

*Projet sydoco**SYstèmes Dynamiques, Optimisation et  
Commande Optimale**Rocquencourt*

THÈME 4A



*R*apport  
*A*ctivité

2002



# Table des matières

<b>1. Composition de l'équipe</b>	<b>1</b>
<b>2. Présentation et objectifs généraux</b>	<b>1</b>
<b>3. Fondements scientifiques</b>	<b>1</b>
3.1. Optimisation dynamique	1
3.2. Algorithme de tir	2
3.3. Equation de Hamilton-Jacobi-Bellman	3
<b>4. Domaines d'application</b>	<b>3</b>
<b>5. Logiciels</b>	<b>3</b>
5.1. Optimisation non linéaire de grande taille	3
5.2. Commande optimale	4
<b>6. Résultats nouveaux</b>	<b>4</b>
6.1. Commande optimale déterministe	4
6.1.1. Transfert d'orbites sous poussées faibles	4
6.1.2. Trajectoires de lanceurs réutilisables	4
6.1.3. Optimisation paramétrique d'un véhicule hybride	4
6.2. Commande optimale stochastique et programmation dynamique	5
6.2.1. Résolution de l'équation HJB de la commande optimale stochastique par différences finies généralisées (DFG)	5
6.2.2. Représentation des volatilités par splines et approches multiéchelles	5
6.2.3. Approche par schémas d'ordre élevé	6
6.2.4. Optimisation de la mise au point de moteurs	6
6.3. Algorithmes d'optimisation	6
6.3.1. Décomposition $\forall U$ pour des fonctions Lipschitziennes	6
6.3.2. Méthodes de faisceaux appliquées à l'optimisation combinatoire	6
6.3.3. Méthodes dites « splitting » pour de problèmes variationnelles	6
6.3.4. Optimisation non linéaire dans Scilab	6
6.3.5. Problèmes de moments et optimisation SDP	7
6.4. Applications	7
6.4.1. Déformation d'une membrane élastique contenant de l'eau, sous contrainte d'obstacle	7
6.4.2. Détection et résolution de conflit pour le contrôle aérien	7
6.4.3. Optimisation de systèmes électriques	8
6.4.3.1. Gestion optimale de la production électrique court terme	8
<b>7. Contrats industriels</b>	<b>8</b>
<b>8. Actions régionales, nationales et internationales</b>	<b>8</b>
8.1. Collaborations internationales	8
8.2. Responsabilités scientifiques hors Inria	8
8.3. Visites et invitations de chercheurs	9
8.4. Séjours scientifiques	9
<b>9. Diffusion des résultats</b>	<b>9</b>
9.1. Animation de la communauté scientifique	9
9.2. Enseignement	9
9.3. Participation à des colloques, congrès	9
9.4. Organisation de conférences et séminaires	10
9.5. Divers	10
<b>10. Bibliographie</b>	<b>10</b>



# 1. Composition de l'équipe

## Responsable scientifique

Frédéric Bonnans [DR Inria]

## Assistante de projet

Martine Verneuille [SAR Inria]

## Personnel Inria

Claudia Sagastizábal [CR, détachée à l'IMPA, Rio de Janeiro]

## Ingénieur associé

Sophie Volle [en commun avec Mathfi, jusqu'à fin septembre]

## Collaborateurs extérieurs

Mounir Haddou [Maître de conférence, Université d'Orléans]

Housnaa Zidani [Enseignante chercheur, ENSTA]

## Personnel CNRS

Sady Maurin [IR]

## Chercheur invité

Henda El Fekih [Enit, Tunis, 2 mois]

## Doctorants

Sandrine Avril [bourse Onera]

Karine Blin [bourse Inria]

Thérèse Guilbaud [bourse MENRT, Université de Paris VI, jusqu'en septembre]

Christophe Jeanbrun [bourse Cifre, Johnson Control]

Julien Laurent-Varin [bourse CNES, à partir d'octobre]

Elisabeth Ottenwaelter [IUT Paris]

Hector Ramirez [Université du Chili, à partir de septembre]

## Doctorant associé

Radia Bessi-Fourati [ENIT - Tunis]

## Stagiaires

Achour Chokri [DEA de Math. Appl., ENIT - Tunis, 6 semaines]

Bruno Durand [DESS de Maht. Appl., Université d'Orléans, 4 mois]

Asma Lakoua [ENIT-Tunis, 3 mois]

Nadia Senneville [DEA OJME, 3 mois]

# 2. Présentation et objectifs généraux

Le projet a pour but la conception, le développement et l'application d'algorithmes pour l'optimisation continue, statique et dynamique.

# 3. Fondements scientifiques

## 3.1. Optimisation dynamique

Les problèmes de commande optimale connaissent actuellement une importance accrue liée à l'introduction de nouvelles technologies dans les domaines suivants : trafic aérien, pollution automobile, biodégradation de déchets. Il sont toujours importants pour les applications « classiques » concernant les engins guidés, les avions spatiaux, et le génie des processus.

Le problème modèle a la structure suivante

$$\begin{cases} \text{Min}_{y,u} J(y, u) := \int_s^T L(y(t), u(t)) dt; \\ \dot{y}(t) = f(y(t), u(t)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = y_0, \\ C(y(t), u(t)) \leq 0, \quad t \in [s, T]. \end{cases} \quad (1)$$

Ici  $L$  est le coût distribué,  $f$  la dynamique,  $C$  la contrainte,  $y$  est l'état,  $u$  est la commande,  $s$  l'instant initial, et  $T$  l'instant final. L'équation différentielle régit la dynamique du système, alors que les contraintes d'inégalités imposent à la trajectoire solution de rester dans un domaine donné. La résolution de (1) consiste donc en la détermination de  $u$  et  $x$ , de telle sorte que  $J$  soit minimum.

### 3.2. Algorithme de tir

Posons  $H(y, u, p) := L(y, u) + p \cdot f(y, u)$ . Dans le cas où la contrainte n'est pas active, le système d'optimalité s'écrit

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = H_p(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = x, \\ \dot{p}(t) = -H_y(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad p(T) = 0, \\ 0 = H_u(y(t), u(t), p(t)), \quad t \in [s, T]. \end{cases} \quad (P_{s,x})$$

Ce système algébrique différentiel généralise en un certain sens les systèmes hamiltoniens issus de la mécanique. Si  $H_{uu}$  est inversible, le théorème des fonctions implicites permet la réécriture de la contrainte algébrique  $H_u = 0$  comme  $u = \Psi(y, p)$ , où  $\Psi$  est telle que  $H_u(y, \Psi(y, p), p) = 0$ . Posant

$$\mathcal{H}(y, p) := H(y, \Psi(y, p), p) = 0,$$

on peut réécrire le système algébrique différentiel en  $(y, p, u)$  sous la forme hamiltonienne

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = \mathcal{H}_p(y(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad y(0) = y_0, \\ \dot{p}(t) = -\mathcal{H}_y(y(t), p(t)), \quad t \in [s, T]; \quad p(T) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

La méthode de tir résout ce système différentiel en appliquant une variante de la méthode de Newton à l'équation  $F(p_0) = 0$ , où  $F$  est l'application qui à l'état adjoint initial  $p_0$  associe, après intégration numérique du système

$$\dot{y}(t) = \mathcal{H}_p(y(t), p(t)), \quad \dot{p}(t) = -\mathcal{H}_y(y(t), p(t)), \quad t \in [s, T],$$

l'état adjoint final  $p(T)$ . Les points délicats de la méthode concernent

- La précision numérique quand l'horizon final  $T$  est « grand »,
- Le cas singulier  $H_{uu} = 0$ , qui se produit quand le critère et la dynamique sont fonction affines de la commande, et pour lequel le système algébrique différentiel est d'indice 3,
- Le traitement des contraintes, soit par pénalisation, soit par découpage de  $[s, T]$  en arcs sur lesquels les contraintes actives sont fixées.

### 3.3. Equation de Hamilton-Jacobi-Bellman

On peut aussi résoudre le problème de commande optimale en s'appuyant sur un principe de programmation dynamique, ou (ce qui est très proche en pratique) en résolvant l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)

$$v_t(x, t) + \bar{\mathcal{H}}(x, v_x(x, t)) = 0, \quad \forall x \in \mathbf{R}^n, \quad v(x, T) = 0, \quad (\text{HJB})$$

où

$$\bar{\mathcal{H}}(x, v_x(x)) := \inf_u H(x, u, p) \quad (3)$$

coïncide avec  $\mathcal{H}$  si  $H_{uu}$  est inversible. On sait que la solution (en un sens généralisé, dit de viscosité) de cette équation n'est autre que la valeur du problème  $(P_{s,x})$ , et la commande optimale est obtenue en calculant en chaque point de la trajectoire l'argument du minimum dans (3), avec  $p = v_x$ . On obtient ainsi un algorithme calculant la solution globale, dont on sait évaluer la complexité. Les points délicats de la méthode, hormis l'inévitable limitation de dimension, concernent en particulier :

- Le calcul d'une solution précise au voisinage de la trajectoire nominale.
- Le traitement des contraintes sur l'état,
- La prise en compte de réduction de la dimension de l'état par perturbation singulière.

Enfin il est possible de résoudre numériquement le problème de commande optimale par la méthode dite directe, de discrétisation temporelle a priori, puis en appliquant au problème en temps discret ainsi obtenu un algorithme d'optimisation non linéaire. Ce procédé a l'avantage de permettre aisément la prise en compte de contraintes variées, et l'inconvénient d'un manque de précision d'une méthode qui reste locale.

Les références classiques sur la méthode de tir en commande optimale datent des années 70-80 [25][27]. Leurs avantages et inconvénients par rapport à l'approche directe (voir par exemple [21][23]) est discutée en détail dans [20]. ces méthodes ont été appliquées au calcul de commande en boucle fermée [26].

Les problèmes avec arc singulier sont présentés dans [25]. On trouvera d'intéressantes études de cas particuliers dans [28].

Les méthodes de tir sont restées largement employées dans les dernières années, sauf en France où elles sont ignorées pour l'essentiel. Cependant elles n'ont pas fait l'objet d'investigations approfondies depuis environ une dizaine d'années.

Par ailleurs on trouvera une synthèse récente sur l'approche par l'équation de Hamilton-Jacobi dans [19].

## 4. Domaines d'application

La commande optimale est utilisée pour le calcul de trajectoires aériennes (rentrées spatiales, manoeuvres d'avions), la commande de réacteurs chimiques, de processus biologiques (dégradation de déchets), le trafic aérien, la conception et la commande de voitures automobiles.

## 5. Logiciels

### 5.1. Optimisation non linéaire de grande taille

**Mots clés :** algorithmes d'optimisation, commande optimale, programmation non linéaire, analyse de sensibilité, points intérieurs, méthodes de tir, programmation dynamique.

Le logiciel OPSYC (Optimisation de systèmes creux) est une implémentation de la méthode de programmation quadratique successive pour les problèmes de programmation non linéaire. Ecrit en fortran 77, il utilise un

module fourni par l'utilisateur qui calcule le critère et les contraintes au point courant, ainsi que leurs dérivées creuses et le produit du hessien du lagrangien par un vecteur. Le sous-problème quadratique est résolu par un algorithme de gradient réduit conjugué.

Cet outil est utilisé par EDF pour la minimisation des pertes d'un réseau électrique de haute tension par compensation réactive. Dans le cadre de la thèse de R. Rebaï, le solveur quadratique a été utilisé (avec succès) pour l'optimisation de réseaux de télécommunications avec sécurisation. Nous l'avons appliqué en 2001 au problème de dimensionnement de transmission moteur, dans le cadre de la thèse de Th. Guilbaud.

Le logiciel comporte des routines de programmation linéaire quadratique qui sont accessibles directement par l'utilisateur. Les factorisations LU utilisent le code LA05A de J. Reid, qui fait partie de la bibliothèque Harwell.

Les logiciels QNBD et GCBQ constituent une implémentation de méthodes de quasi-Newton (à mémoire limitée et de grande taille dans le second cas) pour les problèmes avec contraintes de bornes. Ils sont diffusés à travers SCILAB (commande `optim`).

## 5.2. Commande optimale

Le logiciel DOC (Direct Optimal Control), écrit en fortran 77, est une implémentation de la méthode de discrétisation directe pour résoudre les problèmes de commande optimale. Il est basé sur un intégrateur d'équations différentielles de type Runge-Kutta et sur le logiciel de programmation non linéaire OPSYC (voir ci-dessus).

Le logiciel OCS (Optimal Control Software) met en oeuvre un algorithme de tir pour la résolution d'un problème de commande optimale. Les fonctions non linéaires (dynamique, coût final, contraintes) sont décrites en Maple, ce qui permet la génération de codes fortran évaluant ces fonctions et leurs dérivées d'ordre un et deux. L'intégration numérique des équations différentielles se fait en utilisant le logiciel scilab. Un rapport latex décrivant le problème et le résultat de l'optimisation (état et commande optimaux) est généré automatiquement. Ce logiciel est disponible sur la page web de l'équipe <http://www-rocq.inria.fr/sydoco>.

# 6. Résultats nouveaux

## 6.1. Commande optimale déterministe

### 6.1.1. *Transfert d'orbites sous poussées faibles*

**Participants :** S. Avril, N. Bérend, F. Bonnans, Th. Donath (Onera).

Nous travaillons sur l'extension de résultats de résolution analytique du Principe de Pontryaguine pour des transfert à poussées faibles bidimensionnels avec altitude croissante[22] au cas plus réaliste où l'altitude croît et décroît alternativement le long de la trajectoire. Les calculs sont en cours.

### 6.1.2. *Trajectoires de lanceurs réutilisables*

**Participants :** F. Bonnans, M. Haddou, J. Laurent-Varin, N. Bérend (Onera), Th. Donath (onera), Ch. Talbot (Onera).

Lors du stage de J. Laurent Varin nous avons développé un premier solveur de problèmes de commande optimale par une méthode directe, basée sur un algorithme de points intérieurs. Cet outil écrit en C exploite une routine Fortran qui effectue une factorisation QR bande. Le schéma de discrétisation est une méthode de Runge-Kutta quelconque. Des premiers essais ont été validés sur des exemples académiques.

Ce travail se poursuit dans le cadre de la thèse consacrée aux lanceurs réutilisables.

### 6.1.3. *Optimisation paramétrique d'un véhicule hybride*

**Participants :** F. Bonnans, Th. Guilbaud, A. Ketfi-Cherif (Renault), C. Sagastizábal (Impa - Rio), D. von Wissel (Renault), H. Zidani.

Nous avons poursuivi et conclu l'étude de l'optimisation paramétrique d'un véhicule hybride, comportant un moteur thermique et deux moteurs électriques, reliés par un train épicycloïdal. L'optimisation se fait à deux niveaux : Pour une valeur fixée des paramètres de conception (les coefficients des quatre multiplicateurs reliant les moteurs et les roues au train) on résout le problème de commande optimale (l'état scalaire est le niveau de charge de la batterie) en discrétisant l'équation HJB (ce qui est relativement peu coûteux car il n'y a qu'un seul état). Le maître problème est donc de dimension 4 (ce qui est faible) mais il est non convexe et non différentiable. Nous le résolvons par un algorithme de faisceaux pour les problèmes non convexes, nécessitant le calcul d'un gradient de Clarke au point courant.

Ceux-ci se calculent par une récurrence similaire à celle de la programmation dynamique. Une difficulté est que, les paramètres de conception intervenant dans les contraintes (limitation de vitesses angulaires et couples) sur la commande (vitesse angulaire et couple du moteur thermique) le calcul du gradient de Clarke nécessite une estimation des multiplicateurs de Lagrange associés à ces contraintes. Ceci interdit, dans la minimisation du hamiltonien par rapport aux deux commandes, de se contenter d'un balayage de valeurs des commandes ; nous avons donc (pour chaque point de la grille espace-temps) mis en œuvre une minimisation par un algorithme de programmation non linéaire (Programmation Quadratique Séquentielle). ar ailleurs non avons étudié des régularisations du schéma décentré évitant la non différentiabilité (additionnelle) inhérente à celui-ci.

Ce travail a donné lieu à la rédaction du rapport de recherche [15].

## 6.2. Commande optimale stochastique et programmation dynamique

### 6.2.1. Résolution de l'équation HJB de la commande optimale stochastique par différences finies généralisées (DFG)

**Mots clés :** *calibration, EDP de Dupire, différences finies, problème inverse, optimisation.*

**Participants :** F. Bonnans, E. Ottenwaelter, H. Zidani.

Nous avons précisé les conditions générales de consistance des schémas de différences finies, dans le cadre d'une révision d'un travail qui sera publié prochainement [6].

Dans le cas de problèmes bidimensionnels, nous étudions dans le cadre de la thèse d'E. Ottenwaelter des implémentations rapides de la méthode DFG. Celle-ci nécessite, en chaque point de la grille de discrétisation et pour chaque valeur de la commande, la résolution d'un programme quadratique convexe. En dimension 2, il est possible de résoudre ce problème par un algorithme exploitant la structure géométrique sous jacente : le cœur du problème est la projection d'une matrice de covariance (symétrique, donc élément de  $R^3$ ) sur un cône convexe de générateur fini. Dans  $R^3$  ces cônes ont des propriétés très particulières, par exemple le nombre de faces est égal au nombre minimum de générateurs (penser à une pyramide). Exploitant ces propriétés, on peut formuler un algorithme qui, dans les situations les plus courantes, ne nécessite que quelques dizaines d'opérations.

Un rapport incluant des essais numériques doit être publié prochainement.

### 6.2.2. Représentation des volatilités par splines et approches multiéchelles

**Participants :** S. Volle (en collaboration avec le Projet Mathfi), J.M. Cagnet (Projet Mathfi), F. Bonnans.

Nous nous intéressons à un problème de calibration qui consiste à identifier la volatilité locale à partir de prix d'options observés sur le marché. Le problème direct (pricing), qui revient à calculer les prix d'options connaissant la volatilité, consiste à résoudre l'équation aux dérivées partielles de Dupire. Cette EDP est résolue numériquement par différences finies. Le problème inverse (calibration) revient à résoudre un problème d'optimisation. Il s'agit de déterminer la volatilité optimale telle que les prix calculés avec cette volatilité soit le plus proche possible des prix observés sur le marché. Ce problème inverse mal posé est régularisé en paramétrant la volatilité par des splines bicubiques et en adoptant une approche multiéchelle. De plus, nous utilisons l'algorithme de Quasi-Newton (avec ou sans bornes) pour résoudre le problème

d'optimisation. Le code de calibration, que nous avons développé en C, a permis d'obtenir des résultats numériques encourageants, sur données synthétiques et sur données réelles.

### 6.2.3. *Approche par schémas d'ordre élevé*

**Participants :** F. Bonnans, A. Chokri, H. El Fekhi.

Nous avons entamé une réflexion sur l'usage de schémas d'ordre élevés pour résoudre l'équation de Dupire. Ceci pourrait permettre un gain appréciable de temps calcul. Une étude bibliographique est en cours.

### 6.2.4. *Optimisation de la mise au point de moteurs*

**Participants :** F. Bonnans, Ch. Jeanbrun, J.D. Piques (Johnson Control).

Cette étude, menée dans le cadre de la thèse CIFRE de Ch. Jeanbrun a pour but de dégager une stratégie dans la technique de mise au point de moteurs. Le très grand nombre de réglages (plusieurs milliers de paramètres) se fait actuellement en 18 mois. Les moteurs en cours de mise au point comportent encore plus de degrés de liberté (admissions fortement variables, turbo ...). Il est donc important d'optimiser l'ordre des opérations et la technique de réglage.

Un cadre assez naturel est de modéliser le système comme une chaîne de Markov commandée. Dans cette optique il faut veiller à limiter les dimensions. Nous nous sommes limités à trois exigences critiques (overshoot de démarrage, purge de canister, suivi de richesse en transitoire), pour lesquelles on peut isoler trente calibrations qui ont un impact important. Par une simple itération sur les valeurs on obtient l'ordre de calibration optimal. Ces travaux ont donné lieu à la rédaction de plusieurs notes internes à Johnson Control.

## 6.3. Algorithmes d'optimisation

### 6.3.1. *Décomposition $\mathcal{VU}$ pour des fonctions Lipschitziennes*

**Participants :** Claudia Sagastizábal, R. Mifflin (WSU, Pullman).

Ce travail est une suite des travaux des années précédentes, voir rapports 1999 et 2000. Dans [10], [8] nous donnons des développements au second ordre au sens  $\mathcal{VU}$  pour des fonctions non différentiables Lipschitziennes, non nécessairement convexes. Le résultat dépend d'une structure particulière de la fonction, appelée *primal-dual gradient structure* et introduite en [9]. Nous avons également établi des liens entre notre structure et les notions de fonction partiellement lisse de A.S. Lewis et de fonction deux fois épi-différentiable, au sens de R.T. Rockafellar.

### 6.3.2. *Méthodes de faisceaux appliquées à l'optimisation combinatoire*

**Participants :** Claudia Sagastizábal, A. Belloni (IMPA/MIT).

En optimisation combinatoire, le nombre de contraintes « dures », qui rendent le problème difficile, peut être dans l'ordre de plusieurs millions. Dans ce cas, la relaxation Lagrangienne n'est pas une méthode envisageable. Dans [4] nous développons une méthode dynamique, où seulement les contraintes les plus violées sont relaxées à chaque itération. La fonction duale associée est définie dans un domaine dont la dimension varie le long des itérations. Nous étudions une méthode de faisceaux adaptée à ce contexte.

### 6.3.3. *Méthodes dites « splitting » pour des problèmes variationnelles*

**Participants :** Claudia Sagastizábal, R. Burachik (UFRJ, Rio), S. Scheinberg (UFRJ, Rio).

Dans [7] nous étudions une nouvelle méthode pour résoudre des équations généralisées (i.e., trouver le zéro d'un opérateur maximal monotone). Notre variante appartient à la catégorie de méthodes proximales inexactes, et généralise la méthode de Spingarn.

### 6.3.4. *Optimisation non linéaire dans Scilab*

**Participants :** F. Bonnans, B. Durand, M. Haddou, S. Maurin, A. Lakoua, S. Steer (projet Metalau).

Nous avons effectué une contribution à Scilab, sous la forme d'une interface avec CUTer, qui est la bibliothèque standard de problèmes d'optimisation. On a pu ainsi comparer les outils de Scilab, pour l'optimisation sans

contraintes et avec contraintes de borne, avec le code L-BFGS-B de J. Nocedal. Il s'avère que les performances des outils de Scilab sont tout à fait honorables.

Par ailleurs, dans le cadre du stage de DEA de A. Lakhoua, nous avons développé une macro Scilab de résolution de programmes non linéaires par une méthode de points intérieurs. Nous l'avons testée sur l'interface entre les routines de K. Schittkowski et Scilab, développée par S. Maurin. Là encore les résultats se sont avérés honorables. Notons toutefois que les problèmes de Schittkowski sont de petite taille. Il s'agit d'une première étape pour obtenir un solveur efficace dans Scilab pour des problèmes avec égalités et inégalités.

### 6.3.5. Problèmes de moments et optimisation SDP

**Participants :** F. Bonnans, N. Senneville.

Dans le cadre du stage de DEA OJME de N. Senneville, nous avons mis en regard deux approches du problème classique des moments, qui consiste à calculer des bornes sur certains moments d'une distribution, connaissant d'autres moments (en nombre fini). Ce problème est intimement lié à celui de la positivité de polynômes. La première approche, basée sur la théorie de la dualité convexe, résout le problème dans le cas de domaines compacts. Le stage a permis de se plonger dans une seconde approche[18] qui obtient le résultat grâce à des arguments de théorie de la mesure.

## 6.4. Applications

### 6.4.1. Déformation d'une membrane élastique contenant de l'eau, sous contrainte d'obstacle

**Participants :** F. Bonnans, R. Bessi Fourati, H. Smaoui.

Nous avons étudié une variante du classique problème de l'obstacle (déformation statique d'une membrane sous contrainte d'obstacle), dans laquelle la champ de forces dérive pour partie du potentiel de gravité d'une quantité donnée d'eau, placée au dessus de la membrane.

Ce problème, bien motivé d'un point de vue mécanique, se trouve être non convexe et non différentiable. On peut le reformuler comme la minimisation d'une fonction continûment différentiable (dans l'espace de Sobolev  $H_0^1(\Omega)$ ) mais non  $C^2$ .

Un résultat quelque peu surprenant est qu'il est néanmoins possible d'écrire un « pseudo » développement de Taylor qui permet d'énoncer une théorie des conditions nécessaires ou suffisantes du second ordre, et aussi d'obtenir une formule de développement (au second ordre) de l'énergie mécanique et (au premier ordre) de la déformation, lors d'une perturbation directionnelle. On étend ainsi les résultats classiques[24].

Nous poursuivons l'étude par l'analyse d'algorithmes de résolution spécialisés. Un rapport paraîtra en janvier 2003.

### 6.4.2. Détection et résolution de conflit pour le contrôle aérien

**Participants :** K. Blin, F. Bonnans, E. Hoffman (Eurocontrol), K. Zeghal (Eurocontrol), H. Zidani (ENSTA).

- Nous avons réalisé une seconde série de tests sur trafic réel, afin de valider le modèle de détection. Les résultats sont concluants.
- Nous avons proposé une nouvelle modélisation du problème de résolution de conflit. Nous l'avons écrit sous la forme d'un problème de commande optimale, impulsionnelle en horizon fini, avec temps de sortie, déterministe ou stochastique.
- Nous nous sommes intéressés aux aspects théoriques de ce problème et avons montré l'existence et l'unicité de la fonction valeur pour le cadre déterministe.
- Nous avons développé un nouvel algorithme de résolution de conflit basé sur la programmation dynamique et la résolution de l'équation de HJB et avec temps de sortie. Trois cas ont été codés. Le premier cas est déterministe : toutes les trajectoires des avions sont parfaitement connues à l'avance. Le second cas est « semi-stochastique » : les trajectoires des avions peuvent changer à tout instant sans préavis. Le troisième cas est stochastique : la trajectoire de l'avion sujet est bruitée.
- Nous avons regroupés l'ensemble de ces résultats dans le manuscrit de thèse.

### 6.4.3. Optimisation de systèmes électriques

**Participants :** Claudia Sagastizábal, A. Diniz (CEPEL/Rio), M.L. Lisboa (CEPEL/Rio), M.E. Piñeiro Maceira (CEPEL/Rio), L. Terry (CEPEL/Rio).

#### 6.4.3.1. Gestion optimale de la production électrique court terme

Dans [3] nous considérons l'inclusion de l'*unit-commitment* thermique dans le problème de production journalière du parc électrique brésilien. **Planification optimale de l'expansion du parc électrique à long terme** Nous étudions la planification de l'expansion des usines électriques au Brésil dans un horizon de 10 à 30 ans. Le problème doit prendre en compte aussi bien des contraintes financières et économiques que des contraintes opérationnelles. Il en résulte un problème stochastique en plusieurs niveaux, avec variables 0-1 mixtes et un critère de type minimax. Nous analysons différentes méthodes de décomposition. Travail en cours.

## 7. Contrats industriels

Les activités de l'équipe liées à des contrats industriels ont concerné :

- Eurocontrol, dont le contrat, qui porte sur la détection et la résolution de conflits, finance la thèse de K. Blin.
- Renault, pour lequel nous avons réalisé des travaux sur la faisabilité d'une approche d'optimisation à deux niveaux en conception optimale.
- L'Onera, avec lequel a commencé fin 2001 une collaboration sur le thème du transfert d'orbite de satellites à poussées faibles.
- L'Onera et le CNES, dans le cadre de la bourse CNES de Julien Laurent-Varin, cofinancée par l'Onera. Sujet : Trajectoires optimales de lanceurs réutilisables.
- Johnson Control (qui a racheté la branche automobile de Sagem) dans le cadre de la bourse Cifre de Ch. Jeanbrun.

## 8. Actions régionales, nationales et internationales

### 8.1. Collaborations internationales

- Coopération avec la Tunisie.  
Cette coopération s'inscrit dans le cadre d'un accord entre l'Inria et l'Université de Tunis. Le projet STIC 2000-2, dont le thème est « Méthode numériques pour des problèmes de contrôle », associe le projet Sydoco et le laboratoire Lamsin. Ses responsables sont F. Bonnans et H. Zidani (Inria), et H. El Fekih (Lamsin). Les axes principaux de cette collaboration sont :
  - La commande optimale des équations de Saint Venant, dans le cadre de la thèse d'H. Arfaoui (Lamsin).
  - L'étude des erreurs de discrétisation des équations paraboliques semilinéaires.

### 8.2. Responsabilités scientifiques hors Inria

- J.F. Bonnans :
  - Comité de lecture de la série « Mathématiques et Applications », publiée par Springer, jusqu'en juin.
  - Comité éditorial du SIAM J. Control Optimization.

### 8.3. Visites et invitations de chercheurs

1. W. Sosa (IMCA, Lima, Pérou - 1 semaine).
2. A. Chokri et H. El Fekih (U. Tunis, 1 mois 1/2 et 1 mois respectivement). Collaboration dans le cadre de la coopération Franco-Tunisienne.

### 8.4. Séjours scientifiques

- F. Bonnans a été invité 1 semaine par le laboratoire Lamsin, Enit, Tunis.
- H. Zidani, séjour d'une semaine à T.U. - Berlin.

## 9. Diffusion des résultats

### 9.1. Animation de la communauté scientifique

- J.F. Bonnans : Vice Président de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles, en charge des publications.

### 9.2. Enseignement

1. F. Bonnans :
  - Professeur Chargé de Cours à temps partiel en « Analyse Numérique et Optimisation », Ecole Polytechnique.
  - Cours « Optimisation continue : théorie et algorithmes », DEA « OJME : Optimisation, Jeux et Modélisation en Économie », Universités de Paris VI et Paris X et École Polytechnique (20 h), et responsabilité de la filière « Optimisation Continue » de ce DEA.
2. Th. Guilbaud :
  - TD du cours « Calcul Différentiel et Optimisation » (30 h) et TD du cours « Calcul Différentiel, Convexité et Optimisation » (20 h), première année de l'ENSAE.
3. M. Haddou :
  - Maître de Conférence à l'Université d'Orléans.
4. H. Ramirez
  - TD du cours de maîtrise « Optimisation et théorie des jeux », Université Paris VI (50 h).
5. H. Zidani :
  - Cours et TD de « Commande optimale appliquée », 3ème année, Ensta, Paris (20 h).

### 9.3. Participation à des colloques, congrès

1. Ecole d'Hiver GO++ sur les méthodes numériques dédiées aux problèmes de HJ/HJB - 9-12 décembre - Inria Rocquencourt. Exposés invités de F. Bonnans et H. Zidani.
2. French German Polish Conference on Optimization - 9-13 septembre - Cottbus. F. Bonnans, membre du comité scientifique et conférencier d'une session invitée. H. Zidani et H. Ramirez, conférenciers.
3. 6ème Colloque Franco-Roumain de Mathématiques Appliquées - 2-6 septembre - Perpignan France. F. Bonnans, conférencier d'une session invitée.
4. Journée TIPE « Contrôle et Optimisation » - 19 juin - ENSTA. F. Bonnans, conférencier invité. H. Zidani, organisateur.
5. PICO'02 - 10-12 avril - Carthage Tunisie. F. Bonnans et H. Zidani, conférenciers invités.
6. Quatrième Journées Nationales de la ROADEF - 20-21 février - ENST Paris. F. Bonnans et M. Haddou, conférenciers.
7. « SIAM Conference on Optimization », Toronto, Canada (mai). C. Sagastizábal.

8. IV Brazilian Workshop on Continuous Optimization, Rio de Janeiro, Brésil (juillet). C. Sagastizabal, membre du comité d'organisation.
9. « IV PanAmerican Workshop in Applied and Computational Mathematics » Córdoba, Argentina (juillet). C. Sagastizabal, conférencière. Organisation du mini-Workshop « Optimization and Applied Mathematics in Engineering and Physics ».
10. Journées MODE - Montpellier, 27-29 mars. K. Blin, conférencière.
11. « SIAM Conference on Optimizatio », Toronto, Canada (mai), C. Sagastizabal.
12. IV Brazilian Workshop on Continuous Optimization, Rio de Janeiro, Brésil (15-19 juillet). C. Sagastizabal, aussi membre du comité d'organisation.
13. « IV PanAmerican Workshop in Applied and Computational Mathematics » Córdoba, Argentina (1-5 juillet), C. Sagastizabal.
14. Organisation du mini-Workshop « Optimization and Applied Mathematics in Engineering and Physics », C. Sagastizabal.

## 9.4. Organisation de conférences et séminaires

- F. Bonnans : Organisation du Colloquium du DEA OJME.

## 9.5. Divers

Le site <http://www-rocq.inria.fr/sydoco> participe à la diffusion des résultats, en particulier par les notes de cours qui s'y trouvent.

# 10. Bibliographie

## Livres et monographies

- [1] J. F. BONNANS, J. CH. GILBERT, C. LEMARÉCHAL, C. SAGASTIZÁBAL. *Numerical Optimization. Theoretical and Practical Aspects*. série Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 2003, xiv+423.

## Articles et chapitres de livre

- [2] L. BAHINSE, N. MACULAN, C. A. SAGASTIZÁBAL. *The Volume Algorithm revisited. Relation with Bundle Methods*. in « Mathematical Programming », 2002, Accepté.
- [3] A. BELLONI, A. DINIZ, M.E. MACEIRA, C. SAGASTIZÁBAL. *Bundle relaxation and primal recovery in Unit Commitment problems. The Brazilian case..* in « Annals of Operations Research », volume 120, 2002, Accepté.
- [4] A. BELLONI, C. SAGASTIZÁBAL. *Dynamic bundle methods for combinatorial optimization..* in « Mathematical Programming », 2002, Soumis.
- [5] J. F. BONNANS, P. CHARTIER, H. ZIDANI. *Discrete approximations of the Hamilton-Jacobi equation for an optimal control problem of a differential-algebraic system*. in « Control and Cybernetics », à paraître.
- [6] J. F. BONNANS, H. ZIDANI. *Consistency of generalized finite difference schemes for the stochastic HJB equation*. in « SIAM J. Numerical Analysis », Accepté.
- [7] R. S. BURACHIK, C. A. SAGASTIZÁBAL, S. SCHEINBERG DE MAKLER. *An inexact method of partial inverses. Application to splitting methods*. in « Applied Mathematics and Optimization », 2002, Soumis.

- [8] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL. *On the relation between  $\mathcal{U}$ -Hessians and second-order epiderivatives*. in « European Journal of Operations Research », 2002, Accepté.
- [9] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL. *Proximal Points are on the Fast Track*. in « Journal of Convex Analysis », numéro 2, volume 9, 2002.
- [10] R. MIFFLIN, C. SAGASTIZÁBAL. *Primal-Dual Gradient Structured Functions : second-order results ; links to epi-derivatives and partly smooth functions*. in « SIAM Journal on Optimizationsiam », 2002, Accepté.
- [11] P. A. REY, C.A. SAGASTIZÁBAL. *Convex Normalizations in Lift-and-Project Methods for 0-1 Programming*.. in « Annals of Operations Research », volume 116, 2002, pages 91-112.
- [12] P. A. REY, C.A. SAGASTIZÁBAL. *Dynamical adjustment of the prox-parameter in variable metric bundle methods*. in « Optimization », numéro 2, volume 51, 2002, pages 423-447.
- [13] C. SAGASTIZÁBAL, M.V. SOLODOV. *Parallel Variable Distribution for Constrained Optimization*. in « Computational Optimization and Applications », volume 22, 2002, pages 111-131.

### **Communications à des congrès, colloques, etc.**

- [14] M. BERGOUNIOUX, M. HADDOU. *Numerical methods for optimal control of semilinear elliptic variational inequalities*. in « International Series of Numerical Mathematics », Birkhauser, éditeurs DESCH., pages 58-73, Berlin, 2003.

### **Rapports de recherche et publications internes**

- [15] J. F. BONNANS, TH. GUILBAUD, A. KETFI-CHERIF, C. SAGASTIZÁBAL, D. VON WISSEL, H. ZIDANI. *Parametric optimization of hybrid car engines*. Rapport de recherche, numéro 4674, Inria, Rocquencourt, Décembre, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4674.html>.
- [16] R. CORREA, H. RAMIREZ. *A global algorithm for nonlinear semidefinite programming*. Rapport de recherche, numéro 4672, Inria, Rocquencourt, Décembre, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4672.html>.
- [17] S. VOLLE, J.-M. COGNET, F. BONNANS. *Estimation de la volatilité locale d'actifs financiers par une méthode d'inversion numérique*. Rapport de recherche, numéro 4648, Inria-Rocquencourt, Novembre, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4648.html>.

### **Bibliographie générale**

- [18] N. I. AKHIEZER. *The classical moment problem*. in « Hafner Pub. Co. », 1965.
- [19] M. BARDI, I. CAPUZZO-DOLCETTA. *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations*. série Systems and Control : Foundations and Applications, Birkhäuser, Boston, 1997.
- [20] J. BETTS. *Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization*. in « J. of Guidance, Control and Dynamics », numéro 2, volume 21, 1998.

- 
- [21] J. T. BETTS, W. P. HUFFMAN. *Application of sparse nonlinear programming to trajectory optimization*. in « J. of Guidance, Control and Dynamics », volume 15-1, 1992, pages 198-206.
- [22] R. H. BISHOP, D. M. ASIMOV. *Analytical space trajectories for extremal motion with low-thrust exhaust-modulated propulsion*. volume 38, 2001, pages 897-903.
- [23] J. F. BONNANS, G. LAUNAY. *Large scale direct optimal control applied to the re-entry problem*. in « AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics », numéro 6, volume 21, 1998, pages 996-1000.
- [24] J. F. BONNANS, A. SHAPIRO. *Perturbation analysis of optimization problems*. Springer, New York, 2000.
- [25] A. E. BRYSON, Y. C. HO. *Applied optimal control*. Hemisphere, New York, 1975.
- [26] H. J. PESCH. *Real-time computation of feedback controls for constrained optimal control problems. Part 2 : a correction method based on multiple shooting*. in « Optimal Control, applications and methods », volume 10, 1998, pages 147-171.
- [27] J. STOER, R. BURLISCH. *Introduction to Numerical Analysis*. Springer Verlag, New York, 1980.
- [28] P. TSIOTRAS, H. J. KELLEY. *Drag-law effects in the Goddard problem*. volume 27-3, 1991.