



INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE ET EN AUTOMATIQUE

*Project-Team Gamma*

*Génération Automatique de Maillages et  
Méthodes d'Adaptation*

*Paris - Rocquencourt*

Theme : Computational models and simulation

*Activity*  
*R* *eport*

2009



## Table of contents

<b>1. Team</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Overall Objectives</b> .....	<b>1</b>
2.1. Introduction	1
2.2. Highlights	2
<b>3. Scientific Foundations</b> .....	<b>2</b>
3.1. Introduction	2
3.2. Méthodes de génération maillage	2
3.2.1. Méthode de type Delaunay	2
3.2.2. Méthode frontale	3
3.2.3. Autres méthodes	3
3.2.4. Géométrie algorithmique	3
3.3. Méthodes d'adaptation de maillage	3
3.4. Définition géométrique	4
3.4.1. Surfaces analytiques et discrètes	4
3.4.2. Analyse d'une géométrie	4
3.4.3. Structures de données	4
<b>4. Application Domains</b> .....	<b>4</b>
4.1. Panorama	4
4.2. E.D.P. et éléments ou volumes finis	4
4.3. E.D.P. et adaptation	5
4.4. Maillage des surfaces	5
<b>5. Software</b> .....	<b>5</b>
5.1. Introduction	5
5.2. Logiciel BL2D-V2	5
5.3. Logiciel BLSURF-V3	6
5.4. Logiciel BLMOL	6
5.5. Logiciel Medit	7
5.6. Logiciel GAMHIC3D	7
5.7. Logiciel GHS3D-V3	7
5.8. Logiciel INTERPOL	7
5.9. Logiciel METRIX	7
5.10. Logiciel SHRIMP	8
5.11. Logiciel WOLF	8
5.12. Logiciel YAMS	8
<b>6. New Results</b> .....	<b>8</b>
6.1. Théorie des maillages continus	8
6.2. Une méthode d'adaptation de maillage espace-temps $L^\infty - L^p$ pour le calcul d'écoulements instationnaires	9
6.3. Adaptation de maillage pour les problèmes à géométries mobiles.	9
6.4. Estimations d'erreur a posteriori pour des maillages anisotropes	10
6.5. Reconstruction de la topologie d'une surface CAO	10
6.6. Création et utilisation d'un support géométrique	10
6.7. Prise en compte d'un critère de proximité pour générer des maillages volumiques de qualité	11
6.8. Site de données 3D	11
6.9. Un peu plus de tétraèdres	12
6.10. Hexotic, mailleur hexaédrique libre	12
<b>7. Contracts and Grants with Industry</b> .....	<b>13</b>
7.1. Contrat de partenariat INRIA/EPFL/Dassault Aviation	13
7.2. Contrat de partenariat Dassault Aviation	13

7.3. Projet EHPOC : maillage surfacique	14
<b>8. Dissemination</b> .....	<b>14</b>
8.1. Participation à des colloques, séminaires, invitations	14
8.2. Enseignement	15
<b>9. Bibliography</b> .....	<b>15</b>

## 1. Team

### Research Scientist

Paul Louis George [ Team leader, responsable scientifique, DR ]  
Patrick Laug [ Responsable permanent, DR, HdR ]  
Frédéric Alauzet [ CR ]  
Éric Saltel [ DR, retraité depuis février 2009 ]

### Faculty Member

Houman Borouchaki [ Professeur, Université de Technologie de Troyes, HdR ]

### Technical Staff

Loïc Maréchal [ Ingénieur Expert ]

### PhD Student

Géraldine Olivier [ Université Paris 6 ]  
Erwan Renaut [ Université de Technologie de Troyes ]

### Visiting Scientist

Marco Picasso [ Professeur, EPFL, visiteur de août 2009 à février 2010 ]

### Administrative Assistant

Maryse Desnous [ TR (en commun avec Macs, Bang et Reo) ]

## 2. Overall Objectives

### 2.1. Introduction

Une branche importante des sciences de l'ingénieur s'intéresse aux calculs des solutions d'équations aux dérivées partielles très variées (en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en modélisation de problèmes thermiques, ...) par la méthode des éléments ou des volumes finis. Ces méthodes utilisent comme support spatial des calculs un maillage du domaine sur lequel les équations sont formulées. Par suite, les algorithmes (de construction) de maillages occupent un rôle important dans toute simulation par la méthode des éléments ou des volumes finis d'un problème modélisé en équations aux dérivées partielles. En particulier, la précision, voire la validité, des solutions calculées est liée aux propriétés du maillage utilisé [27].

Le projet GAMMA a été créé en 1996. Les thèmes du projet regroupent un ensemble d'activités concernant les points indiqués ci-dessus, en particulier, l'aspect génération automatique de maillages afin de construire les supports utilisés par les méthodes d'éléments ou de volumes finis. Sont également étudiés les aspects de modélisation géométrique, de post-traitement et de visualisation des résultats issus de tels calculs [28].

L'évolution de la demande en termes de génération automatique de maillages implique une évolution des méthodes classiques de création de maillages vers des méthodes permettant de construire des maillages contrôlés. Les maillages doivent donc être soit isotropes, le contrôle portant sur des tailles souhaitées, soit anisotropes, le contrôle portant à la fois sur des directions et des tailles selon ces dernières.

Le développement d'algorithmes de maillages gouvernés sert de support naturel à la conception de boucles de maillages adaptatifs qui, via un estimateur d'erreurs *a posteriori*, permettent de contrôler la qualité des solutions.

Ces préoccupations amènent à considérer le problème du maillage des domaines de calculs en eux-mêmes tout comme celui du maillage ou du remaillage des courbes et surfaces, frontières de ces domaines.

La taille, en termes de nombre de nœuds, des maillages nécessaires pour certaines simulations, amène à travailler sur la parallélisation des processus de calculs. Cette problématique conduit également à s'intéresser à l'aspect multi-cœurs au niveau des algorithmes de maillages proprement dits.

Simultanément, le volume des résultats obtenus dans de telles simulations, nécessite d'envisager le post-traitement de ces résultats en parallèle ou par des méthodes appropriées.

Par ailleurs, de nombreux problèmes partent de saisies *scanner* (ou autre système discret) des géométries à traiter et demandent d'en déduire des maillages de surfaces aptes à être, par la suite, traités par les méthodes classiques (de remaillage, d'optimisation, de calculs).

Enfin, la maturité de certaines méthodes (victimes de leur succès) conduit les utilisateurs à demander plus et à considérer des problèmes de maillage ou des conditions d'utilisations extrêmes induisant des algorithmes *a priori* inattendus.

Les objectifs du projet Gamma consistent à étudier l'ensemble des points mentionnés ci-dessus afin de rendre automatique le calcul de la solution d'un problème donné avec une précision imposée au départ. Par ailleurs, certaines des techniques utilisées dans les problématiques de maillage sont utilisables dans d'autres disciplines (compression d'images pour ne citer qu'un seul exemple).

## 2.2. Highlights

La thèse de Erwan Renaut de titre "reconstruction de la topologie et génération de maillages de surfaces composées de carreaux paramétrés", décembre 2009.

L'arrêt de l'équipe-projet GAMMA en décembre 2009 et la proposition d'une nouvelle équipe, GAMMA3, commune avec l'UTT, qui doit débiter début 2010.

## 3. Scientific Foundations

### 3.1. Introduction

La construction d'algorithmes de maillages fait appel à un ensemble de disciplines scientifiques incluant notamment la géométrie euclidienne, différentielle, discrète ou, dans une certaine mesure, algorithmique. Par ailleurs, les aspects de complexité d'algorithme, minimisation des ressources mémoire et les problèmes de précision numérique sont pris en compte.

### 3.2. Méthodes de génération maillage

#### 3.2.1. Méthode de type Delaunay

Une partie de la base théorique des méthodes de maillage de type Delaunay est fournie par l'ensemble des résultats relatifs aux méthodes de triangulation de Delaunay, néanmoins étendues et revues dans le cadre du maillage, l'aspect triangulation (de l'enveloppe convexe d'un nuage de points) ne représentant qu'une faible part de l'algorithmique à mettre en place. De nouveaux problèmes se posent en effet qui concernent les triangulations *contraintes* (bien résolus en deux dimensions, moins clairs en trois dimensions, au moins au niveau du codage), la façon de construire les points internes aux domaines (non convexes) considérés, les méthodes d'optimisation et, plus généralement, la définition de ce qu'est un maillage acceptable pour une application de type éléments ou volumes finis [29].

Par ailleurs, l'approche développée en deux dimensions et en trois dimensions se prête à une extension *anisotrope*. Un maillage de type Delaunay anisotrope en trois dimensions a des applications dans les problèmes où des directions sont à privilégier (mécanique des fluides avec présence de chocs, de couches limites, ...). En deux dimensions, on retrouve le même type d'applications et, de plus, une méthode qui s'applique à la construction de maillages pour les surfaces paramétrées. En effet, par définition, la géométrie d'une surface est intrinsèquement de nature anisotrope (rayons de courbure).

### 3.2.2. Méthode frontale

En deux dimensions, la méthode frontale est une méthode bien connue et utilisée depuis longtemps [30]. C'est l'une des toutes premières méthodes capables de traiter des géométries arbitraires. Un front initial est formé par les arêtes composant la discrétisation des frontières du domaine considéré. Partant d'une de ces arêtes, un point est choisi ou construit puis connecté avec celle-ci pour former un triangle. Le front est alors mis à jour et le même processus est poursuivi tant que le front n'est pas vide. En trois dimensions [31], cette méthode pose un certain nombre de difficultés liées en particulier au fait qu'il n'existe pas de théorie permettant de définir à coup sûr un algorithme efficace et convergent.

Les problèmes de convergence de l'algorithme, de validité et de qualité des maillages générés sont résolus de manière satisfaisante en se basant sur un maillage de fond et en utilisant des structures de données géométriques adaptées.

### 3.2.3. Autres méthodes

D'autres méthodes de génération de maillages existent. Une méthode importante est basée sur une utilisation "détournée" des structures de données en arbre, telle que le PR-quadtrees. Le domaine est immergé dans une boîte. Celle-ci est divisée de manière récursive en cellules selon une structure d'arbre de façon à vérifier un critère (ou test d'arrêt). Les cellules terminales servent alors de support à la création des éléments du maillage [33].

### 3.2.4. Géométrie algorithmique

La géométrie algorithmique est apparue, en tant que discipline, vers le milieu des années 80, [32], puis s'est développée au fil des ans, voir par exemple [26]. Dans certains de ses aspects elle semble traiter de sujets assez voisins de ceux rencontrés en maillage, pensons ici aux triangulations. Avec un peu de recul, force est de nuancer le propos. En effet ses apports ont été, sont et restent sans réel intérêt au sens où les problématiques envisagées sont par trop éloignées des problèmes concrets. Il n'en demeure pas moins vrai que l'on persiste à regarder ce que cette discipline pourrait éventuellement apporter aux méthodes et techniques qui nous préoccupent.

## 3.3. Méthodes d'adaptation de maillage

Dans une simulation numérique par des méthodes d'éléments ou de volumes finis, la qualité en forme et en taille des éléments du maillage support est importante, en raison de son effet sur la précision des solutions numériques et sur la convergence du schéma numérique utilisé lors du calcul [27], [34]. L'adaptation des maillages au comportement physique du phénomène étudié est un moyen de réduire les temps de calcul et d'améliorer la précision des résultats numériques<sup>1</sup>. La génération du maillage est alors gouvernée par ces résultats pour obtenir un nouveau maillage mieux adapté au phénomène physique modélisé.

Le principe de base pour gouverner un algorithme de construction de maillage est la notion de *longueur unité*, qui permet de piloter la méthode de façon à construire des arêtes de cette longueur. Cette longueur unité est mesurée dans le champ de métriques correspondant au problème étudié. Ce champ se traduit par une carte de spécifications de tailles ou de directions et de tailles liées, d'une part, à l'analyse des solutions du problème traité via un estimateur d'erreurs approprié et, d'autre part, à des contraintes de nature géométrique.

L'idée pour l'adaptation est alors d'utiliser des algorithmes de maillage gouvernés en les insérant dans une boucle de calculs. Chaque pas de la boucle comprend une phase de génération de maillage, une phase de résolution pour trouver la solution correspondante, une phase d'analyse de cette solution et, si besoin est, le processus complet est répété jusqu'à obtention d'une solution de précision donnée (au sens de l'estimateur d'erreur). Notons que ceci nécessite d'investir dans les solveurs, direction nouvelle dans le projet.

---

<sup>1</sup>Le critère d'adaptation est basé sur un estimateur d'erreurs *a posteriori* et le résultat de l'analyse est traduit en termes de métriques associées aux nœuds du maillage support du calcul.

## 3.4. Définition géométrique

### 3.4.1. Surfaces analytiques et discrètes

En trois dimensions, les domaines à mailler sont généralement des volumes définis via leurs frontières (surfaces), elles-mêmes définies de façon analytique ou discrète.

Dans le premier cas (analytique), une équation de la surface est en général disponible sous forme explicite (parfois issue d'une forme implicite). Un premier exemple est fourni par les surfaces moléculaires, composées de portions de sphères et de tores modélisables par des équations explicites. Un autre exemple est fourni par les systèmes de CAO, qui proposent généralement deux types de représentation pour une surface donnée, implicite (CSG) ou explicite (B-Rep).

Dans le second cas (discret), on peut citer les reconstitutions 3D à partir de données volumétriques ou de points, ou encore les maillages dont les déformations géométriques proviennent d'un calcul mettant en œuvre la méthode des éléments finis par exemple.

Un cas intermédiaire est celui des surfaces définies par une grille structurée de points, dont une représentation analytique peut être obtenue par interpolation.

### 3.4.2. Analyse d'une géométrie

Les problèmes de maillage de surfaces nécessite l'analyse de la qualité, en un sens à préciser, des maillages construits. L'analyse des surfaces paramétrées (définies via un espace paramétrique) ou discrètes (définies via un maillage) conduit à chercher des estimateurs fiables quantifiant les écarts de ces surfaces aux maillages censés les approcher.

### 3.4.3. Structures de données

Les maillages sont construits en vue d'applications de type éléments ou volumes finis (bien que d'autres applications soient envisageables, visualisation et réalité virtuelle en particulier). Par suite, il est nécessaire de définir des structures de données appropriées permettant la communication entre le mailleur et les autres étapes d'un processus de calcul.

Réaliser une boucle de calculs adaptatifs ou encore mener ce type de travail en parallèle (pour pouvoir traiter des maillages de plusieurs dizaines ou centaines de millions d'éléments) implique que la définition de ces structures de données permette l'accès aux différentes informations utiles (communication entre processeur, transfert de données, liens avec la géométrie, etc.).

## 4. Application Domains

### 4.1. Panorama

Tout calcul par éléments ou par volumes finis, dans une certaine mesure, utilise comme support spatial un maillage. Ce dernier sert à discrétiser le domaine où le problème est formulé en l'approchant par l'union des éléments formant son maillage. Par suite, toute simulation numérique via ces méthodes nécessite la construction d'un maillage. Par ailleurs, les maillages de surfaces ont des applications autres, en particulier, en visualisation et en réalité virtuelle (animation, compression d'image, etc.).

### 4.2. E.D.P. et éléments ou volumes finis

Les applications sont ici les applications classiques indiquées ci-dessus. On trouve donc naturellement des applications en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en électromagnétisme, en modélisation de transferts thermiques, en micro-electronique, en chimie, etc.

### 4.3. E.D.P. et adaptation

L'adaptation de maillage couplée aux estimateurs d'erreurs permet d'envisager de faire, au niveau industriel, des calculs avec un contrôle automatique d'erreurs. On trouve déjà, en statique pour la mécanique du solide, des produits basés sur ce type de techniques. Le but est évidemment d'étoffer les plages d'utilisation en abordant les cas dynamiques et des problèmes physiques plus compliqués (non-linéaires, en particulier).

### 4.4. Maillage des surfaces

Mailler les surfaces est un pré-requis fondamental pour aborder le maillage des domaines tridimensionnels. En effet, les maillages automatiques de tels volumes utilisent, en général, le maillage de leur frontière comme donnée. De plus, la qualité de ce maillage de surface conditionne, dans une large mesure, la qualité du maillage tridimensionnel construit.

## 5. Software

### 5.1. Introduction

Dans la thématique où nous nous situons, ne pas développer de logiciels serait une aberration. De même, ne pas les diffuser serait choquant.

Par suite, la diffusion des logiciels issus des travaux de recherche du projet Gamma est un point saillant de notre activité. Elle est effectuée, à ce jour, de deux façons, soit via des accords directs avec des partenaires académiques ou industriels soit via des distributeurs. Ainsi, l'Inria et Distene, en collaboration étroite, proposent différentes solutions permettant des mises à disposition, des évaluations, des transferts de technologie ou des ventes (sous des formes adaptées).

Les différents logiciels (ensemble de programmes autonomes) ou modules (ensemble de programmes à intégrer dans un logiciel) sont présentés par ordre alphabétique dans le tableau 1 et dans la description rapide qui suit. Pour plus de détails, voir :

<http://www-roc.inria.fr/gamma/gamma/Logiciels/index.fr.html>

Table 1. Tableau des logiciels et des modules.

Nom	Dimension	Disponibilité
BL2D-V2	2D	transfert
BLSURF-V3	3D surfacique	transfert
BLMOL	3D surfacique	transfert
Medit	2D/3D	domaine public
GAMANIC3D	3D volumique	transfert
GAMHIC3D	3D volumique	transfert
GHS3D	3D volumique	transfert
INTERPOL	2D/3D	transfert
METRIX	2D/3D	transfert
SHRIMP	2D/3D	transfert
WOLF	2D/3D	transfert
YAMS	3D surfacique	transfert

### 5.2. Logiciel BL2D-V2

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

<http://www-roc.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/bl2d-v2/INDEX.html>

Le logiciel BL2D-V2 génère des maillages dans le plan, isotropes ou anisotropes, et peut être intégré dans un schéma adaptatif de calcul (notamment par éléments finis). Par rapport à la version V1, il offre de nombreuses possibilités nouvelles : méthode frontale, triangles quadratiques courbes, quadrilatères de degré 1 ou 2, frontières déformables, allocation dynamique de mémoire, etc.

La méthode de maillage est de type Delaunay ou frontale. Dans ce dernier cas, la génération des points internes suit une logique frontale, tandis que leur connexion est réalisée comme dans une approche Delaunay classique. L'obtention de quadrilatères est faite par appariement. La construction directe d'éléments de degré 2 est rendue possible via le contrôle du maillage des frontières du domaine, de façon à assurer la compatibilité désirée. Les nœuds milieux frontières sont placés en fonction de l'abscisse curviligne. Les nœuds milieux internes sont obtenus par un processus d'optimisation.

### 5.3. Logiciel BLSURF-V3

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

<http://www-roc.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/blsurf/INDEX.html>

Le logiciel BLSURF est un générateur de maillages surfaciques. Ces derniers peuvent définir la frontière d'un maillage volumique qui est ensuite généré et transmis à un solveur, ou peuvent être transmis directement au solveur. Pour définir une surface tridimensionnelle, les méthodes les plus répandues consistent à placer des points de contrôle à l'aide d'un système de CAO, ou encore à obtenir automatiquement des points d'interpolation à l'aide d'un "scanner ». Dans ces deux approches, la surface est représentée de manière interne par un assemblage de carreaux paramétrés.

La méthode implémentée dans le logiciel BLSURF permet de générer, pour chaque carreau, un maillage qui respecte certaines spécifications de tailles d'éléments et qui approche fidèlement la "géométrie" de la surface. La méthode utilisée, dite indirecte, consiste à mailler les domaines de paramètres (2D) munis d'une métrique adéquate et à appliquer le maillage résultant dans l'espace réel (3D). Les nœuds du maillage sont générés par une méthode frontale ou algébrique, et leur connexion est réalisée par une méthode de Delaunay généralisée. Un maillage conforme est réalisé grâce à une discrétisation préalable des courbes interfaces constituant les frontières communes des carreaux. La méthodologie appliquée (maillage obtenu par assemblage des maillages des carreaux) préserve les contours de chaque carreau, ce qui est généralement souhaité. Cependant, cela risque de provoquer la création de petites arêtes et d'éléments de qualité médiocre. Grâce à une option du logiciel BLSURF, des maillages transcarreaux peuvent être générés par élimination des petites arêtes tout en conservant la géométrie de la surface.

La version V3 de BLSURF, totalement écrite en C afin de faciliter sa portabilité, comprend les fonctionnalités suivantes :

- Transmission des données par mémoire ou par fichier, sur option de l'utilisateur.
- Traitement robuste de la récupération de la topologie (soudage des différents carreaux).
- Détermination par continuité d'une dérivée bien définie pour les points singuliers.
- Intégration complète dans BLSURF du module de simplification DECIMESH (sans génération d'un fichier intermédiaire de maillage).
- Projection des sommets du maillage simplifié sur la surface exacte (les sommets du maillage généré par DECIMESH sont proches de cette surface mais généralement n'en font pas partie).
- Construction d'un support géométrique pour une visualisation rapide de la surface (support également utilisé pour la projection de points sur la surface).
- Maillage en quadrilatères (sans décimation).

### 5.4. Logiciel BLMOL

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

<http://www-roc.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/blmol/index.html>

Une part grandissante de la chimie quantique est consacrée aux surfaces moléculaires. Pour modéliser une telle surface, chaque atome est idéalisé par une simple sphère. Il est alors possible de définir différents types de surfaces moléculaires, notamment la *surface de Van der Waals* (VWS), la *surface accessible au solvant* (SAS) et la *surface exclue au solvant* (SES), encore appelée surface de Connolly. Le but du logiciel BLMOL est de mailler ces surfaces en se conformant à certains critères de qualité. En particulier, des spécifications de tailles doivent être respectées et les éléments doivent être aussi réguliers que possible.

## 5.5. Logiciel Medit

**Participants:** Pascal Frey [correspondant, UPMC], Éric Saltel.

Medit est un environnement graphique (sous OpenGL) permettant de visualiser de manière interactive des maillages de grandes tailles (2D, 3D et surfaces) et des informations associées (champs de solutions, entités spécifiques). Les développements récents ont principalement concernés la visualisation stéréoscopique des maillages et des solutions ainsi que l'animation de particules sur des champs vectoriels.

## 5.6. Logiciel GAMHIC3D

**Participants:** Houman Borouchaki, Paul Louis George [correspondant], Éric Saltel.

GAMHIC3D est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface. Ce module est une extension du module GHS3D au cas d'un problème de maillage contrôlé. On se donne en effet une *carte de métriques isotrope* (des tailles) définie de manière discrète aux sommets d'un *maillage de fond*. Le but est alors, partant d'un maillage de la frontière du domaine réputé conforme vis-à-vis de la carte spécifiée, de construire un maillage volumique correspondant conforme à cette même carte.

GAMANIC3D est le pendant *anisotrope* de GAMHIC3D.

## 5.7. Logiciel GHS3D-V3

**Participants:** Paul Louis George [correspondant], Éric Saltel, Houman Borouchaki.

GHS3D, alias TetMesh-GHS3D (aussi dit "le ghs"), est un module de maillage automatique en tétraèdres d'un domaine défini par une discrétisation (en principe en triangles) de sa surface.

Notons que ce module est déjà intégré dans la plupart des codes commerciaux existants proposés par les éditeurs de logiciels en CFAO.

## 5.8. Logiciel INTERPOL

**Participant:** Frédéric Alauzet [correspondant].

Interpol est un logiciel qui permet de projeter (ou transférer) très rapidement des champs de solutions d'un maillage sur un autre sur des domaines coïncidents ou non-coïncidents. Il autorise différents schémas d'interpolation: polynomial ou conservatif. Il permet aussi d'extraire des solutions sur des droites dans le domaine de calcul.

## 5.9. Logiciel METRIX

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Adrien Loseille [George Mason University, VA, USA].

Metrix est un logiciel qui construit des champs de métriques à partir de solutions ou de maillages et effectue des opérations sur les métriques : gradation, lissage et intersection. Il contient les estimateurs d'erreur pour l'erreur d'interpolation, pour les interfaces et ciblés à une fonctionnelle.

## 5.10. Logiciel SHRIMP

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Adrien Loseille [George Mason University, VA, USA].

Shrimp est un re-numéroteur et partitionneur de domaine rapide basé sur les courbes de Hilbert qui est particulièrement efficace pour les maillages adaptés anisotropes. Il est utilisé pour minimiser les défauts de cache et pour le calcul parallèle. Il permet aussi de faire de l'adaptation de maillage en parallèle avec GAMHIC3D et GAMANIC3D.

## 5.11. Logiciel WOLF

**Participant:** Frédéric Alauzet [correspondant].

Wolf est un solveur mixte Elements-Volumes Finis qui résout les équations d'Euler et de Navier-Stokes compressibles en 2D et 3D sur des maillages simpliciaux. Il utilise une parallélisation innovante basée sur les p-thread pour les machines à mémoire partagée. Il contient aussi un module permettant de calculer le bang sonique d'un mobile dans l'atmosphère.

## 5.12. Logiciel YAMS

**Participant:** Pascal Frey [correspondant, UPMC].

YAMS est un logiciel destiné au remaillage adapté des maillages de surfaces. La donnée est une triangulation de surface, sur laquelle sont appliquées des modifications topologiques (bascules d'arêtes) et géométriques (bougé de points, création/suppression de sommets). Le but est d'obtenir un maillage simplifié (ou enrichi) correspondant à une carte de tailles donnée (de nature géométrique et/ou physique). Ce module a été diffusé, à ce jour, dans plusieurs codes commerciaux. Il est, par ailleurs, accessible en ligne.

# 6. New Results

## 6.1. Théorie des maillages continus

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Adrien Loseille [George Mason University, VA, USA].

Ce nouveau formalisme permet de définir un modèle continu de maillage qui est donné par un espace métrique Riemannien. C'est une avancée majeure car au lieu de travailler sur une maillage discret  $\mathcal{H}$ , objet sur lequel très peu d'opérateurs mathématiques sont disponibles, on travaille directement sur son représentant continu  $\mathcal{M}$  pour lequel de nombreux outils mathématiques sont bien posés. On a pu enfin raisonner mathématiquement sur les maillages et théoriser l'adaptation de maillage. Par exemple, on peut formuler un problème d'optimisation du type:

$$\text{Trouver le meilleur maillage continu } \mathcal{M}_{opt} \text{ tel que } E(\mathcal{M}_{opt}) = \min_{\mathcal{M}} E(\mathcal{M}).$$

Ce problème peut être résolu directement par le calcul des variations ou bien numériquement. Cette dualité discret-continu a même été obtenue pour l'erreur d'interpolation qui initialement est intrinsèquement discrète. On peut directement calculer l'erreur d'interpolation d'une fonction analytique sur un maillage continu sans support discret ! Ce nouveau cadre théorique a permis trois contributions importantes:

- l'adaptation de maillage multi-échelles,
- l'adaptation de maillage ciblée à des fonctionnelles,
- la gradation de maillages anisotropes.

## 6.2. Une méthode d'adaptation de maillage espace-temps $L^\infty - L^p$ pour le calcul d'écoulements instationnaires

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Géraldine Olivier.

La prédiction d'écoulements multi-dimensionnels instationnaires impliquant des discontinuités montre généralement un faible ordre de convergence vers la solution exacte lorsqu'ils sont traités avec des schémas numériques non adaptatifs. Typiquement, cet ordre de convergence est limité au premier ordre ou moins. A contrario, l'utilisation d'une méthode adaptative permet de retrouver la convergence d'ordre élevée, et plus précisément, permet de bénéficier de la propriété de capture précoce: *"une méthode de maillage adaptatif possède la propriété de capture précoce si elle est capable de converger vers les solutions discontinues au même ordre que pour les solutions régulières"*.

On a déjà démontré et illustré cette propriété pour les solveurs numériques d'ordre deux pour les écoulements stationnaires non-visqueux. Ce travail étend cette propriété aux écoulements instationnaires. Retrouver l'ordre deux théorique de convergence pour les problèmes instationnaires repose sur quatre points fondamentaux:

- un contrôle global de l'erreur d'interpolation en norme  $L^p$  (généralement la norme  $L^2$  est choisie) d'un champ de solution représentant l'écoulement,
- l'utilisation de l'algorithme d'adaptation de point fixe instationnaire pour résoudre l'interaction non-linéaire entre le maillage et la solution (le senseur),
- une méthode d'interpolation de solution  $P_1$ -conservative entre deux remaillages,
- et, un critère d'adaptation espace-temps en norme  $L^\infty(0, T; L^p(\Omega))$  pour gérer le maillage espace-temps.

## 6.3. Adaptation de maillage pour les problèmes à géométries mobiles.

**Participants:** Géraldine Olivier [correspondant], Frédéric Alauzet.

Parmi les problèmes réalistes qui intéressent actuellement les industriels, une très large majorité mettent en jeu des géométries mobiles. Il s'agit de problèmes pour lesquels il est absolument indispensable de prendre en compte les mouvements des différents corps les uns par rapport aux autres. Par exemple, pour évaluer l'influence du sol sur l'écoulement fluide autour d'un avion en phase de décollage, pour modéliser le croisement de deux trains dans un tunnel ou encore en turbomachinerie (turbines, turbo-pompes, pistons...).

Notre premier souci a été d'acquiescer les technologies nécessaires pour déplacer les géométries, potentiellement sur de grandes distances. Pour des raisons de précision numérique, nous avons choisi d'adopter une approche *body-fitted*, c'est-à-dire que les surfaces des objets mobiles sont discrétisées par un maillage surfacique et le maillage volumique bouge en temps pour s'adapter au déplacements relatifs des objets. Il s'agit de technologies complexes car la qualité du maillage peut rapidement se dégrader au point de mettre fin prématurément au calcul. Cela est encore plus vrai si l'on souhaite manipuler des maillages fortement anisotropes. Nous avons donc implémenté une méthode originale de résolution d'un problème d'élasticité qui permet de prescrire le déplacement des sommets du maillage volumique de façon plus rapide et efficace.

Dans un second temps, nous avons implémenté les algorithmes de résolution des équations fluides en géométries mobiles écrites dans le cadre ALE (Arbitrary-Lagrangian Eulerian). Il faut souligner que les méthodes ALE n'ont jusqu'à présent été écrites que pour des déplacements de maillage à topologie fixe. Nous avons donc développé un nouveau schéma ALE avec de bonnes propriétés permettant d'utiliser l'opération de bascule d'arête tout en restant cohérent avec le contexte ALE classique. Un gros travail a également été mené pour adapter les techniques classiques de résolution fluide au contexte ALE: écriture des conditions aux limites sous forme faible, adaptation de certains schémas de flux, implémentation de schémas en temps d'ordre élevé respectant la Loi de Conservation Géométrique. Enfin, pour pouvoir faire interagir les corps (rigides pour l'instant) et le fluide environnant, un modèle d'interaction fluide-structure simple a été implémenté.

Un autre axe de recherche concerne l'utilisation des méthodes d'adaptation de maillage anisotrope pour les simulations en géométries mobiles. Pour ce faire, l'algorithme d'adaptation de point-fixe instationnaire en géométrie fixe a été étendu au cas des géométries mobiles. Les métriques qui gouvernent l'adaptation ne sont alors plus attachées à une position de l'espace mais aux sommets du maillage. Cette approche a été testée avec succès en 2D.

#### 6.4. Estimations d'erreur a posteriori pour des maillages anisotropes

**Participants:** Marco Picasso [correspondant], Frédéric Alauzet.

Nous avons introduit un estimateur d'erreur de type "Goal Oriented" pour un problème de Laplace sur des maillages anisotropes [13]. Nous avons démontré que l'erreur était minorée et majorée par l'estimateur, les constantes impliquées étant indépendantes du rapport d'aspect des éléments. Nous envisageons d'étendre ces résultats à des problèmes de convection-diffusion, puis à des problèmes de type Navier-Stokes compressible.

Nous avons proposé un estimateur d'erreur dans la norme  $L^2$  en temps et  $H^1$  en espace pour l'équation des ondes [24]. Les résultats numériques montrent que l'estimateur d'erreur est précis pour des maillages non adaptés. Sur des maillages adaptés, l'erreur due à l'interpolation entre maillages ne peut être négligée. Nous allons utiliser le programme interpol pour calculer exactement cette erreur.

Nous avons étudié plusieurs méthodes permettant d'évaluer numériquement la matrice hessienne à partir de  $u_h$ , solution éléments finis continus  $P1$  d'un problème de Laplace. Nous avons démontré la convergence (ou non-convergence) de ces méthodes. Nous avons procédé à de nombreux essais sur des maillages structurés et non-structurés, isotropes et anisotropes. Les résultats montrent qu'il est difficile de garantir un ordre de convergence, néanmoins l'estimation des dérivées secondes est suffisamment précise pour être utilisées comme critère d'adaptation. Un rapport interne sera déposé avant le départ de Marco Picasso.

#### 6.5. Reconstruction de la topologie d'une surface CAO

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki, Erwan Renaut.

Cette étude s'intéresse au traitement initial d'une surface composée de carreaux paramétrés en vue de son maillage. En effet, générer un maillage d'une surface de ce type requiert la connaissance de l'adjacence au voisinage de chaque carreau, cette information caractérisant la topologie de la surface. Malheureusement, il s'avère que la topologie n'est généralement pas fournie par le système CAO qui a généré la surface. Notre travail a donc consisté à reconstruire la topologie de ces surfaces à partir de l'information géométrique des courbes frontières de chaque carreau. La méthode développée est itérative et propose une recherche de proximité entre courbes frontières à partir des sommets de ces courbes. La proximité entre les frontières des carreaux est alors quantifiée grâce à la mise en place d'un "score" entre deux courbes. Afin de s'assurer de l'obtention d'un squelette topologique complet, une reconstruction des composantes connexes de la frontière de la surface conditionne la fin de la procédure.

Ces recherches constituent une partie de la thèse de E. Renaut, codirigée par P. Laug et H. Borouchaki (Université de Technologie de Troyes). Cette thèse, qui a démarré fin 2006 et a été soutenue fin 2009, a été financée par les projets IOLS et EHPOC du pôle de compétitivité SYSTEM@TIC. Au cours de l'année 2009, le calcul du "score" a été redéfini de manière à rendre l'algorithme très robuste, la reconstruction des composantes connexes de la frontière a été développée, le mémoire de thèse a été publié [4] et une communication a été présentée à ISGG [19].

#### 6.6. Création et utilisation d'un support géométrique

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki, Erwan Renaut.

Les méthodes indirectes de maillage consistent à générer un maillage dans chaque domaine de paramètres 2D afin d'obtenir le maillage 3D désiré via une application  $\sigma$ , en s'appuyant sur la première forme fondamentale de la surface. Ceci suppose de multiples évaluations de l'application  $\sigma$  et de ses dérivées premières, d'où une perte importante de temps de calcul. On constate le même problème lorsqu'il s'agit de projeter un point ou une courbe sur la surface. Nous proposons donc de déconnecter l'opération de génération de maillage de la surface CAO à mailler. Pour ce faire, on définit un "support" géométrique afin d'accélérer le calcul de  $\sigma$  et de ses dérivées. Le support consiste en une triangulation simplifiée de la surface qui se doit de conserver les propriétés de celle-ci. L'erreur commise par cette simplification est contrôlée et garantit la justesse des calculs des dérivées. Pour obtenir des maillages réguliers, l'utilisation dans le support d'éléments linéaires de type  $P^1$  suffit. Une autre catégorie, dite de maillage géométrique, permet d'adapter la taille des éléments en fonction du rayon de courbure minimal local de la surface. Obtenir ce type de maillage exige de prendre en compte la seconde forme fondamentale de la surface et donc de calculer les dérivées secondes de  $\sigma$ . L'utilisation d'éléments quadratiques de type  $P^2$  dans le support autorise la construction de maillages géométriques de qualité. Notons que le support permet aussi de s'affranchir de certains problèmes de dégénérescences des dérivées (nulles ou non définies) liés à la paramétrisation des surfaces.

De nombreuses applications ont été testées courant 2009, détaillées dans une autre partie du mémoire de la thèse de E. Renaut codirigée par P. Laug et H. Borouchaki [4], et présentées à la conférence MASCOT09 [16].

## 6.7. Prise en compte d'un critère de proximité pour générer des maillages volumiques de qualité

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki, Erwan Renaut.

Nous nous intéressons ici à la préparation du maillage surfacique pour le maillage volumique. Dans notre approche, les triangles du maillage surfacique correspondent aux futures faces des tétraèdres qui s'appuient sur la frontière de l'objet. L'aspect des triangles nous renseigne sur la taille et la forme des tétraèdres associés. Localement, il arrive parfois que la taille des triangles de la frontière soit grande devant l'épaisseur de l'objet. C'est notamment le cas lorsque l'on veut mailler l'intérieur d'une plaque mince et que le maillage de la frontière est de type géométrique (c'est-à-dire dont la taille des éléments dépend de la courbure). Si la plaque est parfaitement plate et suffisamment mince, alors les triangles de la frontière sont de grande taille par rapport à l'épaisseur. Il en résulte des tétraèdres aplatis et donc un maillage volumique de mauvaise qualité. Un traitement initial du maillage de la peau de l'objet permet de résoudre le problème. L'idée ici est de réduire la taille des triangles en fonction de l'épaisseur locale de l'objet. L'information concernant l'épaisseur de l'objet est obtenue pour chaque triangle en calculant la distance du triangle à la surface moyenne de l'objet. En effet, la surface moyenne (axe médian en 2D) regroupe l'ensemble des points dont la distance minimale à la surface est simultanément réalisée en deux endroits au moins. On obtient ainsi une carte de taille qui va permettre de remailler, si nécessaire, la frontière. Cette procédure est intégrée dans une boucle d'adaptation de maillage afin de converger progressivement vers les tailles de triangles désirées. Ainsi, la construction du maillage volumique est guidée afin d'améliorer sa qualité.

Cette étude, entièrement menée dans le courant de l'année 2009, est également présentée dans le mémoire de la thèse de E. Renaut codirigée par P. Laug et H. Borouchaki [4]. La figure 1 montre une application industrielle dans laquelle un minimum de deux couches de tétraèdres est requis dans les zones étroites.

## 6.8. Site de données 3D

**Participant:** Éric Saltel [correspondant].

Nous avons consolidé le site mettant à disposition les maillages de surfaces utilisés à des fins de mise au point et de validation de nos logiciels. Par ailleurs, il est possible de construire des scénarios de calculs en combinant des objets sélectionnés dans ce site. L'adresse du site est :

<http://www-roc.inria.fr/gamma/gamma.php>

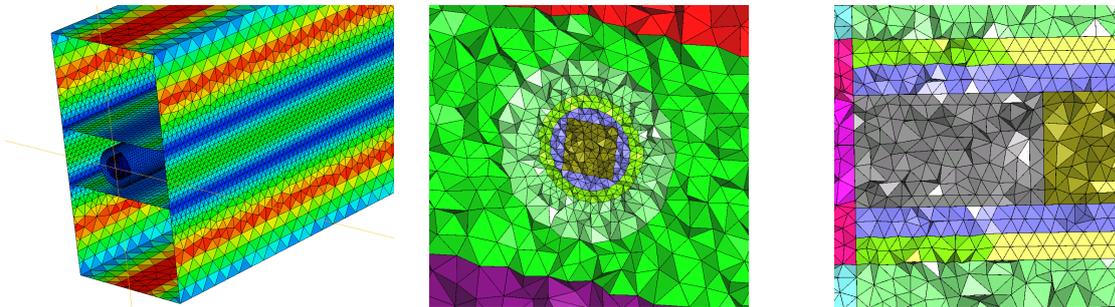


Figure 1. De gauche à droite, maillage surfacique d'une galerie souterraine avec sa carte de tailles, coupes transversale et longitudinale du maillage volumique correspondant.

Les objets du site sont marqués en indiquant s'ils sont maillables par GHS3D, s'ils sont remaillables par un de nos mailleurs de surface, s'ils sont passés dans un intersecteur de surfaces (correction de surfaces "fausses"), ou encore s'ils sont correctement reconstruits à partir du nuage de points correspondant.

Les maillages sont dans leur format initial (.3ds, .obj, .wrl,...) et, afin de faciliter leur lecture, ils sont toujours présents dans le format interne .mesh largement utilisé par l'équipe-projet GAMMA.

Plus de 100 000 objets sont accessibles directement ou indirectement, selon que le site de provenance autorise ou non la rediffusion. Le nombre moyen de téléchargements est de 270 000 par an, soit 700 par jour.

## 6.9. Un peu plus de tétraèdres

**Participants:** Paul-Louis George [correspondant], Frédéric Alauzet, Loïc Maréchal, Adrien Loseille.

Les différents maillages tétraédriques (classique, adaptatif isotrope et adaptatif anisotrope), victimes, en un certain sens de leurs succès, sont utilisés pour traiter des problèmes de plus en plus compliqués. Cette complexité comporte et/ou mélange plusieurs aspects liés à la géométrie, au choc de dimensions, à la taille des maillages à prendre en compte, aux rapports d'anisotropie demandés, ... Bref, on arrive à diverses limites quasiment pas envisageables les années passées et nous avons rencontré des cas de figures a priori surprenants que seules les vraies applications peuvent mettre à jour. Par suite, nous avons été amené à effectuer de profonds changements dans nos codes, changements qui sont soit de nature algorithmique, soit de nature plus directement informatique.

Du point de vue plus informatique, le passage à des réels sur 64 bits et des entiers longs a été réalisé n'ayant nécessité une réécriture complète des i/o, combinant C et Fortran.

Du point de vue plus algorithmique, une nouvelle approche plus robuste a été trouvée (codée et validée) pour le délicat problème du forçage d'une arête dans un maillage tétraédrique. Ce problème, réputé traité (hors pathologies graves!) revient sur le devant de la scène dès lors que l'on considère des surfaces fortement anisotropes avec effet "sandwich".

Quelques intéressantes observations nous ont amené à revoir de fond en comble les méthodes d'optimisation de maillages anisotropes (avec la mise en évidence qu'il est possible de créer des "slivers" en augmentation de qualité!). De même, l'insertion d'un point, en anisotrope, a été entièrement repensée.

Ces changements vont se poursuivre l'année prochaine afin de proposer de nombreuses innovations (voir les sujets proposés par la nouvelle équipe GAMMA3).

## 6.10. Hexotic, meilleur hexaédrique libre

**Participant:** Loïc Maréchal.

Le projet Hexotic vise à mettre au point un algorithme et un logiciel de génération automatique de maillages hexaédriques non-structurés. Il a démarré dans le cadre du projet IOLS et se poursuit dans le projet EHPOC, le tout au sein du pôle de compétitivité Sytem@tic.

Cette année a vu le développement d'un logiciel de prétraitement de maillage de surface afin de donner une épaisseur aux angles vifs en les découpant, ce qui crée une structure très fine (invisible à l'oeil nu) présentant deux angles droits au lieu d'un angle aigu. Cette solution, quelque peu inélégante, permet le traitement de géométries quelconques (au prix d'un grand nombre d'éléments).

Un partenariat avec EDF est en court de montage afin de déterminer les points bloquants avant une intégration en vue d'une utilisation par la D.E.R. Notre but étant cette année de démarrer la diffusion industrielle d'Hexotic.

## 7. Contracts and Grants with Industry

### 7.1. Contrat de partenariat INRIA/EPFL/Dassault Aviation

**Participants:** Frédéric Alauzet, Marco Picasso, Wissam Hassan [EPFL].

Ce contrat se déroule dans le cadre d'une collaboration entre Dassault Aviation, l'EPFL et l'INRIA. L'objectif est de développer des algorithmes de maillage adaptatif anisotrope pour des écoulements transsoniques autour d'un avion. Deux géométries ont été fournies par Dassault Aviation: l'aile ONERA M6 et un avion d'affaire Falcon.

Nous avons déjà effectué des calculs adaptatifs sur l'avion complet, ceci dans le cas d'un écoulement non visqueux (Euler, [9]). Le cas visqueux (Navier-Stokes) est beaucoup plus gourmand en mémoire puisqu'il faut mailler finement la couche limite autour de l'avion. Pour cette raison, nous avons effectué des calculs visqueux sur l'aile ONERA M6 seulement. Des calculs ont montré qu'il est judicieux de garder une couche limite structurée autour de l'avion et de remailler en dehors de cette couche limite. La convergence de l'algorithme a été obtenue avec un calcul WOLF à l'ordre un. Il s'agit maintenant d'étudier l'influence du nombre de points dans la couche limite ainsi que l'épaisseur de la couche limite.

Dans la suite de ce projet nous allons i) implémenter un modèle de turbulence (Spalart-Allmaras) de sorte à pouvoir obtenir des solutions stationnaires à Reynolds élevé ii) développer un algorithme d'adaptation pour piloter le nombre de couches structurées dans la couche limite.

Le schéma d'adaptation de maillage utilise:

- `Wolf` le solveur Navier-Stokes compressible basé sur la méthode Mixte-Element-Volume développé dans le projet Gamma,
- `Felib` qui construit la métrique à partir de la solution développé à l'EPFL,
- `Mmg3d` le remaillleur local anisotrope adaptatif développé à l'UMPC Paris VI,
- `Interpol` qui interpole le champ de solution d'un maillage sur un autre développé dans le projet Gamma.

### 7.2. Contrat de partenariat Dassault Aviation

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

Ce contrat de trois ans (2007-2009) entre l'INRIA, l'Université de Technologie de Troyes et Dassault Aviation, a porté sur les sujets de recherche suivants :

- Intégration de BLSURF dans l'évaluateur de Dassault Aviation : interface avec des maillages indépendants, reconstruction du squelette topologique à partir de considérations géométriques, traitement des paramétrisations instables.
- Adaptation de maillages : estimation d'erreur et génération de maillages isotropes ou anisotropes.
- Maillages quadrilatéraux : pour générer un maillage quadrilatéral, la méthode d'appariement consiste à assembler des triangles deux à deux ; cependant, pour obtenir des quadrilatères de bonne qualité, la forme de ces triangles doit respecter des critères particuliers qui doivent être pris en compte lors du placement des points dans la méthode actuelle.
- Maillages transcarreaux : le maillage simplifié doit être optimisé en se basant sur la surface exacte (définie par la CAO).
- Identification des courbes critiques : dans de nombreux cas, le maillage généré doit s'appuyer sur certaines courbes critiques, en particulier des lignes de courbure surfacique maximale (notamment le long des bords d'attaque) et des lignes physiques particulières pour le suivi de phénomènes directionnels.

Un nouveau contrat pour la période 2010-2012 est en cours de signature.

### 7.3. Projet EHPOC : maillage surfacique

**Participant:** Patrick Laug [correspondant].

Le projet EHPOC (2009-2010) fait partie du Pôle de Compétitivité SYSTEM@TIC – Paris Région. Le consortium EHPOC (Environnement Haute Performance pour l'Optimisation et la Conception) compte 17 entreprises de l'industrie et des services (grands groupes et PME) et 12 centres de recherche (laboratoires publics et centres techniques). Il a pour objectif la conception et le développement de plates-formes et de logiciels pour la simulation (maillage, optimisation, ...), ainsi que leur mise en œuvre sur des architectures à haute performance. Notre contribution concernant le maillage surfacique portera sur les sujets suivants :

- Meilleure prise en compte des quadrilatères : supprimer les fichiers temporaires, éliminer les quadrilatères dégénérés, améliorer les appariements, diminuer le nombre de triangles restants, ...
- Amélioration du plug-in fourni dans le cadre du précédent projet IOLS, notamment pour le transcarreaux.
- Prise en compte par le maillage de la variation locale importante de métrique et des discontinuités.
- Maillage en triangles quadratiques  $P^2$ .

## 8. Dissemination

### 8.1. Participation à des colloques, séminaires, invitations

- F. ALAUZET, *A continuous mesh framework for metric-based mesh adaptation*, Barcelona Supercomputing Center Seminar, Barcelona, Spain, octobre 2009.
- F. ALAUZET, *Modèle continu de maillage et adaptation de maillage anisotrope basée sur les métriques*, Séminaire Université Technologique de Troyes, Troyes, France, octobre 2009.
- F. ALAUZET, *A continuous mesh framework for metric-based mesh adaptation*, Current & New Trends in Scientific Computing, Santiago, Chile, October 2009.
- F. ALAUZET, A. DERVIEUX AND A. LOSEILLE, *Fully anisotropic goal-oriented mesh adaptation for the Euler equations*, Proc. of ADMOS 2009, Bruxelles, Belgium, May 2009.

- F. ALAUZET, A. DERVIEUX AND A. LOSEILLE, *Fully anisotropic goal-oriented mesh adaptation for the Euler equations*, FEF'09, Tokyo, Japan, April 2009.
- P. LAUG, *Nanotechnologies et Maillages*, journée OPECST (office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques), Rocquencourt, 1er avril 2009.
- E. RENAUT AND H. BOROUCAKI AND P. LAUG, *Topological skeleton reconstruction for CAD surface mesh generation*, 11th International Society on Computing Grid Generation (ISGG) Conference, Montreal, Canada, May 2009.
- P. LAUG AND A. BENABBOU AND H. BOROUCAKI AND J. LU, *Geometry definition and unstructured grid generation for simulating nanostructured materials*, 11th International Society on Computing Grid Generation (ISGG) Conference, Montreal, Canada, May 2009.
- P. LAUG, *Transfert du maillage dans le domaine de l'aéronautique*, Salon européen de la recherche et de l'innovation (SERI), Paris, 3-5 juin 2009.
- P. LAUG AND H. BOROUCAKI AND E. RENAUT, *CAD surface meshing using reparameterization*, MASCOT09 International IMACS/ISGG Workshop, Rome, Italy, October 2009.
- P. LAUG, *Maillage automatique de volumes définis par des surfaces paramétrées*, séminaire Paris 12 Val de Marne, 23 novembre 2009.
- A. LOSEILLE, F. ALAUZET, D. GUÉGAN AND A. DERVIEUX, *Anisotropic goal-oriented mesh optimization*, Mamern'09, Pau, France, June, 2009
- L. MARÉCHAL, *Programmation multi-threads et maillage hexaédrique*, Séminaire Université Technologique de Troyes, Troyes, France, octobre 2009.
- L. MARÉCHAL, *The LP2 library: an easy way to multi-thread programs dealing with unstructured meshes* Séminaire George Mason University, Washington, USA, octobre 2009.
- L. MARÉCHAL, *The LP2 library: an easy way to multi-thread programs dealing with unstructured meshes* Séminaire Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, octobre 2009.
- G. OLIVIER AND F. ALAUZET, *Using mesh adaptation and a new ALE-DGCL swap formulation for large-displacements moving domain simulations*, Enumath'09, Uppsala, Sweden, June 2009.
- G. OLIVIER AND F. ALAUZET, *Mesh adaptation for large displacements ALE-simulations*, Proc. of ADMOS 2009, Bruxelles, Belgium, May 2009.
- G. OLIVIER AND F. ALAUZET, *Using mesh adaptation in large-displacements ALE simulations*, FEF'09, Tokyo, Japan, April 2009.
- M. PICASSO, *Macro-Scale Modelling / Micro-Macro coupling*, CCMX Summer School, Modelling in Materials Science: Theory and Applications, Lausanne, August 2009.

## 8.2. Enseignement

- P. Laug : cours "CAO2" à l'Université Paris 12 - Val de Marne, Master 2, mention Sciences pour l'ingénieur, spécialité Conception mécanique et thermique du matériau au système (CoMeT).

## 9. Bibliography

### Major publications by the team in recent years

- [1] H. BOROUCAKI, D. CHAPELLE, P. GEORGE, P. LAUG, P. FREY. *Estimateurs d'erreur géométriques et adaptation de maillages*, in "Traité en Mécanique et Ingénierie des Matériaux – Méthodes Numériques – Maillage et adaptation", n° 9, Hermès, Paris, France, 2001, p. 279-310.

- [2] P. GEORGE, H. BOROUCAKI, P. FREY, P. LAUG, E. SALTEL. *Mesh Generation and Mesh Adaptivity: Theories and Techniques*, in "Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 1: Fundamentals", E. STEIN, R. DE BORST, T. HUGHES (editors), n<sup>o</sup> 17, Wiley InterScience, 2004, p. 497–523, ISBN 0-470-84699-2, 2nd edition 2008.
- [3] J. TOMASI, B. MENNUCCI, P. LAUG. *The modeling and simulation of the liquid phase*, in "Handbook of Numerical Analysis, Volume X, Special Volume on Computational Chemistry", P. G. CIARLET, C. L. BRIS (editors), North-Holland, Amsterdam, Netherlands, 2003, p. 271-375, ISBN: 0-444-51248-9.

## Year Publications

### Doctoral Dissertations and Habilitation Theses

- [4] E. RENAUT. *Reconstruction de la topologie et génération de maillages de surfaces composées de carreaux paramétrés*, Université de Technologie de Troyes, décembre 2009, Ph. D. Thesis.

### Articles in International Peer-Reviewed Journal

- [5] F. ALAUZET. *Size gradation control of anisotropic meshes*, in "Finite Elements in Analysis and Design (FEAD)", vol. 46, 2010, p. 181-202.
- [6] F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *High Order Sonic Boom Modeling by Adaptive Methods*, in "Journal of Computational Physics", vol. 229, 2010, p. 561-593.
- [7] A. BENABBOU, H. BOROUCAKI, P. LAUG, J. LU. *Geometrical modeling of granular structures in two and three dimensions – Application to nanostructures*, in "International Journal for Numerical Methods in Engineering (IJNME)", vol. 80, n<sup>o</sup> 4, 2009, p. 425-454, <http://dx.doi.org/10.1002/nme.2644HK>.
- [8] A. BENABBOU, H. BOROUCAKI, P. LAUG, J. LU. *Numerical modeling of nanostructured materials*, in "Finite Elements in Analysis and Design (FEAD)", vol. 46, 2010, p. 165-180, <http://dx.doi.org/10.1016/j.finel.2009.06.030HK>.
- [9] Y. BOURGAULT, M. PICASSO, F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *On the use of anisotropic error estimators for the adaptative solution of 3-D inviscid compressible flows*, in "Int. J. Numer. Meth. Fluids", vol. 59, 2009, p. 47-74.
- [10] P. LAUG. *Some aspects of parametric surface meshing*, in "Finite Elements in Analysis and Design (FEAD)", vol. 46, 2010, p. 216-226, <http://dx.doi.org/10.1016/j.finel.2009.06.015>.
- [11] A. LOSEILLE, A. DERVIEUX, F. ALAUZET. *Fully anisotropic goal-oriented mesh adaptation for 3D steady Euler equations*, in "Journal of Computational Physics", 2010, Accepted. doi:10.1016/j.jcp.2009.12.021.

### Invited Conferences

- [12] P. LAUG, A. BENABBOU, H. BOROUCAKI, J. LU. *Geometry definition and unstructured grid generation for simulating nanostructured materials*, in "11th International Society on Computing Grid Generation (ISGG) Conference", May 2009 HK .

### International Peer-Reviewed Conference/Proceedings

- [13] F. ALAUZET, W. HASSAN, M. PICASSO. *Goal oriented, anisotropic, a posteriori error estimates for the Laplace equation*, in "Proceedings of ENUMATH 2009, the 8th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications", Springer, 2009.
- [14] F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *On the use of space filling curves for parallel anisotropic mesh adaptation*, in "18th International Meshing Roundtable", Springer, 2009, p. 337-357.
- [15] O. ALLAIN, D. GUÉGAN, F. ALAUZET. *Studying the impact of unstructured mesh adaptation on free surface flow simulations*, in "Proceedings of the ASME 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering", 2009.
- [16] P. LAUG, H. BOROUCAKI, E. RENAUT. *CAD surface meshing using reparameterization*, in "MASCOT09 International IMACS/ISGG Workshop", October 2009.
- [17] A. LOSEILLE, F. ALAUZET. *Optimal 3D highly anisotropic mesh adaptation based on the continuous mesh framework*, in "18th International Meshing Roundtable", Springer, 2009, p. 575-594.
- [18] L. MARÉCHAL. *Advances in octree-based all-hexahedral mesh generation: handling sharp features*, in "18th International Meshing Roundtable (IMR) Conference", Oct 2009, 19 pages.
- [19] E. RENAUT, H. BOROUCAKI, P. LAUG. *Topological skeleton reconstruction for CAD surface mesh generation*, in "11th International Society on Computing Grid Generation (ISGG) Conference", May 2009, 12 pages.

### Research Reports

- [20] F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *High Order Sonic Boom Modeling by Adaptive Methods*, INRIA, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00363206/en/>, RR-6845, Rapport de recherche.
- [21] F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *Metrix User Guide. Error Estimates and Mesh Control for Anisotropic Mesh Adaptation*, INRIA, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00363007/en/>, RT-0363, Rapport Technique.
- [22] F. ALAUZET, M. MEHRENBARGER. *P1-conservative solution interpolation on unstructured triangular meshes*, INRIA, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00354509/en/>, RR-6804, Rapport de recherche.
- [23] A. LOSEILLE, F. ALAUZET. *Shrimp User Guide. A Fast Mesh Renumbering and Domain Partitioning Method*, INRIA, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00362994/en/>, RT-0362, Rapport Technique.
- [24] M. PICASSO. *An adaptive finite element method for the wave equation based on anisotropic a posteriori error estimates in the  $L^2(H^1)$  norm*, INRIA, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00435786/en/>, RR-7115, Rapport de rechercheUSPT.

### Other Publications

- [25] A. LOSEILLE, F. ALAUZET. *Continuous Mesh Model and Well-Posed Continuous Interpolation Error Estimation*, 2009, <http://hal.inria.fr/inria-00370235/en/>, RR-6846.

### References in notes

- [26] J. D. BOISSONNAT, M. YVINEC. *Géométrie algorithmique*, Ediscience, 1995.
- [27] P. G. CIARLET. *Basic Error Estimates for Elliptic Problems*, vol. II, Ciarlet, P. G. and Lions, J. L., North Holland, 1991.
- [28] P. FREY, P. GEORGE. *Maillages. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1999.
- [29] P. GEORGE, H. BOROUCHEKI. *Triangulation de Delaunay et maillage. Applications aux éléments finis*, Hermès, 1997.
- [30] A. GEORGE. *Computer implementation of the finite element method*, Dep. of Computer Science, Stanford, 1971, Ph. D. Thesis.
- [31] R. LOHNER. *Progress in grid generation via the advancing front technique*, in "Engineering with computers.", vol. 12, 1996, p. 186-210.
- [32] F. PREPARATA, M. SHAMOS. *Computational geometry, an introduction*, Springer-Verlag, 1985.
- [33] M. S. SHEPHARD, M. K. GEORGES. *Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique*, in "Int. J. Numer. Methods Eng.", vol. 32, n<sup>o</sup> 4, 1991, p. 709-749.
- [34] R. VERFURTH. *A review of a posteriori error estimation and adaptive refinement techniques*, Wiley-Teubner, 1996.