INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

Team Preval

Probabilités, modélisation et évaluation de systèmes

Rocquencourt

THEME BIO

Activity Report

2005

Table of contents

1. Team **1**
2. Overall Objectives **1**
2.1. Introduction 1
2.2. Axes de Recherche 2
2.3. Relations Internationales et Industrielles 2
3. Scientific Foundations **2**
3.1. Préambule 2
3.2. Réseaux et marches aléatoires dans $\mathbf{Z}_+^n$ 2
3.2.1. Méthodes analytiques 3
3.2.2. Classification et théorie constructive des chaînes de Markov dans $\mathbf{Z}_+^n$ 4
3.2.3. Techniques de martingales 4
3.2.4. Systèmes dynamiques 5
3.2.4.1. Réseaux à une classe de clients 5
3.2.4.2. Chaînes aléatoires en interaction 5
3.3. Grands systèmes aléatoires 5
3.3.1. Propagation du chaos 5
3.3.2. Condensation et transition de phase 6
3.4. Réseaux de neurones 6
3.5. Grammaires aléatoires, grammaires de graphes, grammaires quantiques 6
3.6. Complexes aléatoires 7
3.7. Grandes déviations 7
4. Application Domains **8**
4.1. Introduction 8
4.2. Télécommunications 8
4.3. Transports 9
4.4. Modélisation des réseaux chimiques et des structures biologiques 9
5. Software **9**
5.1. Simulateurs 9
5.2. Publicité 9
6. New Results **9**
6.1. Préambule 9
6.2. Méthodes analytiques 9
6.2.1. Équations de type Lotka-Volterra 9
6.3. Réseaux chimiques 10
6.4. Biologie moléculaire 10
6.4.1. Chaos Game Representation et séquences biologiques 10
6.4.2. Représentation en arbre quaternaire de séquences ADN 10
6.4.3. Convergence des moments dans le TLC pour martingales vectorielles et applications statistiques 11
6.5. Enroulements de marches aléatoires et modèles d'exclusion 11
6.6. Systèmes en limite thermodynamique 11
6.6.1. Synchronisation 11
6.6.2. Réseaux de files M/G/1 et réseaux markoviens généraux 12
6.7. Physique statistique 12
6.7.1. Dynamique de systèmes infinis de particules 12
6.7.2. Limite hydrodynamique 12
6.8. Grandes déviations : résultats généraux 13

6.9. Réseaux de transport 13
7. Contracts and Grants with Industry 13
7.1. imara, lara 13
8. Other Grants and Activities 14
8.1. Actions nationales 14
8.1.1. Relations académiques 14
8.1.2. Séminaires 14
8.1.3. Divers 14
8.2. Actions internationales 14
8.2.1. Centre Franco-Russe 14
8.2.2. Comités de programmes et d'édition de revues 14
8.2.3. Relations internationales 15
9. Dissemination 15
9.1. Préambule 15
9.2. Visites de laboratoires 15
9.3. Conférences 15
9.4. Activités universitaires 15
9.5. Thèses 15
10. Bibliography 15

1. Team

Responsable Scientifique
Guy Fayolle [DR]

Assistante de projet
Fatima Mhanni [jusqu'à septembre 2005]
Nicole Loza [à partir de septembre 2005]

Personnel Inria
Arnaud de La Fortelle [X-Ponts détaché par le ministère de l'Équipement]
Jean-Marc Lasgouttes [CR]
Vadim Malyshev [DR jusqu'au 21/05/05]

Collaborateurs extérieurs
Franck Delcoigne [EDF Clamart]
Cyril Furtlehner [Ancien élève de l'ENS, contractuel au LPTMS et à l'École des Mines]
Roudolf Iasnogorodski [Université de Saint-Petersbourg]

Chercheurs doctorants
Peggy Cénac [Boursière Inria]

2. Overall Objectives

2.1. Introduction

L'équipe PREVAL rassemble les membres de l'ex-projet MEVAL. De nouveaux axes de recherche sont en cours de définition, qui concernent notamment les grandes structures issues de la physique, des transports et de la biologie. Naturellement, on vise à utiliser et à développer les compétences et les méthodes mathématiques originales développées antérieurement. Ce rapport est donc le prolongement analytique direct des versions précédentes.

Le but essentiel des travaux est de parvenir à une bonne compréhension du comportement de systèmes aléatoires, d'origines variées (informatique, télécommunications, transports, physique, biologie), par la mise en œuvre de méthodes quantitatives d'évaluation. Deux moyens d'approche sont proposés :

- principalement, l'élaboration et la résolution de modèles mathématiques ;
- à titre complémentaire, la simulation.

Les compétences acquises par l'équipe couvrent largement les domaines liés à la *modélisation stochastique*, point n'étant besoin de rappeler que l'utilisation de la théorie des probabilités s'avère fructueuse dans nombre de branches de la science moderne (physique, économie, sociologie, etc.). L'évolution de la technologie (parallélisme, vitesse, modularité), la complexité et la taille sans cesse croissantes des systèmes ont eu des conséquences importantes :

- d'abord une demande plus forte d'analyse prévisionnelle de performance, afin d'assister les choix de conception ;
- ensuite, un impact considérable sur la théorie (réseaux de files d'attente, graphes et complexes aléatoires, séquences biologiques, etc.).

Les recherches menées sont éclectiques et touchent à des domaines d'applications variés : réseaux téléinformatiques et de transport, physique statistique, réseaux de neurones, graphes et structures aléatoires. L'analyse macroscopique (temporelle et spatiale) de ces divers objets conduit (presque) inexorablement à étudier des processus stochastiques, souvent physiquement pertinents (temps de séjour dans un système, répartition de clients ou de particule, régime stationnaire, etc.). Les thèmes abordés comportent à la fois des aspects méthodologiques et des modèles particuliers. La démarche scientifique est toujours, à partir de problèmes concrets, de proposer des méthodes de portée générale, permettant d'obtenir des résultats quantitatifs sur l'efficacité, la stabilité ou les paramètre de contrôle de telle ou telle structure.

2.2. Axes de Recherche

Depuis une vingtaine d'années, des théories originales sont développées au sein de l'équipe dans les domaines d'expertise suivants.

- Réseaux et marches aléatoires : résolution d'équations fonctionnelles de plusieurs variables complexes ; classification des chaînes de Markov dans des polyèdres avec frontières à l'aide de systèmes dynamiques équivalents ; méthodes de construction de semi-martingales pour déterminer les conditions de stabilité des systèmes.
- Grands systèmes : lorsque la taille ou le volume d'un système augmente (on parle alors de limite thermodynamique), des phénomènes de propagation du chaos ou de transition de phase apparaissent, comme en physique classique.
- Grammaires et complexes aléatoires : on bâtit de nouveaux ponts théoriques entre la physique et l'informatique (chaînes aléatoires, énumération, gravité quantique).
- Grandes déviations : il s'agit d'estimer les probabilités d'événements rares, qui parfois n'en sont pas moins cruciaux ! (ouragan, réacteur nucléaire divergeant, réseau internet en panne). Une exploitation fouillée de la notion d'entropie permet d'obtenir des résultats généraux.

2.3. Relations Internationales et Industrielles

- PREVAL entretient des relations suivies avec les universités de Berkeley, Bielefeld, Cambridge, EURANDOM, Columbia, Moscou, Novosibirsk, Monterey, San Diego.
- L'équipe est également partenaire de IMARA, programme national d'expérimentation de nouvelles technologies pour le transport routier.

3. Scientific Foundations

3.1. Préambule

Keywords: *Chaîne de Markov*, *factorisation*, *file d'attente*, *fonction analytique*, *fonction de Lyapounov*, *grammaire*, *grande déviation*, *limite thermodynamique*, *marche aléatoire*, *modélisation*, *neurone*, *processus stochastique*, *protocole*, *réseau*, *semi-martingale*, *système dynamique*, *transition de phase*.

Le ciment existant entre les diverses activités s'est constitué à partir des champs scientifiques suivants : marches aléatoires (méthodes analytiques, classification), réseaux et grands systèmes, propagation du chaos et physique statistique. On donne ci-après un aperçu de quelques domaines d'expertise du projet, mettant en exergue les techniques originales qui y ont été inventées.

3.2. Réseaux et marches aléatoires dans $\mathbf{Z}_+^n$

Si on choisit l'exemple des systèmes de télécommunications ou de transport, la plupart d'entre eux se laissent modéliser de façon assez réaliste par un ensemble de stations de service, où les serveurs sont les ressources (logiques ou physiques) du système considéré et où les entités circulant entre les stations représentent les requêtes, messages, programmes partageant ces ressources. À un réseau formé de n stations avec plusieurs classes de clients, on pourra souvent associer un processus Markovien vectoriel

$$X(t) = (X_1(t), X_2(t), ..., X_n(t)),$$

$X_i(t)$ décrivant la configuration des clients à la station i au temps t. L'étude de ces processus nécessite, principalement, des outils de deux natures :

- probabiliste, pour trouver les conditions d'existence de régimes stationnaires ;
- analytique, lorsqu'on veut calculer des distributions, estimer des vitesses de convergence ou avoir des équivalents.

Pour des raisons physiques évidentes de positivité des quantités mises en jeu, il appert que les marches aléatoires dans $\mathbf{Z}_+^n$ sont isomorphes à des familles de réseaux comportant n sites. La difficulté majeure provient de l'existence des frontières naturelles.

3.2.1. *Méthodes analytiques*

Participants: Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski, Vadim Malyshev.

Ce thème est fondamental et en perpétuel approfondissement. Lorsque $n = 2$, les sauts étant d'amplitude 1, la détermination de la mesure invariante équivaut souvent à résoudre une équation fonctionnelle de la forme

$$Q(x, y)\pi(x, y) + q(x, y)\pi(x) + \tilde{q}(x, y)\tilde{\pi}(y) + \pi_{00}q_0(x, y) = 0.$$

Il s'agit de trouver des fonctions $\pi(x, y), \pi(x), \tilde{\pi}(y)$, holomorphes dans les régions $|x|, |y| < 1$ et continues dans $|x|, |y| \leq 1$. Ici, $Q, q, \tilde{q}, q_0$ sont des polynômes. En se plaçant sur la courbe algébrique $Q(x, y) = 0$ (en général elliptique), deux approches fondamentales ont été développées, conduisant (par factorisation ou uniformisation) à des formes explicites des solutions.

- Dans [8] est introduit le *groupe* $\mathcal{G}$ de la marche aléatoire, dont l'étude, via les automorphismes de Galois et en uniformisant la courbe algébrique, permet un calcul effectif sous forme de série.
- Dans [3], on se ramène à la résolution d'un problème aux limites de type Riemann-Hilbert-Carleman, pour une fonction d'une variable, posé dans le plan complexe et dont la forme la plus simple s'énonce ainsi : *trouver une fonction analytique dans un domaine simplement connexe $\mathcal{D}$ et satisfaisant une condition sur la frontière $\delta\mathcal{D}$.*

Vers la fin des années 70, cette méthodologie a été reprise avec fruit dans certains laboratoires étrangers (CWI, Université de Newcastle) et elle fait toujours l'objet d'études immédiates ou à long terme (Bell Laboratories, IBM Yorktown Heights, universités d'Ottawa, de Bordeaux, INRIA, etc.). Le livre [4], écrit par les trois auteurs précités, présente une synthèse des principaux résultats, qui est esquissée ci-dessous.

- Liaison avec la géométrie algébrique et le prolongement analytique des fonctions inconnues.
- Lorsque le groupe $\mathcal{G}$ est d'ordre fini, détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour que les solutions soient rationnelles ou algébriques.
- Lorsque $\mathcal{G}$ est d'ordre infini, un problème de factorisation est formulé, dont *l'indice*, calculé analytiquement, donne les conditions d'ergodicité (i.e. pour que les fonctions cherchées n'aient pas de pôle dans le disque unité) ; la représentation des fonctions inconnues est donnée sous forme intégrale, à l'aide de la fonction $\wp$ de Weierstrass.
- Pour le genre 0 (problème posé sur la sphère de Riemann), expression des solutions au moyen des fonctions automorphes.

- Comportement asymptotique des probabilités stationnaires, par une analyse fine de type méthode du col + résidus sur la surface de Riemann sous-jacente.

Toujours en dimension 2, lorsque les sauts à l'intérieur du quart de plan sont non bornés selon les directions cardinales Est, Nord, Nord-Est, certaines généralisations ont été effectuées par J. W. Cohen, vers 1980 à l'université d'Utrecht. Par contre, il n'existe actuellement aucune technique de portée générale à partir de la dimension 3.

Le potentiel des méthodes évoquées ci-dessus est loin d'être épuisé. On citera par exemple :

- la détermination de la *vitesse intrinsèque* de convergence (i.e. invariante par rapport aux perturbations dans un domaine fini), pour des chaînes de Markov dans $\mathbf{Z}_+^2$;
- la description analytique de certaines *frontières de Martin* ;
- des équations fonctionnelles rencontrées en *gravité quantique* ;
- plusieurs problèmes de comptage et d'énumération combinatoire.

3.2.2. Classification et théorie constructive des chaînes de Markov dans $\mathbf{Z}_+^n$

Si les conditions de non explosion ou de non saturation des réseaux ont un intérêt pratique évident, leur caractérisation à l'aide de formules explicites résiste encore souvent à l'analyse, même pour de petites dimensions ($n = 2$ ou 3). On a vu ci-dessus, qu'il est difficile de disposer de la forme analytique de la mesure invariante, voire très vite impossible, sauf dans des cas bien répertoriés, tel celui des réseaux éponymes (Jackson, BCMP), dits à *formes produit* car leur mesure invariante est factorisable. Cependant, il existe maintenant une approche très générale pour obtenir les conditions d'ergodicité de marches aléatoires fortement homogènes dans $\mathbf{Z}_+^n$ ou dans des domaines similaires, qui donne une explication structurelle globale de la situation, en ramenant le problème de l'ergodicité d'une marche dans $\mathbf{Z}_+^n$ à une série de problèmes en dimension $n-1$, par construction de semi-martingales et de systèmes dynamiques (paragraphes suivants). Ces travaux fondamentaux ont reçu un cadre, avec la parution de l'ouvrage [7], dans lequel sont consignés des résultats originaux obtenus depuis une vingtaine d'années, sur la classification détaillée en termes d'ergodicité, de récurrence et de transience. Ce champ de recherches très vivant constitue l'un des points d'ancrage du projet.

3.2.3. Techniques de martingales

Participants: Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski, Vadim Malyshev.

L'idée est de construire des *fonctions de Lyapounov* (FL) idoines, via des techniques de semi-martingales, la difficulté principale étant due à la présence de frontières. Cette approche a été décisive pour la résolution de nombreux problèmes (cf. rapports d'activité antérieurs) :

Fonctions de Lyapounov pour les réseaux En exhibant une FL linéaire par morceaux pour les fameux réseaux de Jackson, on a pu retrouver les équations de conservation de flux liées à l'existence d'un régime stationnaire. Le phénomène intéressant est qu'il est possible d'appliquer cette fonction à des politiques de service ou d'arrivées en groupes, alors que la mesure invariante pour ce système est hors de portée (D. Botvitch et A. Zamyatin à l'Université de Moscou).

Dérives nulles En dimension 2 et 3, lorsque les sauts moyens sont nuls à l'intérieur du cône positif, on a introduit de nouvelles classes de FL, non linéaires (en particulier de la forme $Q^\delta(x,y,z)$, Q étant une forme quadratique ; mais aussi des objets plus complexes faisant intervenir des caractéristiques géométriques). La classification complète des processus peut ainsi être obtenue et il existe des liens directs avec les diffusions.

Stabilité Une série de recherches sur l'intégrabilité de certaines fonctionnelles des temps d'atteinte τ_A d'ensembles compacts A, pour des chaînes de Markov, en collaboration avec S. Aspandiiarov (Université Paris 5) et M. Menshikov. Les moments $E\tau_A^p$ jouent en effet un rôle important dans les théorèmes limites concernant ces chaînes. En liaison avec la théorie du mouvement brownien réfléchi, on donne notamment la valeur critique p_0 maximale, telle que $E\tau_A^p < \infty,\ \forall p < p_0$, lorsque l'espace d'états est $\mathbf{Z}_+^2$. Là encore, les critères donnés reposent sur la construction explicite de semi-martingales et permettent d'étudier le comportement fin de la queue de distribution de τ_A, ainsi que la vitesse de convergence vers le régime stationnaire.

3.2.4. Systèmes dynamiques

Participants: Frank Delcoigne, Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes, Vadim Malyshev.

Comme il est montré dans [9] et [7], il est toujours possible d'associer à une marche aléatoire fortement homogène dans $\mathbf{Z}_+^n$, un système dynamique linéaire par morceaux, dont le champ de vecteurs associé (vitesses) ne dépende que des faces du domaine considéré. Cette propriété est équivalente à *l'approximation d'Euler* en physique statistique : on effectue des changements d'échelle identiques en temps et en espace (disons x/ϵ et t/ϵ) pour se placer dans le contexte de la loi des grands nombres. [Il est utile de remarquer d'emblée que, si certaines vitesses sont nulles, la situation se complique, car elle impose de mélanger la normalisation d'Euler avec celle du théorème central limite (diffusions) et la plupart des problèmes restent alors ouverts]. Ces méthodes, plus profondes que celles dites des *approximations fluides*, sont utilisées et développées pour la résolution de modèles très divers :

3.2.4.1. Réseaux à une classe de clients

Il s'agit principalement des systèmes dits à *polling* (scrutin), où V serveurs partagent leur puissance entre N stations, et des réseaux de files d'attente classiques avec routage Markovien. Un point agréable ici est qu'on peut souvent donner une caractérisation complète du champ de vecteurs, à l'aide de systèmes d'équations linéaires. Pour une large classe de politiques de service, ont été trouvées les conditions de stabilité des systèmes de polling à V serveurs homogènes avec routage Markovien : la condition nécessaire est donnée par un argument direct classique, l'obtention de la condition suffisante reposant sur l'étude d'un modèle fluide associé.

3.2.4.2. Chaînes aléatoires en interaction

On propose diverses lois de stabilisation pour l'évolution stochastique de chaînes modifiables à leurs extrémités gauche ou droite. Cette représentation à base de chaînes est commode et permet de dégager des liens entre des domaines apparemment disjoints : réseaux multiclasses, marches aléatoires sur des groupes (libres non commutatifs, modulaires, graphes, etc.), théorie des champs quantiques en dimension 3, réseaux de neurones, etc. En collaboration avec des chercheurs du LLRS (Univ. de Moscou), a été amorcée la construction d'une théorie décrivant les interactions mutuelles d'un nombre quelconque de chaînes. Elle englobe en particulier les réseaux de files multi-classes de type PAPS (premier arrivé, premier servi) ou DAPS (dernier arrivé, premier servi), et généralise le cadre des marches aléatoires homogènes classiques. Une vision synthétique des objets ci-dessus est donnée dans la section 3.5.

3.3. Grands systèmes aléatoires

Participants: Franck Delcoigne, Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes, Vadim Malyshev.

Schématiquement, on peut dire que la résolution de modèles raisonnablement réalistes (ce vocable étant bien sûr subjectif !) n'est possible que pour les dimensions extrêmes, c'est dire faibles (disons ≤ 3) ou très grandes. Dans ce dernier cas, on parle de systèmes en *limite thermodynamique*, i.e. dont la taille (volume, graphe associé, nombre de nœuds, etc.), représentée par un paramètre N, augmente indéfiniment. S'il y a clairement une analogie avec les systèmes de particules rencontrés en physique, de nouvelles difficultés surgissent par suite de la non homogénéité des composants (sites). Les questions essentielles sont liées aux phénomènes suivants :

3.3.1. Propagation du chaos

Elle existe dans un réseau si, par définition, tout p-uplet de nœuds se comporte, lorsque $N \to \infty$, comme un ensemble de p nœuds indépendants : on peut alors obtenir des renseignements quantitatifs sur la dynamique, l'état stationnaire et les vitesses de convergence. Pour les systèmes à fort degré de symétrie, les techniques utilisées sont issues de la mécanique statistique et dites *à champ moyen* : asymptotiquement, chaque site aura tendance à évoluer comme un processus de saut Markovien non homogène en temps, dont les taux de transition sont déterminés par calcul de la mesure empirique des actions dues aux autres sites, laquelle devient en fait déterministe. Une des difficultés provient de la rencontre d'équations différentielles non linéaires. Nous avons démontré la propagation du chaos pour diverses classes de réseaux (BCMP, *polling*). Quand la dissymétrie est totale, la plupart des problèmes restent encore largement ouverts.

3.3.2. Condensation et transition de phase

Considérons un réseau fermé du type standard BCMP, non symétrique, comportant M clients et N noeuds. On veut trouver des fonctions $M = f(N)$ conduisant, lorsque $N \to \infty$, à un *bon* comportement, autrement dit à une bonne utilisation des ressources disponibles. Cette problématique a de multiples origines : gestion de parcs de véhicules en libre service, réseaux informatiques, etc. À l'aide de facettes fines du théorème central limite, on montre dans [6] que, pour des conditions initiales indépendantes, il y a propagation du chaos, mais différentes situations peuvent se produire :

- les files restent toutes uniformément bornées ;
- certaines files, en nombre peut-être infini, se saturent : on parle alors de *condensation*.

On a ainsi très logiquement introduit une classe de fonctions $f(N)$, dites *critiques*, non nécessairement linéaires, différenciant les zones de *stabilité* et les zones de *saturation*. En outre, la vitesse de convergence vers l'état chaotique est d'ordre $O(f^{-1}(N))$.

3.4. Réseaux de neurones

Participant: Vadim Malyshev.

Globalement, on distingue trois classes de réseaux de neurones : ceux de *Hopfield*, les réseaux *biologiques* et le *perceptron*. Si des progrès concernant l'état stationnaire ont été accomplis par diverses équipes ces quinze dernières années, la dynamique de ces modèles, beaucoup plus délicate, reste encore assez mystérieuse. Sur ce dernier point, plusieurs études significatives ont été menées au sein de l'équipe.

Le modèle de Hopfield (1982), très répandu en mécanique statistique, est caractérisé par le nombre de nœuds N, qui peut tendre vers l'infini, et le nombre d'images p. Lorsque p est arbitraire, la dynamique à température finie est analogue à celle d'une marche aléatoire évoluant dans une union de polyèdres, avec discontinuités aux frontières (comme dans les réseaux de communications !). Les propriétés temporelles locales et globales ont été abordées en analysant les limites fluides obtenues à l'aide de changements d'échelle appropriés. Il a ainsi été montré que le temps pour atteindre un point fixe, à température zéro, est presque sûrement uniformément borné en p, lorsque $p \to \infty$. En ce qui concerne la région des températures finies, il faudra trouver les répartitions spatiales des minima locaux d'énergie et les distributions correspondantes.

La seconde catégorie de réseaux intervient fréquemment en biologie (modèle dit HOURGLASS) pour analyser le fonctionnement de cellules cérébrales. En fait, ils sont assez proches de certains réseaux de files d'attente et ont été étudiés par des techniques d'approximations fluides, conjointement avec l'IPPI de Moscou et l'Université de Lund en Suède. Il s'agissait principalement de décrire des attracteurs, ainsi que leur structure de Gibbs, pour divers types de connexions (asymétriques, aléatoires, d'inhibition et d'excitation, en dimension 2 aux températures extrêmes).

Enfin, la dernière classe de réseaux, analysée en collaboration avec le centre de physique théorique de Luminy, est plus connue des ingénieurs et apparaît comme une généralisation du *perceptron* multi-couches, proposé par Rosenblatt dans les années 60. Le point de vue adopté part d'une représentation sous forme de réseaux *feedforward*, i.e. sans réaction, dont la topologie est relativement simple.

3.5. Grammaires aléatoires, grammaires de graphes, grammaires quantiques

Participant: Vadim Malyshev.

Cette activité vise à développer les liens entre l'informatique et la physique théorique moderne, au delà des réseaux. Un mot dans un alphabet peut être vu comme une file d'attente, dont seules les extrémités sont modifiées de façon aléatoire, les symboles jouant le rôle des clients. Une généralisation immédiate consiste à admettre qu'arrivées et départs de clients puissent avoir lieu à un endroit arbitraire dans la file : il devient alors possible de décrire nombre de nouvelles applications, grâce à la notion de grammaire aléatoire (connue en informatique) et, plus généralement, de *grammaire de graphe*. Ces grammaires conduisent à des constructions géométriques (complexes aléatoires) maintenant très populaires en théorie de la gravité quantique ; elles participent à la modélisation de processus rencontrés en informatique (e.g. machine de Turing, fractales, graphes aléatoires) ; elles décrivent également l'évolution de longues séquence d'ADN en biologie. La dynamique et le comportement stationnaire des objets considérés sont analysés sous un angle nouveau, dans une série d'articles, notamment [23]. Les méthodes probabilistes utilisées sont fortement liées à la physique statistique (perturbations d'opérateurs, changements d'échelle, processus à interaction locale, limite thermodynamique).

On traite également des grandes grammaires de graphes multi-dimensionnelles, selon deux lignes directrices :

- d'abord, en faisant ressortir les propriétés qualitatives de ces objets : croissance asymptotique du nombre de composantes connexes, degré de compacité locale, chaos et phases topologiques, etc.
- Ensuite, en définissant la limite thermodynamique, plus exactement les aspects de dynamique en grappes (*clusters*) sur des configurations infinies. En particulier, on discute des différences entre grammaires de graphes et champs de Gibbs sur les treillis, en introduisant la notion de *complexe infini statistiquement homogène*.

Il est important de noter qu'existe une correspondance naturelle entre grammaires quantiques et systèmes à spins quantiques.

3.6. Complexes aléatoires

Participants: Guy Fayolle, Vadim Malyshev.

Les *complexes* interviennent dans différents domaines : topologie, géométrie, physique, etc. Il existe plusieurs points de vue.

- En mathématiques discrètes, il s'agit surtout de l'énumération de certaines classes de complexes bi-dimensionnels.
- En probabilités, la croissance de certains complexes fait appel à des processus de Markov, parfois non linéaires.
- Enfin, en physique, on s'intéresse à la gravité quantique, plus précisément aux conditions stochastiques laissant invariante la distribution stationnaire de cette gravité. Partant de l'étude théorique de la dynamique, il est possible de donner des résultats sur l'existence et les propriétés de fonctions de corrélations locales en limite thermodynamique.

3.7. Grandes déviations

Participants: Guy Fayolle, Arnaud de La Fortelle.

La théorie des grandes déviations s'intéresse principalement aux événements *rares*. Par exemple, pour un processus $(X_n, n \geq 1)$ prenant ses valeurs dans un espace métrique E et dont les moyennes $\hat{S}_n(\omega) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i(\omega)$ admettent une limite (e.g. les suites de variables i.i.d. ou les chaînes de Markov), on étudie le comportement asymptotique de $\mathsf{P}(\hat{S}_n \in \Gamma)$, où Γ est un borélien de l'espace E. De façon plus générale, il s'agit d'analyser le comportement de certaines familles de distributions dépendant d'un paramètre. Partant du travail fondamental d'Ellis en mécanique statistique, qui considère la mesure empirique d'ordre 2

$$L_n(\omega) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n \delta_{X_i(\omega),X_{i+1}(\omega)} + \delta_{X_n(\omega),X_1(\omega)}\right),$$

il a été montré dans [2] un théorème de Sanov généralisé, valable pour toute chaîne de Markov à espace d'états discret, irréductible mais non nécessairement ergodique. Plus précisément, L_n vérifie le *principe faible de grandes déviations* (PGD) : pour tout ouvert O (resp. fermé K) dans l'ensemble $M_s(E^2)$ des mesures équilibrées, on a

$$\liminf_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \Pr[L_n \in O] \geq - \inf_{A\in O} H(A\|P),$$
$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \Pr[L_n \in K] \leq - \inf_{A\in K} H(A\|P),$$

où la fonctionnelle d'action H est l'entropie relative. On retrouve le principe de moindre action : *pour atteindre un état exceptionnel, un système emprunte la trajectoire de moindre information*. Ce résultat est une amélioration de l'état de l'art, car habituellement les PGD soit supposent la finitude de E, soit imposent sur X une forte condition d'uniformité, qui exclut d'importantes classes de chaînes, notamment les réseaux de files d'attente à sauts bornés. Plusieurs conséquences intéressantes ont été mises en évidence. Ainsi,

$$\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln P^n(x,y) = - \inf_{A\in M_s(E^2)} H(A\|P) = -\alpha, \quad \forall (x,y),$$

la constante α étant nulle pour tout système ergodique. L'équation ci-dessus montre le lien existant entre le PGD et la frontière de Martin (i.e. l'ensemble des fonctions harmoniques), laquelle, dans le cas de transience, rend compte de la façon dont s'effectue la dérive vers l'infini. La plupart des résultats ci-dessus sont généralisables au temps continu et aux processus semi-markoviens, grâce à la notion de générateur empirique développée dans [10]. Il est en outre conjecturé, et vérifié dans plusieurs cas, que le PGD permet généralement d'accéder à l'information sur les queues des distributions stationnaires.

4. Application Domains

4.1. Introduction

Si la section précédente mettait l'accent sur la méthodologie, en liaison avec les processus stochastiques, il faut souligner que l'évolution des problèmes que nous traitons reste souvent guidée par les développements technologiques. Le mot « réseau » évoque aujourd'hui immanquablement les technologies de l'information, mais il couvre une problématique beaucoup plus large. En effet, l'information véhiculée peut avoir des contenus sémantiques aussi variés que le sont communications téléphoniques, transactions boursières, calculs scientifiques, marchandises, énergie, etc. « *Timeo hominem unius libri* », disait Saint-Thomas d'Aquin : de fait peu de domaines sont, par essence, foncièrement étrangers à la modélisation. Nous en énumérons trois, dont l'importance relative varie au fil des temps et qui ont de fortes dépendances mutuelles : Télécommunications, Transports, Biologie et Cinétique chimique.

4.2. Télécommunications

Il s'agit d'un terrain de prédilection pour l'application des outils présentés dans le paragraphe 3.2. De nombreuses études ont été réalisées au sein du projet dès le début des années 1980, certaines dans un cadre contractuel avec le CNET, au moment de l'essor des réseaux à commutation de paquets. Nous citerons, par ordre chronologique :

- l'évaluation de protocoles d'accès et de transmission de données (ALOHA, canal satellite, ETHERNET, etc) ;
- divers problèmes de multiplexage et allocation de ressources dans les réseaux large bande.

4.3. Transports

Ce champ, très actuel et riche en questions difficiles, s'est inséré de façon effective dans nos activités sous l'impulsion du programme PRAXITÈLE (achevé en 1997), qui visait à la conception de nouveaux modes de déplacement en zone urbaine, basés sur l'utilisation de petits véhicules en libre service (cf. sections 6.9 et 7.1). La continuation de PRAXITÈLE est l'action IMARA sur la route automatisée, à laquelle participe l'équipe.

Ainsi, la conception de réseaux de transport constitués de véhicules automatiques (cybercars) *coopératifs* est devenue un enjeu majeur pour les prochaines années et la commission européenne en a fait un axe de recherche stratégique. Des questions fondamentales touchant au comportement de ces systèmes (contrôle centralisé ou distribué, exigences en termes de communications, etc) sont encore mal maîtrisées.

4.4. Modélisation des réseaux chimiques et des structures biologiques

Ce chapitre fait partie des nouveaux axes de recherche de PREVAL. Les résultats partiels déjà obtenus sont décrits dans les sections 6.3 et 6.4.

5. Software

5.1. Simulateurs

Participant: Cyril Furtlehner.

Actuellement, deux prototypes ad hoc ont été développés : l'un étudie des systèmes de véhicules automatiques coopératifs (cf. section 6.9) ; le deuxième simule les déformations de diverses structure aléatoires, de nature biologique ou physique (cf. section 6.5).

5.2. Publicité

À titre d'information, on rappelle que le projet, par l'intermédiaire de M. Badel, a longtemps servi de soutien logistique pour la conception et le développement de QNAP2. Ce logiciel permet la résolution et l'estimation de réseaux de serveurs et de files d'attente très généraux, par calculs mathématiques ou par simulation. Il est intégré dans l'environnement MODLINE, produit réalisé et commercialisé par la société SIMULOG.

6. New Results

6.1. Préambule

Les points énumérés ci-dessous doivent être plongés dans le contexte des sections 3. et 4., bien que les chronologies ne soient pas identiques, certains recouvrements étant par ailleurs inévitables. On a souhaité faire ressortir quelques directions stratégiques, dont ne font plus directement partie les applications réseaux de télécommunications.

6.2. Méthodes analytiques

6.2.1. Équations de type Lotka-Volterra

Participants: Guy Fayolle, Cyril Furtlehner.

L'étude de la convergence des trajectoires de marches aléatoires soumises à des déformations (voir section 6.5) conduit, de façon assez surprenante, à des problèmes variationnels sur des équations de Lotka-Volterra. Il s'agit en particulier, lorsque les courbes dans le plan des phases sont fermées, d'analyser la sensibilité de la période à des conditions initiales données sous forme intégrale. De nouveaux exemples de ces phénomènes sont mis en lumière dans [19], à propos du système connu sous le sigle ABC.

6.3. Réseaux chimiques

Participants: Guy Fayolle, Vadim Malyshev.

Les réseaux chimiques peuvent être vus comme des marches aléatoires non-homogènes en espace, avec sauts non bornés. Ils correspondent souvent à des objets mathématiques plus complexes que ceux issus des réseaux de télécommunications. Certains modèles amorcés en 2004 sont en cours de généralisation.

Dans [13], on spécifie une classe assez simple de systèmes ouverts de réactions chimiques (incluant notamment la cinétique de Michaelis-Menten) pour laquelle il est possible de prouver l'existence de points fixes attractifs.On propose aussi un modèle très élémentaire de réseau biologique. Il s'agit en fait d'un *réseau de réseaux* (i.e. de systèmes fermés de réactions chimiques, dénommés *compartiments*). La seule source de non-réversibilité provient des échanges de matière avec l'environnement, mais aussi entre les compartiments eux-mêmes.

Dans [14], on propose un modèle microscopique de thermodynamique chimique avec des réactions lentes ou rapides, qui inclut le modèle classique de Kac. L'énergie peut être de deux types (chimique ou cinétique) et on analyse sa redistribution sous différentes échelles de temps, pour des systèmes pouvant comporter un nombre infini de particules. Sur un exemple traité en détail, on obtient les principales formules de thermodynamique chimique.

6.4. Biologie moléculaire

6.4.1. *Chaos Game Representation et séquences biologiques*

Participants: Peggy Cénac, Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes.

La CGR (*Chaos Game Representation*) est une méthode qui permet de faire correspondre, à une séquence donnée, une mesure empirique sur l'intervalle $[0, 1]$ ou sur un autre ensemble compact de $\mathbb{R}^d$, $d \geq 1$. Dans [22], on montrait que, pour une séquence d'entrée donnée stationnaire ergodique, la CGR converge vers une mesure limite π, dont on caractérisait la dimension de Hausdorff dans le cas markovien.

On donnait aussi une relation simple verifiée par π dans les cas i.i.d. et markovien, qui conduisait :

- à une généralisation de la notion de *dinucleotide relative abundance* utilisée pour les signatures génomiques ;
- à des tests statistique pour comprendre la structure qualitative d'une séquence aléatoire de symboles dans un alphabet fini (indépendance, chaîne de Markov d'ordre m, etc). Contrairement aux tests classiques, les statistiques employées dépendent de toute l'histoire de la séquence.

Dans [11], on étend les tests de structure à des collections de partitions, afin d'éviter un choix rigide d'une unique partition. Ces tests sont appliqués à des séquences génomiques de plusieurs espèces, aussi bien des parties codantes que non codantes. Dans certains cas (distinction entre partie codante et non codante par exemple), le test basé sur la CGR permet de mieux comparer la structure des séquences. De plus, ces tests sont plus robustes que le test classique de Pearson.

6.4.2. *Représentation en arbre quaternaire de séquences ADN*

Participant: Peggy Cénac.

À partir d'une séquence de lettres, on construit un arbre digital de recherche (*Digital Search Tree*) sur l'ensemble des suffixes de la séquence inversée. L'arbre avec étiquettes numérotées est équivalent à la CGR, alors que l'arbre sans étiquettes correspond à une CGR *normalisée*.

Des résultats sur la hauteur et la profondeur d'insertion existent lorsque les séquences à placer dans l'arbre sont indépendantes les unes des autres. Il s'agit de généraliser ces résultats pour notre représentation, où les séquences à placer dans l'arbre sont fortement dépendantes.

En collaboration avec B. Chauvin, S. Ginouillac et N. Pouyanne, on étudie le cas où la séquence est i.i.d ou markovienne. On montre en particulier que la profondeur d'insertion D_n dans l'arbre d'une lettre à l'instant n, ainsi que la longueur M_n d'une branche choisie aléatoirement dans l'arbre à l'instant n vérifient les convergence en probabilités

$$\lim_{n\to\infty} \frac{D_n}{\log n} = \lim_{n\to\infty} \frac{M_n}{\log n} = \frac{1}{h},$$

où h est l'entropie de la séquence. De plus, on établit également les convergences presque sûres pour les longueurs des branches les plus courtes et les plus longues. Ces convergences presque sûres peuvent aussi s'interpréter comme des résultats de convergence sur les longueurs de plus longues répétitions d'une lettre dans une séquence.

6.4.3. Convergence des moments dans le TLC pour martingales vectorielles et applications statistiques

Participants: Peggy Cénac, Guy Fayolle.

Soit (ξ_n) une suite de variables indépendantes et de même loi, avec $\mathbb{E}[\xi_n] = 0$ et $\mathbb{E}[\xi_n^2] =\sigma^2$. Soit $\Sigma_n = \xi_1 + \cdots + \xi_n$.

Le theorème de la limite centrale presque sûre dit que, pour toute fonction h continue bornée, on a avec probabilité 1

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\log n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} h\left(\frac{\Sigma_k}{\sqrt{k}}\right) = \int_{\mathbb{R}} h(x)dG(x),$$

où G est la mesure gaussienne $\mathcal{N}(0,\sigma^2)$. Ce theorème a aussi été démontré dans un cadre de martingales.

En collaboration avec B. Bercu (UPS Toulouse), on cherche à généraliser ces résultats à un cadre vectoriel, pour des fonctions h non bornées. On a établi de nouvelles propriétés asymptotiques presque sûres pour les puissances de transformées de martingales vectorielles. Ces propriétés permettent d'obtenir des résultats de convergence sur les erreurs de prédiction et d'estimation cumulées, associées à certains modèles de régression linéaire, comme le modèle autorégressif ou le processus de branchement avec immigration.

6.5. Enroulements de marches aléatoires et modèles d'exclusion

Participants: Guy Fayolle, Cyril Furtlehner.

Depuis deux ans, plusieurs études ont été réalisées, qui portaient sur des marches aléatoires évoluant dans le plan ou dans l'espace et soumise à diverses déformations stochastiques (cf. rapport d'activité 2004).

L'article [19] s'inscrit dans cette problématique. On y étudie la limite continue de systèmes diffusifs unidimensionnels, qui décrivent en particulier les déformations stochastiques de courbes discrètes, codées de différentes façons. Ces systèmes constituent des cas particuliers de réactions-diffusions. Un formalisme fonctionnel général est élaboré pour traiter la limite hydrodynamique (cf. section 6.7.2). On s'intéresse également au régime stationnaire, les processus n'étant pas nécessairement réversibles et pouvant alors donner lieu à des états de type non-Gibbs. Un lien est établi entre les propriétés récursives à l'origine des solutions matricielles et les cycles dans un graphe d'états, en introduisant des courants de boucles par analogie avec des circuits électriques. En outre, à l'aide de l'approche fonctionnelle précitée, on établit un lien entre les constantes de structure impliquées dans ces relations de récurrence au niveau discret et les constantes qui apparaissent dans les systèmes de type Lotka-Voltera décrivant la limite fluide des états stationnaires. Finalement, à partir d'un schéma itératif, on obtient le Lagrangien permettant de rendre compte des fluctuations de courants de particules. L'équation de Hamilton-Jacobi qui en découle –et dont on extrait la fonctionnelle de grande déviation– est résolue dans le cas réversible, permettant de retrouver un résultat établi par ailleurs.

6.6. Systèmes en limite thermodynamique

6.6.1. Synchronisation

Participant: Vadim Malyshev.

En collaborarion avec A. Manita (Université de Moscou), on a terminé l'étude de modèles où interviennent des synchronisation temporelles entre N éléments (cellules, processeurs, etc) travaillant à des vitesses différentes. Dans [15], deux classes de particules comportant chacune N_i éléments, $i = 1, 2$, évoluent sur l'axe réel. Une particule de type i peut sauter vers la classe j avec un taux $N_j^{-1}\alpha_{ij}$. Pour ce système, on trouve les transitions de phase du comportement en amas (*clustering* issu des synchronisations), pour différentes échelles de temps $t(N)$, où $N = N_1 + N_2$.

6.6.2. Réseaux de files M/G/1 et réseaux markoviens généraux

Participants: Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes.

Nous avons poursuivi l'analyse de réseaux généraux de grande taille, pour lesquels la mesure invariante n'a pas de forme explicite. Il s'agit de déterminer les conditions de propagation du chaos, en dynamique ou en régime stationnaire, les techniques étant d'ailleurs fort différentes dans les deux cas.

Le premier candidat étudié est le réseau de Jackson ouvert, dans lequel les distributions des temps de service sont arbitraires. En fait, la possible existence du chaos s'avère a priori intimement liée à l'approximation poissonnienne des flux totaux arrivant à chaque file d'attente. Mais rien n'est ici évident, car il est connu que dans la plupart des réseaux à forme produit les flux internes ne sont pas de Poisson, même si chaque file se comporte comme une simple $M/M/1$ avec distribution géométrique.

Une approche basée sur l'analyse spectrale de générateurs infinitésimaux des processus semble prometteuse. Elle a déjà été testée avec succès dans [5]. On étend les méthodes *champ moyen* à certaines fonctionnelles de chaînes de Markov à espace d'états non dénombrable et ne possédant pas de symétrie. Des liens normaux apparaissent avec le théorème central limite pour des variables faiblement dépendantes.

6.7. Physique statistique

6.7.1. Dynamique de systèmes infinis de particules

Participant: Vadim Malyshev.

Soit dans $\mathbf{R}^d$ un système de particules {i} ayant des trajectoires $x_i(t)$. On définit un graphe d'interactions sur un intervalle de temps $[0, T]$, dont les sommets sont les particules. Une arête relie deux particules (i, j) si et seulement si, à un instant $t \in [0, T]$, la distance entre i et j est inférieure à une certaine constante donnée. Il s'agit d'analyser le comportement du graphe. Dans [12], des estimations exponentielles sont obtenues pour les composantes connexes finies. On résout au passage un problème de percolation continue pour des objets géométriques compliqués, formés par les tubes autour des trajectoires des particules.

On étudie le comportement des systèmes de Fermi à haute densité. Dans le cours fameux de physique théorique de Landau-Lifshitz, la question est présentée ainsi : *aux densités élevées, le système de Fermi tend à devenir idéal...*, ce qui veut dire que l'énergie cinétique des particules devient supérieure à leur énergie d'interaction. Dans [16], on donne un cadre mathématique rigoureux à cette image physiquement bien claire.

6.7.2. Limite hydrodynamique

Participants: Guy Fayolle, Cyril Furtlehner.

Il s'agit d'un projet global consacré aux déformations stochastiques de courbes (cf. section 6.5). Les problèmes sont essentiellement posés en termes de processus d'exclusion, le but final étant d'obtenir des équations hydrodynamiques pour ces systèmes, après les changements d'échelle adéquats. Dans [18], on revisite le système ASEP sur le tore $\mathbf{Z}/N\mathbf{Z}$. La suite habituelle des mesures empiriques converge en probabilité, lorsque $N \to \infty$, vers une mesure déterministe, unique solution faible d'un problème de Cauchy. La méthode proposée présente quelques traits nouveaux, laissant espérer des généralisations à des dimensions supérieures. Elle s'appuie sur l'analyse d'une famille d'opérateurs paraboliques, avec calcul au sens des variations. De fait, les variables sont les valeurs prises par une fonction sur un ensemble de points possiblement infini. Des conjectures sont émises pour le système ABC.

6.8. Grandes déviations : résultats généraux

Participant: Arnaud de La Fortelle.

Les années précédentes, on a traité plusieurs cas de réseaux de transport ou de télécommunications, essentiellement équivalents à des marches aléatoires maximalement homogènes dans $\mathbf{R}^n$ ou $\mathbf{Z}^n$.

La démarche générale, développée dans [10], se fonde sur la notion de processus *déviant*, où intervient un principe analogue à celui de la loi dite de moindre action : pour atteindre un état exceptionnel, un système emprunte la trajectoire d'information minimale. Un changement de mesure permet de focaliser sur cette trajectoire et H quantifie l'information. Au delà d'une technique de calcul, on dispose d'une méthode pour mieux appréhender la dynamique des systèmes. On a ainsi pu montrer l'existence d'un PGD pour les chaînes en temps continu, à l'aide de la notion de *générateur empirique*, qui est une extension de la mesure empirique classique.

En utilisant ces outils, on s'est intéressé dans [21] au processus de Yule, qui correspond à une marche spatialement non homogène. Le but est d'obtenir des grandes déviations précises, ainsi que des formules de changement de mesure.

6.9. Réseaux de transport

Participants: Cyril Furtlehner, Arnaud de La Fortelle, Jean-Marc Lasgouttes.

On s'est intéressé dans [20] à un problème de forte importance pratique : la reconstruction et la prédiction de trafic routier à partir de véhicules traceurs. Un algorithme de reconstruction de trafic prévu pour des applications réelles, dans le cadre du projet REACT, est testé numériquement sur un modèle simplifié de files d'attente sur un graphe planaire arbitraire. Les files ont une capacité limitée et un protocole de priorités aux carrefours est défini, visant à reproduire des situations typiques d'encombrement. Des informations concernant l'intensité du trafic sont collectées en temps réel par des véhicules traceurs circulant de façon aléatoire sur le réseau. On obtient ainsi des données moyennes et des corrélations entre liens proches à dates consécutives. L'algorithme de reconstruction, à partir des données temps réel et des données historiques, consiste en une procédure de passage de messages entre les sites d'un nouveau graphe. Ces sites sont en fait les liens du réseau de base, pris à des instants discrets et connectés entre eux en fonction des corrélations obtenues au niveau des carrefours. Les messages permettent de propager positivement et négativement dans le temps l'information et, ainsi, de reconstruire le trafic passé et de donner des prédictions sur le trafic à venir. Sur la base de ce modèle, une analyse de type théorie de l'information propose une limite supérieure de fiabilité en fonction du nombre de vehicules traceurs, le but étant d'évaluer la performance de l'algorithme.

7. Contracts and Grants with Industry

7.1. imara, lara

Le programme Praxitèle, qui avait donné lieu en 1993 à un consortium industriel regroupant l'INRIA, l'INRETS, la CGEA, DASSAULT AUTOMATIQUE, EDF et RENAULT, s'est achevé en Juin 1997. Il a été suivi d'une expérimentation en vraie grandeur dans la région de Saint-Quentin en Yvelines, terminée en 1999 de façon très convaincante. Il s'agissait d'étudier et de promouvoir un nouveau mode de transport public, basé sur l'utilisation de petits véhicules urbains, de préférence électriques, dont le parc serait géré par un système informatique s'appuyant sur un réseau de télécommunications.

La relation contractuelle établie avec PREVAL, issue d'une proposition intitulée *Problèmes de modélisation mathématique pour la conception de réseaux de véhicules électriques à usage collectif*, avait permis de subventionner plusieurs doctorants. Cette thématique a aussi concerné des équipes du centre scientifique franco-russe A. M. Lyapounov.

Actuellement, PREVAL collabore à l'action IMARA. Un protocole d'accord vise à créer un laboratoire commun « La Route Automatisée », en partenariat avec l'École des Mines de Paris, regroupant le CAOR (Centre de robotique de l'ENSMP) et IMARA.

D'un point de vue modélisation, des réflexions récentes ont mis l'accent sur l'utilisation de méthodes issues de la mécanique statistique. Dans cette optique, C. Furtlehner a été financé pendant trois mois par l'ENSMP, comme participant au projet REACT (voir section 6.9).

En outre, A. de La Fortelle œuvre fortement à l'élaboration et au suivi des contrats européens d'IMARA.

8. Other Grants and Activities

8.1. Actions nationales

8.1.1. Relations académiques

Le projet entretient des collaborations plus ou moins étroites avec les centres de recherche suivants :

- Université de Moscou (V. Malyshev) ;
- Université de Saint-Petersbourg (R. Iasnogorodski) ;
- Université de Marne-la Vallée (J. Diebolt) ;
- Université Paul Sabatier, Laboratoire de Statistiques et Probabilités (B. Bercu) ;
- Université Paris 11, LPTMS (A. Comtet et S. Majumdar) ;
- France Télécom R&D, DAC/OAT (J. Roberts) ;
- École polytechnique (C. Graham) ;
- École normale supérieure de Paris (P. Brémaud, B. Derrida, J.-F. Le Gall, G. Ruget) ;
- ENSAE (P. Doukhan) ;
- CEA (C. Godrèche et K. Mallick) ;
- ENSMP (C. Laurgeau).

Cette année a été marquée par le développement de contacts plus étroits avec le LPTMS, le CEA et l'ENSMP.

8.1.2. Séminaires

Le séminaire « Probabilité, Optimisation, Contrôle » a lieu à Rocquencourt, en synergie avec le projet MAX-PLUS. L'organisation, côté PREVAL, en est confiée à A. de La Fortelle.

8.1.3. Divers

G. Fayolle est membre du Conseil Scientifique de l'INRIA.

Arnaud de La Fortelle est membre de la commission *Positionnement Statique et Dynamique* au sein du Conseil National de l'Information Géographique.

8.2. Actions internationales

8.2.1. Centre Franco-Russe

G. Fayolle et V. Malyshev participent aux activités du centre *A. M. Lyapounov*, situé au sein de l'Université de Moscou et officiellement inauguré le 19 Décembre 1993. Ils ont été co-responsables du projet intitulé *Probabilités et analyse de grands réseaux* et ont également organisé plusieurs séminaires. La partie russe comprenait des équipes du LLRS (*Laboratoire d'analyse des grands systèmes*, Université de Moscou) et le *Laboratoire R. Dobrushin* de l' IPPI (*Institut des problèmes de transmission de l'information*, dépendant de L'Académie des Sciences).

8.2.2. Comités de programmes et d'édition de revues

V. Malyshev fait partie du comité éditorial des revues russes *Problems of Information Transmission* et *Fundamental and Applied Mathematics* ; il est également fondateur et éditeur en chef du journal *Markov Processes and Related Fields*, G. Fayolle en étant membre du comité de rédaction.

G. Fayolle est membre du groupe de travail IFIP WG 7.3, qui comprend une centaine de membres élus et représente diverses communautés scientifiques intéressées par la modélisation des systèmes.

8.2.3. Relations internationales

G. Fayolle et V. Malyshev collaborent avec les universités et centres de recherches de Leuven (Belgique), Bielefeld et Braunschweig (Allemagne), Moscou (Département de probabilités de l'université + IPPI de l'Académie des Sciences), EURANDOM (Pays-Bas), Cambridge et Newcastle (Angleterre).

De longue date, l'équipe maintient divers contacts avec les États-Unis (Berkeley, Columbia, Georgia Inst. of Tech., San Diego, Monterey, AT&T) et avec la Russie (Moscou, Novossibirsk, Saint-Petersbourg).

9. Dissemination

9.1. Préambule

Les résultats obtenus dans l'équipe sont régulièrement diffusés dans certains des principaux colloques concernant le domaine et ils font l'objet de conférences et d'invitations dans divers centres de recherche. On ne cite que les éléments les plus marquants.

9.2. Visites de laboratoires

G. Fayolle a été invité à séjourner un mois à l'Institut Mittag-Leffler (Djursholm, Suède) dans le cadre d'un programme scientifique sur la modélisation des systèmes. Il a également reçu des invitations des universités de Moscou, de Newcastle et de Cambridge.

V. Malyshev a été invité en résidence en avril-mai (*fellowship*) au ZIF (*Zentrum für interdisziplinare Forschung*), groupe *Stochastic Modelling in the Sciences*, situé dans l'Université de Bielefeld.

9.3. Conférences

A. de La Fortelle a participé à une table ronde sur les systèmes de transport du futur, lors de l'*ITS World Congress* à San-Fransisco, en novembre, et à cette occasion il a également donné un séminaire devant le IVHATF (*International Vehicle Highway Automation Task Force*).

V. Malyshev a présenté les résultats contenus dans [12], [13], [14] à trois séminaires internationaux qui se sont tenus à Bielefeld : *Stochastic partial differential equations and random media ; Spin glasses and scaling limits in physics ; Microscopic stochastic dynamics in biology and chemistry*.

9.4. Activités universitaires

G. Fayolle a été membre du jury des épreuves orales du concours d'agrégation externe de mathématiques, du 23 juin au 17 juillet 2005.

9.5. Thèses

G. Fayolle est co-directeur avec B. Bercu (Laboratoire de Statistique et Probabilités, université P. Sabatier) de la thèse de P. Cénac, qui a débuté en décembre 2002.

10. Bibliography

Major publications by the team in recent years

[1] S. ASPANDIIAROV, R. IASNOGORODSKI. *General Results on Stationary Measures of Recurrent Countable Markov Chains and their Applications*, in "Bernoulli", 1999.

[2] G. FAYOLLE, A. DE LA FORTELLE. *Large Deviation Principle for Markov Chains in Discrete Time*, in "Problems of Information Transmission", vol. 38, nº 4, 2002.

[3] G. FAYOLLE, R. IASNOGORODSKI. *Two Coupled Processors : The Reduction to a Riemann-Hilbert Problem*, in "Z. Wahrscheinichkeitstheorie verw. Gebiete", vol. 47, 1979, p. 325-351.

[4] G. FAYOLLE, R. IASNOGORODSKI, V. A. MALYSHEV. *Random walks in the Quarter Plane*, Applications of Mathematics, n° 40, Springer-Verlag, 1999.

[5] G. FAYOLLE, J.-M. LASGOUTTES. *Partage de bande passante dans un réseau : approches probabilistes*, 70 pages, Technical report, n° 4202, INRIA, 2001, http://www.inria.fr/rrrt/rr-4202.html.

[6] G. FAYOLLE, J.-M. LASGOUTTES. *Asymptotics and Scalings for Large Product-Form Networks via the Central Limit Theorem*, in "Markov Processes and Related Fields", vol. 2, n° 2, 1996.

[7] G. FAYOLLE, V. A. MALYSHEV, M. V. MENSHIKOV. *Topics in the constructive theory of countable Markov chains*, Cambridge University Press, 1995.

[8] V. A. MALYSHEV. *Marches aléatoires, équations de Wiener-Hopf dans le quart de plan, automorphismes de Galois*, en russe, Éditions de l'Université de Moscou, 1970.

[9] V. A. MALYSHEV. *Networks and dynamical systems*, in "Adv. Appl. Prob.", vol. 25, 1993, p. 140-175.

[10] A. DE LA FORTELLE. *Contribution à la théorie des grandes déviations et applications*, Ph. D. Thesis, École nationale des ponts et chaussées, novembre 2000.

Articles in refereed journals and book chapters

[11] P. CÉNAC. *Test on the Structure of Biological Sequences via Chaos Game Representation*, in "Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology", vol. 4, n° 1, 2005.

[12] V. MALYSHEV. *Dynamical Clusters of Infinite Particle Dynamics*, in "J. of Mathematical Physics", vol. 46, n° 7, 2005.

[13] V. MALYSHEV. *Fixed Points for Stochastic Open Chemical Systems*, in "Markov Processes and Related Fields", vol. 11, n° 2, 2005, p. 337-354.

[14] V. MALYSHEV. *Microscopic Models for Chemical Thermodynamics*, in "J. of Stat. Physics", vol. 119, n° 5/6, 2005, p. 997-1026.

[15] V. MALYSHEV, A. MANITA. *Phase transitions in time synchronization model*, in "Theory of Probability and its Applications", vol. 50, 2005, p. 150-158.

[16] V. MALYSHEV, A. ZAMYATIN. *On large densities in Fermi systems*, in "Mathematical Notes", vol. 78, n° 5, 2005, p. 687-694.

[17] O. PAUPLIN, J. LOUCHET, E. LUTTON, A. DE LA FORTELLE. *Evolutionary Optimisation for Obstacle Detection and Avoidance in Mobile Robotics*, in "Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics", 2005, http://hal.inria.fr/inria-00000495/en/.

Internal Reports

[18] G. FAYOLLE, C. FURTLEHNER. *Stochastic Dynamics of Discrete Curves and Exclusion Processes. Part 1 : Hydrodynamic limit of the ASEP System*, Technical report, n° 5793, INRIA, December 2005, http://www.inria.fr/rrrt/rr-5793.html.

[19] G. FAYOLLE, C. FURTLEHNER. *Stochastic Dynamics of Discrete Curves and Exclusion Processes. Part 2 : Functional Equations and Continuous Descriptions*, Technical report, INRIA, January 2006.

[20] C. FURTLEHNER, A. DE LA FORTELLE, J.-M. LASGOUTTES. *Belief-Propagation Algorithm for a Traffic Prediction System Based on Probe Vehicles*, Technical report, INRIA, January 2006.

[21] A. DE LA FORTELLE. *Yule process sample path asymptotics*, Technical report, n° 5577, INRIA, 2005, http://www.inria.fr/rrrt/rr-5577.html.

Bibliography in notes

[22] P. CÉNAC, G. FAYOLLE, J.-M. LASGOUTTES. *Dynamical systems in the analysis of biological sequences*, Technical report, n° 5351, INRIA, October 2004, http://www.inria.fr/rrrt/rr-5351.html.

[23] V. A. MALYSHEV. *Random Grammars*, in "Russian Math. Reviews", vol. 2, 1998, p. 107-134.