



INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Project-Team Gamma

*Génération Automatique de Maillages et
Méthodes d'Adaptation*

Rocquencourt

THEME NUM

Activity
R *eport*

2004

Table of contents

1. Team	1
2. Overall Objectives	1
3. Scientific Foundations	2
3.1. Introduction	2
3.2. Méthodes de génération maillage	2
3.2.1. Méthode de type Delaunay	2
3.2.2. Méthode frontale	2
3.2.3. Autres méthodes	3
3.2.4. Géométrie algorithmique	3
3.3. Méthodes d'adaptation de maillage	3
3.4. Définition géométrique	3
3.4.1. Surfaces analytiques et discrètes	3
3.4.2. Analyse d'une géométrie	4
3.4.3. Structures de données	4
4. Application Domains	4
4.1. Panorama	4
4.2. E.D.P. et éléments ou volumes finis	4
4.3. E.D.P. et adaptation	4
4.4. Maillage des surfaces	4
5. Software	5
5.1. Introduction	5
5.2. Logiciel BL2D-V2	5
5.3. Logiciel BLSURF-V2	6
5.4. Logiciel BLMOL	6
5.5. Logiciel Medit	6
5.6. Logiciel GAMHIC3D	6
5.7. Logiciel GHS3D-V3	6
5.8. Logiciel YAMS	7
6. New Results	7
6.1. Maillage surfacique avec prise en compte des lignes de courbure maximale	7
6.2. Détection automatique des singularités géométriques et remaillage surfacique	7
6.3. Linéarisation des courbes	8
6.4. Maillage adaptatif en grande déformation avec endommagement	9
6.5. Maillage surfacique transcarreaux	10
6.6. Écoulements dans un bâtiment	10
6.7. Reconstruction de surface à partir d'un nuage de points	11
6.8. Construction de maillage anisotrope en trois dimensions	12
6.9. Site de données	13
6.10. Génération automatique de maillages hexaédriques, Hexotic	13
7. Contracts and Grants with Industry	14
7.1. Distene	14
7.2. DASSAULT AVIATION	14
7.3. LECTRA	14
8. Dissemination	15
8.1. Participation à des colloques, séminaires, invitations	15
8.2. Enseignement	15
9. Bibliography	16

1. Team

Responsable scientifique

Paul Louis George [DR]

Responsable permanent

Patrick Laug [CR]

Assistante de Projet

Maryse Desnous [TR (en commun avec Macs, Bang et Cosivie)]

Personnel Inria

Éric Saltel [DR]

Conseiller scientifique

Olivier Pironneau [Professeur, Université Paris 6]

Collaborateurs extérieurs

Houman Borouchaki [Professeur, Université de Technologie de Troyes]

Pascal Frey [Professeur, Université Paris 6]

Frédéric Hecht [Professeur, Université Paris 6]

Loïc Maréchal [Distene (anciennement Simulog Technologies) puis Ingénieur Expert]

Bijan Mohammadi [Professeur, Université Montpellier]

Chercheur post-doctorant

Julien Villard

Chercheurs doctorants

Larvi Debiane [Université Montpellier]

Cécile Dobrzynski [Université Paris 6]

Boris Cléménçon [UTT]

2. Overall Objectives

Une branche importante des sciences de l'ingénieur s'intéresse aux calculs des solutions d'équations aux dérivées partielles très variées (en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en modélisation de problèmes thermiques, ...) par la méthode des éléments ou des volumes finis. Ces méthodes utilisent comme support spatial des calculs un maillage du domaine sur lequel les équations sont formulées. Par suite, les algorithmes (de construction) de maillages occupent un rôle important dans toute simulation par la méthode des éléments ou des volumes finis d'un problème modélisé en équations aux dérivées partielles. En particulier, la précision, voire la validité, des solutions calculées est liée aux propriétés du maillage utilisé comme support [16].

Le projet GAMMA a été créé en 1996. Les thèmes du projet regroupent un ensemble d'activités concernant les points indiqués ci-dessus, en particulier, l'aspect génération automatique de maillages afin de construire les supports utilisés par la méthode des éléments ou des volumes finis. Sont également étudiés les aspects post-traitement et visualisation des résultats issus de tels calculs [17].

L'évolution de la demande en termes de génération automatique de maillages implique une évolution des méthodes classiques de création de maillages vers des méthodes permettant de construire des maillages contrôlés. Les maillages doivent donc être soit isotropes, le contrôle portant sur des tailles souhaitées, soit anisotropes, le contrôle portant à la fois sur des directions et des tailles selon ces dernières.

Le développement d'algorithmes de maillages gouvernés sert de support naturel à la conception de boucles de maillages adaptatifs qui, via un estimateur d'erreurs *a posteriori*, permettent de contrôler la qualité des solutions.

Ces préoccupations amènent à considérer le problème du maillage des domaines de calculs en eux-mêmes tout comme celui du maillage ou du remaillage des courbes et surfaces, frontières de ces domaines.

La taille, en termes de nombre de nœuds, des maillages nécessaires pour certaines simulations, amène à travailler sur la parallélisation des processus de calculs. Cette problématique conduit à s'intéresser à l'aspect parallélisation au niveau des processus de génération des maillages plutôt qu'au niveau des algorithmes de maillages proprement dits.

Simultanément, le volume des résultats obtenus dans de telles simulations, nécessite d'envisager le post-traitement de ces résultats en parallèle ou par des méthodes appropriées.

Enfin, de nombreux problèmes partent de saisies scanner (ou autre système discret) des géométries à traiter et demandent d'en déduire des maillages de surfaces aptes à être, par la suite, traités par les méthodes classiques (de remaillage, d'optimisation, de calculs).

Les objectifs du projet Gamma consistent à étudier l'ensemble des points mentionnés ci-dessus afin de rendre automatique le calcul de la solution d'un problème donné avec une précision imposée au départ. Par ailleurs, certaines des techniques utilisées dans les problématiques de maillage sont utilisables dans d'autres disciplines (compression d'images, etc.).

3. Scientific Foundations

3.1. Introduction

La construction d'algorithmes de maillages fait appel à un ensemble de disciplines scientifiques incluant notamment la géométrie euclidienne, différentielle, discrète ou, dans une certaine mesure, algorithmique. Par ailleurs, les aspects de complexité d'algorithme, minimisation des ressources mémoire et les problèmes de précision numérique sont pris en compte.

3.2. Méthodes de génération maillage

3.2.1. Méthode de type Delaunay

Une partie de la base théorique des méthodes de maillage de type Delaunay est fournie par l'ensemble des résultats relatifs aux méthodes de triangulation de Delaunay [15], étendues et revues dans le cadre du maillage, l'aspect triangulation (de l'enveloppe convexe d'un nuage de points) ne représentant qu'une faible part de l'algorithmique à mettre en place. De nouveaux problèmes se posent en effet qui concernent les triangulations *contraintes* (bien résolus en deux dimensions, moins clairs en trois dimensions), la façon de construire les points internes aux domaines (non convexes) considérés, les méthodes d'optimisation et, plus généralement, la définition de ce qu'est un maillage acceptable pour une application de type éléments ou volumes finis [19].

Par ailleurs, l'approche développée en deux dimensions et en trois dimensions se prête à une extension *anisotrope*. Un mailleur de type Delaunay anisotrope en trois dimensions a des applications dans les problèmes où des directions sont à privilégier (mécanique des fluides avec présence de chocs, de couches limites, ...). En deux dimensions, on retrouve le même type d'applications et, de plus, une méthode qui s'applique à la construction de maillages pour les surfaces paramétrées. En effet, par définition, la géométrie d'une surface est intrinsèquement de nature anisotrope (rayons de courbure).

3.2.2. Méthode frontale

En deux dimensions, la méthode frontale est une méthode bien connue et utilisée depuis longtemps [18]. Un front initial est formé par les arêtes composant la discrétisation des frontières du domaine considéré. Partant d'une de ces arêtes, un point est choisi ou construit puis connecté avec celle-ci pour former un triangle. Le front est alors mis à jour et le même processus est poursuivi tant que le front n'est pas vide. En trois dimensions [20], cette méthode pose un certain nombre de difficultés liées en particulier au fait qu'il n'existe pas de théorie permettant de définir à coup sûr un algorithme efficace et convergent.

Les problèmes de convergence de l'algorithme, de validité et de qualité des maillages générés sont résolus de manière satisfaisante en se basant sur un maillage de fond et en utilisant des structures de données géométriques adaptées.

3.2.3. Autres méthodes

D'autres méthodes de génération de maillages existent. Une méthode importante est basée sur une utilisation "détournée" des structures de données en arbre, telle que le PR-quadtrees. Le domaine est immergé dans une boîte. Celle-ci est divisée de manière récursive en cellules selon une structure d'arbre de façon à vérifier un certain critère (ou test d'arrêt). Les cellules terminales servent alors de support à la création des éléments du maillage [22].

3.2.4. Géométrie algorithmique

La géométrie algorithmique [21], [15], ou du moins des parts importantes de celle-ci, donne des indications théoriques qui, revues ou bien interprétées, permettent, dans une certaine mesure, de définir des outils utiles au développement de nombreux algorithmes utilisables dans le contexte de la génération de maillage.

Les questions générales concernant les structures de données, les algorithmes de base (tri, recherche, ...) et la complexité des algorithmes trouvent naturellement leur place dans nos activités.

Toutes les études sur les triangulations de Delaunay donnent, dans une certaine mesure, des résultats utilisables dans les méthodes de maillage. Parmi ceux-ci, les preuves d'existence ou non de solution indiquent s'il peut être envisagé de chercher des algorithmes dérivés des résultats abstraits ou s'il convient de s'orienter vers des algorithmes qui, quoique de nature plus heuristique, sont, en général, nettement plus efficaces.

3.3. Méthodes d'adaptation de maillage

Dans une simulation numérique par des méthodes d'éléments ou de volumes finis, la qualité en forme et en taille des éléments du maillage support est importante, en raison de son effet sur la précision des solutions numériques et sur la convergence du schéma numérique utilisé lors du calcul [16], [23]. L'adaptation des maillages au comportement physique du phénomène étudié est un moyen de réduire les temps de calcul et d'améliorer la précision des résultats numériques¹. La génération du maillage est alors gouvernée par ces résultats pour obtenir un nouveau maillage mieux adapté au phénomène physique modélisé.

Le principe de base pour gouverner un algorithme de construction de maillage est la notion de *longueur unité*, qui permet de piloter la méthode de façon à construire des arêtes de cette longueur. Cette longueur unité est mesurée dans le champ de métriques correspondant au problème étudié. Ce champ se traduit par une carte de spécifications de tailles ou de directions et de tailles liées, d'une part, à l'analyse des solutions du problème traité via un estimateur d'erreurs approprié et, d'autre part, à des contraintes de nature géométrique.

L'idée pour l'adaptation est alors d'utiliser des algorithmes de maillage gouvernés en les insérant dans une boucle de calculs. Chaque pas de la boucle comprend une phase de génération de maillage, une phase de résolution pour trouver la solution correspondante, une phase d'analyse de cette solution et, si besoin est, le processus complet est répété jusqu'à obtention d'une solution de précision donnée (au sens de l'estimateur d'erreur).

3.4. Définition géométrique

3.4.1. Surfaces analytiques et discrètes

En trois dimensions, les domaines à mailler sont généralement des volumes définis via leurs frontières (surfaces), elles-mêmes définies de façon analytique ou discrète.

Dans le premier cas (analytique), une équation de la surface est en général disponible sous forme explicite (parfois issue d'une forme implicite). Un premier exemple est fourni par les surfaces moléculaires, composées de portions de sphères et de tores modélisables par des équations explicites. Un autre exemple est fourni par les systèmes de CAO, qui proposent généralement deux types de représentation pour une surface donnée, implicite (CSG) ou explicite (B-Rep).

¹Le critère d'adaptation est basé sur un estimateur d'erreurs *a posteriori* et le résultat de l'analyse est traduit en termes de métriques associées aux noeuds du maillage support du calcul.

Dans le second cas (discret), on peut citer les reconstitutions 3D à partir de données volumétriques ou de points, ou encore les maillages dont les déformations géométriques proviennent d'un calcul mettant en œuvre la méthode des éléments finis par exemple.

Un cas intermédiaire est celui des surfaces définies par une grille structurée de points, dont une représentation analytique peut être obtenue par interpolation.

3.4.2. Analyse d'une géométrie

Les problèmes de maillage de surfaces nécessitent l'analyse de la qualité, en un sens à préciser, des maillages construits. L'analyse des surfaces paramétrées (définies via un espace paramétrique) ou discrètes (définies via un maillage) conduit à chercher des estimateurs fiables quantifiant les écarts de ces surfaces aux maillages censés les approcher.

3.4.3. Structures de données

Les maillages sont construits en vue d'applications de type éléments ou volumes finis (bien que d'autres applications soient envisageables, visualisation et réalité virtuelle en particulier). Par suite, il est nécessaire de définir des structures de données appropriées permettant la communication entre le mailleur et les autres étapes d'un processus de calcul.

Réaliser une boucle de calculs adaptatifs ou encore mener ce type de travail en parallèle (pour pouvoir traiter des maillages de plusieurs dizaines ou centaines de millions d'éléments) implique que la définition de ces structures de données permette l'accès aux différentes informations utiles (communication entre processeur, transfert de données, liens avec la géométrie, etc.).

4. Application Domains

4.1. Panorama

Keywords: *adaptation et contrôle d'erreurs, réalité virtuelle, résolution d'EDP, élément fini.*

Tout calcul par éléments ou par volumes finis, dans une certaine mesure, utilise comme support spatial un maillage. Ce dernier sert à discrétiser le domaine où le problème est formulé en l'approchant par l'union des éléments formant son maillage. Par suite, toute simulation numérique via ces méthodes nécessite la construction d'un maillage. Par ailleurs, les maillages de surfaces ont des applications autres, en particulier, en visualisation et en réalité virtuelle (animation, compression d'image, etc.).

4.2. E.D.P. et éléments ou volumes finis

Les applications sont ici les applications classiques indiquées ci-dessus. On trouve donc naturellement des applications en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en électromagnétisme, en modélisation de transferts thermiques, en micro-electronique, en chimie, etc.

4.3. E.D.P. et adaptation

L'adaptation de maillage couplée aux estimateurs d'erreurs permet d'envisager de faire, au niveau industriel, des calculs avec un contrôle automatique d'erreurs. On trouve déjà, en statique pour la mécanique du solide, des produits basés sur ce type de techniques. Le but est évidemment d'étoffer les plages d'utilisation en abordant les cas dynamiques et des problèmes physiques plus compliqués (non-linéaires, en particulier).

4.4. Maillage des surfaces

Mailler les surfaces est un pré-requis fondamental pour aborder le maillage des domaines tridimensionnels. En effet, les mailleurs automatiques de tels volumes utilisent, en général, le maillage de leur frontière comme donnée. De plus, la qualité de ce maillage de surface conditionne, dans une large mesure, la qualité du maillage tridimensionnel construit. Par ailleurs, les maillages de surfaces permettent le rendu réaliste des géométries

de celles-ci en minimisant, selon certains critères, le nombre d'éléments assurant ce rendu. Les techniques de décimation, par exemple, rendent possible la construction de maillages de tailles différentes (en nombre d'éléments) mais d'aspect visuel identique selon le point d'observation (plus on s'éloigne, moins le maillage est riche en éléments). L'effet immédiat est la rapidité de l'affichage.

5. Software

5.1. Introduction

La diffusion des logiciels issus des travaux de recherche du projet Gamma est effectuée, à ce jour, de deux façons. La plupart des logiciels en deux dimensions sont accessibles à tous (sauf pour usage commercial) tandis que les autres logiciels, pour le cas des surfaces et en trois dimensions en particulier, font l'objet de diffusion ou de transfert au travers d'accords précis de nature scientifique ou de type commercial.

Pour la diffusion des autres logiciels (non présents sur ce site), existants ou à venir, l'Inria et Distene (anciennement Simulog Technologies), en collaboration étroite, proposent différentes solutions permettant des mises à disposition, des évaluations, des transferts de technologie ou des ventes (sous des formes adaptées).

Les différents logiciels (ensemble de programmes autonomes) ou modules (ensemble de programmes à intégrer dans un logiciel) sont présentés par ordre alphabétique dans le tableau 1 et dans la description rapide qui suit. Pour plus de détails, voir :

<http://www-rocq1.inria.fr/gamma/cdrom/projs/gamma/logiciel-fra.htm>

Table 1. Tableau des logiciels et des modules.

Nom	Dimension	Disponibilité
BL2D-V2	2D	transfert
BLSURF-V2	3D surfacique	transfert
BLMOL	3D surfacique	transfert
Medit	toutes dim.	domaine public
GAMANIC3D	3D volumique	transfert
GAMHIC3D	3D volumique	transfert
GHS3D	3D volumique	transfert
YAMS	3D surfacique	transfert

5.2. Logiciel BL2D-V2

Keywords: *adaptation de maillage, anisotrope, géométrie variable, isotrope, maillage, quadrilatère, triangle, élément P 1, élément P 2, élément Q 1, élément Q 2.*

Participants: Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

Le logiciel BL2D-V2 génère des maillages dans le plan, isotropes ou anisotropes, et peut être intégré dans un schéma adaptatif de calcul (notamment par éléments finis). Par rapport à la version V1, il offre de nombreuses possibilités nouvelles : méthode frontale, triangles quadratiques courbes, quadrilatères de degré 1 ou 2, frontières déformables, allocation dynamique de mémoire, etc.

La méthode de maillage est de type Delaunay ou frontale. Dans ce dernier cas, la génération des points internes suit une logique frontale, tandis que leur connexion est réalisée comme dans une approche Delaunay classique. L'obtention de quadrilatères est faite par appariement. La construction directe d'éléments de degré 2 est rendue possible via le contrôle du maillage des frontières du domaine, de façon à assurer la compatibilité

désirée. Les nœuds milieux frontières sont placés en fonction de l'abscisse curviligne. Les nœuds milieux internes sont obtenus par un processus d'optimisation.

5.3. Logiciel BLSURF-V2

Keywords: *adaptation de maillage, anisotrope, isotrope, maillage de surface, quadrilatère, triangle, élément P 1, élément P 2, élément Q 1, élément Q 2.*

Participants: Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

Le logiciel BLSURF-V2 permet le maillage de surfaces composées de carreaux paramétrés. Plusieurs types de carreaux ont été prédéfinis (sphériques, cylindriques, toriques, de Bézier, B-spline et NURBS). Ce mailleur surfacique est basé sur une méthode indirecte. On maille les domaines des paramètres puis on reporte ces maillages sur la surface en assurant la compatibilité au niveau des interfaces. Les maillages dans \mathbf{R}^2 sont gouvernés par les propriétés géométriques des carreaux et sont, en général, anisotropes. Les techniques utilisées sont les mêmes que dans le logiciel BL2D-V2 (que ce code utilise en partie). La différence essentielle entre les versions V1 et V2 est un module permettant de construire des maillages trans-carreaux (*patch independent*) ou de simplifier les maillages tout en augmentant leur qualité.

5.4. Logiciel BLMOL

Keywords: *maillage, surface moléculaire.*

Participants: Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

Une part grandissante de la chimie quantique est consacrée aux surfaces moléculaires. Pour modéliser une telle surface, chaque atome est idéalisé par une simple sphère. Il est alors possible de définir différents types de surfaces moléculaires, notamment la *surface de Van der Waals* (VWS), la *surface accessible au solvant* (SAS) et la *surface exclue au solvant* (SES), encore appelée surface de Connolly. Le but du logiciel BLMOL est de mailler ces surfaces en se conformant à certains critères de qualité. En particulier, des spécifications de tailles doivent être respectées et les éléments doivent être aussi réguliers que possible.

5.5. Logiciel Medit

Keywords: *visualisation de maillages, visualisation scientifique.*

Participants: Pascal Frey [correspondant, UPMC], Eric Saltel.

Medit est un environnement graphique (sous OpenGL) permettant de visualiser de manière interactive des maillages de grandes tailles (2D, 3D et surfaces) et des informations associées (champs de solutions, entités spécifiques). Les développements récents ont principalement concernés la visualisation stéréoscopique des maillages et des solutions ainsi que l'animation de particules sur des champs vectoriels.

5.6. Logiciel GAMHIC3D

Keywords: *maillage isotrope contrôlé, triangulation automatique, tétraèdre.*

Participants: Houman Borouchaki, Paul Louis George [correspondant], Frédéric Hecht, Éric Saltel.

GAMHIC3D est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface. Ce module est une extension du module GHS3D au cas d'un problème de maillage contrôlé. On se donne en effet une *carte de métriques isotrope* (des tailles) définie de manière discrète aux sommets d'un *maillage de fond*. Le but est alors, partant d'un maillage de la frontière du domaine réputé conforme vis-à-vis de la carte spécifiée, de construire un maillage volumique correspondant conforme à cette même carte.

GAMANIC3D est le pendant *anisotrope* de GAMHIC3D.

5.7. Logiciel GHS3D-V3

Keywords: *maillage, triangulation automatique, tétraèdre.*

Participants: Paul Louis George [correspondant], Frédéric Hecht, Éric Saltel, Houman Borouchaki.

GHS3D, alias TetMesh-GHS3D, est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface. Notons que ce module est déjà intégré dans la plupart des codes commerciaux existants proposés par les éditeurs de logiciels en CFAO.

5.8. Logiciel YAMS

Keywords: *décimation, maillage de surface, optimisation, simplification.*

Participant: Pascal Frey [correspondant, UPMC].

YAMS est un logiciel destiné au remaillage adapté des maillages de surfaces. La donnée est une triangulation de surface, sur laquelle sont appliquées des modifications topologiques (bascules d'arêtes) et géométriques (bougé de points, création/suppression de sommets). Le but est d'obtenir un maillage simplifié (ou enrichi) correspondant à une carte de tailles donnée (de nature géométrique et/ou physique). Ce module a été diffusé, à ce jour, dans plusieurs codes commerciaux. Il est, par ailleurs, accessible en ligne.

6. New Results

6.1. Maillage surfacique avec prise en compte des lignes de courbure maximale

Participants: Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki, Boris Cléménçon.

Les lignes caractéristiques sur une surface sont divisées en deux catégories : les lignes caractéristiques géométriques et les lignes caractéristiques physiques. Les lignes caractéristiques géométriques permettent de bien représenter la "forme" de la surface. Ces lignes sont constituées des lignes de "cassure géométrique" (discontinuité C1), des lignes de courbure maximale et des lignes asymptotiques. Le seul tracé de ces lignes sur la surface donne une bonne vision de l'aspect géométrique de celle-ci. Dans le contexte de la génération de maillages surfaciques, la présence de ces lignes dans le maillage est en partie une garantie sur la qualité géométrique de l'approximation quelle que soit la taille des éléments du maillage. Dans le cas des surfaces composées de carreaux paramétrés, ces lignes peuvent être calculées de manière analytique. Dans le cas des surfaces discrètes (définies à partir d'une réunion de grilles régulières de points ou à partir d'un maillage géométrique de visualisation), ces lignes sont approchées à partir des équations différentielles géométriques donnant localement leurs directions.

Dans une étude préliminaire, nous avons considéré un nombre fini de courbes d'isovaleurs (images des lignes d'isovaleurs dans l'espace des paramètres), distancées mutuellement de manière uniforme. Nous avons déterminé sur chacune de ces courbes, les maxima de courbure. Ces points constituent une cartographie des courbures maximales sur la surface si ces courbes sont des géodésiques. Ainsi, dans certains cas, en reliant les points de courbure maximale suffisamment voisins, nous avons pu obtenir les lignes de courbure maximale. Ceci permet de générer des maillages de qualité sur des surfaces fortement courbées (voir Figure 1). Dans le cas général, pour pouvoir relier ces points critiques, il faudrait considérer un nombre important de courbes d'isovaleurs. Nous comptons poursuivre l'étude en considérant des courbes d'isovaleurs distancées mutuellement de manière adaptée à la géométrie des lignes de courbure maximale recherchées. Ce travail a déjà fait l'objet d'un master et se poursuivra en thèse début 2005.

6.2. Détection automatique des singularités géométriques et remaillage surfacique

Participants: Houman Borouchaki [correspondant], Julien Villard, Patrick Laug.

Le contrôle rigoureux de l'écart entre un maillage surfacique (qui correspond à une approximation géométrique polyédrique de la surface) et la surface réelle est l'une des clés de la modélisation. Cet écart

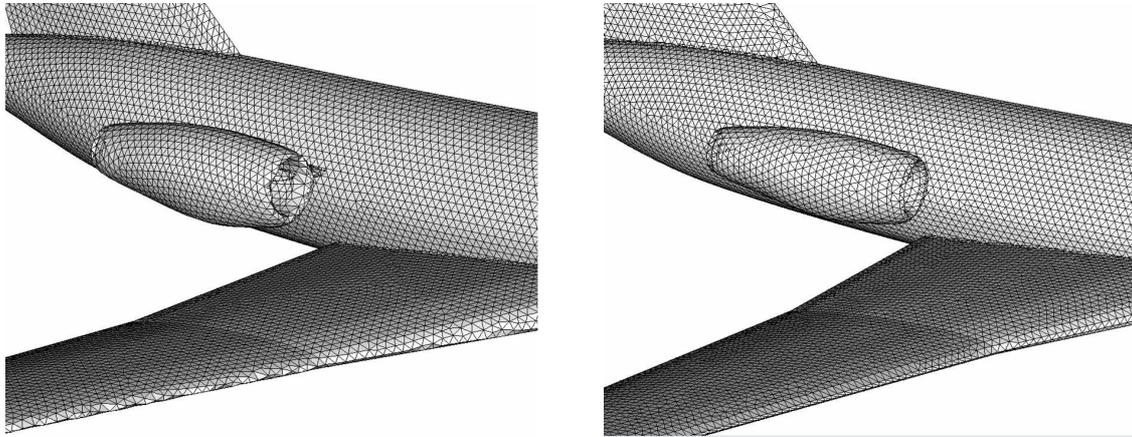


Figure 1. Maillage surfacique sans (à gauche) et avec (à droite) prise en compte des lignes de courbure maximale.

représente pour un élément du maillage à la fois la distance de l'élément à la surface et la plus grande déviation angulaire du plan support de l'élément par rapport aux plans tangents à la surface aux points approchés par l'élément. Cette contrainte est fondamentale car elle permet d'assurer la validité de l'approximation géométrique par rapport à une tolérance donnée. On appelle maillage géométrique, un maillage satisfaisant cette contrainte géométrique.

Nous proposons une méthode de génération de maillages géométriques à partir de la donnée d'un maillage initial de la surface appelé maillage de référence représentant la géométrie de la surface (cf. référence [14] et figure 2). La méthode comprend trois étapes. La première consiste à extraire les singularités géométriques de la surface (arêtes vives et coins) du maillage de référence de la surface. Pour cela, un ensemble initial d'arêtes vives est d'abord identifié suivant un critère d'angle diédral. Puis, cet ensemble est enrichi en appliquant un algorithme de suivi d'arêtes vives par voisinage. La seconde étape concerne la définition d'un support géométrique presque lisse interpolant le maillage de référence. À cette fin, une généralisation de la méthode proposée par Walton et Meek est appliquée. Enfin, dans la troisième étape, le maillage de référence est raffiné de manière adaptative afin de satisfaire un critère géométrique dépendant de la déviation des plans supports des éléments par rapport aux plans tangents aux extrémités des éléments. La procédure de raffinement est définie de manière à éviter la formation d'éléments étirés. La méthode permet aussi, entre autres, de transformer un maillage composé d'éléments linéaires (P^1) en un maillage composé d'éléments quadratiques (P^2).

6.3. Linéarisation des courbes

Participants: Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

La plupart des systèmes de CAO permettent d'extraire la frontière d'un volume donné ou de définir directement une surface 3D. La représentation interne d'une telle *surface composée* est généralement un assemblage de carreaux paramétrés. Les interfaces entre ces carreaux sont généralement des courbes obtenues par jonction ou par intersection de surfaces. Ainsi, ces courbes jouent un rôle fondamental dans la modélisation géométrique des objets tridimensionnels.

Dans le contexte de la méthode des éléments finis, il est nécessaire de discrétiser ces courbes et de mailler ces surfaces composées. Il existe deux grandes classes de méthodes pour construire ces maillages : les méthodes directes (le maillage est généré directement sur la surface dans R^3) et les méthodes indirectes (le maillage est généré dans le domaine de R^2 des paramètres, puis plongé dans R^3). Dans ces deux méthodes, les courbes

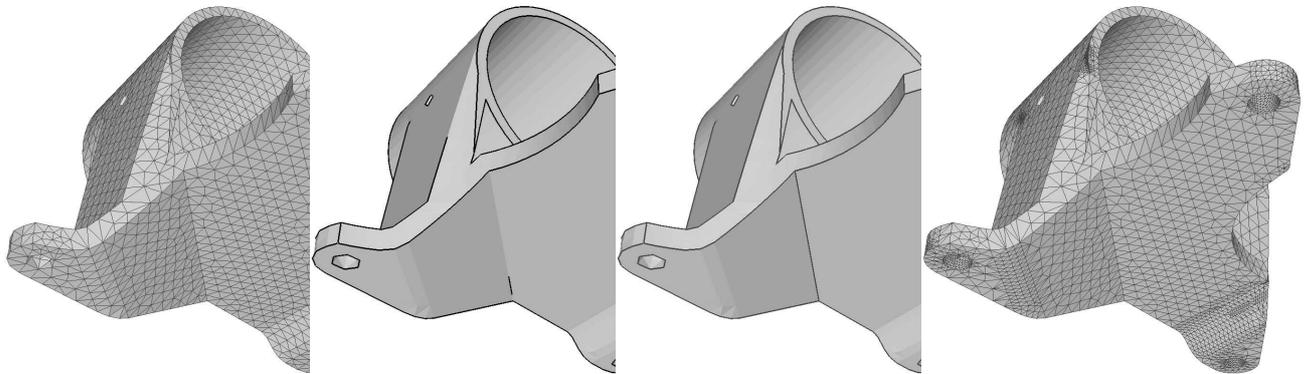


Figure 2. Pièce mécanique : maillage de référence, arêtes vives initialement trouvées, expansion des arêtes vives, et maillage raffiné adapté.

interfaces sont dans un premier temps discrétisées, puis les surfaces sont maillées en s'appuyant sur ces discrétisations.

La discrétisation des courbes est un sujet bien connu dans le domaine de la génération de maillages. Cependant, les méthodes utilisées sont généralement basées sur des longueurs d'arcs (ou abscisses curvilignes) et peuvent être très coûteuses lorsque la représentation analytique des courbes est complexe. D'autres problèmes apparaissent dans le contexte d'une méthode indirecte de maillage, car il est alors nécessaire d'obtenir les images inverses de la courbe discrétisée dans les domaines de paramètres correspondants. Généralement, ce report est effectué par la résolution de systèmes non linéaires représentant les équations analytiques des courbes, ce qui entraîne un manque de robustesse et de rapidité.

Nous avons mis au point une nouvelle méthode de discrétisation des courbes, basée sur la construction préalable de lignes polygonales approchant fidèlement les courbes. En outre, une nouvelle technique de linéarisation permet de faciliter le report de ces discrétisations dans les domaines de paramètres correspondants, évitant ainsi le recours à la résolution de systèmes non linéaires. Ces résultats ont été validés, intégrés dans le mailleur surfacique BLSURF-V2, et publiés dans la revue *Communications in Numerical Methods in Engineering* [4].

6.4. Maillage adaptatif en grande déformation avec endommagement

Participants: Patrick Laug, Houman Borouchaki [correspondant].

Dans de nombreux procédés de mise en forme des matériaux, des pièces mécaniques sont soumises à de grandes déformations plastiques et sont endommagées, volontairement ou non. Une simulation numérique de ces procédés par la Méthode des Éléments Finis exige des techniques de maillage appropriées. En effet, le maillage doit être aussi régulier que possible pour assurer la convergence de la solution, ce qui conduit à des remaillages fréquents du domaine en cours de déformation et d'endommagement. En outre, le maillage doit être adapté pour améliorer la précision de la solution, selon les phénomènes physiques étudiés.

Nous avons proposé une nouvelle approche pour générer ces maillages, en prenant en compte la géométrie des outils et les champs physiques à l'intérieur de la pièce, et en éliminant les éléments totalement endommagés. Ainsi, un remaillage est effectué à chaque pas de temps selon le schéma suivant :

- définition de la nouvelle frontière du domaine ayant subi des déformations ainsi que des endommagements pouvant modifier sa topologie,
- estimation de l'erreur géométrique liée à la forme de la pièce et des outils,

- estimation de l'erreur physique en fonction des contraintes mécaniques, des déformations plastiques et des endommagements,
- spécification de la taille idéale des éléments du maillage à partir des estimations d'erreurs géométriques et physiques précédentes,
- rediscrétisation adaptative de la frontière gouvernée par cette spécification de tailles,
- remaillage adaptatif du domaine gouverné par cette même spécification de tailles.

Cette méthode a été implémentée dans un environnement de calcul comprenant le mailleur adaptatif BL2D-V2 et le solveur ABAQUS/Explicit. Plusieurs communications ont été présentées sur ce thème [6][7][11][12][13]. Un DVD montrant des applications industrielles a également été réalisé.

6.5. Maillage surfacique transcarreaux

Participants: Houman Borouchaki [correspondant], Patrick Laug.

Une approche indirecte a été précédemment proposée pour mailler les surfaces paramétrées. De part sa nature (construction du maillage via les domaines des paramètres), elle ne permet que la génération de maillages "patch dépendant", c'est-à-dire respectant les frontières des carreaux définissant la surface. Ainsi, à chaque élément du maillage (triangle ou quadrilatère) correspond de manière unique un carreau de la surface, et cette associativité est généralement souhaitable au sein d'un système de CAO. Cependant, cette associativité peut aussi entrer en conflit avec la qualité des éléments, par exemple lorsqu'un carreau est de taille inférieure aux tailles requises ou lorsque deux côtés adjacents d'un carreau forment un angle vif. Pour y remédier, une méthode d'optimisation de maillage basée sur des techniques de simplification est introduite. Elle est appliquée *a posteriori* aux maillages résultants de l'approche indirecte. En outre, la méthode préserve partiellement l'associativité avec le système CAO (en particulier les courbes imposées préalablement). Les résultats de ces recherches ont été publiés dans la revue *Engineering with Computers* [2].

6.6. Écoulements dans un bâtiment

Keywords: *advection-diffusion, fluide incompressible, maillage adaptatif, métrique.*

Participants: Cécile Dobrzynski, Pascal Frey [correspondant], Olivier Pironneau.

Le but de cette étude est d'analyser le comportement d'un courant d'air dans un bâtiment. Ce courant d'air résulte essentiellement de la différence de température due à l'orientation Nord-Sud du bâtiment.

On s'intéresse ici à la résolution des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible (l'air ambiant dans notre cas), la densité étant une fonction de la température :

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = \nabla \cdot S - \rho g e_3 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} \nabla \cdot (\rho u) = 0 \end{cases}$$

où S est le tenseur de contrainte, u la vitesse, p la pression, ν la viscosité cinématique, g la gravité et $(\nabla u)_{ij} = u_{ij}$ le gradient de u . Ces équations sont résolues dans un domaine $\Omega \times (0, T_{NS})$, Ω est un ouvert de R^d de frontière $\partial\Omega$, avec les conditions aux limites de Dirichlet, $u = \omega$ sur Γ_1 et de Neumann, $-p + (S.n.n) = F_n$ et $(S.n.s) = F_s$ sur Γ_2 , où $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \partial\Omega$, n et s représentant les normales sortantes et les tangentes, F_n et F_s étant les composantes normales et tangentielles de la "traction". La condition initiale est du type $u(x, 0) = u_o(x)$ avec $\nabla \cdot u_o = 0$ dans Ω . Le solveur utilisé est basé sur une méthode de projection, qui permet de découpler les solutions en u et en p du problème initial en une solution séquentielle de problèmes d'approximation sur v et $p(T)$, qui sont de bonnes approximations de la solution cherchée.

En outre, on cherche à prédire la distribution de température dans la pièce ou le bâtiment. Pour cela, il convient de résoudre l'équation d'advection-diffusion :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = f,$$

où u représente la vélocité de l'air et ν la viscosité cinématique. On impose comme condition initiale $T = T_i$ à $t = 0$ et comme conditions aux limites $T = T_e$, avec des conditions de Neumann sur les bords.

Pour ce type d'application, la méthode des volumes finis n'est pas plus intéressante que celle des éléments finis. Le vrai problème est lié à la précision numérique et aux phénomènes multi-échelles. De ce fait, l'adaptation de maillage est un enjeu majeur de ces simulations numériques.

Une application spécifique concerne le système de refroidissement d'une cheminée de refroidissement de centrale nucléaire (donnée: CEA Cadarache). Le problème est lié ici au taux de refroidissement proprement dit et non à la radioactivité. De ce fait, la géométrie de la pièce correspond à une salle ouverte à son extrémité supérieure munie d'un ventilateur à sa base; l'air froid s'écoule autour du container de combustible radioactif et contribue à abaisser sa température. Bien que l'air froid ait tendance à s'échapper naturellement par la cheminée, un ventilateur est ici ajouté pour accélérer le flux. La Figure 3 montre le maillage initial (généralisé par YAMS) ainsi qu'une coupe du maillage volumique montrant le champ de vitesse dans la cheminée.

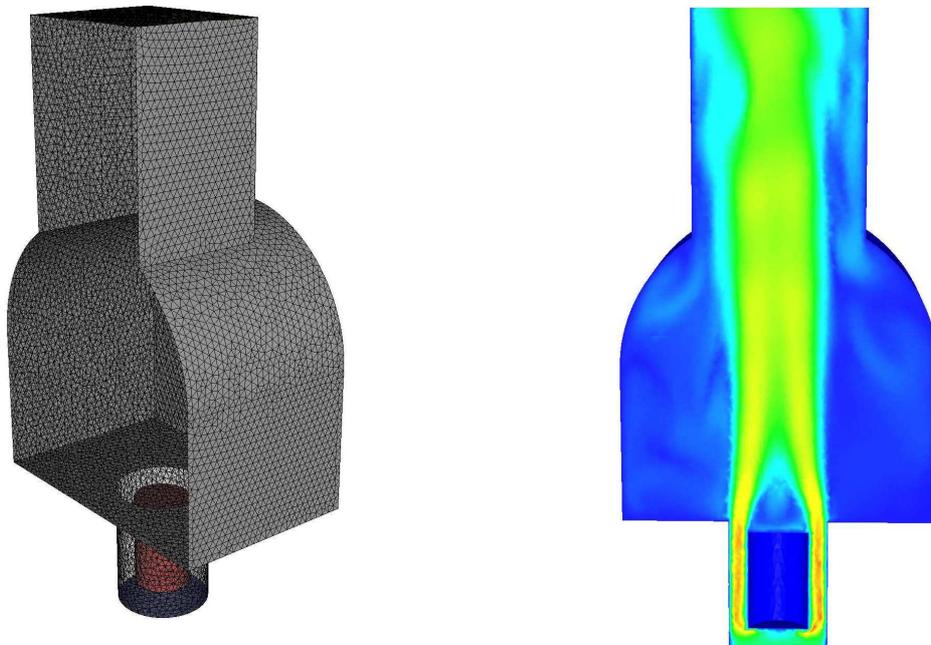


Figure 3. Exemple d'écoulement incompressible dans une cheminée de refroidissement (géométrie: CEA Cadarache).

6.7. Reconstruction de surface à partir d'un nuage de points

Keywords: *maillage de surface, nuage de points, reverse engineering.*

Participants: Houman Borouchaki, Paul Louis George [correspondant], Éric Saltel.

La construction d'un maillage de surface à partir de la donnée d'un nuage de points obtenus par un processus de saisie (scanner, ...) est un problème délicat déjà traité en vue d'autres applications. Les méthodes utilisées, en général, ne conduisent pas à un résultat satisfaisant dans notre cas justifiant cette étude.

Le but est de construire une surface apte à être traitée par les outils “standards” de remaillage et d’optimisation de surfaces et, de ce fait, apte à être le support de calculs. Ces demandes induisent la recherche de propriétés particulières liées, en particulier, aux Éléments Finis. Cette étude poursuit le travail de l’an dernier.

Les méthodes existantes, développées en vue d’autres applications (graphique par exemple), ne nous semblent pas satisfaisantes justifiant de revoir les approches proposées.

La méthode, sur laquelle nous travaillons, débute par la construction d’une triangulation de Delaunay exacte au sens de son dual (le diagramme de Voronoï). Ensuite, une construction simulée de la surface moyenne correspondant à l’objet volumique construit permet de sélectionner, parmi les faces des tétraèdres de la triangulation actuelle, une liste de faces candidates.

Le résultat est une surface le plus souvent trouée (des faces manquent), à variété non uniforme (des faces sont en trop et des arêtes sont communes à plus de deux faces), de mauvais genre, voire non orientable, telle que des sommets sont sur-connectés, ..., et surtout, ne présentant pas les propriétés minimales nécessaires.

La dernière étape de la méthode consiste donc à résoudre tous ces cas afin de construire une surface à la fois régulière, présentant les “bonnes” singularités (coins et arêtes vives, pour des pièces mécaniques en particulier), à variété uniforme (chaque arête interne appartient à deux faces) et, au final, telle que les outils standards de traitement des surfaces s’appliquent sans problèmes particuliers.

Les diverses étapes de cette enchaînement nous ont conduit à :

- réécrire un noyau de Delaunay 3D robuste et rapide (12 millions de tétraèdres à la minute sur un PC),
- écrire des procédures de traitement de plis (entre face),
- exploiter différents critères permettant soit de sélectionner une face, soit de la supprimer, afin de constituer l’ensemble des faces formant la surface cherchée.

Le logiciel, dans son état actuel, reconstruit correctement, et rapidement, une surface appuyée sur les points donnés dans de nombreux cas de difficultés variées. Par contre, certains exemples ne sont pas traités correctement (il reste des trous et, plus préoccupant, l’orientabilité n’est pas assurée). Une suite possible est, par suite, l’orientabilité étant assurée, d’utiliser une méthode “brute force” afin d’obtenir un résultat satisfaisant (on bouche les trous sans utiliser les faces de la triangulation 3D).

6.8. Construction de maillage anisotrope en trois dimensions

Keywords: *adaptation de maillage, estimateur d’erreur, maillage anisotrope, métrique anisotrope.*

Participants: Houman Borouchaki, Paul Louis George [correspondant], Éric Saltel.

La construction d’un maillage simplicial anisotrope d’un domaine arbitraire est un problème relativement nouveau (nous sommes en trois dimensions). Notre méthode de construction utilise un connecteur de type “Delaunay” réécrit dans un contexte anisotrope, définit des points internes selon une métrique discrète anisotrope et, pour finir, réalise une phase d’optimisation de la qualité des éléments en suivant ce champ de métriques. La validation se fait via quelques problèmes de mécanique des fluides de nature industrielle.

Ce mailleur, nommé GAMANIC3D, est le pendant anisotrope du mailleur GAMHIC3D développé auparavant (lui-même étant l’extension adaptée (isotrope) du mailleur classique GHS3D). Il faut noter qu’il n’existe (toujours et encore cette année) pas d’endroit où cette approche générique est considérée, faisant de GAMMA la seule équipe où ce type de mailleur est développé.

Un tel mailleur est basé sur trois types d’algorithmique. Un connecteur de points, une méthode de création des points internes et des méthodes d’optimisation. Chacun de ces points a été étudié et les algorithmes trouvés ont été, au moins dans des versions préliminaires, implémentés. Par ailleurs, après une série de tests de validation menée sur des cas académiques, nous avons poursuivi la validation sur des cas industriels concrets, en mécanique des fluides. Diverses thèses ont contribué à valider ce mailleur.

Le connecteur de points est du type "Delaunay". On a étendu au cas anisotrope la méthode incrémentale classique. Ceci, en bref, revient à évaluer les quantités intervenant dans la construction (des distances essentiellement) dans le champ de métriques anisotropes dont nous disposons.

La création des points internes est, à ce jour, simplifiée en utilisant une simple dichotomie portant sur les arêtes trop longues dans le champ. Ces arêtes sont coupées en deux, tant que. Cette méthode simple (simpliste) nous permet d'avoir un ensemble cohérent et, en particulier, de poursuivre la construction avec le développement des outils d'optimisation qui seront nécessaires.

L'optimisation reprend les techniques classiques par bougé de points et par bascule d'arêtes. L'ensemble de ces outils a été étendu au cas anisotrope et, ceci fait, des stratégies de pilotage des outils locaux ont été étudiées. Dans cet esprit, on a montré que les stratégies classiques n'étaient pas appropriées ce qui a conduit à en utiliser de plus fines.

6.9. Site de données

Keywords: *maillage de surface, site de données.*

Participant: Eric Saltel [correspondant].

Nous avons créé un site pour mettre à disposition les maillages de surface que nous utilisons à des fins de mise au point et de validation de nos logiciels. Par ailleurs, il est possible de construire des scénarios de calculs en combinant des objets sélectionnés dans ce site.

L'adresse du site est :

<http://www-rocq1.inria.fr/Eric.Saltel/download/download.php>

Nous avons créé ce site pour mettre à disposition les maillages que nous utilisons soit à des fins de mise au point ou de validation de nos propres outils soit pour construire des scènes de calcul.

Par ailleurs, les objets du site sont marqués en indiquant si ils sont maillables par GHS3D, si ils sont remaillables par un de nos maillages de surface, si ils sont passés dans un intersecteur de surfaces (correction de surfaces "fausses"), si ils sont reconstruit à partir d'un nuage de points.

Les maillages sont dans leur format initial (.3ds, .obj, .wrl,...) et afin de faciliter leur lecture, ils sont toujours présents dans le format interne .mesh . en vogue à GAMMA.

Plus de 30000 objets sont accessibles directement ou indirectement si le site de provenance n'autorise pas la rediffusion. En 1 an et 1/2 il a eu 350000 downloads ce qui fait une moyenne de 700 downloads par jour.

6.10. Génération automatique de maillages hexaédriques, Hexotic

Keywords: *hexaèdres, maillage, octree.*

Participant: Loïc Maréchal.

Le projet Hexotic vise à mettre au point un algorithme et un logiciel de génération automatique de maillages hexaédriques. Comme le projet butait depuis plusieurs années sur le problème des angles vifs, trop complexes à mailler uniquement à l'aide d'hexaèdres, il a été décidé d'ajouter un petit nombre de pyramides. L'objectif est aujourd'hui la génération de maillages dit "hex-dominants" (contenant plus de 90 % d'hexaèdres).

Le prototype actuel permet de mailler automatiquement des géométries "lisses", c'est à dire, ne contenant pas d'angles aigus. Toutes les arêtes vives étant "lissées", le respect de la géométrie initial est loin d'être parfait sauf pour certaines applications (images issues de scanners dans le bio-médical ou le "reverse engineering", domaines où la définition des données est par nature peu précise).

Ce mode de fonctionnement actuel, qui ne génère que des hexaèdres, sera préservé dans la méthode finale. Mais un mode optionel autorisant l'insertion d'un nombre limité de pyramides (moins de 10 %) devrait permettre une bien plus grande souplesse dans la représentation de géométries minces ou comportant des angles vifs.

Les nouveaux enjeux pour l'année à venir sont :

- l'optimisation des qualités des éléments dans un maillage mixte,

- une parfaite représentation des angles très aigus à l'aide de pyramides, voire de tétraèdres,
- la génération de maillages pseudo-anisotropes dans le cas des géométries minces ou afin de représenter une métrique issue d'un calcul (la mécanique des fluides nécessite de forts facteurs d'étirement de certains éléments).

7. Contracts and Grants with Industry

7.1. Distene

Distene (anciennement Simulog Technologies) est chargée de la diffusion des codes développés initialement dans le projet GAMMA. À ce titre, Distene effectue des opérations de commercialisation et de transfert de technologie de maillages.

Distene s'occupe de la commercialisation des maillages surfaciques (YAMS) et volumiques (GHS3D et GAMHIC3D) et participe à la validation puis à l'industrialisation des codes correspondants. Distene intervient aussi dans la conception du mailleur hexaédrique (Hexotic) via un contrat supportant Loïc Maréchal.

7.2. DASSAULT AVIATION

Participants: P. Laug, H. Borouchaki.

Les demandes croissantes du calcul numérique par éléments finis en aérodynamique imposent la génération de maillage surfaciques et volumiques de plus en plus rapide et automatique. Dans ce cadre, la mise en place chez DASSAULT AVIATION d'un ensemble de méthodologies de maillages constituant une "véritable boîte à outils logicielle" a été indispensable. La coopération avec l'INRIA s'inscrit dans cette logique. Elle se fait suivant deux axes majeurs:

- un axe maillage surfacique automatique (logiciel BLSURF) permettant le respect de caractéristiques géométriques (courbures, discontinuités,...) ou physiques (lignes de mailles schématisant une frontière entre un élément mobile et un élément fixe, ...).
- un axe maillage volumique où les maillages sont considérés comme des objets ou composants. La réunion de deux composants maillage demande l'utilisation d'un mailleur automatique volumique (GHS3D).

7.3. LECTRA

Participants: P. Laug, H. Borouchaki.

Lectra, leader mondial des solutions CFAO hardware et software dédiées aux industries textiles, a lancé en juin 1999 le développement d'un produit de création de patrons plans 2D basés sur des surfaces 3D. Ce produit, nommé DesignConcept3D, utilise le processus suivant :

1. Import de surfaces 3D (Parasolid, IGES, Step, Catia, ...).
2. Maillage de surfaces 3D.
3. Dépliage de surfaces 3D en patrons 2D.
4. Industrialisation de patrons 2D.

Un contrat de partenariat concerne l'intégration des logiciels de maillage BLSURF et de décimation Decimesh (INRIA et UTT) dans le logiciel industriel DesignConcept3D (LECTRA).

8. Dissemination

8.1. Participation à des colloques, séminaires, invitations

- F. ALAUZET, P. FREY, P.L. GEORGE, *Anisotropic Mesh Adaptation for Rayleigh-Taylor instabilities*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July 2004.
- A. CHEROUAT, H. BOROUCAKI, P. LAUG, K. SAANOUNI, *Damage Effect in Metal Forming Processes using Adaptive Remeshing*, The Fourth International Conference on Engineering Computational Technology, ECT 2004, Lisbon, Portugal, Sept. 2004.
- A. CHEROUAT, H. BOROUCAKI, K. SAANOUNI, P. LAUG, *Numerical methodology for metal forming processes using thermo-elastoplastic model with damage occurrence*, The 4th International Forum on Advanced Material Science and Technology, IFAMST 4, Troyes, France, July 2004.
- C. DOBRZINSKI, P. FREY, O. PIRONNEAU, *Numerical Coupling for Air Flow Computation in Complex Architectures*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July 2004.
- P. FREY, *Anisotropic Metric for Mesh Adaptation*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July 2004.
- P. FREY, *Medit: a Free Scientific Visualisation Software*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July 2004.
- L. GIRAUD-MOREAU, H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, P. LAUG, *New Adaptive Remeshing Technique for the Numerical Simulation of Thin Sheet Metal Forming*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July 2004.
- P. LAUG, H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, K. SAANOUNI, *Maillages déformables : remaillage adaptatif pour la mise en forme des métaux*, Congrès national d'Analyse NUMérique, CANUM 2004, Obernai, France, mai-juin 2004.
- P. LAUG, H. BOROUCAKI, *Automatic Remeshing of Deformed and Damaged Structures*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, July, 2004.
- P. LAUG, H. BOROUCAKI, *Improving Surface Meshes using Adaptive Refinement*, The Fourth International Conference on Engineering Computational Technology, ECT 2004, Lisbon, Portugal, Sept. 2004.
- H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, K. SAANOUNI, P. LAUG, *Maillage et remaillage adaptatif pour la mise en forme des matériaux*, Conférence des Utilisateurs ABAQUS, Paris, France, 23 nov. 2004.

8.2. Enseignement

- P. Laug participe au cours *Les langages informatiques du calcul scientifique* à l'École Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci (ESILV).
- P.L. George est intervenu dans le cours GID au CIMNE à Barcelone.
- P.L. George a donné une série de cours à l'école Franco-Espagnole tenue cette année à Cadix.

9. Bibliography

Doctoral dissertations and Habilitation theses

- [1] L. DEBIANE. *Applications de l'adaptation de maillage en mécanique des fluides, traitement d'images et contrôle*, Ph. D. Thesis, Université de Montpellier, 2004.

Articles in referred journals and book chapters

- [2] H. BOROUCAKI, P. LAUG. *Simplification of Composite Parametric Surface Meshes*, in "Engineering with Computers (EWC), Springer-Verlag", vol. 20, 2004, p. 176-183.
- [3] P. GEORGE, H. BOROUCAKI, P. FREY, P. LAUG, E. SALTEL. *Mesh Generation and Mesh Adaptivity: Theories and Techniques*, Encyclopedia of Computational Mechanics, Vol. 1: Fundamentals, E. Stein, R. de Borst, T.J.R. Hughes (editors), chap. 17, Wiley InterScience, 2004, p. 497-523.
- [4] P. LAUG, H. BOROUCAKI. *Curve linearization and discretization for meshing composite parametric surfaces*, in "Communications in Numerical Methods in Engineering (CNME)", vol. 20, 2004, p. 869-876.

Publications in Conferences and Workshops

- [5] F. ALAUZET, P. FREY, P. GEORGE. *Anisotropic Mesh Adaptation for Rayleigh-Taylor instabilities*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", July 2004.
- [6] A. CHEROUAT, H. BOROUCAKI, P. LAUG, K. SAANOUNI. *Damage Effect in Metal Forming Processes using Adaptive Remeshing*, in "The Fourth International Conference on Engineering Computational Technology, ECT 2004, Lisbon, Portugal", Sept. 2004.
- [7] A. CHEROUAT, H. BOROUCAKI, K. SAANOUNI, P. LAUG. *Numerical methodology for metal forming processes using thermoelastoplastic model with damage occurrence*, in "The 4th International Forum on Advanced Material Science and Technology, IFAMST 4, Troyes, France", July 2004.
- [8] C. DOBRZINSKI, P. FREY, O. PIRONNEAU. *Numerical Coupling for Air Flow Computation in Complex Architectures*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", July 2004.
- [9] P. FREY. *Anisotropic Metric for Mesh Adaptation*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", July 2004.
- [10] P. FREY. *Medit: a Free Scientific Visualisation Software*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", July 2004.
- [11] L. GIRAUD-MOREAU, H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, P. LAUG. *New Adaptive Remeshing Technique for the Numerical Simulation of Thin Sheet Metal Forming*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", July 2004.

- [12] P. LAUG, H. BOROUCAKI, A. CHEROUAT, K. SAANOUNI. *Maillages déformables : remaillage adaptatif pour la mise en forme des métaux*, in "Congrès national d'Analyse NUMérique, CANUM 2004, Obernai, France", mai-juin 2004.
- [13] P. LAUG, H. BOROUCAKI. *Automatic Remeshing of Deformed and Damaged Structures*, in "European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland", vol. 1, July 2004.
- [14] P. LAUG, H. BOROUCAKI. *Improving Surface Meshes using Adaptive Refinement*, in "The Fourth International Conference on Engineering Computational Technology, ECT 2004, Lisbon, Portugal", Sept. 2004.

Bibliography in notes

- [15] BOISSONNAT, J. D. ET YVINEC, M.. *Géométrie algorithmique*, Ediscience, 1995.
- [16] P. G. CIARLET. *Basic Error Estimates for Elliptic Problems*, vol. II, Ciarlet, P. G. and Lions, J. L., North Holland, 1991.
- [17] FREY, P. J. ET GEORGE, P. L.. *Maillages. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [18] A. GEORGE. *Computer implementation of the finite element method*, Ph. D. Thesis, Dep. of Computer Science, Stanford, 1971.
- [19] GEORGE, P. L. ET BOROUCAKI, H.. *Triangulation de Delaunay et maillage. Applications aux éléments finis*, Hermès, 1997.
- [20] R. LOHNER. *Progress in grid generation via the advancing front technique*, in "Engineering with computers.", vol. 12, 1996, p. 186-210.
- [21] PREPARATA, F. P. AND SHAMOS, M. I.. *Computational geometry, an introduction*, Springer-Verlag, 1985.
- [22] SHEPHARD, M. S. AND GEORGES, M. K.. *Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique*, in "Int. J. Numer. Methods Eng.", vol. 32, n° 4, 1991, p. 709-749.
- [23] R. VERFURTH. *A review of a posteriori error estimation and adaptive refinement techniques*, Wiley-Teubner, 1996.