ont fait l'objet d'un rapport de recherche ([38]).

Etude des PML pour l'acoustique en écoulement en régime fréquentiel. E. Bécache, A-S. Bonnet et G. Legendre ont étudié les PML pour un problème posé dans un guide d'ondes acoustiques en présence d'un écoulement uniforme. Dans un premier temps on s'est intéressé à un modèle simplifié scalaire, modélisé par une équation de Helmholtz convectée. La présence de l'écoulement peut alors générer des « modes amont-inverses » qui ont une vitesse de groupe et une vitesse de phase de signes opposés. On est donc dans le cas où la condition nécessaire de stabilité des PMLs (établie dans l'étude menée par E. Bécache, S. Fauqueux et P. Joly, cf paragraphe précédent) n'est pas satisfaite et où les PMLs sont donc instables en régime transitoire. À l'aide d'une étude sur les modes, nous avons proposé un nouveau modèle de PML qui tient compte de la présence de ces modes amont-inverses et qui ne génère plus de solutions « instables ». Toutefois, une analyse de convergence de ce modèle (convergence lorsque l'épaisseur de la couche tend vers l'infini) nous a permis de mettre en évidence que le modèle « classique » de Bérenger converge aussi. Ce résultat, qui nous a d'abord surpris, est à rapprocher de résultats bien connus sur des conditions absorbantes instables en régime transitoire mais qui donnent de bons résultats en régime harmonique. Ces travaux sont en cours de rédaction. Notre objectif est maintenant de les étendre au cas vectoriel plus complexe, modélisé par les équations de Galbrun.

Etude des PML pour l'acoustique en écoulement en régime transitoire. Comme pour les ondes élastiques, on peut établir géométriquement une condition nécessaire de stabilité à partir des courbes de lenteur. Cette condition est respectée en acoustique sans écoulement, par contre la présence d'un écoulement, par exemple suivant l'axe des x , décale la courbe de lenteur et fait apparaître une zone d'instabilité. Dans cette zone les solutions ω de l'équation de dispersion sont à partie imaginaire négative, ce qui entraîne une explosion exponentielle en temps (voir figure 16).

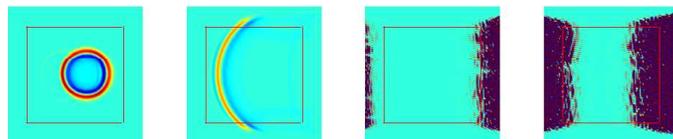


Figure 16. Un exemple d'explosion pour un écoulement horizontal

Nous avons étudié un nouveau modèle PML : l'idée est d'utiliser un changement de variable de type $\tilde{p}(t) = p(t - \frac{M}{1-M^2}x)$, (M étant le nombre de Mach) dans la PML qui transforme la courbe de lenteur du problème initial en une ellipse centrée en 0 (voir figure 17), on peut alors construire une PML stable à partir

de ce nouveau problème. Ce changement de variable ne génère pas de réflexion à l'interface Domaine de calcul/PML.

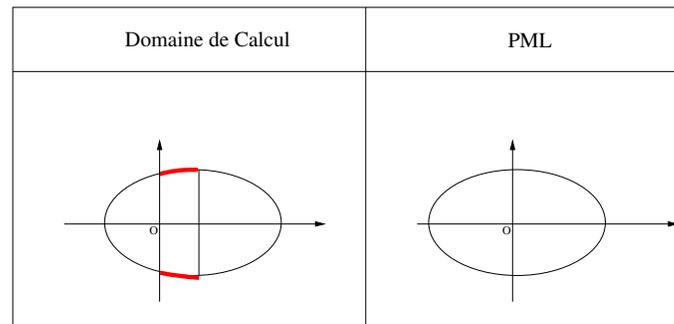


Figure 17. Courbe de lenteur, acoustique avec écoulement

Le modèle a été testé avec succès dans le cas d'écoulements horizontaux, uniformes ou non uniformes, pour des domaines ouverts ou dans des conduits et pour les ondes de pression et de vorticité. Son extension aux cas des écoulements obliques reste un problème ouvert.

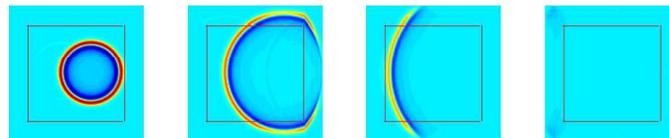


Figure 18. Propagation d'une onde de pression

6.19.1. Le problème des coins en acoustique anisotrope.

Les PML standards posent des problèmes de stabilité en acoustique anisotrope similaires à ceux observés en élastodynamique. Pour pallier ce problème, nous avons proposé une méthode « parfaitement adaptée » de redressement du front d'onde qui aboutissait à une stabilisation des PML. Numériquement, il est souhaitable de faire ce redressement progressivement dans une zone de transition. Le traitement des coins du domaine de calcul (supposé rectangulaire) pose alors un problème lié au raccordement des zones de transition horizontale et verticale. S. Fauqueux et P. Joly ont proposé une méthode pour résoudre ce problème. Cette méthode repose sur un changement de variable adéquat et reste donc parfaitement adapté. L'étude reste à être finalisée mais les premiers résultats sont encourageants.

6.20. Résonances d'une plaque élastique dans un conduit

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Colin Chambeyron, Jean-François Mercier.

Ce travail concerne la propagation d'ondes acoustiques autour d'une plaque plane, rigide ou élastique, située au centre d'un conduit bidimensionnel, le fluide qui se trouve dans le conduit peut être au repos ou en mouvement uniforme.

Si la plaque est rigide et le fluide au repos, il est bien connu qu'il existe des modes de vibration du fluide confinés au voisinage de la plaque. Il s'agit de modes antisymétriques par rapport au plan de la plaque et dont les fréquences sont inférieures à la fréquence de coupure du premier mode antisymétrique qui se propage dans le conduit : c'est pourquoi ils ne rayonnent pas dans le fluide.

A l'idée d'outils mathématiques empruntés à la théorie spectrale, nous avons montré l'an dernier l'existence de tels modes confinés dans le cas où la plaque est élastique et/ou le fluide est en écoulement uniforme dans le conduit. L'étude prouve de plus que le nombre de fréquences de résonance augmente quand on passe d'une

plaque rigide à une plaque élastique, et quand on passe, pour une plaque rigide, d'un fluide au repos à un fluide en mouvement.

En complément à cette étude théorique, Jean-François Mercier a développé dans le code MELINA une méthode numérique pour calculer les modes localisés. La méthode repose sur une discrétisation par éléments finis dans le fluide et une méthode modale sur la plaque. La mise en œuvre dans le cas le plus général a été achevée par Colin Chambeyron pendant son stage de DESS en 2002.

Dans l'exemple ci-dessous, on observe l'existence de 5 pics sur la courbe de réponse de la plaque en fonction du nombre d'onde k . Ces pics correspondent à 5 fréquences de résonances que la théorie prévoit dans ce cas. (voir figure 19).

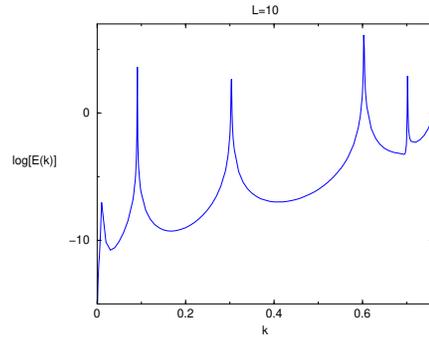


Figure 19

L'observation du plaque et du fluide s faisant que suivre les

Figure 20

modes de vibration de la plaque, le fluide ne

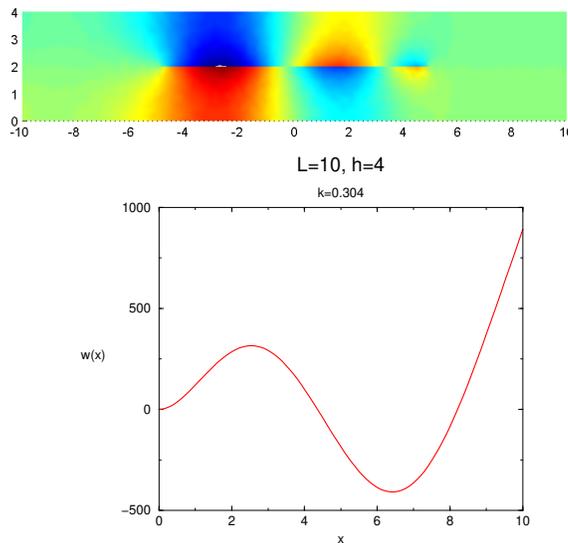


Figure 20. Partie réelle du potentiel des vitesses du troisième mode résonnant

Enfin, nous avons montré que, dans le cas où l'on tient compte à la fois de l'élasticité de la plaque et de la présence d'un écoulement (et dans ce cas seulement), il peut exister des instabilités lorsque le nombre de Mach dépasse une valeur critique. Une telle instabilité a été mise en évidence expérimentalement par Michel Ferré

de l'UME. Une collaboration avec Antoine Chaigne et Michel Ferré est en cours : l'objectif est de valider des modèles simplifiés en comparant les résultats expérimentaux obtenus à l'UME aux simulations numériques réalisées à l'UMA.

6.21. Résonances en hydrodynamique navale

Participants : Christophe Hazard, François Loret.

Christophe Hazard et François Loret ont poursuivi leurs travaux sur l'étude du comportement dynamique d'un navire soumis à la houle. L'objectif poursuivi est la détermination d'une méthode numérique rapide pour la détermination des mouvements, ce dans le but ultérieur de les contrôler en temps réel (stabilisation dynamique).

L'approche retenue est l'utilisation de la « Singularity Expansion Method » (SEM) qui vise à exploiter le calcul des fréquences de résonance et des modes résonants du système. La difficulté essentielle soulevée par l'application de la « SEM » aux équations de l'hydrodynamique navale, dont la mise en œuvre numérique pour le problème de plaque mince est en cours (et fera l'objet par Christophe Hazard et François Loret d'une présentation aux 9^e Journées de l'Hydrodynamique), est analogue à celle que l'on rencontre pour l'équation des ondes acoustiques en dimension paire. Dans ce cas, le principe de Huygens n'est plus respecté, ce qui se traduit par une composante lentement décroissante de la réponse transitoire à une excitation localisée en espace et en temps. Cette dernière apparaît dans la SEM comme une intégrale contournant une coupure dans le plan des fréquences complexes : le calcul numérique de cette contribution constitue le point délicat de la méthode. Aussi, Christophe Hazard et François Loret tentent d'éviter ce calcul « difficile » et qui constitue la partie coûteuse de la méthode en prolongeant la résolvante sur la surface de Riemann à l'infini de feuillettes associée au logarithme. Par cet artifice, ils espèrent récupérer des résonances de plus en plus proche de l'axe réel et dont la superposition constituerait la composante lentement décroissante de la réponse transitoire. On réduirait ainsi la représentation de l'onde transitoire en une « simple » superposition discrète...

6.22. Technique multimodale pour les guides d'ondes non uniformes

Participants : Eric Lunéville, Christophe Hazard, Grégoire Derveaux, Vincent Pagneux.

Le SMP a repris une activité dans le domaine de l'utilisation de techniques multimodales dans le cadre de la propagation dans les guides d'ondes fermés à section variable. Ces techniques s'appuient sur la connaissance d'une décomposition spectrale de l'opérateur transverse des ondes et sur une discrétisation par éléments finis suivant l'axe de propagation. Or l'utilisation de la base spectrale de l'opérateur transverse conduit à des approximations de mauvaise qualité, en présence d'une condition de Neumann à la paroi. L'adjonction d'une ou de plusieurs fonctions supplémentaires bien choisies permet d'améliorer de façon significative la convergence. Un premier travail avait été mené pendant le stage de DEA d'Emilie Bangratz. Parallèlement, cette approche avait été utilisée dans le cadre de l'optimisation de forme de guides d'ondes et a fait l'objet d'une étude numérique réalisée dans le cadre d'un stage de deux étudiants de l'ENSTA (I. Maoui, S. Pitollat)

Elle se poursuit aujourd'hui dans le cadre du stage post-doctoral de Grégoire Derveaux. Les objectifs visés sont d'une part de justifier rigoureusement l'amélioration de la convergence des séries spectrales par des fonctions supplémentaires, d'autre part d'étudier comment ce type de technique se généralise à des problèmes vectoriels, par exemple un guide d'onde élastique de section variable. La difficulté essentielle soulevée par cette généralisation est liée au couplage entre les diverses composantes qui nécessite d'introduire des inconnues supplémentaires regroupées de façon adaptée. Par ailleurs, cette étude permet de construire des opérateurs transparents (de type Calderon) permettant de « réduire » à un domaine borné des guides d'ondes infinis suivant leur axe de propagation. Les formulations issues de ces opérateurs de couplage sont de nature mixte et nous sommes en train d'en étudier la pertinence théorique et numérique.

6.23. Méthodes de raccordement modal généralisé

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Christophe Hazard, Patrick Joly, Nina Khvoenkova.



Figure 21. Partie réelle de la pression acoustique pour un convertisseur de modes (à gauche) et un « taper » (à droite)

Dans le cadre de la thèse d'Axel Tillequin (soutenue le 5 Janvier 2001), nous avons développé une méthode, dite de raccord modal généralisé, qui constitue une approche originale pour traiter certains problèmes de diffraction par des obstacles non bornés. Cette méthode s'applique lorsque le milieu de propagation, de part et d'autre d'une interface plane Σ , peut être traité par séparation de variables. C'est le cas par exemple lorsque le milieu est stratifié de part et d'autre de Σ . On peut alors écrire une formulation pseudo-différentielle du problème dont l'inconnue est la trace du champ sur Σ , et qui exprime le raccord de la solution en dérivée normale à travers Σ .

Après avoir appliqué la méthode au calcul du champ rayonné par un guide acoustique bidimensionnel semi-infini, nous l'avons étendue au calcul des pertes par diffraction à la jonction de guides ouverts (jonction de microguides optiques par exemple). La partie analytique de la méthode repose alors sur la transformée de Fourier généralisée, qui a fait l'objet de l'habilitation de Christophe Hazard. Sur les premiers résultats numériques bidimensionnels obtenus pour ce problème à la fin de la thèse d'Axel Tillequin, on observe une légère discontinuité de la solution numérique à travers l'interface fictive Σ (voir figure 23). Christophe Hazard et Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia ont encadré au printemps 2002 le stage de N. Khvoenkova (élève étrangère en 3ème année à l'Ecole Polytechnique) dont l'objectif était d'améliorer la solution en développant des méthodes plus précises pour le calcul des coefficients de la matrice (il s'agit d'intégrales oscillantes). Finalement, le stage a montré qu'il n'était pas possible, par une déformation de contour dans le plan complexe, de transformer ces intégrales en intégrales de fonctions à décroissance rapide et ne changeant pas de signe. Par ailleurs, N. Khvoenkova a montré comment obtenir le champ lointain à partir du résultat fourni par la méthode de raccord modal.

Une réflexion est en cours sur l'extension de la méthode aux problèmes vectoriels tridimensionnels, en électromagnétisme ou en élastodynamique. En particulier, la méthode pourrait permettre d'aborder la question de la diffraction d'une onde de Rayleigh par une discontinuité de la surface libre. Il s'agit de l'un des sujets que nous comptons étudier dans le cadre du GDR « Etude de la propagation ultrasonore en milieux inhomogènes en vue du contrôle non destructif » qui vient d'être créé à l'initiative de Marc Deschamps et Alain Léger.

6.24. Simulation de pots d'échappement

Participants : Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Dorra Drissi, Nabil Gmati.

Ce travail est réalisé en collaboration avec une équipe du LAMSIN, laboratoire de mathématiques appliquées de l'Ecole d'Ingénieurs de Tunis. Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia co-encadre en particulier avec Nabil Gmati la thèse de Dorra Drissi dont la soutenance est prévue avant la fin de l'année civile. L'objectif est d'évaluer par un calcul éléments finis les performances acoustiques d'un pot d'échappement en présence ou non de gaz d'échappement. L'une des difficultés vient de la présence dans le pot de tubes perforés périodiquement : les perforations étant de très petite taille par rapport à la longueur de l'onde et aux dimensions du pot, il n'est pas raisonnable de les mailler. Nous avons donc écrit pour le problème bidimensionnel un modèle homogénéisé qui permet de tenir compte des perforations par l'intermédiaire d'une condition d'impédance appropriée. Pour valider le modèle homogénéisé, nous avons calculé une solution « exacte » en maillant finement les perforations et nous avons comparé les courbes d'atténuation du modèle homogénéisé et du modèle exact. Les résultats sont très satisfaisants : en particulier, le modèle homogénéisé rend bien compte de pics d'atténuation

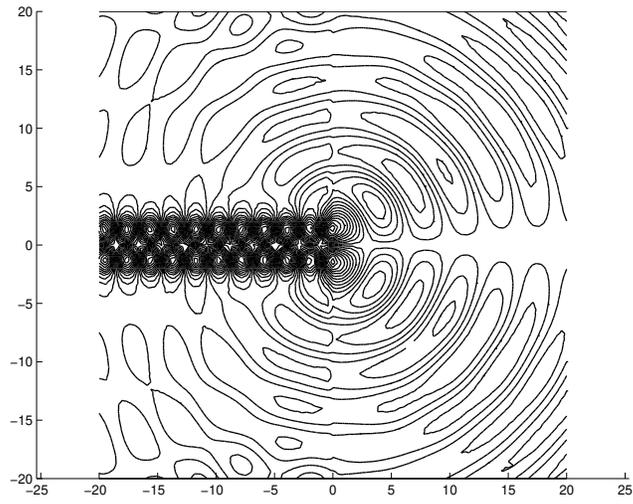


Figure 22. Rayonnement d'un guide ouvert semi-infini

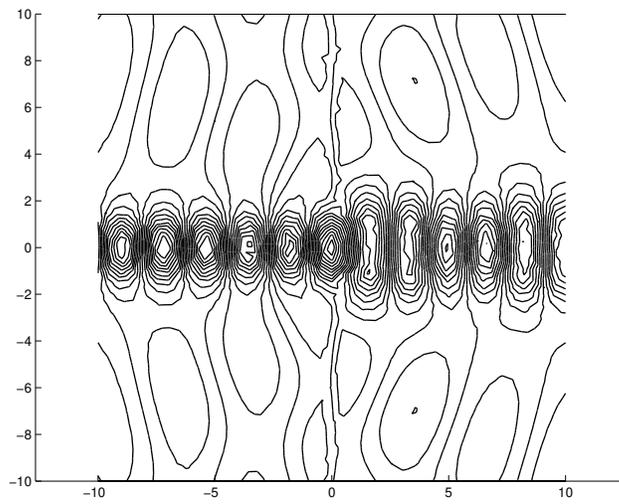


Figure 23. Jonction de deux guides ouverts

que les approximations classiques ignorent. Nous achevons actuellement la rédaction de deux articles sur ce travail.

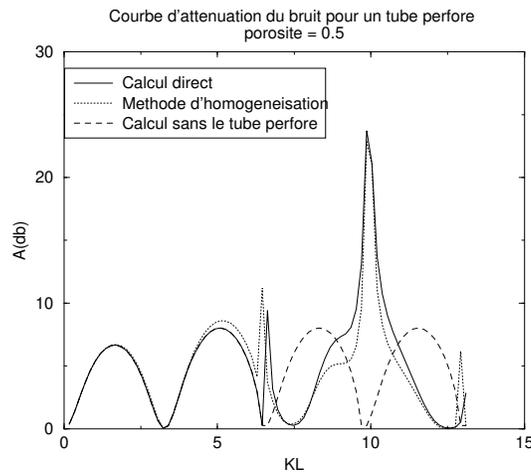


Figure 24.

La prise en compte de l'écoulement du gaz d'échappement pose des difficultés majeures et loin d'être résolues. L'un de nos objectifs consiste à établir une condition d'impédance homogénéisée qui tienne compte de la présence, au voisinage de la paroi perforée, d'une couche limite de l'écoulement dans le tube.

6.25. Problèmes inverses : la Linear Sampling Method

Participants : Houssem Haddar, Francis Collino, M'Barek Fares.

La Linear Sampling Method (LSM) a été introduite par Colton et Kirsh (en 1996) pour l'identification d'un objet diffractant à partir de la mesure de son champ lointain à une fréquence donnée, l'objet diffractant étant éclairé par des ondes planes provenant de toutes les directions.

La particularité de la méthode, par rapport aux méthodes classiques, est qu'elle n'utilise pas d'hypothèses simplificatrices sur la solution du problème direct (du type approximations de Born). Elle évite en même temps d'avoir recours à la résolution du problème direct, qui peut être pénalisant dans le cas de problèmes de grande taille (c'est typiquement le cas si on traite un problème 3D). De plus cette méthode ne requiert pas, dans son principe, une connaissance préalable de la nature de l'objet (réfléchissant, absorbant, pénétrable ...). Il faut néanmoins montrer sa convergence au cas par cas. Sa seule restriction est qu'elle ne permet de connaître que le support de l'objet diffractant (et non pas ses caractéristiques par exemple). Mais, dans nombre de problèmes (radar, imagerie médicale, contrôle non destructif...), ce support constitue la seule information utile.

Cette méthode a permis l'obtention d'excellents résultats dans le cas de l'électromagnétisme. En collaboration avec M'Barek Fares du CERFACS, nous avons pu élaborer des données synthétiques sur des géométries complexes afin de pouvoir tester les limitations du solveur inverse. L'objectif était également de pouvoir mettre en évidence l'influence de la fréquence sur la qualité de la reconstruction. Les résultats liés à cette étude ont fait l'objet d'un rapport de recherche [39]. Nous présentons dans ce qui suit l'exemple de la reconstruction d'une théière éclairée par des ondes électromagnétiques provenant de N directions équiréparties sur la sphère unité. Nous faisons varier pour chaque expérience la fréquence k . Le nombre N est adapté à chaque fois à la fréquence utilisée afin d'avoir une bonne représentation du champs lointain. Les données utilisées pour cette reconstruction ont été altérées par un bruit relatif aléatoire de 1%.

Nous observons en particulier que l'augmentation de la fréquence augmente la précision de la reconstruction. Nous obtenons à chaque fois une résolution de l'ordre de la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$.

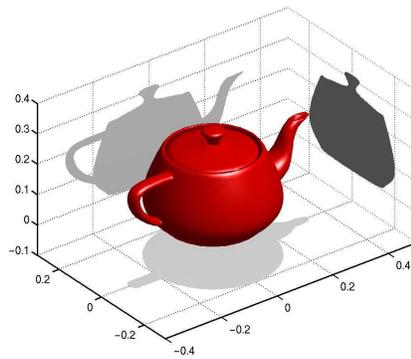


Figure 25. Géométrie exacte de la théière.

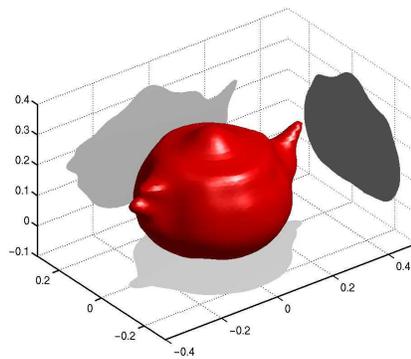


Figure 26. Reconstruction de la théière en utilisant $k = 28$ et $N = 252$ directions.

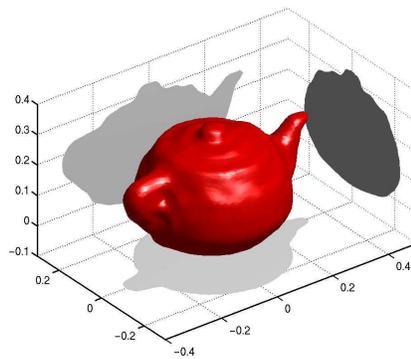


Figure 27. Reconstruction de la théière en utilisant $k = 56$ et $N = 252$ directions.

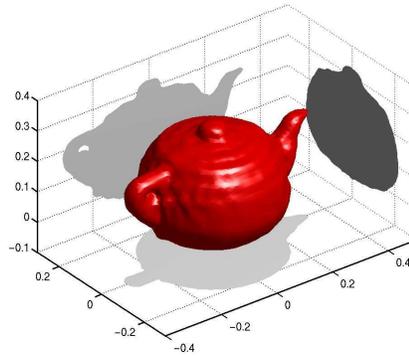


Figure 28. Reconstruction de la théière en utilisant $k = 84$ et $N = 492$ directions.

Parallèlement, des travaux ont été menés pour la justification de l'algorithme notamment dans le cas de milieux anisotropes [18]. Nous avons également mené des calculs analytiques dans le cas simplifié d'une géométrie sphérique afin de mettre en valeur l'effet de la régularisation utilisée dans le schéma numérique [39]. Cette étude a permis aussi de mieux comprendre la différence entre la méthode de factorisation introduite par Kirsch (qui est une variante de l'algorithme permettant a priori de s'affranchir de cette régularisation) et la linear sampling method.

Comme développements futurs nous pensons à :

- Utiliser cette méthode comme un point initial à une méthode non linéaire plus classique de type Newton afin d'améliorer les résultats dans le cas où les données ne sont pas fournies tout autour de l'objet à déterminer.
- Généraliser la méthode de factorisation au cas des équations de Maxwell (avec une géométrie quelconque)
- Pouvoir inclure à la méthode la possibilité d'utiliser plusieurs fréquences ou plus généralement de lui trouver un équivalent pour les problèmes en temps.

6.26. Identification de fissures planes par des ondes électromagnétiques

Participants : Amel Ben Abda, Fabrice Delbarry, Housseem Haddar.

Dans la panoplie de méthodes d'inversions « dites méthodes directes d'inversion » nous nous intéressons ici aux méthodes basées sur la fonctionnelle d'écart à la réciprocité (ou Reciprocity Gap (RG), en anglais) introduites par S. Andrieux et A. Ben Abda dans le cas du Laplacien. Cette fonctionnelle est construite à partir des données mesurées sur la frontière d'un domaine et s'applique aux solutions du problème dans le cas d'un domaine sans défauts. Elle est non nulle si et seulement si le domaine contient un défaut, et c'est par un choix judicieux des fonctions tests que ce défaut est caractérisé. Ces méthodes s'appliquent en général à la reconstruction de défauts ayant une géométrie simple de type fissures planes ou sources ponctuelles, par exemple. Par contre elles ont l'avantage de se limiter à une, voire deux, mesures pour pouvoir reconstruire le défaut en question. Nous considérons dans un premier temps le cas de fissures planes éclairées par des ondes acoustiques. Sous certaines conditions sur le choix de l'onde incidente, le support des fissures coïncide avec le support du saut de la solution à travers leur plan. En appliquant la fonctionnelle RG à des fonctions bien choisies (de type ondes planes), il est possible de calculer la transformée de Fourier de ce saut à travers le plan des fissures et donc de retrouver la fissure en appliquant la transformée de Fourier inverse. Il est possible également de caractériser le plan des fissures à partir de la connaissance de RG.

Pour commencer nous avons cherché à exploiter numériquement cette méthode dans le cas 2D. A partir de la solution du problème direct du domaine fissuré calculée par un code basé sur les équations intégrales (code fourni par Francis Collino), nous tentons de retrouver les fissures par la méthode précédente.

La recherche de la normale au plan des fissures ainsi que de la position de ce plan ne pose pas de problème numérique particulier. On suppose cependant que la transformée de Fourier du saut de la solution à travers le plan des fissures ne s'annule pas sur l'intervalle $[-k, k]$, où k est le nombre d'onde de l'onde incidente ; nous ne connaissons pas pour l'instant les conditions sur les données pour que cela soit vérifié.

Le calcul des longueurs des fissures pose quant à lui quelques problèmes. En effet, ce calcul passe par celui de la transformée de Fourier du saut de la solution à travers le plan des fissures et il se trouve qu'il se produit des instabilités numériques pour le calcul de celle-ci en dehors de l'intervalle $[-k, k]$. Numériquement on ne peut donc calculer cette transformée de Fourier que sur cet intervalle. En appliquant ensuite l'inversion de Fourier à la fonction obtenue (prolongée par 0 en dehors de l'intervalle de calcul), on remarque que l'on approche correctement le saut de la solution seulement pour des longueurs d'onde inférieures à la taille des fissures. Sous ces hypothèses, les fissures sont alors retrouvées avec une précision satisfaisante. De plus, comme celles-ci sont reconstruites à l'aide de transformées de Fourier, un bruit blanc relatif ajouté aux données fournies par le code perturbe très peu les résultats obtenus. Dans le cadre du problème 2D, il nous reste donc à démontrer que la transformée de Fourier du saut de la solution à travers le plan des fissures ne s'annule pas sur $[-k, k]$ sous certaines conditions et éventuellement à trouver un moyen de calculer celle-ci en dehors de cet intervalle. Nous pourrions ensuite essayer d'exploiter la méthode dans le cas du problème 3D. La validation de la méthode nous amènerait alors à nous pencher sur le cas des ondes électromagnétiques.

6.27. Programmation dynamique et factorisation de problèmes aux limites

Participants : Jacques Henry, Angel Ramos, Maria do Céu Soares.

La méthode de factorisation de problèmes aux limites linéaires vise à transformer un problème aux limites où la solution dépend en chaque point de l'ensemble des données au bord, en le produit de deux problèmes aux valeurs initiales de type Cauchy découplés et reliés par un opérateur de couplage. Cet opérateur vérifie lui-même un problème de Cauchy. Cette technique repose sur la programmation dynamique et le plongement invariant de R. Bellman. Elle est couramment utilisée par rapport au temps en contrôle optimal pour obtenir le feedback optimal, est transposée ici dans le domaine spatial : le problème aux limites initial est plongé dans une famille de problèmes de même nature sur des sous-domaines limités par une frontière variable. On a ainsi mis en évidence, pour des ouverts cylindriques qu'un problème aux limites pour la Laplacien peut se factoriser en un produit de deux problèmes du premier ordre non couplés : les sous-domaines sont des sous-cylindres limités par une section variable et l'opérateur de découplage vérifie une équation de Riccati. Cet opérateur relie des conditions aux limites sur la frontière mobile, ce peut être par exemple l'opérateur Dirichlet-Neumann. Sur le problème discrétisé, cette factorisation s'interprète exactement comme la factorisation de Gauss par blocs de la matrice du système linéaire.

Pour aborder des situations géométriques plus générales, on a étudié le cas où le domaine est un disque ou une sphère. Les sous-domaines peuvent être des couronnes limitées par le bord du disque initial ou bien des disques concentriques. La principale difficulté est alors de définir la condition initiale à l'origine qui n'est pas une donnée du problème comme dans le cas cylindrique. Dans le premier cas (couronnes), on a montré que cette valeur initiale pour l'état pour la phase de « remontée » est fournie par la limite à l'origine du résidu r dans la phase « descente ». Dans le second cas la condition initiale pour l'équation de Riccati pour la « descente » est donnée par l'opérateur de moyenne. On étudie actuellement la généralisation de ces résultats à un domaine étoilé, les sous-domaines étant définis par homothétie. Ce travail fait partie de la thèse de M. C. Soares de l'universidade nova de Lisbonne, sous la co-direction de Bento Louro.

6.28. Étude de l'équation de Riccati pour la factorisation dans un cadre d'opérateurs de Hilbert-Schmidt

Participants : Jacques Henry, Angel Ramos.

Dans les travaux précédents avec A. Ramos dans le cas d'une géométrie cylindrique, les preuves pour l'établissement de l'équation de Riccati sont basées sur l'approche de J.L. Lions pour le calcul du feedback

optimal pour les problèmes de contrôle optimal d'équations paraboliques (ces résultats ne peuvent pas s'appliquer directement à cause du caractère non borné des opérateurs second membre et coefficient du terme quadratique, mais le principe de la méthode de Galerkin a été repris). Dans le but de généraliser la méthode de factorisation à d'autres situations (généralisation de l'opérateur, de la géométrie, de la surface balayant le domaine,...) il paraît important d'étudier l'équation de Riccati directement, c'est-à-dire sans référence à un problème de contrôle associé. Dans ce but on a repris des travaux anciens de R. Temam sur l'étude de la solution d'équations de Riccati dans le cadre des opérateurs de Hilbert-Schmidt. Les résultats de Temam ne permettent pas d'apporter une réponse directe car, comme précédemment, les données de l'équation de Riccati sont des opérateurs non bornés. Cependant, en s'en inspirant, on a pu montrer des résultats d'existence et d'unicité dans un sens plus faible que celui attendu. Mais les propriétés que possède l'opérateur Neumann-Dirichlet permettent de compléter ces résultats et d'aboutir à ceux attendus. Ces résultats ont été étendus au cas d'un opérateur elliptique dont les coefficients ne dépendent que de la coordonnée associée à l'axe du cylindre. En effet dans ce cas on peut utiliser une diagonalisation de l'opérateur restreint à la section du cylindre, indépendante de cette coordonnée. L'extension à des opérateurs elliptiques à coefficients variables ou à des domaines à « section variable » nécessite d'abandonner cette hypothèse.

6.29. Factorisation de l'équation de Helmholtz dans un guide d'ondes

Participants : Isabelle Champagne, Jacques Henry, Patrick Joly.

Les travaux sur l'application de la méthode de factorisation (cf section 6.27) à l'équation de Helmholtz pour un guide d'ondes borné ont été continués. Pour ce faire, on a recours comme précédemment à la technique du plongement invariant, c'est-à-dire qu'on étudie une famille de sous-problèmes similaires au problème de départ, dans un sous-domaine limité par une frontière mobile Γ_s dépendant d'une abscisse s le long du guide d'ondes. L'opérateur de découplage $P(s)$ qui relie les conditions de Dirichlet et de Neumann sur Γ_s s'interprète pour le problème de l'acoustique comme une impédance généralisée reliant vitesse et pression pour le sous-domaine considéré. Il est solution d'une équation de Riccati, c'est-à-dire d'une équation différentielle avec des termes quadratiques. Ceci permet de retrouver des calculs faits par des mécaniciens (V. Pagneux et al.) pour obtenir l'impédance acoustique dans des guides d'onde. Notre approche, plus abstraite, ne nécessite pas de connaître une base de fonctions propres de la section du guide.

Une difficulté apparaît pour la mise en œuvre du plongement invariant : certaines longueurs du guide d'onde vont correspondre à un phénomène de résonance pour lesquelles le problème n'est plus bien posé et l'opérateur d'impédance n'est plus défini. Pour surmonter cette difficulté, on donne une formule de représentation pour P issue de travaux sur l'équation de Riccati en théorie du contrôle (M. Sorine) : on montre que cet opérateur est semblable à un semi-groupe linéaire par une transformation homographique. L'équation présente des singularités liées physiquement aux problèmes de résonance ; la transformation homographique permet de s'affranchir de ces singularités, qui sont en fait celles de l'homographie. En utilisant des résultats sur la représentation des solutions de l'équation de Riccati, cette démarche permet d'envisager la composition de domaines sans avoir à résoudre cette équation sur la partie rajoutée.

Le travail effectué jusqu'à présent a consisté en des calculs formels montrant l'intérêt mathématique de la méthode. On a commencé par traiter le cas des guides d'ondes cylindriques, puis celui des guides de section variable. Actuellement, on essaie de fixer le cadre fonctionnel précis dans lequel ces calculs sont effectués, ainsi que d'adapter ces résultats à des guides d'ondes présentant un coude.

6.30. Préconditionnement par factorisation incomplète

Participants : Jacques Henry, Fidel Kpan, Jean-Pierre Yvon.

Comme cela a été présenté en section 6.27 la méthode de factorisation peut être vue comme une extension au problème continu de la factorisation de Gauss par blocs. Il est alors naturel d'utiliser cette méthode de factorisation pour concevoir en continu des preconditionneurs par factorisation incomplète. Des travaux ont été poursuivis dans ce sens avec J.P. Yvon de l'INSA-Rennes. L'idée est d'approcher l'opérateur Dirichlet-Neumann par un opérateur local, en l'occurrence un opérateur elliptique à coefficients variables sur la section.

L'opérateur de préconditionnement est alors défini sous forme factorisée à l'aide de deux fonctions vérifiant des équations non linéaires, couplées et paraboliques dans la direction privilégiée par la méthode. J.I. Diaz à Madrid a entrepris une étude théorique de ces équations. Cette méthode est différente des méthodes connues de préconditionnement ILU. F. Nataf au laboratoire de mathématiques appliquées de l'école polytechnique a mené des travaux proches avec des coefficients constants pour un domaine sans bord. Il a obtenu des valeurs optimales des coefficients dans ces conditions. Pour notre méthode qui prend en compte les conditions aux limites, on a cherché à régler les paramètres de façon à retrouver asymptotiquement les valeurs de F. Nataf. Les résultats numériques obtenus sont encourageants. Il reste à étudier plus systématiquement la méthode, en particulier pour d'autres conditions aux limites et à obtenir des résultats théoriques sur l'amélioration du conditionnement.

6.31. Factorisation de type QR

Participant : Jacques Henry.

La méthode de factorisation de la section 6.27 généralisant la factorisation LU de Gauss pour les problèmes aux limites elliptiques linéaires, on s'est posé la problème de la généralisation de la factorisation QR . Pour l'exemple type du Laplacien dans un domaine cylindrique, la factorisation QR est obtenue de la façon suivante : on commence par former les équations normales du problème qui sont ici de type bilaplacien. Ce problème peut être factorisé selon la méthode précédente, en un produit de deux problèmes de Cauchy du second ordre par rapport à la variable s le long de l'axe du cylindre. En revenant au problème initial on met en évidence un opérateur orthogonal que l'on peut exprimer à l'aide de dérivations en s et intégration d'une équation différentielle en s . Ce problème se trouve donc être factorisé par cet opérateur orthogonal et un problème de Cauchy du second ordre en s de type hyperbolique avec un terme d'amortissement visqueux. La méthode QR étant connue pour ses propriétés de stabilité, il reste à étudier les schémas numériques que l'on pourrait déduire de cette factorisation. Il est intéressant aussi de remarquer que si ces méthodes s'inspirent des techniques de calcul de feedback optimal en théorie du contrôle, la démarche peut rebondir : pour le problème de contrôle linéaire-quadratique la méthode précédente de factorisation QR conduit à une nouvelle expression du feedback optimal sous forme proportionnelle-intégrale. On compte en étudier les propriétés de robustesse.

6.32. Utilisation de la méthode de factorisation pour le problème inverse en EEG-MEG

Participant : Jacques Henry.

Dans le cadre d'une ACI télémédecine du ministère de la recherche, le projet ROBOTVIS a réuni différentes équipes autour du problème de la reconstruction et de la visualisation de l'activité électrique cérébrale à partir de données EEG et MEG. On s'intéresse à la définition et à la résolution du problème inverse. Dans un premier temps, on pose le problème de façon classique sous forme de problème de contrôle, la densité de sources à estimer étant la variable de contrôle. Ce problème étant linéaire, la méthode de factorisation exposée plus haut permet à la fois de factoriser l'équation d'état et l'équation d'état adjoint, mais aussi de découpler ce système d'optimalité. Ainsi, l'estimée des sources est donnée grâce à l'intégration d'un problème de Cauchy sur une famille de surfaces partant des capteurs et se déplaçant vers la surface de localisation des sources. Le calcul des opérateurs de découplage ne doit être effectué qu'une fois et pour chaque ensemble de données, l'estimation ne nécessite que l'intégration d'une équation différentielle. D'autre part, le problème inverse peut être vu comme un problème de Cauchy pour le problème elliptique si on suppose les mesures connues en tout point de la surface. La méthode de factorisation permet alors de voir ce problème comme un problème parabolique retrograde. L'idée naturelle est alors de le régulariser par quasi-réversibilité. Cette méthode est numériquement plus instable que la précédente, mais elle permet de mieux approcher des profils recherchés de forme constante par morceaux.

7. Contrats industriels

7.1. Contrat INRIA-IFP

Participants : Gary Cohen, Sandrine Fauqueux.

Dans le cadre d'un contrat CIFRE avec l'IFP, Sandrine Fauqueux, sous la direction de Gary Cohen, a étudié une formulation par éléments finis mixtes spectraux des équations de l'élastodynamique en dimension 2 et 3. Un code 3D permettant de traiter des milieux hétérogènes anisotropes non-bornés a été réalisé et complète le code 2D existant. Une fonctionnalité couplage fluide-structure a été ajoutée au code 2D. Les meilleurs disponibles à l'IFP et à l'INRIA n'ont pas pu être utilisés pour traiter des milieux réalistes 3D de grande dimension. La thèse de Sandrine Fauqueux doit être soutenue le 4 février 2003. Sandrine Fauqueux devrait continuer son activité à l'INRIA dans le cadre d'un post-doc industriel en vue de la création d'une start-up en collaboration avec Gary Cohen.

7.2. Contrat INRIA-ONERA

Participants : Gary Cohen, Sébastien Pernet.

Gary Cohen a initialisé une collaboration avec le département DEMR de l'ONERA à Toulouse sur une méthode d'éléments finis mixtes d'ordre 3 avec condensation de masse pour les équations de Maxwell avec pertes électriques en 2001. Cette collaboration s'est traduite cette année par la thèse de Sébastien Pernet sur le sujet, financée par l'ONERA.

7.3. Contrat INRIA-ONERA

Participants : Gary Cohen, Marc Duruflé.

Les résultats encourageants obtenus par Marc Duruflé lors de son stage de DEA ont permis l'initialisation d'une collaboration avec le département DEMR de l'ONERA-Palaiseau. Dans le cadre de cette collaboration, Marc Duruflé a commencé une thèse, en novembre 2002, dirigée par Gary Cohen, sur l'étude d'une méthode d'éléments finis d'arêtes avec condensation de masse pour les équations de Maxwell en régime harmonique.

7.4. Contrat INRIA-EADS

Participants : Gary Cohen, Pascal Grob.

Une collaboration avec l'EADS a été amorcée dans le cadre de la thèse de Pascal Grob sur la modélisation d'ondes acoustiques dans un cockpit. Cette thèse, dirigée par Gary Cohen, a débuté en octobre 2002.

7.5. Contrat INRIA-ONERA-IEA-CEG

Participants : Gary Cohen, Patrick Joly, Sébastien Pernet.

Le projet Ondes fait partie d'un consortium INRIA-ONERA-IEA (dans lequel ESI est sous-traitant) dans le cadre d'un contrat d'un an avec le CEG sur les hybridations de maillages pour les équations de Maxwell en régime transitoire. Ce contrat est une pré-étude pouvant déboucher sur un contrat plus important si ce consortium est sélectionné par la DGA.

7.6. Contrat INRIA-EDF

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Gilles Scarella.

Le contrat EDF finançant la thèse de Gilles Scarella se poursuit. L'objectif est d'étendre la méthode développée par Chrysoula Tsogka pour des fissures modélisées par une condition aux limites de surface libre, au cas des fissures modélisées par une condition aux limites de contact unilatéral (voir paragraphe 6.14).

7.7. Contrat INRIA-EDF

Participants : Eliane Bécache, Patrick Joly, Jerónimo Rodríguez Garcéa.

Le contrat finançant la thèse de J. Rodríguez se poursuit (voir paragraphe 6.16). L'objectif est d'étendre la méthode de raffinement spatio-temporel développée par T. Fouquet en électromagnétisme à un problème d'élastodynamique.

7.8. Contrat INRIA-IFREMER

Participants : Eliane Bécache, Julien Diaz, Patrick Joly.

L'objet de ce contrat est le traitement numérique de l'interface fluide-structure (par maillages non conformes) pour le traitement numérique des fonds marins (voir section 6.17).

7.9. Contrat INRIA-ATMEL

Participants : Francis Collino, Marc Duruflé, Houssein Haddar, Patrick Joly.

La recherche sur la modélisation des filtres à hyperfréquences a été motivée par un contrat avec la Société ATMEL sur les filtres de Fabry-Perrot.

8. Actions régionales, nationales et internationales

8.1. Actions nationales

- Participation à l'action concertée incitative Télémédecine dans le projet « Problèmes directs et inverses en EEG et MEG » consacrée à l'imagerie cérébrale, avec les projets Robotvis et Estime (Jacques Henry).

8.2. Relations bilatérales internationales

- Les travaux sur les guides d'ondes en interaction fluide-structure entrent dans le cadre d'une collaboration avec le LAMSIN (Laboratoire de Modélisation et de Simulation Numériques dans les Sciences de l'Ingénieur) de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis.
- L'accord bilatéral INRIA - ICCTI avec l'université nouvelle de Lisbonne a été renouvelé. Cet accord permet d'organiser l'encadrement de la thèse de Maria do Céu Soares en co-tutelle avec Bento Louro de cette université.
- Une proposition d'action intégrée « Picasso » (franco-espagnole) a permis les échanges avec A. Ramos de l'université Complutense de Madrid pendant l'année 2002. Elle porte sur la factorisation des opérateurs elliptiques.
- Gary Cohen a initialisé une collaboration avec Erkki Heikkola de l'Université de Jyväskylä sur le traitement du système de la piezoélectrocité par une méthode d'éléments finis mixtes spectraux. Cette collaboration s'est traduite par une invitation de Gary Cohen à l'Université de Jyväskylä du 10 au 15 mars 2002.

8.3. Accueils de chercheurs étrangers

Les chercheurs suivants ont séjourné au sein du projet :

- D. Gomez Pedreira (Université Saint-Jacques de Compostelle) en octobre 2002.
- J. Hesthaven (Brown University) en Mai 2002.
- A. Kiselev (Steklov Math Institute, St.Petersburg Department) en Avril 2002.
- P. G. Petropoulos (New Jersey Institute of Technology), en août 2002.
- P. Monk (University of Delaware) du 21 au 29 janvier 2002.
- B. Louro (Université nouvelle de Lisbonne) en février 2002.
- J.F. Rodrigues (Université de Lisbonne) en février 2002.
- A. Ramos (Université complutense de Madrid) en juin 2002.

9. Diffusion des résultats

9.1. Animation de la communauté scientifique

- Le projet est coorganisateur, avec l'ENSTA, du séminaire mensuel CRESPO qui donne l'occasion d'accueillir de nombreux chercheurs, professeurs et industriels.
- A. S. Bonnet-Ben Dhia est membre du Comité National du CNRS (sections 09 et 41).
- P. Joly est membre du Comité éditorial de la Revue M2AN (Modélisation Mathématique et Analyse Numérique).
- P. Joly est membre du Comité National des Universités (26^{ème} section).
- Le Projet participe activement à l'organisation et au comité Scientifique de la prochaine Conférence Internationale Waves 2003 (Jyvaskila, Finlande, Juillet 2003)
- J. Henry est vice président du Technical Committee 7 de l'IFIP et membre du comité de programme de la conférence System Modeling and Optimization (Sophia Antipolis juillet 2003)

9.2. Enseignement universitaire

- Eliane Bécache et Patrick Joly
Cours sur les méthodes numériques en propagation d'ondes, troisième année à l'ENSTA.
- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia
Cours intitulé « Propagation d'ondes », commun au DEA de dynamique des structures et couplages et à l'option MMS de l'Ecole Centrale de Paris.
- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia et Jean-François Mercier
Cours intitulé « Ondes dans les milieux continus » en troisième année à l'ENSTA.
- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia et Christophe Hazard
Cours intitulé « Méthodes Numériques » au DEA de Mécanique de Paris 6.
- Christophe Hazard et Eric Lunéville
Cours de 3^{ème} année à l'ENSTA sur « des applications numériques de diffraction d'ondes ».
Cours de tronc commun à l'ENSTA sur « la résolution numérique des équations aux dérivées partielles ».
- Emmanuelle Garcia
Travaux dirigés du cours de tronc commun de 2^{ème} année de l'ENSTA sur « la résolution numérique des équations aux dérivées partielles ».
- Patrick Ciarlet
Cours intitulé « Optimisation et Algèbre Linéaire » en première année à l'ENSTA (et travaux dirigés).
Cours intitulé « Modèles et Méthodes en électromagnétisme » au DEA de l'Université de Versailles-St Quentin.
Travaux dirigés du cours intitulé « Algorithmes et Matlab » en première et deuxième années à l'ENSTA.
Travaux dirigés du cours intitulé « Calcul Parallèle : de la pratique à la théorie » en troisième année à l'ENSTA.
- Marc Lenoir et Christophe Hazard
Cours de D.E.A. d'Analyse Numérique de Paris VI : « Théorie spectrale et applications ».
- Marc Lenoir et Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia
Cours ENSTA de première année : « Outils élémentaires d'analyse pour les EDP ».
- Marc Lenoir
Cours sur « les éléments finis » au DEA de Mathématiques de la Modélisation, Simulation et Applications de la Physique à l'Université de Versailles.
Cours sur « les équations intégrales » en 3^{ème} année à l'ENSTA.
Cours sur « la propagation des ondes » à l'ENS Cachan.

- Jean-Francois Mercier
Travaux dirigés du cours de 2ème année de l'ENSTA sur « les écoulements compressibles ».
- G. Cohen
« Méthodes mathématiques en propagation d'ondes », DEA à l'Université Paris IX Dauphine.
- Houssein Haddar
Travaux dirigés du cours ENSTA de première année : « Outils élémentaires d'analyse pour les EDP ».
- J. Henry
« Analyse numérique », deuxième année à l'école des Mines de Paris et participation à l'enseignement pour le MIG du département de mathématiques-informatique pour les élèves de première année.
- P. Joly
Professeur Chargé de Cours à temps partiel à l'École Polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées.
Cours de deuxième année à l'ENSTA sur « la théorie des guides d'ondes ouverts » (dans le cadre du Module Théorie Spectrale)
- Jerónimo Rodríguez Garcéa
TD's d'Analyse Numérique à l'Université de Versailles Saint Quentin.
- Sébastien Tordeux
Formation continue à l'Analyse Numérique pour les ingénieurs d'entreprise (Cours proposé par la Société des Amis de l'ENSTA)
Travaux pratiques du cours de l'ENSTA : initiation à MATLAB (première année)
Travaux dirigés du cours de l'ENSTA : algèbre et optimisation (première année)

9.3. Participation à des séminaires, colloques, invitations

- E. Bécache
 - Janvier 2002 : séminaire du Laboratoire de Mécanique des Sols, Structures et Matériaux, Ecole Centrale Paris
Éléments finis mixtes et domaines fictifs en élastodynamique
 - Juin 2002 : invitée à la NSF-CBMS conference on 'Numerical Methods in Forward and Inverse Electromagnetic Scattering', Golden, Colorado
A numerical approach for solving the diffraction of acoustic waves by a moving obstacle
 - Juillet 2002 : invitée au LMS Durham Symposium on Computational Methods for wave propagation in direct scattering, Durham, Grande Bretagne
Stability and instability results for PML models
- A.S. Bonnet-Ben Dhia and A. Tillequin :
 - *Junctions of slab waveguides : Numerical Aspects of a Generalized Mode Matching Method*. Journées Européennes sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, Toulouse, 6-8 mars 2002.
- A.S. Bonnet-Ben Dhia et J.F. Mercier :
 - *Résonances acoustiques d'une plaque en présence d'un écoulement* 6ème Congrès Français d'Acoustique, Lille, 8-11 avril 2002.

- A.S. Bonnet-Ben Dhia, G. Legendre et E. Lunéville :
 - *Une méthode d'éléments finis robustes pour l'équation de Galbrun*. 6ème Congrès Français d'Acoustique, Lille, 8-11 avril 2002.
- A.S. Bonnet-Ben Dhia et J.F. Mercier :
 - *Résonances d'une plaque élastique dans un conduit en présence d'écoulement*. AM-RTMA (Acoustics, Mechanics, and the Related Topics of Mathematical Analysis) conference, Fréjus, 18-22 juin 2002.
- G. Cohen
 - 22 janvier 2002 : séminaire à l'ONERA-Toulouse. *Éléments finis mixtes avec condensation de masse pour les équations de Maxwell en régime transitoire..*
 - 12 mars 2002 : séminaire à l'Université de Jyväskylä *Mixed spectral elements for the wave equations*.
 - 10-15 mars : invité à l'Université de Jyväskylä (Finlande) (Prof. Neittaanmaki) pour préparer le colloque WAVES'2003.
 - 27-30 mai 2002 : participation à un mini-symposium sur la modélisation au 64th EAGE Conference & Exhibition à Florence. *Mixed spectral elements for the elastics system*.
 - 3-7 juin 2002 : participation au colloque AMEREM'2002 à Annapolis (USA). *Mixed finite elements for Maxwell's equations in time domain*.
 - 10-13 juin 2002 : invité à l'Université du Delaware (Prof. Peter Monk).
 - 11-14 novembre 2002 : invité par le département de géophysique de l'Université de Seoul (Prof. Chansoo Shin) où il a donné une série de cours sur les éléments finis mixtes spectraux pour les équations de l'élastodynamique linéaire.
 - 21-24 novembre : invité par le département de géophysique de l'Université de Tokyo (Prof. Robert Geller) où il a donné un séminaire sur les éléments finis mixtes spectraux pour les équations de l'élastodynamique linéaire.
- G. Derveaux
 - 144ème Congrès of Acoustical Society of America (ASA), Cancun (Mexique), Décembre 2-6 (<http://asa.aip.org/cancun/information.html>)
- S. Fauqueux
 - *Modélisation sismique en milieu complexe par une méthode d'éléments finis mixtes*, Séminaire géophysique, Institut Français du Pétrole, Janvier 2002.
 - *Mise en place et étude de stabilité des Perfectly Matched Layers en milieu élastique anisotrope 2D.*, Séminaire du LAGA, Institut Gallilée, Université Paris XIII, Avril 2002.
- H. Haddar
 - *Modèle homogénéisé pour des structures ferromagnétiques laminaires*, Séminaire EDP de l'IRMAR, Université de Rennes I, Mars 2002.
 - *Méthode rapide pour les problèmes inverses géométriques en diffraction*, Séminaire mathématiques appliquées du MIP, Université Paul Sabatier - Toulouse 3, Juin 2002.

- *The inverse scattering problem for anisotropic medium*, journées « Problèmes Inverses Géométriques » du GDR « Applications Nouvelles de l'Optimisation de Forme », Metz, 13 et 14 Juin 2002.
- *Méthode Simple d'Inversion en Acoustique et en Electromagnétisme*, Séminaire CRE-SPO, ENSTA-INRIA, Juin 2002.
- *Homogenisation du système de Maxwell-Landau-Lifschitz en milieu laminaire*, congrès « Modélisation du Micromagnétisme », CIRM, Luminy, 2 au 6 décembre 2002.
- C. Hazard and E. Lunéville :
 - *Multimodal approach and optimum design in non uniform waveguides*. Journées Européennes sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, Toulouse, Mars 2002.
- C. Hazard and M. Meylan :
 - *Spectral theory for a floating massless thin plate on water of arbitrary depth* 10th International Offshore and Polar Engineering Conference, Kitakyushu, Japan, mai 2002.
- J. Henry
 - *Factorization of the optimality system for the inverse EEG-MEG problem*, congrès Picof'02, Carthage 10-12 avril 2002.
 - *Le problème inverse en MEG-EEG : utilisation de la méthode de factorisation des problèmes aux limites pour la régularisation et le préconditionnement du problème*, Congrès National d'Analyse Numérique Anglet, 27 - 31 mai 2002.
 - *Sur la factorisation des problèmes aux limites elliptiques par plongement invariant* séminaire à l'université Rennes-1 en février 2002.
 - *Factorization of boundary value problems and resonance in waveguides* (avec I. Champagne), congrès SIAM 50ième anniversaire, Philadelphie, 8-12 juillet 2002.
 - *Factorization of elliptic boundary value problems : the QR approach*, conférence invitée au congrès Analysis and Optimization of Differential System, Constanta, Roumanie, 10-14 septembre 2002.
- P. Joly
 - *Conservative mesh refinement for Maxwell's equations*. Conférence plénière (invitée) aux Journées Européennes on Numerical Methods in Electromagnetics, Toulouse, Mars 2002.
 - *Variational methods in time dependent electromagnetics* Conférence plénière invitée à la Conférence SCEE (Scientific Computing in Electrical Engineering) 2002, Eindhoven, Juin 2002.
 - *Variational methods for the computation time dependent wave propagation phenomena*. 3 conférences sur invitation au LMS Durham Symposium on Computational Methods for Wave Phenomena, Durham, Juillet 2002.
 - *Stability questions in Perfectly Matched Layers*. Conférence plénière sur invitation à CMMWP (Conference on Mathematical Modelling of Wave Phenomena), Vaxjö, Novembre 2002.
 - *Méthodes de couches absorbantes parfaitement adaptées*. Séminaire à l'Institut Elie Cartan de Nancy. Décembre 2002.

- A. Maurel, J.-F. Mercier et F. Lund :
 - *Theoretical study of the multiple scattering by a random distribution of dislocations in an elastic medium* Forum Acusticum Sevilla 2002, Seville - Sept. 2002.
- S. Pernet
 - 12-14 novembre 2002 : communication au JINA à Nice. *Une méthode d'éléments finis pour la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel. Comparaison en terme de temps CPU et de précision avec le schéma de Yee.*
 - 27 novembre 2002 : invitation au GDR ondes (groupe thématique 1), École Polytechnique - Palaiseau. *L'application de méthodes de résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel a des problèmes d'électromagnétisme.*
- J. Rodríguez
 - *Space-Time Mesh Refinement for Elastodynamics Equations*, 14th International Conference on Domain Decomposition Methods. México, January 2002.
- G. Scarella
 - *Dynamique non régulière*, Ecole thématique C.N.R.S. Praz-sur-Arly, 2-7 Juin 2002.
 - *Acoustics, Mechanics and the Related Topics of Mathematical Analysis*, Fréjus, 18-22 Juin 2002.
- S. Tordeux
 - *Asymptotic models for wave propagation in media including slots*, Journées Européennes on Numerical Methods in Electromagnetics, Toulouse, Mars 2002

9.4. Réalisation de vidéos scientifiques

- Auteur(s) scientifique(s) : Derveaux, Grégoire
Modélisation numérique de la guitare (v. soutenance de thèse), Réalisation : Paouri, Arghyro, 2002, 4 mn 52
- Auteur(s) scientifique(s) : Joly, Patrick / Rodriguez, Jeronimo
Space-Time Mesh Refinement for Maxwell's Equations, Réalisation : Paouri, Arghyro, 2002, 5 mn 10
- Auteur(s) scientifique(s) : Joly, Patrick
Some scientific achievements 1996 - 2001 *Projet Ondes*, Réalisation : Paouri, Arghyro, 2002, 9 mn 25
- Auteur(s) scientifique(s) : Joly, Patrick
Visiting Committee Presentation Jan. 14, 2002, Réalisation : Paouri, Arghyro, 2002, 7 mn 18
- Auteur(s) scientifique(s) : Joly, Patrick / Rodriguez, Jeronimo
Raffinement de maillage espace-temps pour les équations de Maxwell, Réalisation : Paouri, Arghyro, fin 2001, 5 mn10

10. Bibliographie

Bibliographie de référence

- [1] G. C. COHEN. *Higher-Order Numerical Methods for Transient Wave Equations*. Springer, 2001.

- [2] C. HAZARD, M. LENOIR. *Surface Water Waves*. E.R. Pike and P.C. Sabatier, Academic Press, 2001, chapitre 2.
- [3] A. S. BONNET-BEN DHIA, P. JOLY. *Optical Waveguides*. Gang Bao and Lawrence Cowsar and Wen Masters, SIAM Frontiers book series in Applied Mathematics, 2001, pages 273-324.

Thèses et habilitations à diriger des recherche

- [4] G. DERVEAUX. *Modélisation numérique de la guitare acoustique*. thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Juin 2002.
- [5] E. GARCIA. *Résolution des équations de Maxwell instationnaires avec charges dans des domaines non convexes*. thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2002.

Articles et chapitres de livre

- [6] C. ALBOIN, J. JAFFRÉ, P. JOLY, J. E. ROBERTS, C. SERRES. *A comparison of methods for calculating the matrix block source term in a double porosity model for contaminant transport*. in « Computational Geosciences », volume 6, 2002, pages 523-543.
- [7] F. ASSOUS, P. CIARLET JR., S. LABRUNIE. *Resolution of axisymmetric Maxwell equations*. in « Mathematical Methods in the Applied Sciences », à paraître.
- [8] F. ASSOUS, P. CIARLET JR., S. LABRUNIE. *Theoretical tools to solve the axisymmetric Maxwell equations*. in « SIAM J. on Applied Mathematics », volume 25, 2002, pages 49-78.
- [9] E. BÉCACHE, P. JOLY. *On the analysis of Bérenger's Perfectly Matched Layers for Maxwell's equations*. in « M2AN », numéro 1, volume 36, 2002, pages 87-120.
- [10] E. BÉCACHE, P. JOLY, C. TSOGKA. *A new family of mixed finite elements for the linear elastodynamic problem*. in « SIAM J. on Num. Anal. », numéro 6, volume 39, 2002, pages 2109-2132.
- [11] A. BERMUDEZ, D. GOMEZ-PEDREIRA, P. JOLY. *An hybrid Approach for the Computation of Guided Modes in Integrated Optics*. in « Advances in Computational Mathematics », volume 16, 2002, pages 229-261.
- [12] F. CAKONI, D. COLTON, H. HADDAR. *The Linear Sampling Method for Anisotropic Media*. in « J. Comp. and Appl. Math. », numéro 2, volume 146, 2002, pages 285-299.
- [13] F. COLLINO, T. FOUQUET, P. JOLY. *A Conservative Space-time Mesh Refinement Method for the 1-D Wave Equation. Part I : Construction*. in « Numerische Mathematik », à paraître.
- [14] F. COLLINO, T. FOUQUET, P. JOLY. *A Conservative Space-time Mesh Refinement Method for the 1-D Wave Equation. Part II : Analysis*. in « Numerische Mathematik », à paraître.
- [15] D. COLTON, H. HADDAR, P. MONK. *The Linear Sampling Method for Solving the Electromagnetic Inverse Scattering Problem*. in « SIAM J. Sci. Comp. », numéro 3, volume 24, 2002, pages 719-731.

- [16] J. COMET, J. HENRY. *Pairwise sequence alignment using a PROSITE pattern-derived similarity score*. in « Computers and Chemistry », volume 26, 2002, pages 421-436.
- [17] E. GARCIA, S. LABRUNIE. *Régularité spatio-temporelle de la solution des équations de Maxwell dans des domaines non convexes*. in « Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences », volume 334, 2002, pages 293-298.
- [18] H. HADDAR. *The interior transmission problem for anisotropic Maxwell's equations and its applications to the inverse problem*. in « Math. Meth. Appl. Sci. », à paraître.
- [19] H. HADDAR, P. JOLY. *Homogenized Model for a Laminar Ferromagnetic Medium*. in « Roy. Soc. of Edinburgh, Proceedings A (Math.) », à paraître.
- [20] H. HADDAR, P. JOLY. *Stability of Thin Layer Approximation of Electromagnetic Waves Scattering by Linear and Non Linear Coatings*. in « J. Comp. and Appl. Math. », numéro 2, volume 143, 2002, pages 201-236.
- [21] H. HADDAR, P. MONK. *The Linear Sampling Method for Solving the Electromagnetic Inverse Medium Problem*. in « Inverse Problems », volume 18, 2002, pages 891-906.
- [22] C. HAZARD. *Numerical simulation of corner singularities : a paradox in Maxwell-like problems*. in « C.R. Mecanique », volume 330, 2002, pages 57-68.
- [23] C. HAZARD, S. LOHRENGEL. *A singular field method for Maxwell's equations : numerical aspects in two dimensions*. in « SIAM J. on Numer. Anal. », volume 40, 2002, pages 1021-1040.
- [24] P. JOLY. *Variational Methods for Time Dependent Wave Propagation*. Springer Verlag, à paraître.
- [25] P. JOLY, D. PEDREIRA. *A method for computing guided waves in integrated optics. Part (II) Numerical approximation*. in « SIAM. J. of Num. Anal. », volume 39, 2002, pages 1684-1711.
- [26] J.-F. MERCIER, J. V. MOLONEY. *Derivation of semiconductor laser mean-field and Swift-Hohenberg equations*. in « Phys. Rev. E », volume 66, 2002.
- [27] J.-F. MERCIER, C. WEISMAN, M. FIRDAOUSS, P. L. QUÉRÉ. *Heat transfers associated to a natural convection flow in a partially porous cavity*. in « J.Heat Transfer », volume 124, 2002, pages 130-143.
- [28] A. S. BONNET-BEN DHIA, L. DAHI, E. LUNÉVILLE, V. PAGNEUX. *Acoustic diffraction by a rigid plate in a uniform flow*. in « Mathematical Models and Methods in Applied Sciences », volume 12, 2002, pages 625-647.
- [29] A. S. BONNET-BEN DHIA, K. RAMDANI. *A non elliptic spectral problem related to the analysis of superconductive micro-strip lines*. in « Mathematical Modelling and Numerical Analysis », volume 36, 2002, pages 461-487.
- [30] A. S. BONNET-BEN DHIA, K. RAMDANI. *Diffraction by an acoustic grating perturbed by a bounded obstacle*. in « Modeling and Computation of Optics and Electromagnetics, Special Issue, Advances in Computational Mathematics », numéro 2-3, volume 16, 2002, pages 113-138.

- [31] P. CIARLET JR., V. GIRAULT. *Condition inf-sup pour l'élément fini de Taylor-Hood P2-iso-P1, 3D ; application aux équations de Maxwell.* in « Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, Série I », 2002, pages 827-832.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [32] F. ASSOUS, P. CIARLET JR., S. LABRUNIE, S. LOHRENGEL. *The singular complement method.* in « 12th International Conference on Domain Decomposition Methods, Lyon, France », SIAM, à paraître.
- [33] G. C. COHEN, S. FAUQUEUX. *3D elastic modeling with mass-lumped mixed finite elements.* in « Proc. of the 64th EAGE Conference & Exhibition, 27-30 mai 2002, Florence ».
- [34] G. C. COHEN, X. FERRIÈRES, S. PERNET. *Efficient mixed finite elements for Maxwell's equations in time domain.* in « Proc. of the AMEREM Conference, 3-7 juin 2002, Annapolis », Kluwer ed..
- [35] G. C. COHEN, X. FERRIÈRES, S. PERNET. *Une méthode éléments finis pour la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel.* in « Proc. du JINA, 12-14 Novembre 2002, Nice ».
- [36] J. HENRY. *Factorization of elliptic boundary value problems : the QR approach.* in « Analysis and Optimization of Differential System », Kluwer Academic Publishers, à paraître.
- [37] J. HENRY. *Factorization of the optimality system for the inverse EEG-MEG problem.* in « Proceedings Picof'02 », à paraître.

Rapports de recherche et publications internes

- [38] E. BÉCACHE, P. PETROPOULOS, S. GEDNEY. *On the long-time behavior of unsplit Perfectly Matched Layers.* rapport technique, numéro RR-4538, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4538.html>.
- [39] F. COLLINO, M. FARES, H. HADDAR. *On the validation of the linear sampling method in electromagnetic inverse scattering problems.* rapport technique, numéro RR-4665, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4665.html>.
- [40] J. HENRY, A. RAMOS. *A Direct Study in a Hilbert-Schmidt Framework of the Riccati Equation Appearing in a Factorization Method of Second Order Elliptic Boundary Value Problems.* rapport technique, numéro RR-4451, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4451.html>.